

Aprender es participar.
El caso de la demostración en geometría euclidiana

*Leonor Camargo Uribe**

RESUMEN

Expongo una conceptualización de aprendizaje desde la teoría de la práctica social que se concreta en una propuesta sobre cómo ver el aprendizaje de la demostración en geometría euclidiana plana. Las ideas se ilustran con fragmentos de la actividad académica realizada por estudiantes de segundo semestre de Licenciatura en Matemáticas. La conferencia está dirigida a futuros profesores, profesores de matemáticas de secundaria y formadores de docentes.

* Universidad Pedagógica Nacional. Dirección electrónica: lcamargo@pedagogica.edu.co

INTRODUCCIÓN

En la introducción de su libro *Comunidades de práctica. Aprendizaje, significado e identidad*, Wenger (1998) nos invita a reflexionar sobre el supuesto según el cual aprender es un proceso individual, separado del resto de nuestras actividades y resultado directo de una enseñanza. Bajo este supuesto se han organizado tradicionalmente las instituciones educativas; en ellas es común observar a los estudiantes tomar notas sobre lo que dice un profesor, ejercitarse individualmente resolviendo problemas tomados de un texto y presentar evaluaciones individuales en donde se considera que pedir o prestar colaboración es hacer trampa. Wenger se pregunta qué tipo de comprensión acerca de cómo se produce el aprendizaje y qué cambios se darían en las aulas, si adoptamos un supuesto diferente y miramos el aprendizaje como un proceso social de participación impregnado de nuestras experiencias como seres humanos. Su teoría de la práctica social es un intento por desarrollar esa perspectiva.

En esta conferencia pretendo esbozar la teoría de la práctica social, propuesta por Wenger, con el propósito de invitar a profesores en formación y en ejercicio a profundizar en ella, pues la veo como una alternativa para comprender y estimular el aprendizaje de las matemáticas y como una vía para fundamentar experiencias investigativas en Educación Matemática. Aunque no considero que la teoría de la práctica social sustituya a otras teorías de aprendizaje, veo que presenta un enfoque y aporta un conjunto de supuestos que proporcionan una base conceptual útil para analizar de una manera diferente a la usual: el aprendizaje de las matemáticas y particularmente de la demostración.

Inicialmente presento algunos fundamentos en los que se apoya la teoría. Después me refiero a los principales presupuestos de esta. Finalmente describo algunos de los componentes más importantes, ejemplificándolos con fragmentos de la actividad matemática de estudiantes de segundo semestre de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional.

FUNDAMENTOS DE LA TEORÍA DE LA PRÁCTICA SOCIAL

La teoría de la práctica social, desarrollada por Wenger (1998), se deriva de la teoría sociocultural propuesta por Lave & Wenger (1991). A su vez, esta última se fundamenta en principios generales de la aproximación sociocultural al aprendizaje, desarrollada por Vygotsky (1978), algunos de los cuales sintetizo a continuación:

Los procesos cognitivos individuales tienen sus raíces en la interacción social, a través de la comunicación que se lleva a cabo en las actividades culturales en las que los individuos participan colectivamente. El aprendizaje sucede mediante un proceso de interiorización en el cual los fenómenos sociales se transforman en fenómenos psicológicos que se llevan a cabo en el plano mental (Goos, 2004). En particular, las clases pueden ser vistas como espacios de interacción social en las cuales los individuos participan en actividades colectivas, discuten acerca del significado de dichas actividades y de cómo se llevan a cabo y por esta vía aprenden.

Las acciones humanas, tanto en el plano individual como en el plano social, están mediadas por herramientas y signos (Goos, 2004; Mariotti, 2000). Este es un principio central de la aproximación sociocultural en el ámbito educativo. Al usar mediadores en diseños didácticos cuidadosamente planeados, estos permiten desplegar una rica actividad experimental, fuente de ideas y conjeturas y, a la vez, contribuyen a generar vías de acceso al conocimiento a través de la comunicación.

