http://dx.doi.org/10.5007/1981-1322.2013v8nespp227

Relações entre as proposições para o ensino do conceito de fração com base no ensino tradicional e na Teoria Histórico-Cultural

Relations between the proposal for teaching the concept of fraction based on traditional teaching and Historical Cultural Theory

Josélia Euzebio da Rosa[1]
joselia.rosa@unisul.br

Ediséia Suethe Faust Hobold[2]
ediseiafhobold@yahoo.com.br

Carina Silveira Bernardo[3]
cary.sb@hotmail.com

Deise Andrade Corrêa[4]
deise_esied@hotmail.com

Guilherme Martins Inácio[5]
guilherme.martinstb@hotmail.com

Resumo

Nosso objetivo foi analisar as proposições apresentadas no livro didático de Matemática do sexto ano da coleção mais utilizada nas escolas estaduais localizadas na região do Munícipio Tubarão-SC. Trata-se de uma pesquisa teórica, com base nos pressupostos da Teoria Histórico-Cultural. As categorias de análise incidem em três relações: discreto e contínuo; significações aritméticas, algébricas e geométricas; conceito empírico e teórico. As proposições apresentadas no livro propiciam a concepção do conceito de fração nos limites do visual empírico, ou seja, não atingem as abstrações científicas próprias do conceito de fração a partir do estudo das grandezas, não só discretas, mas também contínuas, na inter-relação entre

[1] Doutora em Educação, Linha de Pesquisa Educação Matemática pela Universidade Federal do Paraná (UFPR). Docente do Mestrado em Educação da Universidade do Sul de Santa Catarina (UNISUL), Tubarão, SC – Brasil.
[2] Especialista em Matemática para o Ensino Médio (UFSC); Mestranda do Mestrado em Educação da Universidade do Sul de Santa Catarina (UNISUL), Tubarão, SC – Brasil.
[3] Graduanda na Licenciatura em Matemática da Universidade do Sul de Santa Catarina (UNISUL), Tubarão, SC – Brasil.
[4] Graduanda na Licenciatura em Matemática da Universidade do Sul de Santa Catarina (UNISUL), Tubarão, SC – Brasil.
[5] Graduando na Licenciatura em Matemática da Universidade do Sul de Santa Catarina (UNISUL), Tubarão, SC – Brasil.

as significações aritméticas, algébricas e geométricas. Assim, não refletem os princípios oriundos da Teoria Histórico-Cultural.

Palavras-chave: Teoria Histórico-Cultural. Livro didático. Fração.

Abstract

The objective of this research was analyzing the propositions presented on didactic book of sixth year of the collection called The conquest of Mathematics for introducing the conceptof fraction based on Historical-cultural theory. The categories of analysis focus in three relations: discrete and continuous; arithmetic, algebraic and geometric significations; empirical and theoretical thinking. Research data were collected from Mathematic didactic book more used in the Public Network of Santa Catarina in the region of Tubarão. The propositions presented provide the concept of fraction in the limits of visual empiric, in other words, they do not achieve scientific abstraction of the concept of fraction from the study of magnitudes, not only discrete, but also continuous, algebraic and geometric. Thus, they do not reflect the principles from Historical-cultural theory.

Keywords: Didactic book. Historical-Cultural Theory. Fraction.

Introdução

Os documentos publicados pela Secretaria Estadual de Educação do Estado de Santa Catariana, desde 1991, se dizem fundamentados na Teoria Histórico-Cultural (SANTA CATARINA, 1991, 1998, 2000, 2005). Na primeira versão da Proposta Curricular, publicada em 1991, o foco foi para a filosofia marxista. E, em 1998, na segunda versão, a Secretaria Estadual de Educação apresentou um elemento novo, a psicologia Histórico-Cultural, desenvolvida por Vygotski e seus seguidores, tais como: Leontiev, Davydov, Elkonin, Galperin, Kalmykova, Krutetsky, Obújova, Rìbnikov, Rubinstein, Talizina, Zaporózhets, entre outros.

A partir de 1998, todos os documentos publicados pela secretaria fazem referência a opção teórica firmada na segunda versão: a Teoria Histórico-Cultural. Porém, há algumas pesquisas que acenam para a existência de equívocos teóricos nos referidos documentos. Rosa (2006), ao analisar os documentos publicados pela rede até 2005, no que se refere ao Ensino de Matemática, diz que há mais distanciamentos que aproximações com os pressupostos teórico-metodológicos da Teoria Histórico-Cultural. Brunelli (2012), a partir dos estudos de Rosa, investigou o Ensino de Matemática desenvolvido nas escolas da rede estadual com base nas orientações advindas da Secretaria Estadual de Educação. Sua conclusão foi que, não só os documentos publicados pela rede apresentam equívocos teóricos, mas também o ensino desenvolvido nas escolas.

Diante dessa constatação de Brunelli (2012) surge-nos o seguinte questionamento: quais são as principais fontes consideradas pelo professor para planejar suas aulas? De acordo com Lins e Gimenez (2000, p. 106) muitos professores quando não se sentem 'preparados', "simplesmente seguem o que os livros didáticos oferecem". Nesse sentido, tomamos como referência de análise, na presente investigação, as proposições apresentadas no livro didático do sexto ano, da coleção de livros didáticos de Matemática mais utilizada em escolas estaduais localizadas na região de Tubarão-SC, de acordo a Gerência Regional de Ensino. O foco da análise incidiu na introdução ao conceito de fração. As questões que nortearam a investigação foram: Como o conteúdo está organizado? Qual o ponto de partida para introdução do conceito de fração? Quais significações matemáticas são consideradas? Quais as relações entre as proposições do livro didático em análise com a teoria que fundamenta a Proposta Curricular do Estado de Santa Catarina, a Teoria Histórico-Cultural?

