http://dx.doi.org/10.5007/1981-1322.2013v8n2p50

Capacidades algébricas fundamentais para professores

Fundamental algebraic capacities for the teachers

Maria Cristina Souza de Albuquerque Maranhão
maranhao@pucsp.br

Silvia Dias Alcântara Machado
silviada@uol.com.br

Resumo

Um dos maiores problemas que as Instituições formadoras de professores enfrentam ao prepará-los para atuar na atual sociedade é o desenvolvimento das capacidades de *discernir, organizar o pensamento e a ação em função da informação*. Dessa forma, é relevante investigar capacidades de professores advindos de cursos de licenciatura em matemática de Instituições distintas, em um curso de formação continuada, para que o delineamento do contexto formativo seja adequado: compreender para mediar essa formação. Com tal intuito realizamos uma pesquisa diagnóstica com professores de matemática em serviço que iniciavam um curso de formação continuada, para a mediação pretendida. Neste artigo apresentamos a análise das respostas dos professores a respeito de um dos problemas propostos com a intenção de identificar nas resoluções algumas capacidades fundamentais: justificar algebricamente as resoluções e conclusões, discernir entre a informação válida e inválida e distinguir a informação pertinente da não pertinente. Utilizamos procedimentos metodológicos visando o desenvolvimento de uma Teoria Fundamentada conforme (Strauss e Corbin, 2008), finalizando com a apresentação de uma estrutura teórica que embase cursos de formação de professores de matemática. Concluímos que há necessidade de trabalhos que desenvolvam as capacidades enfocadas tanto na formação pretendida quanto em cursos de formação de professores em geral, o que nos leva a sugerir pesquisas sobre se e como os Fundamentos da Álgebra estão sendo tratados em cursos de formação inicial e continuada de professores de matemática.

Palavras-chave: Conhecimento Algébrico do Professor**.** Formação de professores de Matemática. Capacidades Matemáticas. Fundamentos da Álgebra.

Abstract

A major problem faced by teacher education institutions while preparing these professionals to act in today's society is to develop their capacity to *discern and organize thinking and action as a function of the information* being dealt with. The investigation of skills held by teachers graduated from different Teaching Degree programs in Mathematics and currently attending a continuing education program can provide a profile of their formative background—knowledge that can ultimately serve to mediate their training. To this end, a diagnostic research was conducted of in-service teachers of mathematics embarking on a continuing education program. This article reports the analysis of the solutions they provided to one of the proposed problems, so as to identify key skills deployed in the resolutions—namely, the ability to justify resolutions and conclusions algebraically, discriminate between valid and invalid information, and distinguish pertinent from not pertinent information. Methodological procedures were selected with the purpose of allowing the development of a Grounded Theory (Strauss and Corbin, 2008) and the ensuing formulation of a theoretical framework for supporting Teaching Degree programs in Mathematics. The study revealed the need for interventions aimed at developing the skills addressed in the ongoing in-service program, as well as in other pre- and in-service programs. So, we suggest further investigation into how, and whether, the Foundations of Algebra are being addressed in Teaching Degree and continuing education programs in Mathematics.

Keywords: Teachers' Algebraic Knowledge. Teaching Degree programs in Mathematics. Mathematical skills. Algebraic Foundations.

Introdução

A grande responsabilidade das Instituições formadoras de professores tem crescido sem responder adequadamente à demanda social, pois a sociedade da informação:

> [...] como sociedade aberta e global, exige competências de acesso, avaliação e gestão da informação oferecida. As escolas são lugares onde as novas competências devem ser adquiridas ou reconhecidas e desenvolvidas. (ALARCÃO, 2004, p. 12)

Segundo Alarcão (idem) ainda que o acesso à informação fosse disponibilizado permaneceria o problema de sua avaliação e gestão, i.e, o *desenvolvimento da capacidade de discernir entre a informação válida e inválida, correta e incorreta, pertinente ou não*. A autora indica que uma das razões da permanência desses problemas deve-se à falta do hábito de questionar a pertinência da informação fornecida.

A nosso ver um dos maiores problemas que as Instituições formadoras de professores enfrentam é o desenvolvimento das capacidades de *discernir, organizar o pensamento e a ação em função da informação* procurada e recebida. Segundo Alarcão (ibidem), supondo tal desenvolvimento, a pessoa estaria em principio preparada para viver em tal sociedade.