La contribución de una persona más experimentada, como guía durante el aprendizaje, es fundamental; esta persona debe brindar apoyo gradual según se van desarrollando las competencias del aprendiz. La interacción entre el individuo que está aprendiendo y la persona más experimentada activa funciones mentales que no han madurado en el aprendiz, pero que yacen en una región intermedia entre los niveles potencial y real de su desarrollo (Blanton & Stylianou, 2003). Mediante la relación con un experto, el aprendiz inicia un proceso que le permite acercarse o llegar a la condición de experto a través de su participación en actividades compartidas (Forman, 1996). En el ámbito educativo este principio cobra gran importancia, pues es el profesor, como miembro experto en la clase, quien introduce a los estudiantes en los estándares del conocimiento 'oficial', a través de la coordinación entre las ideas que los alumnos son capaces de producir y aquellas admitidas por la comunidad académica de referencia, a las que potencialmente los estudiantes pueden acceder.

A pesar de compartir los tres principios, la teoría formulada por Lave y Wenger (1991) se distancia un poco de la idea del aprendizaje como un proceso de interiorización de información externa para crear una representación interna, sugerida por Vygotsky (1978). Según Lave & Wenger, este proceso puede confundirse con un proceso de transmisión o asimilación de conocimiento. Por esta razón, los autores evitan establecer una dicotomía entre fenómenos

psicológicos internos y externos. En lugar de ello, ven el aprendizaje como participación en actividades de una comunidad que incluso puede existir fuera o dentro de una institución educativa. Desde ese punto de vista, por ejemplo, el aprendizaje de las matemáticas se considera como el acceso a prácticas significativas cercanas a las de comunidades de profesionales que producen matemáticas o las usan (Forman, 1996).

PRESUPUESTOS DE LA TEORÍA DE LA PRÁCTICA SOCIAL

Wenger (1998) parte de cuatro presupuestos sobre la naturaleza del conocimiento y del aprendizaje:

- (i) somos seres sociales y este es un aspecto esencial del aprendizaje;
- (ii) el conocimiento es un asunto de competencia en relación con ciertas actividades valoradas socialmente (entre las cuales podríamos considerar el descubrir y validar hechos científicos);
- (iii) conocer es cuestión de participar de manera activa en la consecución de empresas conjuntas;
- (iv) el producto del aprendizaje es el significado, visto como nuestra posibilidad de experimentar el mundo en el que vivimos y nuestro compromiso con él (Wenger, 1998).

Estos presupuestos llevan al centro de interés de la teoría: el aprendizaje como participación en prácticas valoradas por comunidades sociales y la construcción de una identidad con relación a dichas comunidades. En ese sentido, al adoptar este enfoque es posible aceptar que aprender a demostrar es un proceso de participación en una práctica que es valorada por comunidades que producen y usan matemáticas.

COMPONENTES DE LA TEORÍA DE LA PRÁCTICA SOCIAL

En lo que llama un inventario inicial, Wenger se refiere a los siguientes componentes que considera necesarios para poder caracterizar el aprendizaje como un proceso de participación:

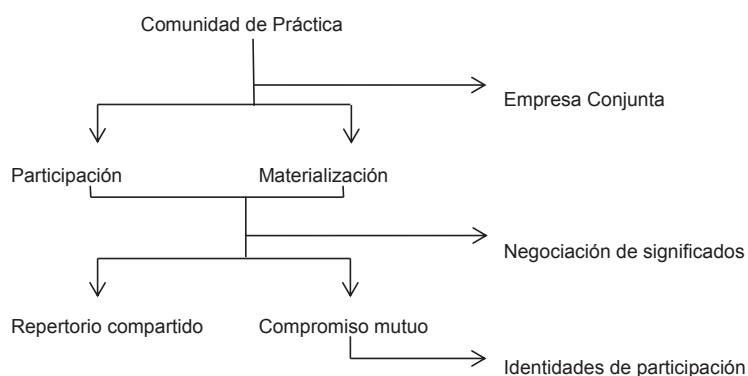
Significado: considerado como el producto negociado del aprendizaje y entendido como la posibilidad que tenemos, individual y colectivamente, de considerar el mundo, nuestras experiencias y nuestra vida como algo que tiene sentido y es valioso,

Práctica: vista como el conjunto de recursos, sistemas de referencias, perspectivas histórica y socialmente compartidas y actuaciones que permiten asumir un compromiso mutuo en la acción,

Comunidad: reconocida como la configuración social en donde nuestras empresas se definen como valiosas y nuestra participación se reconoce como competente,

Identidad: puntualizada como el efecto del aprendizaje en quiénes somos y en la creación de una historia personal en el interior de las comunidades a las que pertenecemos.