De acordo com os fundamentos da Teoria Histórico-Cultural, cabe a educação escolar promover, por meio da aprendizagem, o desenvolvimento do ser humano em um ser atual. Para tanto, o estudante deve se apropriar dos conceitos científicos em seu estágio mais elevado de desenvolvimento e, consequentemente, desenvolver o pensamento teórico contemporâneo (DAVYDOV, 1982, VIGOTSKI, 2000).

Tal orientação implica, segundo Davydov (1998), em repensar tanto os conteúdos quanto os métodos de ensino. Só assim, a educação poderá efetivamente contribuir com o desenvolvimento da ciência, do trabalho e da sociedade em geral. Pois não há como pensar o desenvolvimento em tais instâncias a partir do predomínio do conteúdo cotidiano, do senso comum, que promove apenas o desenvolvimento do pensamento empírico.

A coleção de livros didáticos de Matemática mais utilizada nas escolas estaduais da região de Tubarão foi aprovada pelo Plano Nacional do Livro Didático (PNLD). O relatório final, com as análises de cada coleção aprovada pelo PNLD, é publicado no Guia do livro didático. O PNLD

> (...) é constituído de várias etapas, iniciadas com a inscrição das coleções, pelas editoras, em resposta a um edital público do MEC. O (...) Guia é a etapa final de um longo e cuidadoso processo de avaliação, que reuniu professores de diversas instituições educacionais de várias regiões de nosso país, todos eles com larga experiência no ensino-aprendizagem da matemática escolar (BRASIL, 2010, p. 9).

Sobre a coleção em análise, no Guia do Livro Didático consta que:

> a sistematização das propriedades das operações é enfatizada com pouco incentivo ao uso da calculadora ou do cálculo mental. A representação decimal dos racionais e as dízimas periódicas são trabalhadas de forma superficial. A linguagem algébrica é introduzida apenas na generalização de propriedades numéricas para estabelecer fórmulas e demonstrar relações. Ao longo da obra são realizadas construções geométricas, mas sem a apresentação das justificativas desejáveis (BRASIL, 2010, p. 4).

O parecer anteriormente apresentado, sobre a coleção de livros didáticos de Matemática mais utilizada nas escolas estaduais da região de Tubarão–SC, aponta algumas fragilidades, mas então, por que é a mais utilizada nessas escolas? Esta questão adquire relevância por algumas razões, dentre as quais destacamos duas: a primeira é que, conforme já mencionamos, muitos professores buscam fundamentos para prepararem suas aulas apenas nos livros didáticos (LINS e GIMENEZ, 2000); e a segunda, intimamente relacionada à primeira, é que trata-se da coleção de livros didáticos de Matemática mais utilizada nas escolas estaduais da região de Tubarão-SC pelos professores de Matemática da segunda fase do Ensino Fundamental, na Rede estadual de educação. Rede esta, conforme já mencionamos, que fundamenta sua proposta curricular, desde 1991, na Teoria Histórico-Cultural (SANTA CATARINA, 1991, 1998, 2000, 2005).

Focamos nossas análises no livro do sexto ano, mais especificamente no quinto capítulo referente ao conceito de fração. A opção pelo referido conceito deve-se ao fato de que, durante nossas experiências com o ensino, percebemos que os estudantes apresentam grandes dificuldades quando se deparam com uma fração para operar, por mais simples que seja. Como diz Campos e Rodrigues (2011, p. 1), “o ensino e aprendizagem de frações constituem um obstáculo considerável para professores e alunos, desde o 4° ano do ensino fundamental no Brasil, quando esse tema é abordado”.

Dada a semelhança em todas as páginas do capítulo do livro sobre o conceito de fração, apresentaremos, no presente artigo, apenas a análise das três páginas iniciais, uma vez que estas representam o teor conceitual da totalidade do capítulo. A coleção foi escrita por dois autores, com objetivo de preservar a identidade dos mesmos os denominaremos de Os autores X e Y.

Os autores X e Y (2009), introduzem os números racionais na página 163 do livro didático do sexto ano, no capítulo intitulado *A forma fracionária dos números* *racionais*. Iniciam com a exposição do significado da palavra fração: "A palavra fração vem do latim *fractione* e quer dizer 'dividir, quebrar, rasgar'. Fração, no dicionário, também quer dizer 'porção', 'parte de um todo' (2009, p. 163). Na sequência, os autores apresentam alguns exemplos, tais como: "tomei $\frac{1}{4}$ de litro de leite. Por favor, me dê $\frac{3}{4}$ de carne moída (...), Meia pizza napolitana e meia de atum" e apresentam o seguinte questionamento: "Quantos exemplos mais você pode dar, pensando em situações do seu dia a dia em que se usem frações?" (idem).

Ainda na primeira página do capítulo, os autores apresentam uma questão sobre o seguinte *slogan* "Pra você pensar, sem se cansar! Em um inteiro há quantas metades?" (AUTORES X e Y, 2009, p. 163). Supomos que a resposta esperada seja: em um inteiro há duas metades, ou, uma metade, mais uma metade.

Além disso, entre os exemplos do dia a dia, os autores fazem referência à "Meia pizza napolitana e meia de atum" (AUTORES X e Y, 2009, p. 163). Ao considerarmos que um inteiro é composto por duas partes, podemos concluir que há uma parte da pizza de um sabor e outra parte de outro sabor: *uma parte + uma parte = duas partes*. Ou seja, o termo "metade", neste exemplo, limita-se a sua dimensão discreta referente à contagem discreta de dois pedaços de pizzas que compõem o todo - uma pizza. Como afirma Cunha (1996), discreto é o que exprime objetos distintos, que se revela por sinais separados, que se põe à parte.

Isso nos leva a pensar que os autores X e Y (2009) introduzem o conceito de fração fortemente relacionado ao discreto, nos limites dos números naturais, a partir de situações singulares que fazem parte do cotidiano dos estudantes. Tal introdução contradiz aos princípios da Teoria Histórico-Cultural no que se refere à relação entre os conceitos espontâneos e científicos:

> O conceito espontâneo, que passou de baixo para cima por uma longa história em seu desenvolvimento, abriu caminho para que o conceito científico continuasse a crescer de cima para baixo, uma vez que criou uma série de estruturas indispensáveis ao surgimento de propriedades inferiores e elementos do conceito. De igual maneira, o conceito científico, que percorreu certo trecho do seu caminho de cima para baixo, abriu caminho para o desenvolvimento dos conceitos espontâneos, preparando de antemão uma série de formações estruturais indispensáveis à apreensão das propriedades superiores do conceito (VIGOTSKI, 2000, p. 349).