A mesma autora ainda clama o desenvolvimento de contextos formativos que propiciem o desenvolvimento almejado, o que exige novas atitudes dos estudantes, professores, escolas e instituições gestoras da Educação.

Dessa forma, é relevante investigar capacidades de professores em um curso de formação continuada, para que o delineamento do contexto formativo seja adequado: reconhecer para mediar essa formação.

Para tal, julgamos procedente realizar uma pesquisa diagnóstica com professores de matemática em serviço, advindos de cursos de licenciatura em matemática de Instituições distintas, que iniciavam um curso de formação continuada, cujos resultados propiciassem bases para a mediação pretendida. Assim, utilizamos procedimentos metodológicos visando o desenvolvimento de uma Teoria Fundamentada nos moldes de Strauss e Corbin (2008): formamos categorias (e as ordenamos); na maior parte delas constituímos subcategorias (descrevendo-as) tendo em mente capacidades fundamentais do professor para o ensino de Álgebra e da linguagem algébrica. Relacionamos esses resultados formulando explicações e generalização, com base em pesquisas de Educação Matemática.

Para Strauss e Corbin (2008) uma teoria é mais do que um conjunto de resultados. Denota um conjunto de categorias bem desenvolvidas que são sistematicamente inter-relacionadas através de declarações formando uma estrutura teórica que explique alguns fenômenos e que permita prever e explicar outros similares.

Neste artigo apresentamos a categorização feita após análise das respostas dos professores a respeito de um problema aberto[1], com a intenção de identificar em suas resoluções informações fornecidas às pesquisadoras, relativas às seguintes capacidades que consideramos fundamentais do professor para o ensino de Álgebra e da linguagem algébrica:

- Justificar algebricamente as resoluções e conclusões.
- Discernir entre a informação válida e inválida.
- Distinguir a informação pertinente da não pertinente.

Enunciados o motivo da investigação e a preservação de identidade, em publicação de resultados da pesquisa, cada um dos dezoito sujeitos recebeu uma folha com o enunciado do problema e espaço suficiente para a resolução individual do problema. Os sujeitos foram incentivados a rever e a reelaborar suas resoluções, isto é, a reorganizar *o pensamento e a linguagem empregados nas justificativas em função da informação* recebida e fornecida se necessário. Por isso, também foi pedido a cada um deles que não apagasse qualquer registro, mas passasse um risco sobre o que quisesse que fosse desconsiderado. Todos tiveram tempo livre e cada sujeito entregou seu protocolo aos pesquisadores quando julgou terminada sua tarefa.

[1] Neste artigo entendemos como *problema aberto* aquele que não induz, não indica qualquer estratégia ou método de resolução.

O *problema proposto*, aqui enfocado foi o seguinte:

A soma de cem números inteiros ímpares é um número par.

1) V ( ) F ( )

2) Justifique sua resposta.

Como se pode observar o problema não exige qualquer particularidade dos cem números inteiros impares tal como: que os números sejam consecutivos ou diferentes ou positivos etc. Assim, é suficiente construir uma justificativa algébrica que parta do fato de que se trata da soma de cem números inteiros ímpares *quaisquer*.

Designamos os protocolos da pesquisa por P1, P2, ..., P18, preservando a identificação dos sujeitos e indicando a ordem de entrega dos mesmos aos pesquisadores.

A seguir apresentamos os resultados das análises dos protocolos, em categorias.

Categorias exemplificadas

O exame dos protocolos mostrou que a totalidade dos sujeitos considerou verdadeira a afirmativa. Além disso, as justificativas fornecidas geraram nove categorias, que foram ordenadas conforme a quantidade de protocolos que a compuseram. No que segue apresentamos o que julgamos significativo dos protocolos para ilustrar a categorização feita.

A interpretação do enunciado pelos sujeitos emergiu contundentemente nas quatro primeiras categorias. Dessa forma, apresentamos nesses casos exemplos representativos.