Desde el punto de vista de Wenger (1998), estos componentes están profundamente interrelacionados y se definen mutuamente de tal forma que no es tarea fácil usarlos como herramientas analíticas tal como los describe el autor. Para favorecer una lectura comprensiva inicial propongo un esquema de relaciones entre los componentes, procurando no tergiversar la teoría (figura 1).



Parto del componente 'comunidad', para referirme a la noción de comunidad de práctica, en el interior de la cual se desarrolla una 'práctica' con el objeto de llevar a cabo una 'empresa conjunta'. En el devenir de dicha práctica sucede una permanente 'negociación de significados', gracias a procesos de 'participación' y 'materialización' en un 'repertorio compartido' de experiencias que produce 'identidades de participación' diferenciadas, según el 'compromiso mutuo' asumido por los participantes. A continuación, voy a referirme a cada uno de estos componentes, ilustrando las ideas con algunos ejemplos sacados de fragmentos de una clase de geometría plana que sirvió de base para un experimento de enseñanza en el que se pretendía que los estudiantes aprendieran a demostrar (Camargo, 2010).

Comunidad de práctica

La unidad primaria de análisis del aprendizaje en la teoría de la práctica social no es el individuo sino la configuración social en donde este puede llevar a cabo, junto con otros, una empresa de su interés. En la interrelación con los demás, las personas ajustan la empresa a fines comunes, modifican su relación con los demás y ganan una identidad en relación con la configuración social. Wenger (1998) usa la expresión 'comunidad de práctica' para referirse a esta configuración. En una comunidad de práctica, compuesta por expertos y novatos, las personas experimentan una historia de aprendizaje compartido que supone la existencia de unos principiantes que se incorporan a la comunidad de miembros activos y comienzan un proceso de participación en el que van ganando legitimidad para ser tratados como miembros periféricos o activos y posteriormente miembros plenos de ella. Pero también supone miembros experimentados, o expertos, que lideran y organizan el acceso de los novatos a la práctica y otorgan legitimidad a esta según lo que la comunidad considera una práctica competente. Por tanto, la existencia de una comunidad de práctica no depende de la permanencia fija de sus miembros ni de que estos cumplan siempre la misma función. Una comunidad de práctica sugiere un organismo vivo a donde llegan nuevos miembros, los que ya están dedican parte de su tiempo a iniciar a los principiantes en las prácticas de la comunidad y eventualmente los miembros veteranos son remplazados por nuevos miembros que asumen la dirección de la comunidad hacia la consecución de una empresa conjunta.

Según Goos (2004) con el constructo 'comunidad de práctica' Wenger logra integrar algunos elementos de teorías de la estructura social -que dan primacía a las instituciones, normas y reglas- con varios elementos de teorías de la experiencia situada -que privilegian las dinámicas de la existencia diaria y la construcción local e interpersonal-. Para Cobb et al. (2003) y Stylianides (2007), en el caso de la enseñanza de las matemáticas, cuando se concibe una clase como una comunidad de práctica, el constructo también incluye lo que los miembros toman como garantía de verdad en el curso de las interacciones que transcurren en ella, que se relaciona con lo que la comunidad de profesionales de las matemáticas considera como aceptado, verdadero o válido. Este señalamiento cobra especial relevancia si se está aprendiendo a demostrar.