As situações vivenciadas pelas crianças, quando estas utilizam fração, constituem o conceito espontâneo dos estudantes. Estas, segundo Vigotski, abriram caminho para que o conceito científico pudesse se desenvolver “de cima para baixo” (VIGOTSKI, 2000, p. 349). Ou seja, as situações cotidianas e as aulas de Matemática dos anos anteriores tiveram fundamental importância para que o conceito espontâneo se desenvolvesse. Cabe à escola iniciar pelo conceito científico para que este possa, efetivamente, abrir caminhos para o desenvolvimento dos conhecimentos espontâneos. Entretanto, da forma como os autores iniciam e prosseguem nas páginas seguintes, sugere o movimento inverso.

Para que possamos compreender o movimento conceitual de *cima para baixo* e de *baixo para cima* faz-se necessário, também, que pensemos na inter-relação entre as dimensões conceituais concernentes ao geral, universal, particular e singular.

Tanto para Vigotski (2000) quanto para Davýdov (1982), seguidor do primeiro, o movimento conceitual no ensino deve ser orientado do geral para o universal, particular e singular. O geral, para o conceito de Número, inclusive as frações, segundo Davýdov (1982), são as grandezas. O Número é expressão da relação entre grandezas, quando uma delas é tomada como unidade de medida da outra como, por exemplo, “o *centímetro* para os comprimentos, o *grama-peso* para os pesos, o *segundo* para os tempos, etc.” (CARAÇA, 2002, p. 30).

Assim, se pretendermos medir uma grandeza de medida ***a***, com a unidade de medida ***b***, verificamos quantas vezes a unidade (*b*) cabe na medida ***a*****:** $\frac{\mathrm{a}}{\mathrm{b}}=c$. Se não houver necessidade de subdividir a unidade de medida (*b*), o resultado (*c*) será um número inteiro; por outro lado, se a unidade de medida não couber um número inteiro de vezes na grandeza a ser medida (*a*), o resultado será expresso por um número racional ou irracional (ROSA, 2012).

A relação que dá origem a qualquer valor numérico singular, seja no campo dos naturais, inteiros, racionais ou irracionais consiste na dimensão universal do conceito de número $\left(\frac{\mathrm{a}}{\mathrm{b}}=c\right)$. Entre o singular e o universal há um elemento mediador particular, a unidade de medida. Ou seja, a expressão singular da medida das grandezas depende da unidade de medida considerada. A medida de um comprimento, por exemplo, pode ser representada por tantos valores aritméticos quantas forem as diferentes unidades de medidas utilizadas no processo de medição (ROSA, 2012).

Segundo Davýdov (1982), para os estudantes operarem teoricamente com conceitos, precisam apropriar-se da conexão entre o geral, universal, particular e singular, no movimento de transição do geral ao singular. Porém, o ponto de partida no livro didático em análise, consiste no que seria o ponto de chegada de acordo com os pressupostos da Teoria Histórico-Cultural; algumas manifestações singulares do conceito de fração aplicadas a situações particulares: $\frac{1}{4}$ de litro de leite; $\frac{3}{4}$ de carne moída; meia pizza, entre outros.

O ensino assim orientado, de acordo com Davýdov (1982), fica muito limitado aos conceitos espontâneos, ao desenvolvimento do pensamento empírico. A este ensino, o mesmo autor chama de tradicional. Em oposição ao ensino tradicional, Davýdov elaborou uma proposta para o ensino de Matemática com base nos princípios da Teoria Histórico-Cultural (ROSA, 2012).

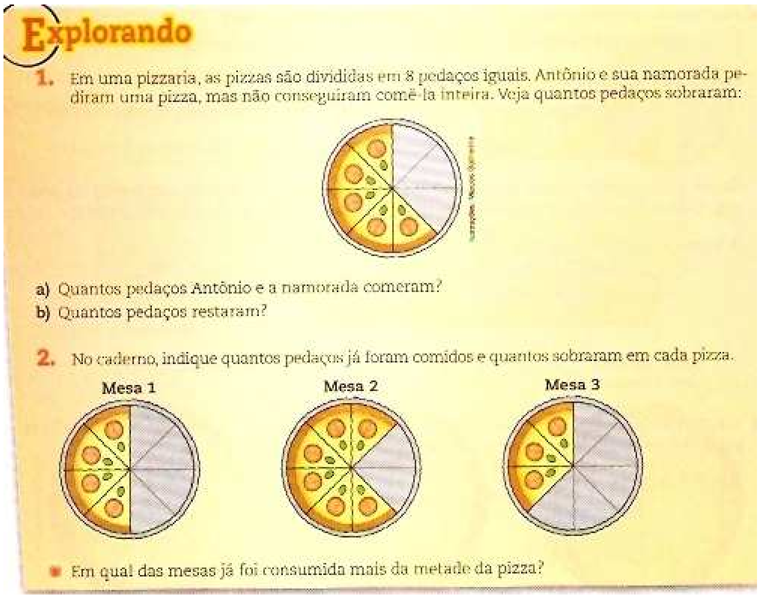
Na segunda página do capítulo em análise, os autores apresentam "notícias antigas a respeito de frações". De acordo com Lins e Gimenez (2000, p. 34 e 35), "o ensino da aritmética tem se preocupado demasiadamente em transmitir velhas histórias sem atualizá-las". De acordo com a Teoria Histórico-Cultural, *notícias* são insuficientes para introduzir um conceito científico. Se restringirmos as proposições de ensino às *notícias antigas*, promoveremos apenas o desenvolvimento do pensamento humano antigo. Por outro lado, se abordarmos os conceitos em seu estágio contemporâneo, sem perder de vista seu movimento de constituição histórica, teremos possibilidade de contribuir para o desenvolvimento do ser humano contemporâneo.

