

ANGÉLICA MARTÍNEZ ZARZUELO, JESÚS MIGUEL RODRÍGUEZ MANTILLA,
EUGENIO ROANES LOZANO, MARÍA JOSÉ FERNÁNDEZ DÍAZ

EFFECTO DE SCRATCH EN EL APRENDIZAJE DE CONCEPTOS GEOMÉTRICOS DE FUTUROS DOCENTES DE PRIMARIA

EFFECT OF SCRATCH IN THE LEARNING OF GEOMETRIC CONCEPTS
OF FUTURE PRIMARY SCHOOL TEACHERS

RESUMEN

El objetivo es evaluar el efecto de la Geometría de la Tortuga del lenguaje de programación Scratch 2 en el aprendizaje de conceptos geométricos de futuros profesores de Primaria. Se ha realizado un estudio cuasi-experimental en la Facultad de Educación de la Universidad Complutense de Madrid. Se han hecho análisis descriptivos, diferenciales y correlacionales sobre el rendimiento académico y la satisfacción de los estudiantes con una metodología con Scratch 2 y, además, análisis clúster para la identificación de tipologías de alumnado. Los resultados muestran que los estudiantes que han seguido esta metodología tienen niveles significativamente más altos en geometría. Se han identificado tres tipologías de alumnado, estando relacionado su rendimiento matemático y su actitud hacia la metodología. Así, esta metodología favorece el desarrollo de habilidades geométricas en futuros docentes de Primaria.

PALABRAS CLAVE:

- *Metodología docente*
- *Geometría de la Tortuga*
- *Lenguaje de programación*
- *Scratch*
- *Conceptos geométricos*

ABSTRACT

The aim is to evaluate the effect of the Turtle Geometry of the programming language Scratch 2 in the learning of geometric concepts of future Primary School teachers. An experimental study has been carried out at the School of Education of the Universidad Complutense de Madrid. Descriptive, differential and correlational analyses have been carried out on the academic performance and the student satisfaction with a methodology with Scratch 2. In addition, a cluster analysis for the identification of student typologies has also been carried out. The results show that students who have

KEY WORDS:

- *Teaching methodology*
- *Turtle Geometry*
- *Programming language*
- *Scratch*
- *Geometric concepts*



followed this methodology have significantly higher levels in geometry. Three typologies of students have been identified relating their mathematical performance and their attitude towards the methodology. Therefore, this methodology favors the development of geometric skills of future Primary School teachers.

RESUMO

O objetivo é avaliar o efeito da Geometria da Tartaruga da linguagem de programação Scratch 2 na aprendizagem de conceitos geométricos de futuros professores do ensino Primário. Foi efetuado um estudo cuasi-experimental na Faculdade de Educação da Universidad Complutense de Madrid. Foram realizadas análises descritivas, diferenciais e correlacionais tendo em conta o desempenho académico e a satisfação dos alunos que usam esta metodologia com o Scratch 2. Foi ainda realizada uma análise de cluster para a identificação de tipologias estudantis. Os resultados mostram que os estudantes que seguiram esta metodologia têm níveis significativamente superiores em geometria. Foram identificadas três tipologias de estudantes relacionando o desempenho matemático e a atitude em relação à metodologia utilizada. Portanto, esta metodologia favorece o desenvolvimento de habilidades geométricas de futuros professores do ensino Primário.

PALAVRAS CHAVE:

- *Metodologia de ensino*
- *Geometria da Tartaruga*
- *Linguagem de programação*
- *Scratch*
- *Conceitos geométricos*

RÉSUMÉ

L'objectif de ce travail est d'évaluer l'effet de la Géométrie de la Tortue du langage de programmation Scratch 2 sur le apprentissage de concepts géométriques des futurs enseignants de l'enseignement primaire. Une étude cuasi-expérimentale dans la Faculté d'Éducation de l'Université Complutense de Madrid a été réalisée. Des analyses descriptives, différentielles et corrélationnelles sur le rendement scolaire et la satisfaction des étudiants ont été effectuées, en utilisant une méthodologie avec Scratch 2, et aussi une analyse cluster pour l'identification de typologies d'étudiants. Les résultats montrent que les étudiants qui ont suivi cette méthodologie ont des niveaux de géométrie significativement plus élevés. Trois types d'élèves ont été identifiés, étant liées leur rendement en mathématiques et leur attitude vers la méthodologie. Cette méthodologie favorise, donc, le développement des compétences géométriques dans les futurs enseignants du primaire.

MOTS CLÉS:

- *Méthodologie pédagogique*
- *Géométrie de la Tortue*
- *Langage de programmation*
- *Scratch*
- *Concepts géométriques*

1. INTRODUCCIÓN

El uso de tecnologías de la información y la comunicación en el aula no asegura una mejora en el rendimiento académico de los estudiantes (Mora, Escardíbul y Di Pietro, 2018). Sin embargo, existen estudios que demuestran los efectos positivos de su uso, y los beneficios de una instrucción con ordenador frente a una instrucción tradicional (Barrow, Markman y Rouse, 2009; Carrillo, Onofa y Ponce, 2011). Con relación a los lenguajes de programación, existen entornos de programación que facilitan su uso. Scratch, por ejemplo, es un entorno de programación gratuito y accesible a usuarios de un amplio rango de edad que permite, de una forma sencilla y divertida, el aprendizaje de algunos de los pilares de la programación. Su interfaz visual de programación por bloques hace que las tareas de programación sean mucho más amigables que las habituales líneas de código de un lenguaje de programación usual (McManus, 2013; Marji, 2014; Nagle, 2014; Warner, 2014). Se ha demostrado, por ejemplo, que su uso contribuye en el desarrollo del pensamiento computacional (Capot y Espinoza, 2015) y aumenta la motivación en el aprendizaje de ciencias de la computación (Armoni, Meerbaum-Salant y Ben-Ari, 2015). Asimismo, al ofrecer la posibilidad de combinar aspectos visuales atractivos con una sintaxis minimalista, permite poner un mayor énfasis en los aspectos conceptuales y operativos que en los sintácticos (Fayad, 2014). Además, sus aportaciones no se restringen al ámbito computacional, ya que Scratch y su Geometría de la Tortuga parecen producir efectos positivos en diferentes aspectos, muchos de ellos relacionados con la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas (Marmolejo y Campos, 2012; Shin y Park, 2014).

En general, el uso de recursos tecnológicos en la enseñanza de las matemáticas ha aumentado progresivamente en las últimas décadas, y no solo en etapas educativas iniciales (Infantil, Primaria o Secundaria), sino también en Educación Superior (Grisales-Aguirre, 2018). En concreto, en algunas asignaturas de estudios de grado que se imparten en la Facultad de Educación de la Universidad Complutense de Madrid (UCM) se lleva enseñando desde hace años didáctica de las matemáticas haciendo uso, entre otros recursos, de la tecnología. Algunos de los docentes de esta facultad utilizaron en el pasado o utilizan lenguajes como BASIC, Logo y Scratch 2, así como sistemas de geometría dinámica y sistemas de cálculo simbólico. En este sentido, y teniendo en cuenta la importancia desde los primeros cursos del proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en general, y del desarrollo de habilidades geométricas en particular (Suárez y León, 2017), se puede considerar que llevar a cabo metodologías docentes innovadoras y relacionadas con el uso de recursos tecnológicos es uno de los aspectos que contribuyen al incremento de las habilidades geométricas de los estudiantes.

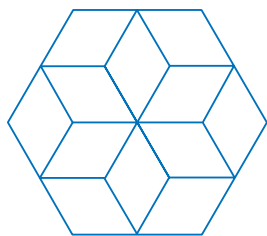
Por ello, y teniendo en cuenta las diferentes aportaciones que la literatura especializada muestra sobre los beneficios del uso de la tecnología en las aulas,

concretamente relacionadas con el aprendizaje de conceptos geométricos (Osorio, Pino-Fan y González, 2017; Simanca, Abuchar, Blanco y Carreño, 2017), el objetivo general de este estudio es evaluar el efecto que el lenguaje de programación Scratch, como elemento clave de una metodología docente, tiene en el aprendizaje de conceptos geométricos de una muestra de futuros profesores de Primaria de la Facultad de Educación de la UCM. De igual modo, se pretende evaluar el nivel de satisfacción y actitud de los estudiantes hacia dicha metodología, analizando posibles diferencias en función del curso académico e identificando perfiles de estudiantes en función de su nivel de rendimiento en matemáticas y sus actitudes hacia el lenguaje Scratch.

2. LA GEOMETRÍA DE LA TORTUGA

El lenguaje de programación Logo fue desarrollado a finales de los años '60s y se le conoce especialmente por su Geometría de la Tortuga (Turtle Geometry o Turtle Graphics) y su aplicación a la introducción de la programación a niños (Papert, 1980). Los primeros usos de la informática en las aulas estuvieron relacionados con la enseñanza y el aprendizaje de la geometría mediante este lenguaje de programación y su Geometría de la Tortuga (Marrero, 2019). Esta se caracteriza principalmente por un cursor gráfico, denominado tortuga que realiza gráficos 2D (existen versiones 3D), cuyos movimientos básicos: avanza, retrocede, gira derecha y gira izquierda, no se refieren a un sistema de referencia cartesiano, sino a la posición y orientación de la tortuga en cada instante (Abelson y diSessa, 1981). El nombre tiene su origen en que, inicialmente, la tortuga era un robot mecánico que se desplazaba por el suelo o por la mesa conectada a un ordenador por un cable.

