

---

# El ábaco abierto y la casa de cambio como estrategias didácticas en la construcción de un sistema de numeración posicional.

## Proyecto juega y construye la matemática.

Arbey F. Grisales Guerrero  
agrisalesg@gmail.com

Coordinador del Proyecto Juega y Construye la Matemática.  
Colegios de la Comunidad de los Hermanos Maristas de la enseñanza. Colombia

Maryuri Zulay Quintero Serna  
marzuquise@hotmail.com

Docente de Matemáticas. Colegio San José Comunidad de Hermanos Maristas. Armenia – Quindío.

**Resumen.** El juego de la casa de cambio y del ábaco abierto son estrategias lúdicas importantes en el reconocimiento de las propiedades y relaciones de los sistemas posicionales de numeración por parte de los estudiantes, les permite comprender que en un sistema posicional se parte de signos que se toman como primitivos y de las reglas que permiten combinarlos para dar lugar a nuevos signos, de tal manera que sea posible representar en forma precisa y simplificada la cantidad de elementos de un conjunto cualquiera en una base determinada. Por medio de estas estrategias, podemos reconocer la estructura lógica de los sistemas posicionales de numeración, además nos permiten identificar las demandas mentales que su comprensión hace a los estudiantes, teniendo en cuenta los procesos y etapas seguidas en su aprehensión conceptual.

**Palabras claves.** Casa de cambio, ábaco abierto, sistemas posicionales de numeración, estrategias lúdicas.

## 1. Contextualización

La matemática ha sido considerada como una ciencia muy importante en el avance de la humanidad; sin embargo en su enseñanza y aprendizaje se presentan diferentes obstáculos donde un buen número de los estudiantes manifiestan grandes dificultades para llegar a comprenderla. Para los estudiantes de básica primaria es de gran complejidad entender la lógica que involucran los sistemas posicionales de numeración y son muchos los esfuerzos que se hacen en las escuelas para que los niños logren comprender las propiedades y

relaciones de los sistemas posicionales de numeración y en el caso particular el sistema decimal. La propuesta que se presenta busca ser un aporte que ayuda a la solución de la problemática planteada, en relación con un campo fundamental de las matemáticas: el Sistema Decimal de Numeración, que desde los siglos y el progreso de la civilización ha sido una base fundamental para el desarrollo de la matemática.

A pesar de las grandes ventajas de nuestro sistema decimal de numeración con relación a sistemas anteriores, los niños muestran muchas dificultades en el cálculo efectivo de los algoritmos tradicionales y en forma especial en la sustracción y la división. En efecto, los errores que cometen los niños al resolver los algoritmos o las explicaciones que brindan acerca de los procedimientos empleados incluso cuando obtienen el resultado correcto, testimonian la dificultad de los estudiantes para comprender que dichas reglas están íntimamente relacionadas con los principios de nuestro sistema de numeración.

A través de la propuesta del ábaco abierto y de la casa de cambio se quiere afianzar la comprensión de los principios de los sistemas de numeración posicional.

El juego La casa de cambio es una propuesta pedagógica que busca desarrollar en los estudiantes un alto nivel de comprensión del sistema decimal, sus propiedades y cómo se conforma, abordando primero diferentes procesos operacionales en base 2 (sistema binario) o en otras bases, similares a los procesos que se realizan en el sistema decimal, tomándolo como un juego de cambio y en donde a raíz del trabajo continuo y articulado, los estudiantes construyen o deducen las propiedades que lo regulan, además de procedimientos abreviados que permitan una operacionalización más rápida y asertiva. Cabe aclarar que el objetivo de esta experiencia de aula, no consiste propiamente en abordar todos los sistemas de numeraciones posibles, sino más bien, desarrollar en el estudiante un pensamiento lógico, que le permita comprender el por qué de la estructura de nuestro sistema decimal y las propiedades que lo regulan.

*Instructivo del juego de La Casa de Cambio*<sup>1</sup>. El juego de la casa de cambio consiste en hacer cambios de fichas de un color por otras de otro según la equivalencia que se fija apropiadamente. Cada jugador empieza con cierta cantidad de fichas blancas. Mediante el lanzamiento de un par de dados por parte de los jugadores, en su respectivo turno van ganando fichas blancas. A medida que acumulan fichas de este color, y según se lo permita la suerte al lanzar un par de dados, las cambian por rosadas, cuando acumulan suficientes rosadas las cambia por azules, y finalmente, cuando acumulan suficientes azules las cambian por amarillas y así sucesivamente.