Ainda na página 164, os autores X e Y expõem algumas representações utilizadas pelos egípcios para representar as frações e fazem a seguinte afirmação: "os números fracionários surgiram da necessidade de representar uma medida que não tem uma quantidade inteira de unidades, isto é, da necessidade de se repartir a unidade de medida" (2009, p. 164).

Tal necessidade histórica é extremamente atual e fundamental para o desenvolvimento do conceito de número. Ou seja, é a gênese do conceito de fração em seu estágio atual de desenvolvimento, mas não é desenvolvida nas páginas seguintes do capítulo. Trata-se apenas de uma *notícia* que, para nós, mais se aproxima de uma manchete, pois não ocorre a reprodução “da essência do objeto e da história do seu desenvolvimento no sistema de abstrações” (KOPNIN, 1978, p. 183), mas, apenas a apresentação de algumas abstrações isoladas, desconexas umas das outras.

Na terceira página do capítulo, os autores X e Y (2009, p. 165) apresentam um item, de aproximadamente meia página, intitulado *Explorando*, conforme ilustração 1:

Ilustração 1 – Explorando



Fonte: AUTOR X; AUTOR Y (2009, p. 165)

Os autores X e Y (2009, p. 165) apresentam o seguinte problema: “Em uma pizzaria, as pizzas são divididas em 8 pedaços iguais. Antônio e sua namorada pediram uma pizza e não conseguiram comê-la inteira. Veja quantos pedaços sobraram. Quantos pedaços Antônio e sua namorada comeram? Quantos pedaços restaram?”

As perguntas, apresentadas no problema, sobre quantos pedaços comeram ou restaram remetem a qual grandeza? Seria a área da superfície da pizza? Sua massa? Seu volume? Ou seria, ainda, a quantidade de fatias dadas discretamente, sem considerar a relação parte-todo?

De acordo com Vasconcelos e Barbosa (sd. p. 3), "grandeza é tudo aquilo ao qual podemos associar um valor numérico. Se o valor associado for resultado de uma contagem dizemos que a grandeza é discreta. Caso contrário, dizemos que a grandeza é contínua”.

Deste modo, podemos considerar a grandeza apresentada no exemplo anterior como discreta? Pois, no exemplo em análise (Ilustração 1) se limita à contagem dos pedaços de pizza sem fazer referência à relação *parte-todo*, no par discreto-contínuo como, por exemplo, a relação entre área da superfície da pizza e a área do pedaço de pizza tomado como unidade de medida.

As situações apresentadas anteriormente propiciam a concepção do conceito de fração nos limites do visual empírico. Ou seja, não atingem as abstrações científicas próprias do conceito de fração, como um número racional, a partir do estudo das grandezas, não só discretas, mas também contínuas, na inter-relação das significações aritméticas, algébricas e geométricas.

Para contemplar as significações geométricas do conceito de número faz-se necessário a proposição de situações de análise que envolva a análise da relação entre grandezas e a reta numérica. Esta adquire sua relevância no ensino devido a uma das dificuldades encontradas pelos estudantes durante o processo de aprendizagem. Conforme afirmam Lins e Gimenes (2000, p. 47), "no que diz respeito à ordenação e à localização dos números, as maiores dificuldades dar-se-ão no campo das frações e dos decimais". Porém, durante a introdução do conceito de fração, os autores X e Y (2009) não mencionam a reta numérica, o que possibilitaria a reflexão sobre a ordenação e localização dos números, inclusive na forma fracionária. São utilizados apenas elementos empíricos, consequentemente, "os estudantes usam prioritariamente elementos simples, figurativos, ao invés de representações geométricas organizadas" (LINS e GIMENEZ, 2000, p. 66).

De acordo com Davýdov (1982), o número real surge a partir da relação entre grandezas, quando uma delas é tomada como unidade de medida da outra. E, mais particularmente relacionado ao nosso objeto de investigação, nos limites dos racionais, nas palavras de Roxo (1928, p. 123-124), "fração é a medida de uma grandeza que contém uma ou mais das partes iguais em que se dividiu a unidade".

Os autores X e Y (2009) não contextualizam o conceito de fração nas significações geométricas, seja a partir da reta numérica ou da relação entre as grandezas. Tal contexto subsidiaria a abordagem teórica das propriedades do conceito de número e constituiria uma base profícua para posterior introdução das operações, problemas, processo de medição, função, entre outros (ROSA, 2012).

Em síntese, as situações em análise não contemplam algumas relações fundamentais, tais como: as partes (fatias de pizza) e o todo (a pizza); par discreto-contínuo; significações algébricas e geométricas.

Essa parte introdutória referente ao conceito de fração é finalizada, no capítulo em análise, com a seguinte questão: "Em qual das duas mesas já foi consumida mais da metade da pizza?" (AUTORES X e Y, 2009, p. 165). O termo "metade" está relacionado ao conceito de número racional e à grandeza contínua passível de ser dividida. Contudo, na forma como está apresentado no livro, remete apenas ao conceito empírico de fração. Tal orientação, conforme já mencionamos, é uma das fortes características da escola, denominada por Davýdov (1982), de tradicional.

Segundo o mesmo autor (1987), o pensamento desenvolvido na escola tradicional possibilita que o estudante se oriente no sistema de conceitos *já apropriados* sobre algumas particularidades e alguns *traços externos de objetos*. Na situação em análise, o objeto refere-se à pizza e o conceito considerado é o de número natural. O autor em referência afirma que tal orientação é indispensável para fazeres cotidianos, porém, insuficiente para apropriação dos conceitos teóricos e dos "princípios de uma relação criativa, ativa e de profundo conteúdo frente à realidade" (DAVÍDOV, 1987, p. 144, tradução nossa).