La Geometría de la Tortuga aplica ideas construccionistas (Papert, 1980; Kafai y Resnick, 1996) y tiene ventajas respecto al uso de coordenadas cartesianas (para ciertos fines). Por ejemplo, los cálculos trigonométricos precisados por los movimientos se realizan internamente, por lo que muchos diseños geométricos pueden ser desarrollados de una forma cómoda incluso por usuarios que desconocen estas funciones (por ejemplo, niños pequeños). Además, repetir un cierto diseño en otra posición y/u orientación solo requiere de un posicionamiento inicial de la tortuga correcto, seguido de exactamente el mismo código. Por ejemplo, véase en la Figura 1 la disposición de seis hexágonos regulares, todos compartiendo un vértice, cada uno girado 60^0 respecto de los adyacentes. Dibujar este diseño en coordenadas cartesianas sería muy tedioso y requeriría usar repetidamente funciones trigonométricas. Sin embargo, dibujar este diseño con código Logo resulta muy sencillo.



```

REPITE 6
[REPITE 6
[AVANZA 80
GIRADERECHA 60]
GIRADERECHA 60]

```

Figura 1. Seis hexágonos regulares. Código Logo (derecha)

En este contexto Abelson y diSessa (1981) presentan una impresionante y exhaustiva colección de posibilidades de la Geometría de la Tortuga. Sin embargo, pese a su gran éxito en los '80s, el uso del lenguaje Logo se ha reducido muy considerablemente, considerándose en la actualidad por muchos como anticuado. Existen algunas razones fundamentales para dicha decaída. Por un lado, en los '80s estaba muy difundida la idea de que saber programar era una necesidad de la población en general. Logo es un lenguaje de programación muy amigable, uno de cuyos objetivos era que los niños aprendieran a programar. Logo es un buen lenguaje para tal fin: procedural, recursivo, con un estilo de programación sencillo. Por otro lado, los programadores en otros lenguajes de programación en ocasiones han subestimado a los programadores en Logo (Harvey, 1997). Además, hoy en día existe mucho más software matemático disponible. Es el caso de sistemas de geometría dinámica como Cabri Geometry II, The Geometer's Sketchpad, y, especialmente, el más reciente software libre GeoGebra; o sistemas de cálculo simbólico (CAS), como Maple o Mathematica y los gratuitos Maxima, Reduce, Axiom, CoCoA, Singular, Sage y Xcas, entre otros. Otro de los motivos de la decaída de Logo ha sido la aparición de otros lenguajes de programación más modernos, como Scratch 2 (Lifelong Kindergarten Group, 2013; Roanes-Lozano, 2018) y su ampliación Snap! (García, Segars y Paley, 2012; Harvey y Mönig, 2017), que también incorporan la Geometría de la Tortuga, y, además, de una forma mucho más intuitiva.

No obstante, hay disponibles muchas implementaciones de Logo, algunas francamente potentes y varias con gráficos de tortuga 2D y 3D. En Boytchev (2014), por ejemplo, se puede encontrar una lista exhaustiva, entre las que se destacan FMSLogo, StarLogo (Resnick, 1995) y NetLogo (Wilensky, 2013). Son curiosas, además, estas implementaciones de dialectos del lenguaje Logo que pueden trabajar con tortugas múltiples, lo que amplía mucho sus posibilidades, aunque su uso sea escaso (Give'on, 1991; Resnick, 1997; Neuwirth, 2001). Existen, además, extensiones de la Geometría de la Tortuga a geometría esférica (Cabezas y Hernández-Encinas, 1988), elíptica (Sims-Coomber y Martin, 1994) e hiperbólica (Sims-Coomber, Martin y Thorne, 1991).

Otras implementaciones de la Geometría de la Tortuga o implementaciones más o menos complejas de gráficos vectoriales pueden encontrarse en diversos lenguajes computacionales. Es el caso, por ejemplo, de PythonTurtle (Rachum, 2011), Haskell (Boiten, 2004), Java TurtleGraphics, Jurtle, Pencil Code Online, CAS Xcas, NetPrologo (Sancho, 2012) y Turbo-Prolog (Roberts, 1987). Además, se han desarrollado implementaciones de la Geometría de la Tortuga para los lenguajes Pascal y C usadas, por ejemplo, en la simulación del grupo equiforme (Roanes-Lozano y Roanes-Macías, 1994b) y en el dibujo de rosetones, frisos y grupos cristalográficos planos (Garbayo, Roanes-Lozano y Roanes-Macías, 2001). Se han desarrollado también implementaciones de la Geometría de la Tortuga para los CAS Maple (Roanes-Lozano y Roanes-Macías, 1994a) y Derive (Lechner, Roanes-Lozano, Roanes-Macías y Wiesenbauer, 1997). Asimismo existen implementaciones similares para el CAS Reduce (Cotter, 1998) y la calculadora simbólica TI-92 (Kutzler y Stoutemyer, 1997), así como implementaciones para smartphones, como Turtle Draw.

Uno de los lenguajes de programación que más se ha utilizado en las aulas en los últimos años es Scratch 2. Este lenguaje añade a una implementación standard de la Geometría de la Tortuga una muy amigable programación basada en bloques que encajan como si de piezas de construcciones se tratara. En la Figura 2 puede verse una forma de realizar el diseño de los seis hexágonos regulares de la Figura 1 de una forma sencilla con código en Scratch.

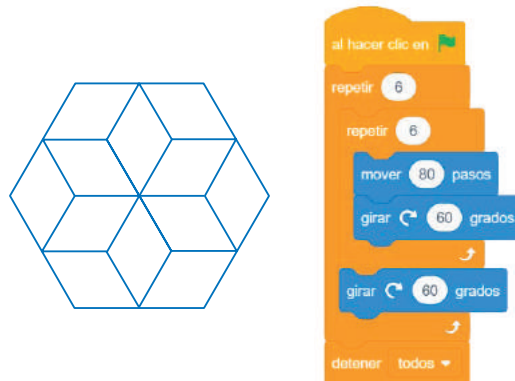


Figura 2. Seis hexágonos regulares. Código Scratch (derecha). Nota: Aunque las experiencias se realizaron con Scratch 2, hemos considerado mejor incluir el código en la versión actual, Scratch 3, para facilitar su reproducción si así se desea (en los ejemplos que trataremos ello sólo afecta a los colores de los bloques)

Curiosamente el cursor gráfico por defecto es un gato, en lugar de una tortuga o un triángulo, y puede presentar dos aspectos (disfraces), siendo muy fácil sustituirlo por otro objeto. Además, en Scratch 2 es muy sencillo realizar animaciones utilizando varios cursores gráficos. Sorprendentemente, en este lenguaje de programación no se incluye la orden **RETROCEDE**, que aunque trivial de sustituir por un avance negativo, resulta muy intuitiva y cómoda. También es extraño que no exista un comando similar al **DEVUELVE** de Logo. Ello puede dificultar el implementar ciertos programas recursivos como la sucesión de Fibonacci, salvo que se usen listas para ir almacenando los resultados previos. El lenguaje Snap! (García, Segars y Paley, 2012; Harvey y Mönig, 2017), un lenguaje que puede considerarse extensión de Scratch 2, sí incluye un bloque denominado «report» análogo al **DEVUELVE** de Logo. Mencionar que aunque se conoce la existencia de Scratch 3 (desde 2019), el presente estudio se ha realizado con Scratch 2 (en aras de la brevedad nos referiremos en lo sucesivo a Scratch 2 como Scratch), con el que no hay diferencias notables.

3. CONOCIMIENTOS GEOMÉTRICOS Y USO DE SCRATCH EN LAS AULAS

Como es bien sabido la matemática, y concretamente la geometría, está presente en el currículo educativo desde las primeras etapas educativas. Es claro que un adecuado desarrollo de las habilidades espaciales y geométricas es necesario desde edades tempranas (Maturana y Curbeira, 2018). Sin embargo, existen estudios que siguen afirmando la existencia de déficits en la implementación de estrategias y actividades didácticas para la enseñanza de la geometría desde las primeras etapas educativas (Torres, Palacios y Martínez, 2017), así como ausencias metodológicas (Fabres, 2016). Con el fin de contribuir a la solución de esta situación educativa existen multitud de estudios que aportan orientaciones curriculares y propuestas docentes para la enseñanza de la geometría en diferentes etapas educativas, haciendo uso de recursos variados, y desde diversos puntos de vista (Alsina, Novo y Moreno, 2016; Antón y Gómez, 2016; Lodoño, Zaldívar y Montes, 2018; Orcos, Jordán y Magreñán, 2018; Franco-Mariscal y Sánchez, 2019).

Fomentar las habilidades de programación y el pensamiento computacional es otro de los retos de la educación. Hoy en día los primeros conocimientos sobre programación se adquieren en las primeras etapas educativas y Scratch es un lenguaje adecuado para aprender a programar (sobre todo para niños) (Dezuanni

y Monroy-Hernández, 2012). En Educación Secundaria el uso de Scratch sigue ofreciendo ventajas respecto a otros lenguajes de programación, capacitando a los estudiantes para continuar con estudios de programación (Ouahbi, Kaddari, Darhmaoui, Elachqar y Lahmine, 2015). Sin embargo, a pesar de esta realidad, en Educación Superior se sigue precisando de la mejora de habilidades de programación, y los cursos de iniciación o introducción a la programación son esenciales en ese sentido. En este contexto existen también estudios que afirman que el uso de Scratch mejora las habilidades de programación en, por ejemplo, estudiantes de Educación Superior en ingeniería a través del desarrollo de juegos digitales en este entorno de programación (Rafalski y Santos, 2016; Muñoz, Barcelos, Villarroel y Silveira, 2017; Topalli y Cagiltay, 2018). Además de las aportaciones positivas en tareas de programación, el uso de este entorno ofrece numerosas ventajas de diversa índole. Autores como Fesakis y Serafeim (2009) afirman, por ejemplo, que el uso de Scratch en el aula contribuye a la disminución significativa de la ansiedad de los estudiantes hacia el uso de las tecnologías en la práctica educativa. Este entorno de programación fomenta también la creatividad del proceso de enseñanza y aprendizaje mediante, por ejemplo, experiencias educativas de diseño y creación de videojuegos permitiendo el desarrollo interdisciplinar y el trabajo simultáneo de distintas competencias desde el razonamiento crítico (Cano y Delgado, 2015). Además, el lenguaje Scratch ayuda en el desarrollo de un aprendizaje autodirigido y en colaboración con compañeros (Maloney, Resnick, Rusk, Silverman y Eastmond, 2010) y fomenta la comunicación (Otrel-Cass, Forret y Taylor, 2009).