Generalmente, una comunidad de práctica se conforma libremente y por el tiempo que se requiera para llevar a cabo la empresa que se propone, pero

también puede existir en una organización social institucionalizada. En el segundo caso, probablemente se adapta a condicionantes de la institución, tales como los tiempos de iniciación y terminación, la inclusión de nuevos miembros solo en ciertos momentos o la definición de la empresa por agentes externos. No obstante, preserva características que permiten definirla como una comunidad de práctica, como por ejemplo: la redefinición local o renegociación de la empresa, el establecimiento de su propia dinámica de relaciones y responsabilidades entre los miembros, la emergencia de actividades no planeadas y la evolución en forma autóctona en función de su propia dinámica. (Wenger, 1998). Para poder considerar una organización institucional como una comunidad de práctica, interesa, por lo tanto, capturar la riqueza de las interacciones sociales y actividades no necesariamente predeterminadas que se despliegan libremente en su interior, más allá de la simple estructura prefigurada.

Considerar que cualquier clase de matemáticas es una comunidad de práctica es una decisión polémica que genera discusión entre los investigadores. Por ejemplo, Boylan (2005) considera que, en la mayoría de los casos, la naturaleza de las clases de matemáticas se aparta de la descripción de una comunidad de práctica y, por lo tanto, el uso generalizado de la denominación tergiversa el significado de esta y se pierde el valor analítico de la teoría. Para sustentar su planteamiento afirma, entre otras cosas, que las relaciones de poder en una clase son determinantes de la participación de los estudiantes en ella, lo que no ocurre en una comunidad de práctica en otro ámbito; en ese sentido, los estudiantes se someten a las prácticas, más que contribuir a crearlas y conformarlas. Esta idea es señalada también por Lerman (2001) al referirse a la naturaleza coercitiva generalizada de la participación de los estudiantes en una clase.

De otra parte, la clasificación de los miembros de una clase en expertos y novatos también es cuestionada por investigadores como Adler (1998) y Lerman (2001), quienes señalan que es difícil establecer la correspondencia de dicha clasificación con los roles usuales de profesor y estudiantes porque no es claro a qué comunidad de expertos representa el profesor -si a la comunidad de profesionales en matemáticas o a la comunidad de profesores de matemáticas- y, además, porque la mayoría de los estudiantes no participan de la clase para volverse profesores de matemáticas o matemáticos. Esto hace que conceptos de la teoría de Wenger (1998) como participación periférica legítima¹ no se apliquen fácilmente al contexto educativo.

¹ Este concepto, acuñado por Lave y Wenger (1991) será explicado más adelante.

Adicionalmente, Adler (1998), Graven y Lerman (2003) y Krainer (2003) ponen de presente que en comunidades de práctica no institucionales el interés central del experto está en alcanzar las metas que se propone la empresa de la comunidad, y, por vía indirecta, a través de su participación en las prácticas de la comunidad, el novato aprende. En cambio, en los contextos educativos el principal interés del profesor es el aprendizaje *per se* de los estudiantes. En ese sentido, el aprendizaje está mediado por esfuerzos específicos de enseñanza y este hecho condiciona la práctica que se lleva a cabo y genera una práctica específica, alejada de una práctica real.

Las consideraciones anteriores han llevado a algunos investigadores a matizar la expresión 'comunidad de práctica' cuando describen algunas clases de matemáticas que podrían concebirse como tales, en el sentido establecido por Wenger (1998). Clark (2005) se refiere a ellas como 'comunidades de práctica de clase', Goos (2004) las denomina 'comunidades de práctica inquisitiva', Rogoff (1997) las llama 'comunidades de aprendices' y Winbourne y Watson (1998, citados en Boylan 2005) les dan el apelativo de 'comunidades locales de práctica matemática'. Estos autores se refieren a dichas comunidades como ámbitos en donde los estudiantes pueden considerarse a sí mismos capaces de producir matemáticas y hay un reconocimiento público a la posibilidad de desarrollar competencias matemáticas a través de actividades conjuntas y de los roles asumidos. Los estudiantes reconocen el valor de trabajar colectivamente hacia el logro de significados comunes, comparten vías de comportarse, lenguajes, hábitos, valores y herramientas; las clases se llevan a cabo con la participación activa de los estudiantes y, por momentos, se ve que todos están comprometidos en la misma actividad. En ese sentido, describen rasgos distintivos de una comunidad de práctica en el sentido descrito por Wenger (1998) y el constructo sigue siendo válido para analizar el aprendizaje que tiene lugar en una clase de matemáticas.