Na *categoria 1* , doze protocolos, representando aproximadamente 67% do total, apresentaram interpretação restrita aos números inteiros ímpares *consecutivos*. Selecionamos como exemplo o trecho de um protocolo que se enquadrou apenas nessa categoria:

P16	a) Seja $\underline{a}$ um nº par posição +1 , a+1 , a+3 , a+5 , ... a+197 , a+199 0+1, 1+2, 2+3 , 3+4 98+99 , 99+100

Na *categoria 2*, relativa a interpretação restrita aos números inteiros ímpares *positivos*, dos 11 protocolos apresentamos o seguinte exemplo:

P13	a soma de 100(n+1) é um número natural par.

Na *categoria 3,* incluída na categoria dois, dez protocolos explicitaram interpretação restrita aos *cem primeiros números impares positivos*, exemplificada a seguir:

P6	AGORA VAMOS CALCULA A SOMA DOS 100 PRIMEIROS Nº ÍMPARES (SOMA DE GAUSS)

Em nove protocolos há registro de fórmulas de Progressão Aritmética (PA), compondo a *categoria 4* conforme o seguinte exemplo:

P14	$(1, 3, 5, 7, \dots) \Rightarrow PA$ $a_1 = 1$ $R = 2$ $n = 100$ $a_{100} = ??$ $S_{100} = ??$	"Determinando a_{100}" $a_{100} = 1 + 99.2$ $a_{100} = 1 + 198$ $a_{100} = 199$	"Determinando S_{100}" $S_{100} = \frac{(a_1 + a_{100}).n}{2}$ $S_{100} = \frac{(1 + 199).100}{2}$ $S_{100} = \frac{200.100}{2} = 10000$ $\therefore S_{100}$ é Par//

O emprego de linguagem ou notação algébrica foi observado em sete protocolos, na *categoria 5,* nas seguintes formas: 1ª - Uso do termo *definição* (*ou princípio*) para se referir a uma proposição; 2ª – Uso restrito à língua natural ou linguagem sincopada; 3ª – uso de pretensa linguagem algébrica.

Forma	Protocolo	Registros do protocolo
1ª	*P17*	Temos por definição que a soma de dois nºs ímpares é sempre par.
2ª	*P9*	*Todo nº impar pode ser escrito na forma* Nº ÍMPAR = Nº PAR + 1 ... *Se somarmos 100 números ímpares obteremos* $= \underbrace{\boxed{\text{SOMA DE 100 N}^{\text{os}}\text{ PARES}}}_{\text{(PAR)}} + \underbrace{\boxed{\text{Nº 100}}}_{\text{(PAR)}} \Rightarrow S \text{ é PAR}$
3ª	*P10*	Se o primeiro $n = 1$ ... $n + (n+2) + (n+4) + (n+6) + \dots + (n+198)$ $(n + + n + 198) = \boxed{2n + 198}$

A generalização abusiva, na *categoria 6,* é aquela na qual o sujeito infere a generalização por meio de uma justificativa inadequada do ponto de vista matemático, emergiu em sete protocolos. Essa generalização se apresentou de 3 modos: 1. A partir do cálculo da soma dos cem primeiros números ímpares naturais, pela fórmula da PA; 2. Por meio de exemplos; 3. Depois de tentativas de cálculos numéricos.

Modo	Protocolo	Registros do protocolo
1	*P14*	exemplo já exibido - na categoria quatro
2	*P11*	A multiplicação de um número natural por um número sempre é par. Exemplo: 2.3=6 e 2.4=8
3	*P4*	1+3+5+7+9+11+13+15+17+19+21.. P I P I P I P I pequena demonstração do raciocínio lógico 64

A indicação do conjunto ao qual a(s) variável(is) pertence(m) também foi observada, em cinco protocolos, na *categoria 7*, e se deu em diferentes níveis de especificação: o nível *A* – com três protocolos, que não especificam o conjunto ao qual pertence *qualquer uma das variáveis mencionadas*, e o nível *B* – com dois protocolos que especificam apenas algumas das variáveis mencionadas, conforme o quadro abaixo.

Nível	Protocolo	Registros do protocolo
A	*P3*	$a_n = a_1 + (n-1).n$ $\quad S_n = \frac{(a_1 + a_n).n}{2}$
B	*P15*	$a_n = 2k.n + 1,\ k \in Z$

A justificativa circular, *categoria 8,* é aquela em que o sujeito utiliza como argumento ela própria. Ocorreu em dois protocolos.