En relación con el aprendizaje de la matemática se ha demostrado que el uso de Scratch influye en la adquisición y desarrollo de habilidades cognitivas superiores como el pensamiento creativo, las habilidades matemáticas y el pensamiento lógico (Marmolejo y Campos, 2012). Este entorno de programación influye, además, de forma positiva en cuestiones precisas como la exploración de conceptos matemáticos (Calder, 2010), el desarrollo de habilidades de resolución de problemas de los estudiantes (Shin y Park, 2014), o la mejora en la capacidad de razonamiento de las tablas de multiplicar (Silva, Chiquillo y Chinome, 2017), entre otros.

Respecto a la geometría existen estudios que identifican contenidos matemáticos, entre ellos geométricos, que pueden ser enseñados a través de este lenguaje (Tenório, Dias, Kleinubing, Gaffuri y dos Santos Jr, 2017). Además, se ha demostrado que el uso de Scratch favorece, precisamente, el aprendizaje del conocimiento geométrico. Así, Ferreira y de Oliveira (2018) afirman que su uso favorece el aprendizaje de las figuras planas en las primeras etapas educativas y,

concretamente, la comprensión de algunas propiedades de los polígonos regulares como el número de lados y la amplitud de los ángulos (Ramalho y Ventura, 2017). Sin embargo, aunque existen estudios que aportan propuestas para el aprendizaje de cuestiones concretas de la matemática haciendo uso de Scratch en el contexto de la formación de futuros docentes (Baeza, Claros, Sánchez y Arnal, 2017), no existen estudios, hasta donde nosotros conocemos, que analicen el efecto del uso de este lenguaje de programación en el aprendizaje de conceptos geométricos durante tres cursos consecutivos, y con el tamaño de muestra y metodología que nosotros presentamos en la formación de futuros docentes de Primaria.

4. MÉTODO

El estudio que aquí se presenta es de carácter cuantitativo, enmarcado dentro de los diseños de tipo cuasi-experimental.

4.1. Muestra

Para evaluar el efecto de la Geometría de la Tortuga del lenguaje de programación Scratch en el aprendizaje de conceptos geométricos de futuros docentes de Primaria se ha utilizado un muestreo de tipo incidental, obteniendo una muestra total de 366 estudiantes de 4º curso del Grado en Maestro en Educación Primaria de la Facultad de Educación de la UCM que cursaban la asignatura de *Matemáticas y su Didáctica III*. El estudio se ha llevado a cabo durante los tres últimos cursos académicos, contando con un grupo experimental y otro de control cada año. La distribución de la muestra por años y grupos se detalla en la Tabla I.

TABLA I
Distribución de la muestra por año y grupo experimental o de control

	1º año	2º año	3º año	TOTAL
<i>Experimental</i>	51	61	41	153
<i>Control</i>	60	84	69	213
<i>TOTAL</i>	111	145	110	366

4.2. Descripción de la metodología docente

El grupo experimental siguió una metodología docente basada en el uso del lenguaje de programación Scratch para trabajar contenidos en geometría, tales como: *Sistema de coordenadas cartesianas; Descripción de posiciones y movimientos; Formas y figuras geométricas planas: elementos, relaciones y clasificación; Clasificación de triángulos atendiendo a sus lados y sus ángulos; Clasificación de cuadriláteros atendiendo al paralelismo de sus lados; Perímetro y área; Regularidades y simetrías; Transformaciones geométricas: traslaciones y giros; Frisos y pavimentos*; etc. Las sesiones se llevaron a cabo en un aula informática dotada de 20 ordenadores para los estudiantes y otro para el profesor, pizarra blanca, video proyector y pizarra digital. Esta metodología se aplicó durante un mes en el primer cuatrimestre de los tres últimos cursos académicos, a razón de tres horas por semana. Por otro lado, el grupo de control recibió la formación sobre los mismos contenidos en geometría en su aula ordinaria, también durante un mes en el primer cuatrimestre. Sin embargo, en este caso, los estudiantes siguieron la metodología que cada profesor utilizaba de forma natural (que en ningún caso hizo uso de recursos tecnológicos).

En la metodología del grupo experimental se contó con una guía de funcionamiento que el profesor puso a disposición de los estudiantes con actividades y ejercicios que podían ser desarrollados secuencialmente por el alumno mediante el lenguaje Scratch (Roanes-Lozano, 2018). Dicha guía está pensada para un usuario principiante en este lenguaje y se centra especialmente en introducir la Geometría de la Tortuga y en enseñar a programar en este lenguaje de una forma incremental. Esta guía (dividida en siete bloques: Primeras órdenes; Iniciación a la Geometría de la Tortuga; Procedimientos y subprocedimientos; Procedimientos con entradas -variables-; Operaciones; Coordenadas y rumbo y Condicionales y operaciones lógicas) ha sido uno de los principales recursos didácticos empleados en la puesta en práctica de la metodología del grupo experimental, tratando así de fomentar la participación del alumno. En cada una de las clases impartidas se han desarrollado las siguientes fases:

- Al comienzo de cada sesión, el profesor realizó una exposición / introducción de nuevos conceptos y, con el fin de motivar y mantener la atención de los estudiantes, les planteó interrogantes para resolver mentalmente.
- A continuación, el profesor planteó problemas relacionados con los contenidos tratados, tanto en la primera parte de la sesión como en sesiones anteriores, y se les dejó tiempo para su resolución en clase de

forma individual o grupal (dependiendo de la sesión y el problema a resolver) haciendo uso del lenguaje de programación Scratch.

- Al final de la sesión, estudiantes voluntarios mostraron la resolución de los problemas planteados, proyectado el proceso llevado a cabo en la pantalla para poder ser visto por el conjunto de todos los estudiantes.

De este modo, el desarrollo estructurado de las sesiones permite presentar a los estudiantes situaciones matemáticas en las que el uso del ordenador facilita el aprendizaje, además de permitir poner en práctica un proceso de enseñanza y aprendizaje centrado en la aplicación de la Geometría de la Tortuga y, concretamente, en el uso del lenguaje de programación Scratch para la enseñanza de matemáticas en Educación Primaria.

Igualmente, cabe destacar que la metodología docente basada en el uso del lenguaje de programación Scratch permite a los estudiantes, además de trabajar los contenidos curriculares relativos a la geometría, descubrir las posibilidades de Scratch para Educación Matemática, comenzar a programar en un lenguaje computacional, analizar ejemplos de aplicación del ordenador en la enseñanza de la Matemática propia de Primaria, realizar construcciones geométricas propicias para ser realizadas con la Geometría de la Tortuga y resolver cuestiones de la vida diaria para las que convenga realizar un sencillo programa con Scratch.

En el desarrollo de esta metodología con el grupo experimental se consideraron ejemplos de diversa índole:

- Algunos de ellos se basaron simplemente en el repaso de contenidos geométricos ya adquiridos con anterioridad por los estudiantes, pero implementados, en esta ocasión, en el lenguaje de programación Scratch. En la Figura 3 puede verse el caso del cálculo del área de un triángulo cuando se conocen su base y su altura.



Figura 3. Área de un triángulo dadas su base y su altura

- Otros de los ejemplos se basaron en la aplicación, desde diferentes puntos de vista, de teoremas ya conocidos por los estudiantes, como el Teorema de Pitágoras, de forma que el estudiante tenga que razonar, sin que se trate de una mera sustitución de valores en el teorema. Normalmente, en las clases de matemáticas la aplicación de este teorema suele hacerse sobre triángulos rectángulos de los que se pueden conocer fácilmente las coordenadas de sus vértices. Sin embargo, durante el desarrollo de la metodología docente con Scratch, se trabajó en la construcción de un triángulo rectángulo isósceles del que sólo se conoce su hipotenusa (100) y que está contenida en el eje de abscisas. Si lo que se propone es dibujarlo usando el bloque que utiliza coordenadas cartesianas “ir a x: y:”, el estudiante debe necesariamente conjeturar y razonar que el eje de simetría del triángulo rectángulo isósceles de partida divide a éste en dos triángulos que también son rectángulos isósceles. Una vez hecho esto, el código Scratch es trivial (Figura 4).

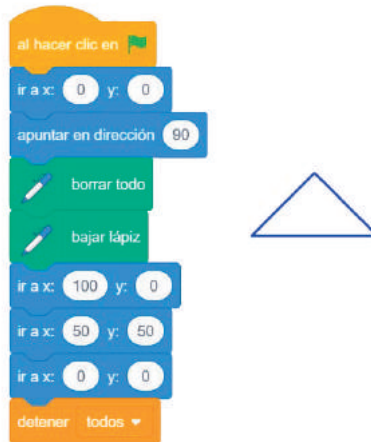


Figura 4. Triángulo rectángulo con hipotenusa de longitud conocida contenida en el eje de abscisas (usando coordenadas cartesianas)

Este tipo de construcciones también se trabajó obteniendo la longitud de los catetos de un triángulo rectángulo isósceles a partir de la longitud de su hipotenusa (en lugar de obtener la longitud de la hipotenusa a partir de la longitud de los catetos, como suele hacerse habitualmente). Ello se pudo ejercitar solicitando que el dibujo se realizara utilizando sólo los bloques (comandos) más habituales de la Geometría de la Tortuga, “mover” y “girar”, no permitiendo utilizar el basado en coordenadas cartesianas “ir a x: y:” (Figura 5).