De modo que, la equivalencia para hacer los cambios es la misma de un color a otro y queda establecida por la BASE en la que se realiza el juego. Esta base es obtenida por una tarjeta que se extrae de un montón, cada jugador termina cuando ha logrado hacer la totalidad de cambios posibles (de blancas a rosada, de rosadas a azules y de azules a

---

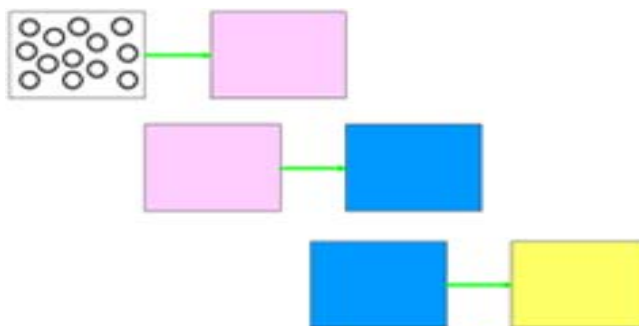
<sup>1</sup> Libro taller 4. Proyecto juega y construye la Matemática. Comunidad de Hermanos Maristas de la Enseñanza. Provincia Norandina Colombia 2010. 2ª edición. Noviembre de 2009. Página 7.

amarillas), el primero en completar los cambios es el ganador. Más adelante el lector encontrará las instrucciones de forma más amplia para realizar el juego. Al trabajar con la casa de cambio, se plantean situaciones en las que se requiere que los estudiantes “pasen” una cantidad de fichas de un color a otro, para lo cual, se deben agrupar ( Poveda, 2002), las fichas de acuerdo a la BASE, por ejemplo:

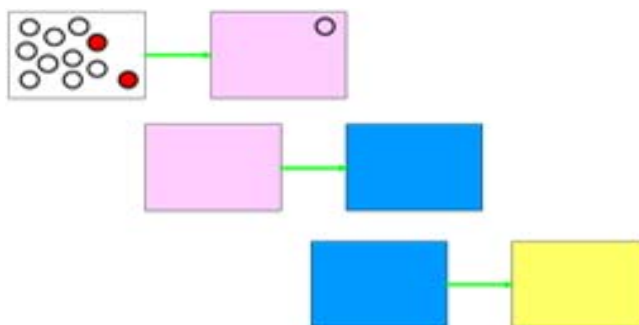
Teniendo el siguiente esquema:



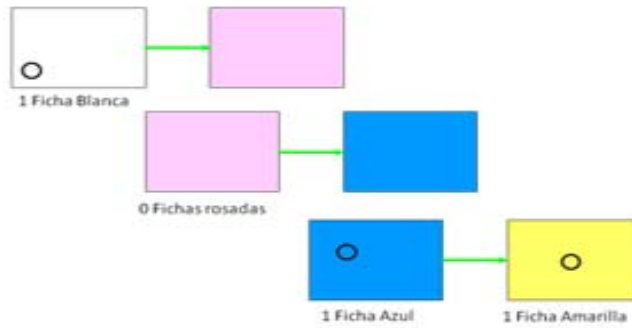
Pasar 13 fichas blancas a amarillas en BASE 2



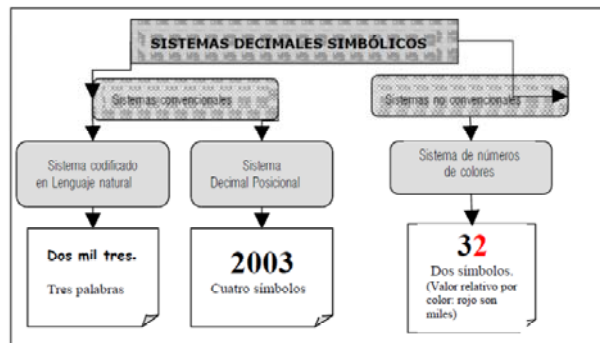
Para lo cual, el estudiante debe realizar un proceso de agrupamiento de las fichas blancas de 2 en 2 para pasarlas primero a fichas rosadas, luego estas rosadas a fichas azules y finalmente, estas fichas azules a fichas amarillas.



Después de realizar los diferentes cambios podemos determinar la cantidad de fichas que quedan de los otros colores.



Esta estrategia es consecuente con un sistema no convencional que plantea ( Poveda , 2002), en la cual, el juego de la casa de cambio se plantea como un sistema no convencional donde el valor de cada color representa una unidad diferente de acuerdo a la base en la cual se trabaje, luego a través de este juego se van realizando procesos que conducen al sistema convencional donde se definen los símbolos de la base.