Protocolo	Registros do protocolo
P18	a) - Isso é válido para soma de um par de números impares ser sempre um número par e este princípio é válido quanto aos com primeiros e a propósito isso gera sempre um quadrado perfeito o que torna isso ser fácil de ser visto. (verdadeira)

Na *categoria 9* encontramos o uso de "crença" acerca de proposições algébricas em dois protocolos. No exemplo abaixo, após justificar que *a soma de dois números impares quaisquer é um número par*, o protocolo P8 apoia-se implicitamente na crença: *o produto de um número inteiro par por qualquer outro número inteiro é par.*

Protocolo	Registros do protocolo
P8	PENSANDO NA SOMA DE 100 INTEIROS ÍMPARES BASTA AGRUPARMOS DE DOIS EM DOIS, A SOMA SERÁ PAR. DESSA FORMA TEREMOS UMA SOMA DE 50 NºS PARES. PORTANTO A SOMA PROCURADA É PAR.

À guisa de conclusão: discussão dos resultados

Como já afirmamos, as categorias foram ordenadas, em um primeiro momento, de forma decrescente em relação ao número de ocorrência nos protocolos; em seguida foram divididas em subcategorias, permitindo ao mesmo tempo o detalhamento, a descrição dos fenômenos. Aqui, refletimos sobre possíveis explicações a elas e inter-relacionamentos, na elaboração de uma estrutura teórica.

A respeito das categorias e suas subdivisões, ponderamos, em primeiro lugar, que pode parecer que tenhamos nos atido a lacunas no conhecimento dos professores sujeitos da pesquisa sem perceber seus saberes. De fato, há mais lacunas no conhecimento algébrico apresentado nos protocolos do que as aqui apontadas. A quantidade encontrada de lacunas nos surpreendeu e, por isso, nos ativemos àquelas categorias que consideramos fundamentais ao conhecimento do professor acerca de Álgebra e de sua linguagem.

Nas explicações possíveis do que foi revelado no diagnóstico, buscamos enfaticamente saberes que possam ter influenciado o que observamos e categorizamos.

Segue o quadro síntese dos resultados (Quadro 1) obtidos nas análises para melhor visualização da distribuição de protocolos nas categorias: 1- Interpretação restrita aos números inteiros ímpares consecutivos. 2- Interpretação restrita aos números inteiros ímpares positivos. 3- Interpretação restrita aos cem primeiros números ímpares positivos. 4- Uso de fórmulas de Progressão Aritmética (PA). 5- Uso de linguagem ou notação algébrica. 6- Uso de generalização abusiva. 7- Indicação do conjunto ao qual a variável pertence. 8- Uso de justificativa circular. 9- Uso de *crença acerca de Álgebra*.

Nos casos das *categorias 1, 2* e *3*, a experiência docente do professor pode ter influenciado a interpretação de um problema que, à primeira vista, pareceu remeter a um intervalo de números inteiros, induzindo o professor a resolvê-lo sem maior preocupação em discernir a informação pertinente ao enunciado do problema proposto. Este fenômeno pode ter ocorrido também no caso da *categoria 4* quanto ao emprego de progressões aritméticas. A intervenção da experiência do trabalho do professor com problemas não abertos nos reporta a Vergnaud (1996), que aponta a ocorrência desse fenômeno. Por isso, consideramos importante incentivar na mediação da formação continuada outras possibilidades de interpretação do enunciado e discussões sobre elas.

Quadro 1 – Síntese das categorias emergentes dos protocolos

	Categorias									
Protocolos	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	
P1	x	x	x		x		x			5
P2	x	x	x	x		x				5
P3	x	x		x			x			4
P4	x	x	x		x	x				5
P5	x	x	x	x		x				5
P6	x	x	x	x						4
P7							x			1
P8					x				x	2
P9					x				x	2
P10	x	x	x	x	x	x				6
P11	x	x	x	x		x				5
P12	x	x	x	x		x				5
P13		x	x							2
P14	x	x	x	x						4
P15	x			x		x	x			4
P16	x									1
P17					x		x	x		3
P18					x			x		2
	12	11	10	9	7	7	5	2	2	**65**
As células sombreadas indicam protocolos relativos à consideração de números ímpares quaisquer.										