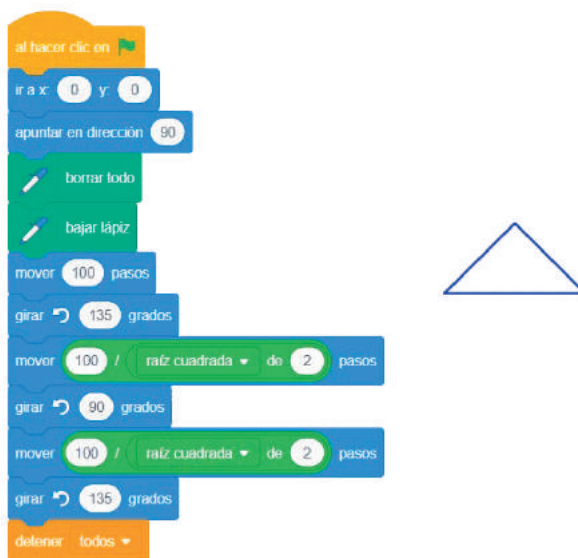


Figura 5. Triángulo rectángulo con hipotenusa de longitud conocida contenida en el eje de abscisas (sin usar coordenadas cartesianas)

- Se utilizaron también en el desarrollo de la metodología otros ejemplos basados en conceptos geométricos para tratar la diferencia entre lo que puede considerarse una comprobación intuitiva y una demostración matemática. Es el caso, por ejemplo, de la construcción de un polígono regular. Si se utiliza Geometría de la Tortuga la idea es partir de un punto del plano, recorrer todos los lados del polígono regular correspondiente, y volver al punto de partida terminando con la misma orientación con la que se comenzó. Así, es claro que, al haber girado una vuelta completa, y tratarse de un polígono regular (por lo que todos los giros deben ser iguales), la amplitud del ángulo de giro es, en todos los vértices, de 360 grados dividido entre el número de lados del polígono. Puede verse en la Figura 6 el código Scratch para la construcción de un polígono regular de N lados de longitud L , aplicado a dibujar un pentágono regular de lados de longitud 100. Una vez trabajado este tipo de comprobación intuitiva con los estudiantes haciendo uso del lenguaje Scratch, se procedió a la demostración formal para la obtención de la amplitud de giro (Figura 7), basada en la suma de las medidas de los ángulos de un triángulo y la medida del ángulo llano. Con la presentación de ejemplos de este tipo se pretende que los estudiantes, además de trabajar contenidos curriculares propios de la geometría, se aproximen a la idea de argumentación deductiva propia de la matemática.

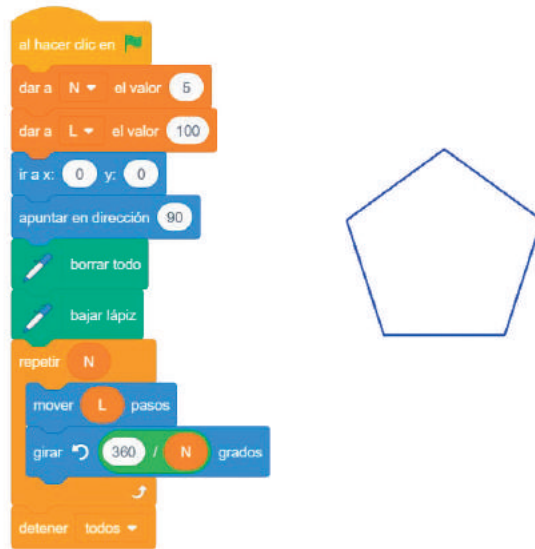


Figura 6. Construcción de un pentágono regular

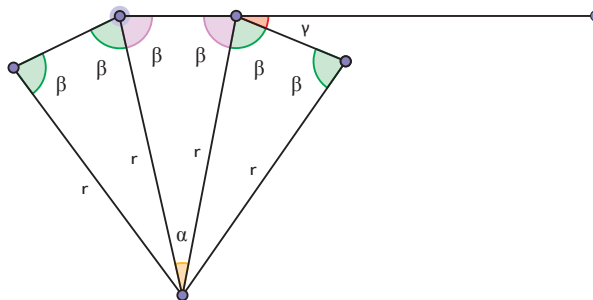


Figura 7. Amplitud del ángulo de giro para la construcción de un polígono regular

- Con otros ejemplos desarrollados en la metodología docente con Scratch se resaltó la importancia de no diseñar pruebas de evaluación que requieran de la necesidad de poner en práctica estrategias de “idea feliz” (recordemos que los estudiantes son futuros docentes). Se propuso para ello la definición de un procedimiento en Scratch que dibujara un triángulo a partir de las coordenadas de sus vértices y de forma que el “ombligo” del gato (cursor gráfico) se posicionara, finalmente, en el interior del triángulo dibujado. La mayoría de los estudiantes propuso, en este

caso, soluciones particulares para la posición final del cursor basadas, principalmente, en desplazamientos y giros de pequeñas longitudes y amplitudes. Sin embargo, algunos llegaron a soluciones basadas en calcular las coordenadas del punto medio de una de las medianas del triángulo (idea feliz), o a utilizar la fórmula de las coordenadas del baricentro del triángulo. Esta última, además de ser también una idea feliz, requiere conocer un resultado que no se había impartido en la asignatura (Figura 8). Este ejemplo permitió, además, contribuir a un aprendizaje más significativo de estos conceptos geométricos.

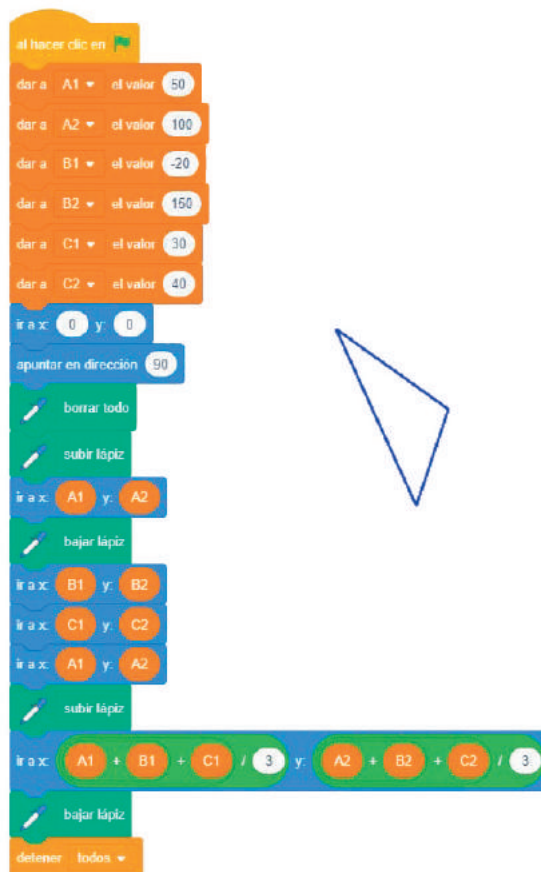


Figura 8. Procedimiento en Scratch que dibuja un triángulo a partir de las coordenadas de sus vértices, terminando el cursor en el baricentro del triángulo

4.3. Instrumentos

Para alcanzar los objetivos de este estudio se han utilizado dos instrumentos de evaluación elaborados *ad hoc*. Por un lado, se elaboró una prueba objetiva de 10 preguntas de opción múltiple, cada una con 4 opciones de respuesta para evaluar el nivel de adquisición de contenidos geométricos referidos a la *posición relativa de rectas con respecto a una circunferencia; intersección de figuras planas; teselación del plano; orientación en el plano; tipos de triángulo; traslaciones, giros y simetrías en el plano; proporcionalidad; tipos de paralelogramo; posición relativa de dos rectas en el plano; y perímetro de una figura*. Esta prueba fue aplicada al conjunto total de estudiantes (ver Anexo).

Del mismo modo, y únicamente para el grupo experimental, se diseñó un cuestionario para evaluar sus actitudes y satisfacción con el uso y manejo de Scratch, así como con la metodología desarrollada por parte del docente. Este instrumento, configurado por 32 ítems con escala tipo Likert de 0 a 4 (con una puntuación global de 0 a 128), evalúa aspectos relacionados con el nivel de *motivación, interés, autonomía, creatividad y participación activa* que generó el uso de esta metodología en los estudiantes. Igualmente, se incluyeron elementos de *valoración del propio lenguaje Scratch* (como la facilidad de comprensión, el manejo y el entorno gráfico que utiliza); la *suficiencia y adecuación de las actividades* realizadas; y la *eficacia percibida* por parte del estudiante, en términos de lo aprendido, entre otros aspectos. Este instrumento mostró niveles altamente satisfactorios de fiabilidad (α de Cronbach = 0,932 para la escala total). La descripción detallada de los ítems puede verse en la Tabla II.

4.4. Análisis de datos

El análisis de datos se realizó con el programa estadístico SPSS 25. En primer lugar, se llevaron a cabo estudios descriptivos globales sobre el rendimiento en matemáticas del conjunto total de los alumnos y el nivel de actitudes y satisfacción de aquellos que trabajaron con Scratch. Posteriormente, se realizaron estudios diferenciales (aplicando *t* de Student, ANOVA y calculando el tamaño del efecto con η^2 cuadrado) sobre el rendimiento en matemáticas (en función del grupo de pertenencia: experimental y de control) y sobre la satisfacción de los alumnos con la metodología empleada con Scratch (en función del curso académico). Posteriormente, tomando únicamente los sujetos del grupo experimental, se llevó a cabo un análisis correlacional entre las variables de rendimiento y actitud hacia el lenguaje de Scratch (calculando el coeficiente de Pearson) y un análisis clúster para identificar perfiles de estudiantes en función de dichas variables.

5. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

5.1. Estudios descriptivos

A nivel global, los resultados de los análisis descriptivos en la prueba de matemáticas aplicada al conjunto total de sujetos muestran una media de 6,05 (sobre 10 puntos) con una desviación típica de 1,99 (valor que indica una homogeneidad media en las puntuaciones). Un análisis pormenorizado de los ítems, refleja que en torno al 76% de los estudiantes respondió correctamente a las cuestiones relativas a la *teselación del plano mediante la combinación de polígonos regulares* y los tipos de *paralelogramo (cuadrado, rectángulo, rombo y romboide)*, mientras que más del 53% de los estudiantes respondió de forma incorrecta los ítems relacionados con la *tipología de triángulos acorde a sus lados y sus ángulos* y con la *posición relativa de rectas con respecto a una circunferencia* (Figura 9). Este resultado confirma la existencia de aportaciones positivas de la metodología con Scratch, ya que estos últimos contenidos no son propios de Geometría de la Tortuga.

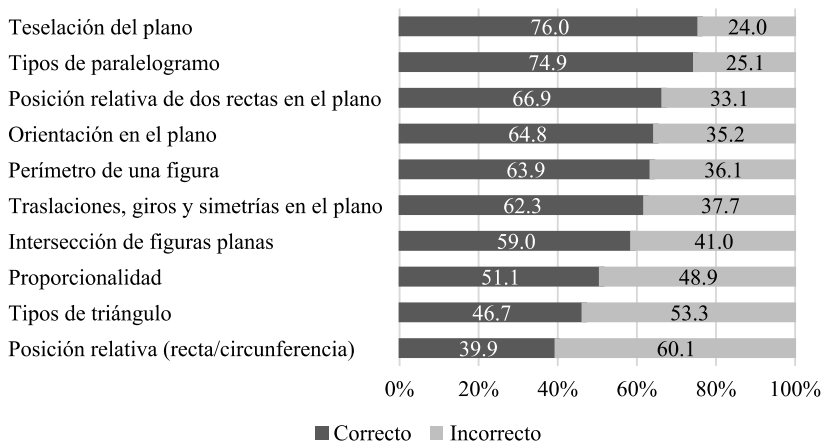


Figura 9. Porcentajes de acierto y error en los ítems de matemáticas

Por su parte, los resultados del análisis descriptivo del cuestionario sobre actitudes aplicado únicamente a los estudiantes que trabajaron con la metodología Scratch reflejan, en términos globales, un nivel medio-bajo (promedio de 37,08 en una escala de 0 a 128) en las puntuaciones, pero con una alta heterogeneidad en las mismas (desviación típica de 45,84), lo cual es indicador de la amplia variedad y dispersión de las valoraciones de los alumnos (ver Tabla II), hecho que se reflejará

en los posteriores estudios diferenciales y análisis clúster. De forma específica, se observa que los alumnos consideran que *la utilización de esta metodología contribuye a la participación activa y el desarrollo del pensamiento lógico matemático* (ítems 9 y 3 con promedios altos de 3,34 y 3,07, respectivamente, donde la media teórica en cada ítem es 2) y *favorece el aprendizaje de contenidos geométricos y el desarrollo de la creatividad* (ítems 1 y 6 con promedios de 2,88 y 2,86). Respecto al uso y manejo del programa, los resultados indican que los alumnos consideran que *Scratch es de fácil manejo y comprensión* (ítems 10 y 11) y valoran como amplio *el abanico de posibilidades que ofrece el programa* (ítem 14, con un promedio de 2,92). Por último, los resultados relativos a la satisfacción de alumnado con el uso de Scratch (ítems 21 al 32) reflejan puntuaciones altas o medio altas en casi todos los casos, destacando especialmente las valoraciones muy positivas que hacen los estudiantes sobre *la utilización de programas informáticos para el aprendizaje de las matemáticas* (ítems 31 y 30 con puntuaciones medias de 3,40 y 3,00, respectivamente).

TABLA II
Medias en los ítems del instrumento de satisfacción

	Media	D.T.
01. Favorece el aprendizaje de los contenidos de geometría	2,88	0,71
02. Aumenta el interés hacia la geometría	2,59	0,99
03. Contribuye al desarrollo del pensamiento lógico matemático	3,07	0,83
04. Favorece el trabajo en grupo	2,28	1,17
05. Fomenta la autonomía del estudiante	2,61	0,86
06. Desarrolla la creatividad	2,86	0,98
07. Resulta motivador	2,58	1,07
08. Favorece la resolución de problemas	2,54	0,91
09. Requiere una participación activa del alumno	3,34	0,86
10. El programa Scratch es fácil de comprender	2,88	0,90
11. El programa Scratch es fácil de manejar	2,91	0,91
12. El entorno gráfico que utiliza el programa es asequible para alumnos de Primaria	2,75	0,94
13. Utilizaré Scratch en mi futuro como profesor	2,48	1,06
14. Me ha sorprendido el abanico de posibilidades que ofrece Scratch	2,92	0,96
15. He tenido dificultades para entender y manejar el programa	2,70	1,28
16. Tengo interés por aprender otras utilidades y posibilidades de Scratch	2,52	1,11
17. Las actividades que hemos realizado con Scratch han sido adecuadas para mi aprendizaje	2,84	0,86
18. Las actividades han sido suficientes para entender los contenidos trabajados	2,75	0,93

19. He comprendido mejor la geometría gracias a esta herramienta	2,57	1,08
20. Scratch permite evaluar de forma objetiva las competencias adquiridas por los alumnos	2,49	0,96
21. Estoy satisfecho con lo que he aprendido en esta asignatura	2,86	1,01
22. Estoy satisfecho con la metodología utilizada en esta asignatura	2,89	1,01
23. Recomendaría Scratch para la formación de maestros en la enseñanza de la geometría	2,97	1,08
24. El uso de Scratch me ha resultado más motivador e interesante que otros recursos	2,87	1,07
25. Lo que he aprendido es útil para mi formación	2,84	1,02
26. La dinámica desarrollada en esta asignatura ha favorecido la relación con el profesor	2,67	1,02
27. Creo que hemos alcanzado las competencias previstas en la guía docente de la asignatura	2,90	0,83
28. El desarrollo de esta parte de la asignatura (utilizando Scratch) se ha ajustado a lo establecido en la guía docente	2,92	0,86
29. El desarrollo de esta parte de la asignatura ha respondido a mis expectativas	2,63	1,06
30. Me gustaría que los profesores utilizaran programas informáticos para otros contenidos de la asignatura de matemáticas	3,00	1,14
31. Creo que a los estudiantes de Primaria les motiva el uso de programas informáticos en su aprendizaje	3,40	0,86
32. Globalmente valora el uso de Scratch para la adquisición de las competencias en Geometría	3,02	0,79
<hr/>		
<i>TOTAL ACTITUDES (0-128)</i>	37,08	45,84
<hr/>		

5.2. Estudios diferenciales

En primer lugar, y con el fin de identificar posibles diferencias en el nivel de matemáticas entre el grupo experimental y de control, se realizaron análisis diferenciales aplicando la prueba t de Student. Tomando el conjunto total de los sujetos, los resultados muestran un nivel significativamente más alto en los alumnos del grupo experimental que han seguido la metodología con Scratch, respecto al resto de alumnos del grupo de control ($p < 0,01$ con un tamaño del efecto moderado, $\eta^2 = 0,06$, según Pardo y Ruiz, 2009). De igual modo, analizando las diferencias entre ambos grupos en cada uno de los tres cursos académicos, se observa que las medias en matemáticas de los alumnos del grupo experimental son significativamente superiores a las del grupo de control todos los años (con un tamaño del efecto grande, en el 1º año y moderado en el 2º y 3º año) (ver Tabla III).

TABLA III
Rendimiento en matemáticas según grupo experimental y de control
en los tres años de estudio y por curso académico

		<i>N</i>	<i>Media</i>	<i>D.T.</i>	<i>t</i>	<i>Sig.</i>	η^2
<i>1º año</i>	Experimental	51	6,80	2,17	3,17	0,00	0,09
	Control	60	5,60	1,75			
<i>2º año</i>	Experimental	61	6,59	2,12	2,55	0,01	0,05
	Control	84	5,73	1,84			
<i>3º año</i>	Experimental	41	6,44	1,96	2,24	0,02	0,04
	Control	69	5,59	1,88			
<i>Total Matemáticas</i>	Experimental	153	6,62	2,09	4,62	0,00	0,06
	Control	213	5,65	1,82			

Igualmente, cabe señalar, que si bien existe cierta disminución en la media en matemáticas en los alumnos del grupo experimental a lo largo de los tres cursos académicos (Figura 10), dicho descenso en las puntuaciones no es significativo ($p > 0,01$).

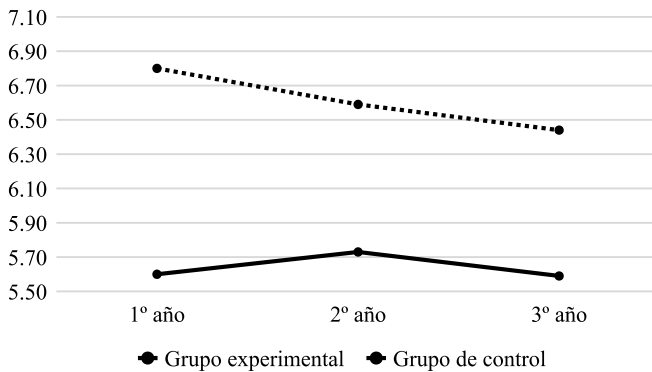


Figura 10. Rendimiento en matemáticas según grupo experimental y de control por curso académico

En el caso de las actitudes, los resultados muestran que los alumnos del 1º año de evaluación manifestaron puntuaciones más altas que el alumnado del 2º año en la *valoración global de la metodología desarrollada con Scratch*, así como en cuestiones precisas tales como que este recurso *favorece el trabajo en grupo*, y *es más motivador e interesante que otros* permitiendo, además, *evaluar de forma objetiva las competencias adquiridas* (ítems Total actitudes, 4, 24 y 20)

($p < 0,01$ con un tamaño del efecto moderado). Además, los alumnos del 3º año de evaluación valoran significativamente más alto *el abanico de posibilidades que ofrece una metodología con Scratch* (ítem 14) que los del año anterior. Por otro lado, los alumnos del 1º y 3º año de evaluación consideran que *el uso de Scratch favorece la resolución de problemas* (ítem 8) en mayor medida que los alumnos del 2º año (ver Tabla IV).