El ábaco abierto es un aparato que permite representar los números mediante objetos materiales y operar con ellos siguiendo reglas sencillas que nos liberan de hacer cálculos mentales. En este sentido el ábaco es una calculadora muy rudimentaria que nos facilita trabajar en una base determinada, está diseñado a manera de contenedor con diferentes secciones, cada una de ellas asignada a las fichas de colores trabajadas en la casa de cambio. Podemos afirmar que este ábaco abierto se convierte en herramienta de complemento a la casa de cambio, pues le permite al estudiante estructurar la lógica del juego y llevarla a una representación formal.

## 2. Referentes teórico prácticos básicos

con el transcurso de los siglos y el progreso de la civilización, el hombre tuvo mayores necesidades; entre ellas, las de representar por medio de símbolos cantidades mayores que hasta entonces conocía con el fin de responder a la palabra de “cuántos” en términos de número naturalmente el uso de estos símbolos debió obedecer a ciertos principios que hicieron posible las combinaciones de los mismos pues, habría sido posible para la mente humana si para cada número se hubiera creado símbolos y nombres distintos e in

dependientes, por que el conjunto de los números infinitos. Entonces se creó los sistemas de numeración como los siguientes:

**2.1 *Sistemas de numeración no posicionales.*** Estos son los más primitivos se usaban por ejemplo los dedos de la mano para representar la cantidad cinco y después se hablaba de cuántas manos se tenía. También se sabe que se usaba cuerdas con nudos para representar cantidad. Tiene mucho que ver con la coordinabilidad entre conjuntos. Entre ellos están los sistemas del antiguo Egipto, el sistema de numeración romana, y los usados en Mesoamérica por mayas, aztecas y otros pueblos.

No posicional es cuando tiene el mismo valor, sin importar qué posición o lugar ocupe, eso pasa con los números romanos.

$$X = 10$$

$$IX = 10 - 1 = 9$$

$$XXX = 10 + 10 + 10 = 30$$

$$XC = 100 - 10 = 90$$

En todos los ejemplos la X vale siempre 10

**2.2 *sistemas de numeración semi posicionales.*** El sistema de los números romanos no es estrictamente posicional. Por esto, es muy complejo diseñar algoritmos de uso general (por ejemplo, para sumar, restar, multiplicar o dividir). Como ejemplo, en el número romano XCIX (99 decimal) los numerales X (10 decimal) del inicio y del fin de la cifra equivalen siempre al mismo valor, sin importar su posición dentro de la cifra. El número de símbolos permitidos en un sistema de numeración posicional se conoce como base del sistema de numeración. Si un sistema de numeración posicional tiene base  $b$  significa que disponemos de  $b$  símbolos diferentes para escribir los números, y que  $b$  unidades forman una unidad de orden superior.

**2.3 *Sistemas de Numeración Posicionales.*** Mucho más efectivos que los sistemas anteriores son los posicionales. En ellos la posición de una cifra nos dice si son decenas, centenas... o en general la potencia de la base correspondiente. Sólo tres culturas además de la india lograron desarrollar un sistema de este tipo. Babilonios, chinos y mayas en distintas épocas llegaron al mismo principio. La ausencia del cero impidió a los chinos un desarrollo completo hasta la introducción del mismo. Los sistemas babilónico y maya no eran prácticos para operar porque no disponían de símbolos particulares para los dígitos, usando para representarlos una acumulación del signo de la unidad y la decena. El hecho que sus bases fuesen 60 y 20 respectivamente no hubiese representado en principio ningún obstáculo. Los mayas por su parte cometían una irregularidad a partir de las unidades de

tercer orden, ya que detrás de las veintenas no usaban  $20 \times 20 = 400$  sino  $20 \times 18 = 360$  para adecuar los números al calendario, una de sus mayores preocupaciones culturales.

Fueron los indios antes del siglo VII los que idearon el sistema tal y como hoy lo conocemos, sin más que un cambio en la forma en la que escribimos los nueve dígitos y el cero. Aunque con frecuencia nos referimos a nuestro sistema de numeración como árabe, las pruebas arqueológicas y documentales demuestran el uso del cero tanto en posiciones intermedias como finales. Los árabes transmitieron esta forma de representar los números y sobre todo el cálculo asociado a ellas, aunque tardaron siglos en ser usadas y aceptadas. Una vez más se produjo una gran resistencia a algo por el mero hecho de ser nuevo o ajeno, aunque sus ventajas eran evidentes. Sin esta forma eficaz de numerar y efectuar cálculos difícilmente la ciencia hubiese podido avanzar.