Os autores X e Y (2009) introduzem os números racionais a partir de uma situação empírica, presente no cotidiano das pessoas fortemente relacionado ao número natural. Porém, o número natural constitui apenas uma parte do número racional.

Ainda na terceira página do capítulo, os autores iniciam um novo item que se estende às duas páginas subsequentes: *conhecendo as frações*. Todas as situações estão relacionadas à unidade dividida em partes iguais com tiras de papel, pizza e relógio. Este item é finalizado com uma lista de exercícios.

Na primeira situação, a tira de papel é dobrada em duas partes iguais e, nas páginas seguintes, variam o número de dobras. Cada dobra representa uma fração do todo. Por exemplo, se a tira for dobrada em duas partes, cada dobra é representada por $\frac{1}{2}$. Se for dividida em três partes, cada parte é representada por $\frac{1}{3}$, duas partes $\frac{2}{3}$ e assim sucessivamente.

Trata-se de *uma* unidade divida em partes iguais. Ou seja, nessas situações o foco é para a "visualização" do que representa uma fração. Tal representação está relacionada a valores menores ou iguais a *um*. Mas, como ficam as frações para além dos limites da unidade? Qual seria a representação de $\frac{4}{3}$, por exemplo, nas situações de dobra das tiras? Como proceder, depois, para localizar, na reta ou no plano cartesiano, as frações maiores que a unidade?

Davýdov, um dos autores da Teoria Histórico–Cultural que elaborou proposições para o ensino de matemática, contextualiza o conceito de número desde o primeiro ano escolar na reta numérica (EUZÉBIO, 2011; ROSA, SOARES, DAMAZIO, 2011; ROSA, 2012; ROSA, DAMAZIO, 2012; DAMAZIO, ROSA, EUZÉBIO, 2012; DAMAZIO et al., 2012, MADEIRA, 2012; ALVES, 2013; CRESTANI, 2013; DORIGON, 2013; MATOS, 2013; SILVEIRA, 2013). Ou seja, cada número tem seu lugar, tem seu contexto geométrico: a reta numérica.

Vale ressaltar, no entanto, que a reta numérica não constitui o ponto de partida em Davýdov . O ponto de partida é a relação entre as grandezas, inicialmente de modo geral, ou seja, o valor da grandeza é desconhecido, por isso, representado algebricamente por meio de letras. Depois, a partir da introdução da unidade de medida é possível atribuir um valor aritmético para a medida da grandeza e sua localização na reta numérica. As operações com os números, segundo Rosa (2012), inicialmente são realizadas na reta, para depois serem elevadas ao plano mental.

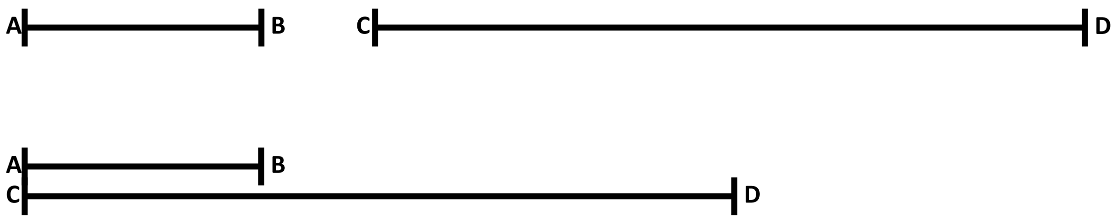
Nas situações apresentadas anteriormente, além de seus autores não contemplarem as significações algébricas do conceito de número, enfatizam demasiadamente o material visual empírico, comumente concebido no meio educacional como *concreto*.

A partir dos pressupostos da Teoria Histórico-Cultural, elaboramos um ensaio sintético sobre uma proposição de ensino para a introdução do conceito de fração em contraposição às proposições apresentadas no livro didático em análise. A referência foi o movimento conceitual proposto por Davýdov, no qual o estudo das grandezas é o ponto de partida e de chegada.

Dentre as diversas opções de grandezas (área, volume, tempo, valor monetário, entre outras), optamos, a título de ilustração, pela grandeza comprimento. Ou seja, apresentaremos o conceito de fração a partir da medida de comprimentos.

Mas, o que é medir? Segundo Caraça (2002, p. 29), medir "consiste em *comparar* duas grandezas da mesma espécie - dois comprimentos, dois pesos, dois volumes, etc.". Por exemplo, dados dois segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ para comparar os comprimentos, aplica-se um sobre o outro, de modo que dois extremos coincidam (Ilustração 02).

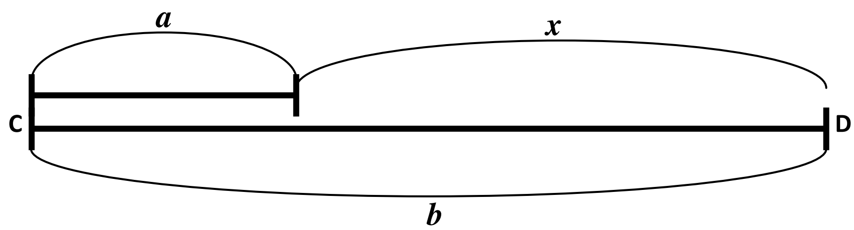
Ilustração 2 – Comparação entre segmentos



Fonte: Elaboração nossa.

Se considerarmos que o comprimento de $\overline{AB}$ mede $\boldsymbol{a}$ e o comprimento de $\overline{CD}$ mede $\boldsymbol{b}$, podemos concluir que: $\boldsymbol{a} < \boldsymbol{b}$ ou que $\boldsymbol{b} > \boldsymbol{a}$. Qual a diferença entre as medidas dos dois comprimentos? Ainda não sabemos o valor aritmético da medida de cada segmento, portanto, representaremos o valor da medida da diferença, algebricamente, por $\boldsymbol{x}$. Ou seja: $a + x = b$ ou $b – x = a$ (Ilustração 3).