TABLA IV
Análisis diferenciales en actitudes en el grupo experimental por año de evaluación

	1º año	2º año	3º año			
Ítem	Media	Media	Media	F	Sig.	η^2
4	2,65	1,97	2,29	4,914	,009	0,061
8	2,75	2,23	2,73	6,031	,003	0,074
14	2,96	2,67	3,23	4,250	,016	0,054
20	2,76	2,23	2,56	4,509	,013	0,057
24	3,14	2,62	2,90	3,308	,039	0,042
<i>Total actitudes</i>	43,10	35,08	33,65	1,406	,246	0,047

5.3. Análisis correlacional

Tomando únicamente a los alumnos del grupo experimental, y con el fin de analizar la correlación entre sus resultados en la prueba de matemáticas y su nivel de satisfacción y actitud hacia la metodología con Scratch, se calculó el coeficiente de Pearson, obteniendo un valor significativo ($p < 0,01$) de 0,63, lo que indica una correlación imperfecta, positiva y moderada entre ambas variables. De este modo, podemos afirmar que, en términos generales, los alumnos del grupo experimental participantes en el estudio con puntuaciones más altas en actitudes son los que presentan niveles más altos en la prueba de rendimiento de matemáticas.

5.4. Análisis clúster

Para identificar la existencia de distintos perfiles de alumnado, entre los estudiantes del grupo experimental, se ha realizado un análisis clúster o de conglomerados utilizando el procedimiento de *k medias*. Los resultados muestran que el conglomerado 2 (formado por el 37,91% de los alumnos) está configurado por estudiantes con puntuaciones altas en actitudes y en matemáticas (108,02 y 7,67, respectivamente). Por otro lado, el conglomerado 3 (formado por el

15,03% del alumnado) corresponde al conjunto de estudiantes con puntuaciones medio-bajas en actitudes y de nivel medio en matemáticas (50,22 y 5,70 respectivamente), mientras que el conglomerado 1 está formado por alumnos con puntuaciones medio-altas en actitudes y de nivel medio en matemáticas (85,44 y 6,56, respectivamente) (Figura 11).

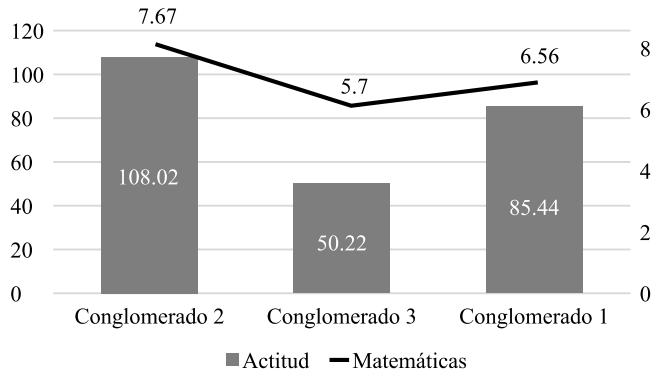


Figura 11. Representación gráfica de los conglomerados finales en función de las puntuaciones en matemáticas y su nivel en actitudes.

6. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos en el presente estudio nos permiten afirmar que, en general, la metodología desarrollada con Scratch ha resultado positiva para el alumnado participante en el estudio. Concretamente, los resultados de los análisis realizados muestran que los alumnos que han seguido la metodología presentan niveles más altos en el aprendizaje de contenidos geométricos (resultados coincidentes con los de Smith y Neumann, 2014) y nos permiten obtener las siguientes conclusiones respecto a las actitudes hacia la misma:

- El manejo y comprensión del programa es valorado por los alumnos como una tarea sencilla, opinión similar a la de autores como Tanrikulu y Schaefer (2011), quienes remarcan la alta accesibilidad de Scratch para principiantes. Además, los alumnos manifiestan que este programa es más motivador e interesante que otros que han utilizado, estando relacionado su uso con el aumento de la motivación hacia el aprendizaje en general (Erol y Kurt, 2017; Permatasari, Yuana y Maryono, 2018; Topalli y Cagiltay, 2018).
- Igualmente, los alumnos afirman que la metodología desarrollada con Scratch fomenta la participación activa y favorece el desarrollo del

pensamiento lógico matemático (resultados coincidentes con los de Calder, 2010 y Shin y Park, 2014), así como la creatividad, dado el amplio abanico de posibilidades que ofrece el programa (resultados coincidentes con los de (Resnick et al. 2009; Taylor, Harlow y Forret, 2010).

- Por otro lado, si bien determinadas tareas con Scratch contribuyen a fomentar la autonomía en el aprendizaje (Esteban y Castro, 2018), los alumnos consideran que el uso de Scratch favorece el trabajo en grupo. Este hecho pone de manifiesto la riqueza metodológica del uso de la herramienta, lo que conlleva, sin duda, a una necesaria reflexión en la tipología de actividades que se planifican con Scratch, siendo importante considerar, en cada caso, aquella que mejor se ajuste al objetivo concreto que se pretende conseguir.
- Asimismo, los alumnos consideran que el uso de Scratch permite evaluar de forma objetiva las competencias adquiridas, apreciación en consonancia con autores como Scaffidi y Chambers (2012) quienes afirman que este programa puede contribuir al desarrollo de habilidades relacionadas con la adquisición de competencias.

El análisis cluster llevado a cabo ha permitido identificar tres perfiles de estudiantes en función de sus puntuaciones en la prueba de matemáticas y en el cuestionario de actitudes. Así, el conglomerado 2 está formado por estudiantes con puntuaciones altas tanto en actitudes como en matemáticas, el conglomerado 1 está configurado por alumnos con puntuaciones medio-altas en actitudes y de nivel medio en matemáticas y el conglomerado 3 por estudiantes con puntuaciones medio-bajas en actitudes y de nivel medio en matemáticas. Dichos resultados, junto con el estudio correlacional realizado, ponen de manifiesto la relación entre actitud y rendimiento, como afirman también Wang, Huang y Hwang (2016).

Por último, cabe destacar que, aunque muchos investigadores han abordado el potencial de usar Scratch en diversas etapas educativas, pocos se han enfocado en investigar los efectos de usar Scratch en el rendimiento de los alumnos y en sus percepciones a través de estudios empíricos (Taylor, Harlow y Forret, 2010). Por todo ello, el presente estudio contribuye al ámbito educativo en general, y a las instituciones educativas y profesorado en particular, presentando, mediante un estudio experimental, información actual y de interés sobre el efecto del uso de Scratch en el aprendizaje de conceptos geométricos; aportando evidencias que muestran los beneficios del uso de esta metodología en otras áreas además de las ya estudiadas como son el pensamiento computacional, las prácticas computacionales (Álvarez, 2017; Sáez-López, Román-González y Vázquez-Cano, 2016), y los procesos matemáticos como la modelización y la resolución de problemas (Calao, Moreno-León, Correa y Robles, 2015).

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abelson, H., y diSessa, A. A. (1981). *Turtle Geometry: The computer as a Medium for Exploring Mathematics*. Cambridge: The MIT Press. <https://bit.ly/2FcO2QQ>
- Alsina, Á., Novo, M. L., y Moreno, A. (2016). Redescubriendo el entorno con ojos matemáticos: Aprendizaje realista de la geometría en Educación Infantil. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 5(1), 1-20. <http://www.edma0-6.es/index.php/edma0-6/article/view/9>
- Álvarez, M. (2017). Desarrollo del pensamiento computacional en Educación Primaria: una experiencia educativa con Scratch. Universitas Tarraconensis. *Revista de Ciències de l'Educació*, 1(2), 45-64. <https://bit.ly/2GTjJjv>
- Antón, A. y Gómez, M. (2016). La geometría a través del arte en Educación Infantil. *Enseñanza & Teaching*, 34(1), 93-117. <http://hdl.handle.net/10366/129611>
- Armoni, M., Meerbaum-Salant, O., y Ben-Ari, M. (2015). From scratch to “real” programming. *ACM Transactions on Computing Education (TOCE)*, 14(4), 25. DOI: <http://dx.doi.org/10.1145/2677087>
- Baeza, M. Á., Claros, F. J., Sánchez, M. T., y Arnal, M. (2017). Pensamiento Matemático Avanzado y Scratch: El Caso del Máximo Común Divisor. *Pensamiento Matemático*, 7(2), 43-64.
- Barrow, L., Markman, L., y Rouse, C. E. (2009). Technology's edge: The educational benefits of computer-aided instruction. *American Economic Journal: Economic Policy*, 1(1), 52-74. <https://doi.org/10.1257/pol.1.1.52>
- Boiten, E. A. (2004). *Turtle Graphics: Exercises in Haskell*. Canterbury: University of Kent. <https://bit.ly/2AqY6l2>
- Boychev, P. (2014). *Logo Tree Project*. Retrieved from <https://bit.ly/2s6MC1y>
- Cabezas, J., y Hernández-Encinas, L. (1988). Geometría esférica en logo. *Gaceta matemática*, (1), 13-24. <https://bit.ly/2Tu7sDU>
- Calao L.A., Moreno-León J., Correa H.E., y Robles G. (2015). *Developing Mathematical Thinking with Scratch*. In G. Conole, T. Klobočar, C. Rensing, J. Konert, E. Lavoué (Eds.), *Design for Teaching and Learning in a Networked World* (pp. 17-27). Cham: Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-24258-3_2
- Calder, N. (2010). Using Scratch: An integrated problem-solving approach to mathematical thinking. *Australian Primary Mathematics Classroom*, 15(4), 9-14. <https://bit.ly/2LQ1XN0>
- Cano, E. V., y Delgado, D. F. (2015). La creación de videojuegos con Scratch en Educación Secundaria. *Communication papers: media literacy and gender studies*, 4(6), 63-73. <https://communicationpapers.revistes.udg.edu/communication-papers/article/view/22083>
- Capot, R. B., y Espinoza, R. M. (2015). Desarrollo del pensamiento computacional con Scratch. *Nuevas Ideas en Informática Educativa*, 616-620. En J. Sánchez (editor), *Nuevas Ideas en Informática Educativa*, 11, 616-620. <http://www.tise.cl/volumen11/TISE2015/616-620.pdf>
- Carrillo, P. E., Onofa, M., y Ponce, J. (2011). *Information technology and student achievement: Evidence from a randomized experiment in Ecuador*. Inter-American Development Bank WP No. 223. <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.1818756>
- Cotter, C. (1998). *Turtle Graphics Interface for REDUCE Version 3*. Retrieved from <https://bit.ly/2VvOZbz>
- Dezuanni, M., y Monroy-Hernández, A. (2012). «Prosumidores interculturales»: la creación de medios digitales globales entre los jóvenes. *Comunicar*, 38, 59-66. <https://doi.org/10.3916/C38-2012-02-06>
- Erol, O., y Kurt, A. A. (2017). The effects of teaching programming with Scratch on pre-service information technology teachers' motivation and achievement. *Computers in Human Behavior*, 77, 11-18. <https://doi.org/10.1016/j.chb.2017.08.017>