### 3. Descripción general de la experiencia de aula

Se comienza trabajando con el ábaco abierto en una base determinada, el estudiante realiza los cambios posibles de fichas a la columna que represente las unidades del orden siguiente. Luego se introduce el juego de la casa de cambio que se realiza de la siguiente manera: en el salón de clase se plantea realizar el juego de la casa de cambio en el que se sugiere construir 75 fichas blancas, 20 fichas rosadas, 10 azules y 10 amarillas; un par de dados, uno con caras de colores así: dos blancas, dos rosadas, una azul y una amarilla y el otro dado con los números del 1 al 6. El juego de la casa de cambio consiste en hacer cambios de fichas de un color por otras de otro, según la equivalencia que se fije apropiadamente. Cada jugador empieza con cierta cantidad de fichas blancas. Mediante el lanzamiento de un par de dados los jugadores, en su respectivo turno van ganando fichas blancas. A medida que acumulan suficientes rosadas las cambia por azules, y finalmente, cuando acumulan suficientes azules las cambian por amarillas.

La equivalencia para hacer los cambios es la misma de un color a otro y queda establecida por la BASE en la que se realiza el juego. Esta base es obtenida por una tarjeta que se extrae de un montón, cada jugador termina cuando ha logrado hacer la totalidad de cambios posibles (de blancas a rosadas de rosadas a azules y de azules a amarillas), el primero en completar los cambios es el ganador. Después de realizar varias veces el juego el estudiante observa cómo realizar el cambio de base de un número utilizando las tarjetas que luego va concretando en determinar un procedimiento algorítmico que él mismo descubre para transformar de base 10 a otras bases y viceversa. También a través del juego de la casa de cambio se enseñan las operaciones básicas. Este juego es explicado a los estudiantes, posteriormente, en talleres adicionales, a los padres de familia donde ellos interactúan con el juego y luego lo realizan con sus hijos.

## 4. Logros y dificultades evidenciados

### 4.1 Logros

Los estudiantes obtienen una mayor comprensión de los sistemas posicionales de numeración.

Se evidencia un mejor razonamiento de la lógica de los procesos operacionales del sistema de numeración decimal.

En los procesos de operacionalización en otras bases diferentes al sistema de numeración decimal, los estudiantes demuestran una mejor interpretación en la ejecución de algoritmos para la solución de problemas.

Se identifica un desarrollo importante del pensamiento lógico y mejor estructurado por parte de los estudiantes.

### 4.2 Dificultades

Algunos estudiantes tienen dificultad en la transición del juego físico a la escritura simbólica.

## 5. Adaptación de los nuevos estudiantes a la propuesta pedagógica

En los talleres que se realizan con los padres de familia, se evidencia inicialmente poca comprensión de la estrategia propuesta, debido a los procesos que les fueron explicados de forma mecánica e incomprensiva del sistema de numeración decimal.

*Evidencias.* En la presentación de la experiencia de aula se socializarán los resultados de la aplicación de seis talleres relacionados con el juego de la casa de cambio, que permitieron una apropiación gradual por parte de los estudiantes de la comprensión de los sistemas posicionales de numeración.

## 6. Reflexión final

Por medio de estas estrategia lúdicas podemos reconocer la estructura lógica de los sistemas de numeración, además nos permite identificar las demandas mentales que su comprensión hace a los estudiantes, teniendo en cuenta los procesos y etapas seguidas en su aprehensión conceptual, podemos destacar la motivación que este tipo de estrategias genera en ellos, permitiéndoles enfrentar las situaciones problemáticas en forma cooperativa y con buena persistencia en la búsqueda de soluciones aceptables.

Por consiguiente, es notorio el avance de los estudiantes en competencias de tipo argumentativo que se evidencian cuando se piden algunas explicaciones y la expone desde sus niveles de representación mental, teniendo en cuenta los conocimientos alcanzados por ellos en su respectivo nivel de escolaridad.

## Referencias bibliográficas

- Castaño, Jorge. (1.995-1998). *Hojas pedagógicas 1 al 10*. Santa fe de Bogotá: Colección Matemática Serie lo numérico. Proyecto: Descubro la Matemática. Fundación Restrepo Barco.
- Cid, Eva; Godino, Juan D.; Batanero, Carmen. (2003). *Matemáticas y su didáctica para maestros. Manual para el estudiante*, p.456. Granada España: Edición Universidad de Granada..
- Grisales, Arbey. Orozco, José Luis. *Guía del Docente*. (2010). *Proyecto Juega y Construye la Matemática. Colegios Maristas. Provincia Norandina – Colombia*. Santa fe de Bogotá: Documento sin publicar.
- Poveda, Mery. (2002). *Matemática a la medida de los niños, el sistema decimal de numeración*. Santa fe de Bogotá: Idep-Ced Villa Amalia.

**Volver al índice**  
**Experiencias de Aula**