O recurso à linguagem ou notação algébrica foi observado na *categoria 5* nas resoluções apresentadas pelos sujeitos da pesquisa. O uso restrito à língua natural, ou à linguagem sincopada em justificativa algébrica pode ter sofrido a influencia do enunciado do problema, que não trouxe qualquer símbolo. Mas, também pode ser consequência da experiência do professor, que em suas justificativas tenha se pautado em conhecimentos históricos. Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) explicam ser muito frequente em livros que se voltem à história da Álgebra a distinção de três momentos distintos em seu desenvolvimento, em função de fases evolutivas da linguagem para expressar o pensamento algébrico: a retórica ou verbal em que não se fazia uso de símbolos nem abreviações; a sincopada em que se utilizavam abreviações de palavras, em formas cada vez mais concisas; a simbólica, que emprega apenas símbolos. Tal explicação cabe ao fenômeno ora em questão.

Na mesma categoria, o uso do termo *definição* para se referir a uma proposição algébrica a ser demonstrada nos reportou novamente à história da Álgebra. Apesar de considerarmos a proposição aqui pesquisada distinta de teorema (por ser de importância menor), pode ter pesado o fato de que certo teorema – enunciado em um sistema axiomático – possa constar como definição – enunciada em outro sistema axiomático. Ainda que isso tenha ocorrido, uma definição em um sistema axiomático não requer justificativa algébrica, então ponderamos: talvez, em seu trabalho certos professores deem justificativas a definições, a exemplo do que fizera Euclides relativamente a conceitos primitivos... Isso nos conduziu novamente à intervenção do trabalho do professor nas explicações dos fenômenos.

O emprego do termo *princípio* para *teorema*, na mesma categoria, nos lembrou as designações *princípio* de Bernoulli e *teorema* de Bernoulli presentes em publicações baseadas no livro *Hidrodinâmica* de Daniel Bernoulli, de 1738. Se o professor sujeito da investigação frequentou aulas de Física, explica-se o fenômeno.

Deste modo, as explicações possíveis da *categoria 5* se relacionam com as das anteriores, apesar de não termos encontrado referencia ao emprego de pretensas justificativas algébricas, nem em textos relativos à história da Álgebra ou de Educação Algébrica nem em textos de Física.

As observações anteriores denotam a necessidade de trabalho que inclua conjecturas e demonstrações algébricas, na mediação pretendida e, também, em cursos de formação de professores. Deve-se ampliar a visão histórica de modo a atingir o presente século. É necessário também recuperar o cerne da Álgebra na formação de professores de matemática, isto é, propor reflexões sobre suas principais atividades: aquelas generalizáveis, aquelas transformacionais, aquelas globais e as de nível meta-algébrico. Dentre as primeiras estão situações envolvendo observação e generalização de padrões, propriedades sobre números ou operações, proposições interpretadas algebricamente. Dentre as segundas estão as de manipulação algébrica e dentre as terceiras estão as globais relativas a propósitos e contextos, como a resolução de problemas. Finalmente, encontram-se as de nível meta-algébrico, como a prova, o reconhecimento de estruturas etc. (STACEY; CHICK, 2004, p. 3).

Pelo exposto, é fundamental que a formação de professores abarque inter-relações em Álgebra, entre ela e outros ramos da matemática e seu emprego em outros campos de conhecimento humano, mas não apenas isso. Tais tipos de atividade precisam requerer coordenação entre os diversos registros de representação semiótica propostos por Duval (2002): língua natural, simbólico e gráfico, além dos mistos, pois tal coordenação proporciona flexibilidade do pensamento e linguagem algébricos. Portanto, saberes sobre os registros de representação semiótica também são essenciais ao professor de matemática.

A generalização abusiva, na *categoria 6,* aquela na qual o sujeito infere a generalização sem justificativa algébrica, se revelou de três modos: a partir da obtenção da soma dos cem primeiros números impares naturais, pela fórmula da PA; por meio de exemplos e depois de tentativas de cálculos numéricos.

Para Dreyfus (1991), generalizar é tirar como consequência ou induzir do particular, expandindo o domínio de validade, por exemplo, de uma proposição válida em intervalos do conjunto dos números naturais para intervalos do conjunto dos números inteiros e finalmente ao conjunto dos números inteiros. Esse processo é intrinsecamente ligado aos processos de representar: mentalmente, pela escrita, por desenho, pela fala, pelo gesto etc, que estão entre os mais relevantes, dentre os que provocam avanços na compreensão e manejo de situações matemáticas cada vez mais complexas. Aliada à possibilidade de intervenção do trabalho como professor, a publicação de Dreyfus (1991) explica os modos usados pelos professores sujeitos da pesquisa nessa categoria, ainda que parcialmente. Por isso mesmo, é necessário realizar um trabalho com os professores que atinja o nível meta-algébrico.