- Esteban, E. G., y Castro, G. W. (2018). Autonomía y TIC en el aprendizaje de jóvenes y adultos. Pedagogía socio-crítica a través de talleres de Scratch. *Praxis Educativa*, 22(3), 71-82. <https://doi.org/10.19137/praxiseducativa-2018-220308>
- Fabres, R. (2016). Estrategias metodológicas para la enseñanza y el aprendizaje de la geometría, utilizadas por docentes de segundo ciclo, con la finalidad de generar una propuesta metodológica atinente a los contenidos. *Estudios pedagógicos (Valdivia)*, 42(1), 87-105. <http://dx.doi.org/10.4067/S0718-07052016000100006>
- Fayad, A. M. (2014). Primer curso de programación en Enseñanza Media: la experiencia con scratch. *Didasc@lia: Didáctica y Educación*, 5(1), 47-54. <http://revistas.ult.edu.cu/index.php/didascalial/article/view/257>
- Ferreira, W. C., y de Oliveira, C. A. (2018). O Scratch nas aulas de matemática: caminhos possíveis no ensino das áreas de figuras planas. *Cadernos Cenpec| Nova série*, 8(1), 78-97. <http://dx.doi.org/10.18676/cadernoscenpec.v8i1.390>
- Fesakis, G., y Serafeim, K. (2009). Influence of the familiarization with scratch on future teachers' opinions and attitudes about programming and ICT in education. *ACM SIGCSE Bulletin*, 41(3), 258-262. <https://doi.org/10.1145/1595496.1562957>
- Franco-Mariscal, A. J., y Sánchez, P. S. (2019). Un enfoque basado en juegos educativos para aprender geometría en educación primaria: Estudio preliminar. *Educação e Pesquisa*, 45. <https://doi.org/10.1590/s1678-4634201945184114>
- Garbayo, M., Roanes-Lozano, E., y Roanes-Macias, E. (2001). Tort-Decó: a "turtle geometry"-based package for drawing periodic designs. *Mathematical and computer modelling*, 33(4-5), 321-340. [https://doi.org/10.1016/S0895-7177\(00\)00247-8](https://doi.org/10.1016/S0895-7177(00)00247-8)
- Garcia, D., Segars, L., y Paley, J. (2012). Snap! (build your own blocks): tutorial presentation. *Journal of Computing Sciences in Colleges*, 27(4), 120-121. <https://bit.ly/2C2jLAd>
- Give'on, Y. S. (1991). Teaching recursive programming using parallel multi-turtle graphics. *Computers & Education*, 16(3), 267-280. [https://doi.org/10.1016/0360-1315\(91\)90061-U](https://doi.org/10.1016/0360-1315(91)90061-U)
- Grisales-Aguirre, A. M. (2018). Uso de recursos TIC en la enseñanza de las matemáticas: retos y perspectivas. *Entramado*, 14(2), 198-214. <http://dx.doi.org/10.18041/1900-3803/entramado.2.4751>
- Harvey, B. (1997). *Computer Science Logo Style: Symbolic Computing* (Vol. 1). Cambridge: MIT Press. <https://bit.ly/2LOCW4X>
- Harvey, B., y Mönig, J. (2017). *Snap! Reference manual*. Retrieved from <https://bit.ly/2TzvK0L>
- Kafai, Y., y Resnick, M. (1996). *Constructionism in practice. Designing, thinking and learning in a digital world*. Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates.
- Kutzler, B., y Stoutemyer, D. R. (1997). *Great TI-92 Programs* (Vol. 1). Austria: bk teachware.
- Lechner, J., Roanes-Lozano, E., Roanes-Macias, E., y Wiesenbauer, J. (1997). An implementation of Turtle Graphics in Derive 3. *The Bulletin of the Derive User Group*, 25, 15-22.
- Lifelong Kindergarten Group. (2013). *Getting Started with Scratch 2.0*. Available from <https://bit.ly/2JHEzyQ>
- Lodoño, N., Zaldivar, J. D., y Montes, N. C. (2018). Enseñanza del teorema de pitágoras usando GeoGebra. *Revista Electrónica AMIUTEM*, 4(2), 113-126.
- Maloney, J., Resnick, M., Rusk, N., Silverman, B. y Eastmond, E. (2010). The scratch programming language and environment. *ACM Transactions on Computing Education (TOCE)*, 10(4), 16. <https://doi.org/10.1145/1868358.1868363>
- Marji, M. (2014). *Learn to Program with Scratch: A Visual Introduction to Programming with Games, Art, Science, and Math*. San Francisco: No Starch Press.
- Marmolejo, J. E., y Campos, V. (2012). Pensamiento lógico matemático con scratch en nivel básico. *Revista vínculos*, 9(1), 87-95. <https://revistas.udistrital.edu.co/index.php/vinculos/article/view/4208>

- Marrero, I. (2019). Desde LOGO hasta Scratch y más allá. *NÚMEROS*, 100, 213-217. <http://funes.uniandes.edu.co/14801/>
- Maturana, H. F., y Curbeira, D. (2018). La formación de habilidades espaciales desde la matemática en los estudiantes de cuarto y quinto de básica primaria. *Revista Conrado*, 14(65), 267-274. http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1990-86442018000500267
- McManus, S. (2013). *Scratch programming in easy steps: covers Versions 2.0 and 1.4*. United Kingdom: In Easy Steps Limited.
- Mora, T., Escardíbul, J. O., y Di Pietro, G. (2018). Computers and students' achievement: An analysis of the One Laptop per Child program in Catalonia. *International Journal of Educational Research*, 92, 145-157. <https://doi.org/10.1016/j.ijer.2018.09.013>
- Muñoz, R., Barcelos, T., Villarroel, R., y Silveira, I. F. (2017). Using Scratch to Support Programming Fundamentals. *Journal on Computational Thinking (JCThink)*, 1(1), 68. DOI: 10.14210/ijcthink.v1.n1.p68
- Nagle, J. (2014). *Getting to Know Scratch*. New York: The Rosen Publishing Group.
- Neuwirth, E. (2001). *Turtle Ballet: Simulating Parallel Turtles in a Nonparallel LOGO Version*. In G. Futschek. (Eds.), European Logo conference Eurologo 2001, a turtle odyssey (pp. 263-270). Austria: Osterreichische Computer Gesellschaft.
- Orcos, L., Jordán, C., y Magreñán, Á. A. (2018). Uso del holograma como herramienta para trabajar contenidos de geometría en Educación Secundaria. *Pensamiento Matemático*, 8(2), 91-100. <http://hdl.handle.net/10251/137998>
- Osorio, V. L., Pino-Fan, L. R., y González, N. G. (2017). Esquemas argumentativos de estudiantes de secundaria en ambientes de geometría dinámica. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, (12), 39-57.
- Otrell-Cass, K., Forret, M., y Taylor, M. (2009). Opportunities and challenges in technology-rich classrooms: Using the Scratch software. *SET: Research Information for Teachers* 1, 49-54.
- Ouahbi, I., Kaddari, F., Darhmaoui, H., Elachqar, A., y Lahmine, S. (2015). Learning basic programming concepts by creating games with scratch programming environment. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 191, 1479-1482. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2015.04.224>
- Papert, S. (1980). *Mindstorms: Children, computers, and powerful ideas*. New York: Basic Books.
- Pardo, A., y Ruiz, M. A. (2009). *Gestión de datos con SPSS Statistics*. Madrid: Editorial Síntesis.
- Permatasari, L., Yuana, R. A., y Maryono, D. (2018). Implementation of Scratch Application to Improve Learning Outcomes and Student Motivation on Basic Programming Subjects. *IJIE - Indonesian Journal of Informatics Education*, 2(2). <http://dx.doi.org/10.20961/ijie.v2i2.15206>
- Rachum, R. (2011). *PythonTurtle*. Retrieved from <https://bit.ly/2t0hAbi>
- Rafalski, J. P., y Santos, O. L. (2016). Uma experiência com a Linguagem Scratch no Ensino de Programação com Alunos do Curso de Engenharia Elétrica. In *Anais do Workshop de Informática na Escola*, 22 (1). <http://dx.doi.org/10.5753/cbie.wie.2016.612>
- Ramalho, R., y Ventura, A. (2017). O potencial do scratch no ensino-aprendizagem da geometria. *Revista de Estudos e Investigación en Psicología y Educación*, 172-175. <http://dx.doi.org/10.17979/reipe.2017.0.13.2666>
- Resnick, M. (1995). *New paradigms for computing, new paradigms for thinking*. In A. A. diSessa, et al. (Eds.), *Computers and exploratory learning* (pp. 31-43). Berlin, Heidelberg: Springer.
- Resnick, M. (1997). *Turtles, termites, and traffic jams: Explorations in massively parallel microworlds*. Cambridge: MIT Press.
- Resnick, M., Maloney, J., Monroy-Hernández, A., Rusk, N., Eastmond, E., Brennan, K., Millner, A., Rosenbaum, E., Silver, J., Silverman, B., y Kafai, Y. (2009). Scratch: programming for all. *Communications of the ACM*, 52(11), 60-67. <https://doi.org/10.1145/1592761.1592779>
- Roanes-Lozano, E. (2018). *Geometría de la tortuga con Scratch 2.0 y enseñanza de matemática elemental*. Madrid: Universidad Complutense de Madrid. Disponible en <https://bit.ly/2F9y88Y>