Ilustração 3 – Comparação entre segmentos

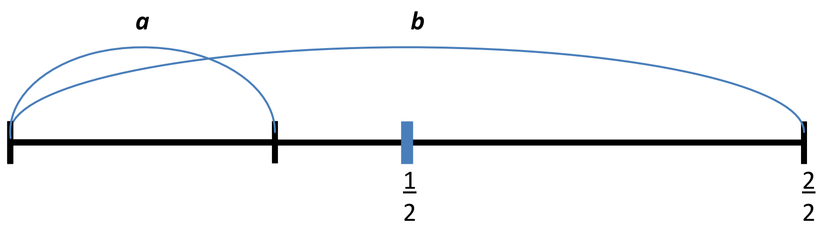


Fonte: Elaboração nossa.

Mas, qual o valor aritmético da *medida* $\boldsymbol{a}$ em relação à unidade de medida **b?** Em outras palavras, na medida $\boldsymbol{a}$ cabem quantas vezes o $\boldsymbol{b}$? Para responder esta questão faz-se necessário subdividir a unidade de medida ***b*** num certo número de partes iguais (CARAÇA, 2012).

Resolveremos o problema da medida do comprimento de $\overline{AB}$ se dividirmos a unidade de medida ***b*** em duas partes iguais (Ilustração 4)?

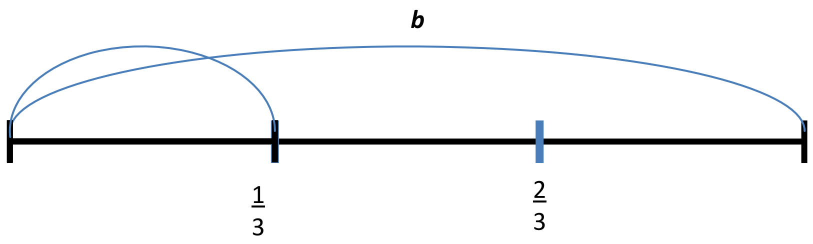
Ilustração 4 – Subdivisão da unidade em duas partes iguais



Fonte: Elaboração nossa.

A partir da análise da ilustração 4 é possível concluir que a subdivisão da unidade de medida (b) em duas partes iguais não é suficiente para resolver o problema da medida de ***a***. Então, como devemos proceder para resolver o problema aritmético da medida ***a***? Se subdividirmos a unidade de medida ***b*** em três partes iguais? Resolveremos o problema? Caso a resposta seja não, teremos que continuar o processo de subdivisão da unidade de medida até que o processo de medição seja realizado com exatidão (Ilustração 5).

Ilustração 5 – Subdivisão da unidade em três partes iguais

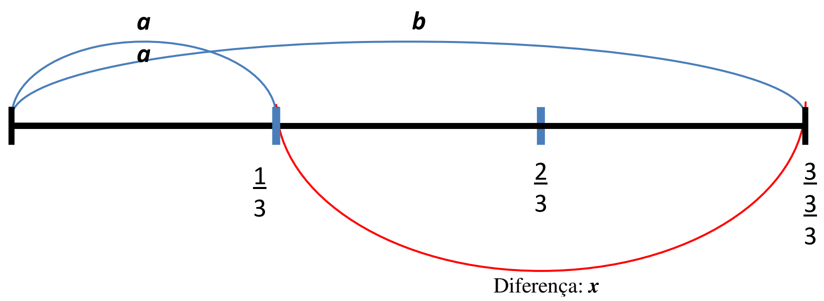


Fonte: Elaboração nossa.

A ilustração 5 representa o procedimento de subdivisão da unidade de medida (b) em três partes iguais e o processo de medição do segmento com medida ***a***. A conclusão é de que a = $\frac{1}{3}b$. Ou seja, $\frac{a}{b}=\frac{1}{3}$. A partir da relação universal do conceito de número no campo dos reais $\frac{a}{b}=c$ foi possível determinar a representação singular $\left(\frac{1}{3}\right)$ da medida do comprimento de $\overline{AB}$ por meio de uma particularidade, a unidade de medida ***b***. Sem a mediação desta, teríamos apenas as representações gerais para as medidas dos comprimentos em análise (***a*** e ***b***). O referido movimento só foi possível a partir da relação entre a grandeza contínua (comprimento) e a discreta (quantidade de vezes que a unidade de medida coube na grandeza em medição). E, na inter-relação das significações geométricas (segmentos), algébricas (expressão literal para representar a medida das grandezas desconhecidas e os símbolos para representar as relações de igualdade e desigualdade) e aritméticas (sua representação numeral: $\frac{1}{3}$).

Anteriormente, determinamos que a medida da diferença entre os dois comprimentos era **x**. Agora já é possível determinar, também, o valor aritmético de ***x*** (Ilustração 6).