Desde mi punto de vista, Wenger (1998) hace una contribución importante al desarrollo de perspectivas socioculturales sobre el aprendizaje, al ofrecer herramientas analíticas útiles para estudiar el aprendizaje por medio de la participación y la formación de identidades. Por ello, veo factible adoptar el constructo 'comunidad de práctica' como unidad de análisis del aprendizaje. Sin embargo, los cuestionamientos que he señalado en los párrafos anteriores me llevan a atender la recomendación de Boylan (2005) cuando pide asumir una postura reflexiva y vigilante en la aplicación de la teoría asumida, para no correr el riesgo de hacer una caracterización a la ligera de clases

de geometría como las que propongo como ejemplo de constitución de una comunidad de práctica.

Una versión del curso Geometría Plana, de segundo semestre de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional, en donde pusimos en juego, junto con la profesora del curso y el grupo de investigación Aprendizaje y Enseñanza de la Geometría, una enseñanza experimental, fue considerada por mí como una comunidad de práctica de clase. Dado que el diseño y el desarrollo del curso se hicieron modificando el estilo usual de trabajo en un curso de ese nivel, en busca de la participación de los estudiantes en la actividad demostrativa², me pareció pertinente suponer el surgimiento de una comunidad de práctica en el interior del escenario educativo institucional. Sin embargo, dado que la naturaleza de las clases era claramente diferente a la naturaleza de las comunidades que sirvieron de base a Wenger (1998) para la construcción de la teoría, consideré más apropiado emplear el término acuñado por Clark (2005), 'comunidad de práctica de clase', y caracterizar a qué me refiero con este.

En primer lugar, identifiqué una configuración social en donde la profesora y los estudiantes llevaron a cabo una empresa de su interés. A través de la participación y el deseo de sacar adelante la empresa ocurrió el aprendizaje de los estudiantes como un efecto de la práctica. Aunque el objetivo principal de los estudiantes era aprender, y el de la profesora era lograr que sus estudiantes aprendieran, fue posible proponer a los estudiantes la consecución de una empresa conjunta, diferente a la de aprender, y organizar la clase en función de esta, buscando con ello hacer partícipes a los estudiantes de sacar adelante dicha empresa. En ese sentido, aunque los estudiantes no se agruparon inicialmente motivados por contribuir en una empresa que se les propuso, terminaron involucrándose en sacarla adelante. Por ello, la profesora redefinió la meta del curso Geometría Plana invitando a los estudiantes a hacer parte activa de la construcción de una porción de un sistema teórico. Veamos cómo la profesora introdujo este propósito el primer día de clase:

² Adopto la definición de 'actividad demostrativa' sugerido por el grupo Aprendizaje y Enseñanza de la Geometría' como aquel que involucra los procesos de conjetura y justificación, relacionados entre sí por el hecho de que se justifica lo que se conjetura. El proceso de conjeturar tiene por meta la formulación de conjeturas, es decir, enunciados de carácter general, fundamentados en la observación o el análisis de indicios, cuyo valor de verdad no lo tiene definido el sujeto pero este tiene un alto grado de certeza sobre su veracidad, razón por la cual son candidatas a entrar en un proceso de justificación que las valide dentro de un sistema teórico determinado. El proceso de justificar tiene por meta la producción de una argumentación de carácter deductivo que valide la conjetura formulada, es decir, la sustente como verdadera dentro de algún sistema de conocimiento (e. g., creencias, representaciones gráficas, sistema teórico).

P: El propósito del curso dice es iniciar la construcción de un sistema teórico de geometría euclidiana plana.

P: Nosotros vamos a comenzar a armar un sistema teórico. Dentro de este sistema tenemos varios elementos como los conceptos, o sea las definiciones, otros son postulados, otros son teoremas y también las reglas que vamos a usar para demostrar o para convencer a los demás. Vamos a tener ciertas reglas muy estrictas que son las que tenemos que seguir.