Concordamos com Sfard (2008) sobre a importância da comunicação nos processos de aprendizagem, o que nos leva a julgar oportuno criar um debate entre os professores a partir da validação de suas justificativas. Segundo essa autora, há necessidade de conciliação entre noções como *aprender, conhecer, pensar, comunicar* e *compreender*, porque são *processos intrínsecos e socialmente mediados*, particularmente na escola, mas não apenas nela. A pesquisadora ressalta que a noção de *pensamento* deve ser tomada como *comunicação internalizada*. Vale acrescentar que o aprofundamento devido a ideias algébricas requer a *comunicação a serviço da cognição*, recaindo na *meta-cognição*: pensar sobre o que foi pensado (representado, descrito ou dito). Sfard (2008) afirma que tais pressupostos não pretendem se contrapor aos anteriores, na psicologia da educação matemática, mas complementá-los, aprofundando a compreensão dos pesquisadores que se voltam ao ensino e aprendizagem de Matemática. Enfim, essa categoria pede maior discernimento entre a informação pertinente e a superficial, usando termos de Alarcão (2004), discernimento esse requisitado na sociedade da informação. O que nos indica também a necessidade de um trabalho que aborde esse tipo de discernimento a fim de desenvolver tal capacidade.

Na *categoria 7* foram encontrados dois níveis: a) o protocolo especifica somente alguns dos conjuntos aos quais pertencem as variáveis mencionadas; b) o protocolo não especifica o conjunto de qualquer uma das variáveis apresentadas. Os dois níveis expõem necessidade de maior formação dos sujeitos da pesquisa para fornecerem justificativas algebricamente válidas**.**

Houve ênfase na fundamentação do transformismo algébrico durante o Movimento da Matemática Moderna, quando o trabalho na Educação Básica abarcava tópicos como conjuntos numéricos e propriedades estruturais, buscando compreensão. No refluxo desse movimento, passou a existir *reduzida preocupação fundamentalista*. Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) Aliada à intervenção do trabalho do professor nas justificativas fornecidas nos protocolos, isso explica a mínima preocupação dos professores sujeitos da pesquisa com a necessária menção ao conjunto que cada variável pertence em uma justificativa algébrica.

Nesse sentido, consideramos caber para a Educação Algébrica afirmativa a respeito de reducionismos que: "podem expressar a operacionalidade científica de seu vocabulário, mas em realidade matar seu objeto, por jogar fora algumas de suas partes vitais." (SFARD, 2008, p. 2). Assim, consideramos que a constituição de saberes algébricos do professor de matemática tem a participação vital do vocabulário e condiz com o exame de vocabulário acerca dos tópicos algébricos aqui focalizados.

Desta forma, devemos incluir situações que os envolvam visando ao discernimento entre a informação válida e inválida, nos termos de Alarcão (idem) na formação pretendida. Tal conclusão nos leva a indicar às Instituições formadoras de professores que atentem para tal necessidade.

A justificativa circular, da *categoria 8* é aquela em que o sujeito utiliza a própria proposição como argumento para sua validação. Apesar de se apresentar em apenas dois protocolos, a categoria foi considerada aqui, por sua importância constituição de saberes algébricos necessários ao professor sujeito da pesquisa em atividades de prova.

Essa tautologia expõe a necessidade de mediação para que o sujeito organize o pensamento e a ação em função da informação. Essa capacidade é necessária, embora não seja suficiente, para justificar resoluções de problemas algébricos. Necessita investimento mais refinado, sobre construção, análise e validação de argumentos lógicos – o que pode ser feito nos moldes de Chauí (2011), na mediação pretendida. É mais uma de nossas responsabilidades e das Instituições formadoras.