Ilustração 6 – Diferença aritmética e geométrica entre os comprimentos

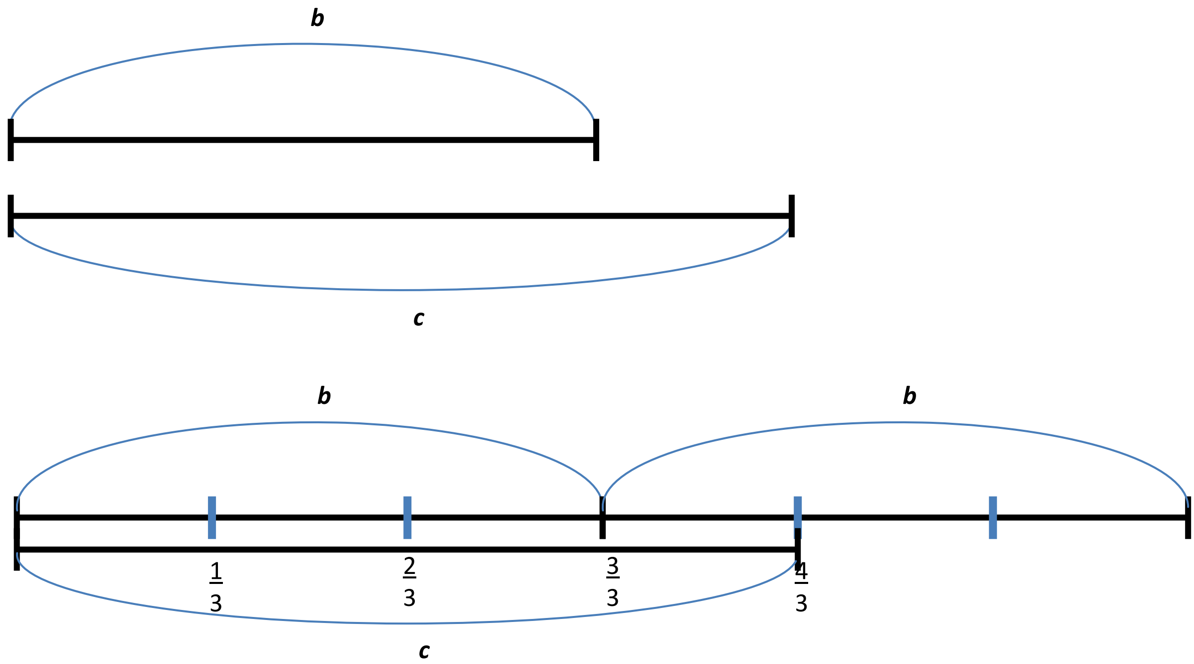


Fonte: Elaboração nossa.

Com base na análise da ilustração 6 é possível concluir que a diferença entre os comprimentos é de $\frac{1}{3}$ + $\frac{1}{3}$, ou seja, $\frac{2}{3}$. Até o presente momento estabelecemos relações nos limites da unidade. Mas, como seria para além da unidade?

Supomos um novo segmento de reta (cujo comprimento mede ***c***) para ser medido com a unidade de medida ***b*** (Ilustração 7).

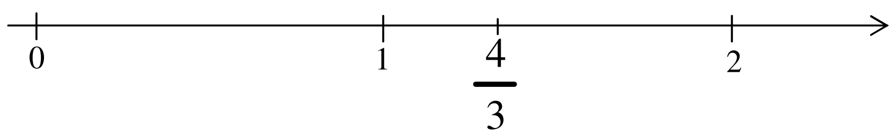
Ilustração 7 – Relação entre as medidas ***c*** e ***b***



Fonte: Elaboração nossa.

A partir da ilustração 7 é possível verificar que ***c*** é maior que ***b***. Mais exatamente, que ***c*** = $\frac{4}{3}$***b***, ou, $\frac{c}{b}=\frac{4}{3}$. O resultado do processo de medição na reta numérica é assim representado (Ilustração 8):

Ilustração 8 – Reta numérica



Fonte: Elaboração nossa.

As aplicações do conceito nas situações do dia a dia dos estudantes, ponto de partida no livro didático em análise, seria o ponto de chegada a partir dos pressupostos da Teoria

Histórico-Cultural. Embora seja, também, nosso ponto de partida, pois, quais são as situações do dia a dia que exigem a utilização do conceito de fração? Não são aquelas relacionadas às medidas de grandezas? A diferença entre as duas propostas é que, na Teoria Histórico-Cultural, os estudantes se apropriam dos conceitos em seu caráter geral para que possam utilizá-los nas diversas situações particulares que a vida em sociedade exige, diferentemente do ensino que parte de exemplos particulares em que o estudante só consegue resolver situações cujo exemplo já tenha sido desenvolvido anteriormente (ROSA, 2012).

3. Considerações finais

No presente artigo analisamos as proposições para o ensino de frações apresentadas em um livro didático muito utilizado nas escolas da Rede Estadual de Ensino, localizadas na região do município de Tubarão-SC. Com vistas a superação de algumas limitações detectadas, elaboramos uma proposição para refletirmos as possibilidades de introduzir o conceito de fração, no ensino, com base nos fundamentos da Teoria Histórico-Cultural. Para tanto, consideramos:

- As significações aritméticas, algébricas e geométricas de modo inter-relacionado;
- A reta numérica;
- A grandeza comprimento;
- A unidade de medida maior que a grandeza a ser medida;
- A relação entre grandezas;
- Frações maiores que uma unidade.

Por outro lado, as proposições para introdução ao conceito de fração, apresentadas no livro didático analisado contempla apenas as significações aritméticas do conceito de fração; a reta numérica não é contemplada; quase não possibilita a identificação da grandeza considerada; embora não seja explícito, a unidade de medida é parte do todo considerado; há forte relação às situações do dia-a-dia dos estudantes; e, a maioria das frações apresentadas é menor que uma unidade.

Tais resultados levam-nos a elaborar os seguintes questionamentos: Por que a maioria dos professores de Matemática da Rede Estadual de Ensino do Estado de Santa Catarina, na região de Tubarão, adota um livro didático com proposições que não atendem ao referencial teórico da Proposta Curricular? Quais critérios foram utilizados para a escolha desse livro didático? Há, no Brasil, algum livro didático com base na Teria Histórico-Cultural? Os professores que atuam na referida rede conhecem a teoria que fundamenta sua proposta curricular? Estas e outras questões fazem parte das nossas futuras intenções de pesquisa.

Diante deste cenário, se faz necessário incluir nos currículos das licenciaturas, reflexões sobre os livros didáticos brasileiros e estudos sobre as teorias que fundamentam propostas curriculares de escolas de redes estaduais, municipais e privadas. Assim, o futuro professor terá elementos teóricos que lhe oriente na opção por livros didáticos e proposições outras que vão ao encontro do referencial teórico adotado nas redes ou escolas em que irá atuar.

Referências

ALVES, E. S. B. *Proposições Brasileiras e Davydovianas*: limites e possibilidades. 2013. 119 f. Monografia (Especialização em Educação Matemática) - Universidade do Extremo Sul Catarinense, Criciúma.

AUTOR X.; AUTOR Y, B. *Coleção de livros didáticos de matemática mais utilizada em escolas estaduais localizadas na região de Tubarão-SC*. São Paulo: FTD, 2009.