- Roanes-Lozano, E., y Roanes-Macías, E. (1994a). *An implementation of "Turtle Graphics" in Maple V*. Maple Technical Newsletter, 1994 Special Issue, 82-85. <https://bit.ly/2Av4Det>
- Roanes-Lozano, E., y Roanes-Macías, E. (1994b). *Nuevas tecnologías en Geometría*. Madrid: Editorial Complutense. <https://bit.ly/2Rv5iGp>
- Roberts, R. (1987). *Power of Turbo PROLOG: The Natural Language of Artificial Intelligence*. New York: McGraw-Hill Professional. <https://bit.ly/2RuvO2V>
- Sáez-López, J. M., Román-González, M., y Vázquez-Cano, E. (2016). Visual programming languages integrated across the curriculum in elementary school: A two year case study using "Scratch" in five schools. *Computers & Education*, 97, 129-141. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2016.03.003>
- Sancho, F. (2012). NetProLogo. Retrieved from <https://bit.ly/2LXjvGV>
- Scaffidi, C., y Chambers, C. (2012). Skill progression demonstrated by users in the Scratch animation environment. *International Journal of Human-Computer Interaction*, 28(6), 383-398. <https://doi.org/10.1080/10447318.2011.595621>
- Shin, S., y Park, P. (2014). A study on the effect affecting problem solving ability of primary students through the Scratch programming. *Advanced Science and Technology Letters*, 59, 117-120. DOI: 10.14257/astl.2014.59.27
- Silva, C. J. V., Chiquillo, Z. L. M., y Chinome, J. R. C. (2017). Scratch. Estrategia didáctica para el aprendizaje de las tablas de multiplicar en escuela nueva. *Educación y Ciencia*, (20), 43-60.
- Simanca, F. A., Abuchar, A., Blanco, B., y Carreño, P. (2017). Implementación de herramientas tecnológicas en los procesos de enseñanza-aprendizaje de los triángulos. *I + D Revista de Investigaciones*, 10(2), 71-79. <https://doi.org/10.33304/revinv.v10n2-2017006>
- Sims-Coomber, H., Martin, R., y Thorne, M. (1991). A non-Euclidean implementation of LOGO. *Computers & Graphics*, 15(1), 117-130. [https://doi.org/10.1016/0097-8493\(91\)90038-J](https://doi.org/10.1016/0097-8493(91)90038-J)
- Sims-Coomber, H., y Martin, R. (1994). An implementation of LOGO for elliptic geometry. *Computers & graphics*, 18(4), 543-552. [https://doi.org/10.1016/0097-8493\(94\)90068-X](https://doi.org/10.1016/0097-8493(94)90068-X)
- Smith, C. P., y Neumann, M. D. (2014). Scratch it out! Enhancing geometrical understanding. *Teaching Children Mathematics*, 21(3), 185-188. <https://doi.org/10.5951/teacchilmath.21.3.0185>
- Suárez, W. A., y León, O. L. (2017). El aprendizaje de la visualización espacial en niños y en niñas. *Horizontes Pedagógicos*, 18(2), 110-119. <https://horizontespedagogicos.iber.edu.co/article/view/18209>
- Tanrikulu, E., y Schaefer, B. C. (2011). The users who touched the ceiling of Scratch. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 28, 764-769. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2011.11.140>
- Taylor, M., Harlow, A., y Forret, M. (2010). Using a computer programming environment and an interactive whiteboard to investigate some mathematical thinking. *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 8, 561-570. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2010.12.078>
- Tenório, M. M., Dias, C. B., Kleinubing, J. J., Gaffuri, S. L., y dos Santos Jr, G. (2017). Conteúdos Matemáticos: Propostas com a Aplicação do Scratch. *Conexões-Ciência e Tecnologia*, 10(4), 60-70. <https://doi.org/10.21439/conexoes.v10i4.1105>
- Topalli, D., y Cagiltay, N. E. (2018). Improving programming skills in engineering education through problem-based game projects with Scratch. *Computers & Education*, 120, 64-74. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2018.01.011>
- Torres, J. M., Palacios, J., y Martínez, C. (2017). La práctica docente en la asignatura de geometría en instituciones educativas colombianas. *Gestion, Competitividad E Innovación*, 5(2), 305-326.
- Wang, H. Y., Huang, I., y Hwang, G. J. (2016). Comparison of the effects of project-based computer programming activities between mathematics-gifted students and average students. *Journal of Computers in Education*, 3(1), 33-45. <https://doi.org/10.1007/s40692-015-0047-9>
- Warner, T. L. (2014). *Scratch 2.0 Sams Teach Yourself in 24 Hours*. Estados Unidos: Sams Publishing.
- Wilensky, U. (2013). *NetLogo 5.0.5 User Manual*. Retrieved from <https://bit.ly/2GUQtJs>

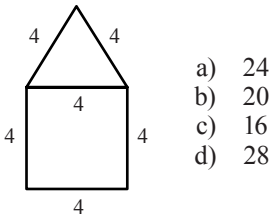
ANEXO:

ÍTEMS DE LA PRUEBA OBJETIVA DE CONTENIDOS GEOMÉTRICOS

1. ¿Qué características corresponden a un romboide?

- a) cuatro lados y cuatro ángulos distintos
- b) cuatro lados y cuatro ángulos iguales dos a dos
- c) cuatro lados no paralelos dos a dos
- d) cuatro lados iguales dos a dos y dos ángulos rectos

2. ¿Cuál es el perímetro de la siguiente figura?



- a) 24
- b) 20
- c) 16
- d) 28

3. ¿Cómo son las rectas prolongación de las diagonales de un rombo?

- a) secantes no perpendiculares
- b) coincidentes
- c) paralelas
- d) secantes perpendiculares

4. ¿A qué coordenadas corresponden los puntos en los que cambia de dirección la siguiente trayectoria si se comienza en el origen de coordenadas en sentido hacia el semieje de ordenadas positivo?:

“camina 5 metros, gira a la derecha 90 grados, camina 12 metros, gira a la izquierda 90 grados, camina 7 metros”?

- a) (0,5), (0,17),(7,17)
- b) (5,0), (5,12),(12,12)
- c) (5,0), (17,0),(17,7)
- d) (0,5), (12,5),(12,12)

5. ¿Cómo son las rectas que contienen a los lados de un cuadrado de lado 5 con respecto a una circunferencia de centro uno de los vértices del cuadrado y radio 5?

- a) dos exteriores y dos secantes
- b) dos secantes y dos tangentes
- c) dos tangentes y dos exteriores
- d) dos interiores y dos secantes

6. ¿Con que serie de movimientos se obtiene la figura B a partir de la figura A?



- a) giro de 90 grados en sentido horario a la derecha y simetría respecto a una recta vertical
- b) simetría respecto a una recta horizontal y giro de 90 grados en sentido antihorario
- c) simetría respecto a una recta vertical y giro de 90 grados en sentido horario
- d) giro de 90 grados en sentido horario y simetría respecto a una recta horizontal

7. ¿Con cuáles de los siguientes polígonos regulares puede conseguirse una teselación (esto es, pavimentar una región del plano, de forma que encajen perfectamente unas piezas con otras)?

- a) octógonos
- b) hexágonos
- c) heptágonos
- d) pentágonos

8. ¿Qué figura corresponde a la intersección de un triángulo equilátero de lado 4 y un círculo de diámetro 4 con centro en uno de los vértices del triángulo?

- a) semicírculo
- b) triángulo
- c) círculo
- d) sector circular

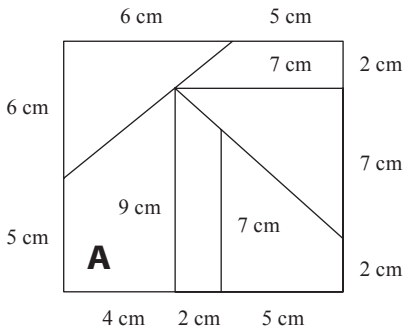
9. ¿Qué tipo de triángulo es el que forma la parte negra de la siguiente señal de tráfico?



- a) isósceles
- b) acutángulo
- c) equilátero
- d) rectángulo

10. Teniendo en cuenta el puzle de la figura ¿qué se debe hacer con cada uno de los datos para ampliar las dimensiones del puzle de forma que la longitud del lado de la pieza A que mide cuatro centímetros pase a medir tres centímetros más?

Nota: Tener en cuenta que todas las piezas del nuevo puzle deben encajar.



- a) sumar 3
- b) multiplicar por $7/4$
- c) multiplicar por 3
- d) sumar $4/7$

Autores

Angélica Martínez Zarzuelo. Universidad Complutense de Madrid, España.
angelica.martinez@ucm.es

Jesús Miguel Rodríguez Mantilla. Universidad Complutense de Madrid, España.
jesus.mro@ucm.es

Eugenio Roanes Lozano. Universidad Complutense de Madrid, España. eroanes@mat.ucm.es

María José Fernández Díaz. Universidad Complutense de Madrid, España. mjfdiaz@ucm.es