A *categoria 9* revelou crença acerca de conjectura não demonstrada matematicamente, denominada por Vergnaud (1995) como *teorema-em-ato*: uma proposição considerada verdadeira por um sujeito, seja dentro ou fora de seu domínio de validade matemática. Esta se relaciona à *categoria 5*, pois há inferência e declaração de proposição prescindindo de sua comprovação algébrica. A *distinção entre crença e conhecimento* se revela fundamental no desenvolvimento do pensamento e linguagem algébricos e pode ser incorporada na formação pretendida, como parte da relevante da distinção entre informação pertinente e não pertinente.

Elaboramos o seguinte quadro síntese como base para a intervenção que pretendemos realizar.

Quadro 2 – Relações intra categorias e subcategorias e entre essas e as capacidades requeridas

Categorias/Subcategorias	Capacidades, por nível
1, 2, 3, 4, 6.1, 6.2, 6.3	1º Discernir entre a informação válida e inválida
5.1, 5.2, 5.3, 5.4, 7A , 7B, 9	2º Distinguir a informação pertinente da não pertinente – *e distinguir crença de conhecimento*
8	3º Organizar o pensamento e a ação em função da informação

A título de generalização, para a estrutura teórica apresentada, destacamos de Niss (2006) certos *componentes para as competências e aprendizagem de Matemática*, resultantes de projeto de pesquisa com maior escopo que este estudo: *estar apto a propor, especificar e resolver 'problemas matemáticos'*; *formular e 'justificar' proposições, soluções e conclusões* matemáticas; *fazer uso de 'representações matemáticas' diferentes e transitar de maneira significativa entre elas [...] verbais, gráficas e simbólicas*; *estar apto a lidar com o 'simbolismo e o formalismo matemático'*; *estar apto a 'comunicar' assuntos matemáticos*.

Esclarecendo que alguns desses componentes não se apresentaram neste estudo, mas sim em outras pesquisas nossas, como em Maranhão e Machado (2011), consideramos que as explicações e relações entre as categorias do presente trabalho, nos levam a sugerir pesquisas sobre se e como os Fundamentos da Álgebra estão sendo tratados em cursos de formação inicial e continuada de professores de matemática.

Referências

ALARCÃO, I. *Professores reflexivos em uma escola reflexiva*. São Paulo: Cortez, 2004, 102p.

CHAUÍ, M. *Boas-vindas à Filosofia*. São Paulo: WMF Martins Fontes, 2011, 55p.

DREYFUS, T. Advanced Mathematical Thinking Processes. In: TALL, D. (Ed) *Advanced Mathematical Thinking*. Netherlands: Kluwer Academic Publishers. 1991. Chap. 2.

DUVAL, R. Representation, vision and visualization: cognitive functions in mathematical thinking: Basic issues for learning. In: HITT, F. (Ed.). *Representations and mathematics visualization.* México, D.F.: Departamento de Matemática Educativa del Cinestav – IPN, 2002. p. 312-335.

FIORENTINI, D; MIORIM, M. A; MIGUEL, M. Contribuição para um repensar a educação algébrica elementar. *Pro-Posições*, vol. 4, n.1 [10], Março de 1993

MARANHÃO, C.; MACHADO, S. D. Uma meta-análise de pesquisas sobre o pensamento proporcional. *Educar em Revista*, Curitiba, n. 1 Especial, 2011, p. 141-156, 2011.

NISS, M. O projeto dinamarquês KOM e suas relações com a formação de professores. In: BORBA (Org.). *Tendências internacionais em formação de professores de matemática.* Belo Horizonte: Autêntica, 2006, p. 27-44.

SFARD, A. Thinking as communicating: human development, the growth of discourses, and mathematizing. Cambridge (UK): Cambridge University Press, 2008. 326 p.

STACEY, K; CHICK, H. Solving the problem with Algebra. In STACEY, K; CHICK, H; KENDAL, M (Orgs). *The Future of Teaching and Learning of Algebra: the 12th ICMI Study*. London: Kluwer Academic Publishers, p. 1-20.

STRAUSS, A.; CORBIN, J. *Pesquisa Qualitativa: Técnicas e Procedimentos para o Desenvolvimento de Teoria Fundamentada*. Porto Alegre : Artmed, 2008, 288p.

VERGNAUD, G. Au fond de l'apprentissage, la conceptualisation. In: NOIRFALISE, R.; PERRIN-GLORIAN, M-J (Orgs). *Actes de VIIIe École et Université d'Été de Didactique des Mathématiques*. Clermont Ferrand: Edition IREM. 1996.