BRASIL. *Guia de livros didáticos*: PNLD 2011: Matemática. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2010. 96p.

BRUNELLI, J. B. *Projeto ou atividade de ensino e de aprendizagem?* Expressões da implantação da Proposta Curricular do Estado de Santa Catarina**.** Dissertação de Mestrado. UNESC, Criciúma, 2012.

CAMPOS, T. M. M.; RODRIGUES, Wilson Roberto. A idéia de unidade na construção do conceito do número racional. *REVEMAT: Revista Eletrônica de Educação Matemática*. Universidade Federal de Santa Catarina, UFSC/MTM/PPGECT, Florianópolis, SC, v. 2. 4, p. 68-93, 2007. Disponível em: <http://www.periodicos.ufsc.br/index.>. Acesso em: 24 de abril de 2013.

CARAÇA, B. de J. *Conceitos Fundamentais da Matemática*. Lisboa: Gradiva, 2002, 295p.

CRESTANI, S. *Análise conceitual das proposições de Davydov e seus colaboradores para o ensino do conceito de divisão*. Monografia (Especialização em Educação Matemática). Universidade do Extremo Sul Catarinense, Criciúma, 2013.

CUNHA, A. G. *Dicionário Etimológico Nova Fronteira de Língua Portuguesa.* Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1996.

DAMAZIO, A.; ROSA, J. E.; EUZÉBIO, J. S. O ensino do conceito de número em diferentes perspectivas. *Educação Matemática Pesquisa*, v. 14, p. 209-231, 2012.

DAMAZIO, A.; *et al*. Concepção de álgebra na proposição de Davýdov para o ensino de número. *POIÉSIS* - Revista do Programa de Pós-Graduação em Educação (UNISUL), v. 5, p. 280-299, 2012.

DAVÍDOV, V. V. Análisis de los principios didácticos de la escuela tradicional y posibles principios de enseñanza en el futuro próximo. In: SHUARE, M. *La psicología Evolutiva y pedagógica en la URSS*. Moscú: Progreso, p. 143-155, 1987.

DAVYDOV, V. V. La renovación de la educación y el desarrollo mental de los alumnos. *Revista de Pedagogía*. Santiago: n. 403, p. 197-199, jun. 1998.

DAVYDOV, V. V. *Tipos de generalización en la enseñanza*. 3ª. ed. Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1982.

DORIGON, J. C. G. *Proposições de Davydov para introdução ao conceito de equação*. 2013. 92 f. Monografia (Especialização em Educação Matemática) - Universidade do Extremo Sul Catarinense, Criciúma.

EUZÉBIO, J. S. *Ensino do conceito de número: Proposta de ensino Davýdov e as proposições tradicionais*. 2011. 64f. TCC (Graduação em Pedagogia). Universidade do Extremo Sul Catarinense, Criciúma.

KOPNIN, P. V. *A dialética como lógica e teoria do conhecimento.* Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 1978.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. *Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI*. Campinas: Papirus, 1997.

MADEIRA, S. *"Prática"*: uma leitura histórico-crítica e proposições davydovianas para o conceito de multiplicação. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade do Extremo Sul Catarinense, Criciúma, 2012.

MATOS, C. F. 2013. 92 f. *Resolução de problemas davydovianos sobre adição e subtração por estudantes brasileiros do sexto ano do ensino fundamental*. Monografia (Especialização em Educação Matemática) - Universidade do Extremo Sul Catarinense, Criciúma.

ROSA, J. E. et al. As Significações Algébricas, Geométricas e Aritméticas Éticas no Processo de Elaboração do Sistema Conceitual Numérico à Luz da Teoria Histórico-Cultural. *Educação Matemática Pesquisa*, v. 11, p. 329-350, 2009.

ROSA, J. E. *O desenvolvimento de conceitos na proposta curricular de matemática do Estado de Santa Catarina e na abordagem Histórico-Cultural*. Dissertação (Mestrado em Educação: linha de pesquisa Educação Matemática). Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2006.

ROSA, J. E. *Proposições de Davýdov para o ensino de matemática no primeiro ano escolar*: inter-relações dos sistemas de significações numéricas. Tese (Doutorado em Educação: linha de pesquisa Educação Matemática). Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2012.

ROSA, J. E.; DAMAZIO, A. O ensino do conceito de número: uma leitura com base em Davýdov . *Revista Unión* (San Cristobal de La Laguna), v. 30, p. 81-100, 2012.

ROSA, J. E.; SOARES, M.T.C.; DAMAZIO, A. Conceito de número no sistema de ensino de Davýdov , In: *Anais da XIII Conferência interamericana de Educação Matemática*; Recife, 2011.

ROXO, E. *Lições de Arithmetica*. 7. ed. Rio de Janeiro: Livraria Francisco Alves, 1928.

SANTA CATARINA, Secretaria de Estado da Educação Ciência e Tecnologia. *Proposta curricular de Santa Catarina: estudos temáticos*. Florianópolis: IOESC, 2005.

SANTA CATARINA, Secretaria de Estado da Educação e do Desporto. *Proposta Curricular de Santa Catarina*. Florianópolis: GOGEM, 1998.

SANTA CATARINA, Secretaria de Estado da Educação e do Desporto. *Tempo de Aprender*: subsídios para as classes de aceleração nível 3 e para toda a escola. Florianópolis: DIEF, 2000.

SANTA CATARINA, Secretaria de Estado da Educação. *Proposta Curricular*: uma contribuição para a escola pública do pré-escolar, 1º grau, 2º grau e educação de adultos. Florianópolis: IOESC, 1991.

SILVEIRA, G. M. *Proposições para o ensino do sistema de numeração em Davydov*. 2013. 111 f. Monografia (Especialização em Educação Matemática) – Universidade do Extremo Sul Catarinense, Criciúma.

VIGOTSKI, L. S. *A construção do pensamento e da linguagem*. Trad. Paulo Bezerra. São Paulo: Martins Fontes, 2000.