Ella no definió la meta del curso en función del aprendizaje sino del logro de una empresa. En ese momento, los estudiantes no sabían qué era un 'sistema teórico de geometría euclidiana plana', ni la profesora intentó explicarlo; ella esperaba que entendieran su significado a medida que participaban de la construcción de este. Sin embargo, la declaración de intenciones no es garantía de éxito. Para poder afirmar que el curso universitario de geometría plana se constituyó en una comunidad de práctica de clase hay que mostrar indicios de la construcción colectiva de la empresa conjunta y de cómo profesora y estudiantes avanzaron en el logro de ella.

En segundo lugar, incluyo como miembros de la comunidad de práctica de clase a la profesora y a aquellos estudiantes que participaron en las actividades que se propusieron y evidenciaron un compromiso abierto por sacar adelante la empresa sugerida. Dado que la agrupación de los miembros de una clase de matemáticas no es voluntaria y motivada no por el interés en participar de una empresa sino por la organización curricular propia de una institución educativa, opté por buscar indicadores de la constitución de esta en el tipo de participación y no en la razón inicial por la que las personas se agruparon. En la enseñanza experimental, dado que no hubo un estudiante marcadamente disidente que me permitiera catalogarlo como 'externo' a la comunidad, incluí en ella a la profesora y a todos los estudiantes del curso de Geometría, aunque este no es necesariamente el caso más usual.

En tercer lugar, en la comunidad de práctica de clase los estudiantes tuvieron la posibilidad de moverse desde una posición de novatos hacia la posición de expertos, gracias a las relaciones democráticas que intentó establecer la profesora. Ella hizo esfuerzos sistemáticos por aprovechar la relación asimétrica que sostenía con sus estudiantes para disminuir el efecto limitante de la estructura binaria de poder en la clase, en donde el profesor tiene la autoridad de la calificación y la participación de los estudiantes puede estar motivada por temor a obtener malas calificaciones y no por un interés genuino. La profesora promovió el desarrollo colectivo de ideas de los estudiantes sobre las que eventualmente ella misma no había pensado, lo que la puso,

en ocasiones, en el mismo nivel de conocimientos de algunos estudiantes en la solución de algún asunto. En otras oportunidades, algún estudiante asumió una tarea como propia y adoptó el liderazgo de ella, haciendo que la profesora se supeditara a la organización que este promovió. En la medida en que estas situaciones, u otras similares, no fueron esporádicas sino elementos característicos de la interacción entre la profesora y los estudiantes, pude afirmar que las relaciones de poder se transformaron y encontré indicios de la conformación de una comunidad de práctica de clase.

Para ilustrar este tipo de eventos, veamos un fragmento de una interacción. Ocurre cuando, por inquietud de Juan, la clase está buscando una vía para demostrar que el punto D -de la altura CD correspondiente al lado AB del triángulo obtusángulo ABC que conforma, junto con el lado BC el ángulo obtuso $\angle B$ -, no pertenece al lado AB (figura 2a). Leopoldo sugiere suponer que no se tiene la intersección $A-B-D$ lo que lleva al grupo a analizar las posibles opciones para descartarlas: $A-D-B$, $D-A-B$, $A=D$, $B=D$. Comienzan suponiendo $A-D-B$ (figura 2b). En la interacción, Aníbal propone la idea principal, y la profesora, quien no se había planteado de antemano la situación, contribuye a su desarrollo, a medida que va interpretando lo que el estudiante dice.

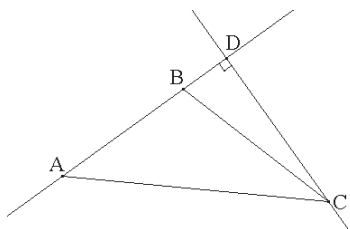


Figura 2 (a)

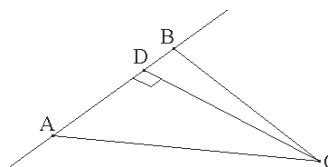


Figura 2 (b)

Aníbal:	Lo que pasa es que ese ángulo [$\angle ADC$] es recto y ese ángulo recto sería externo al triángulo DBC .
P:	O sea que Aníbal sugiere que miremos el triángulo BDC y que el ángulo ¿qué?
Aníbal:	Y que el ángulo ADC es externo.
P:	Es externo y eso ¿qué consecuencia trae?
Aníbal:	Pues que como ese ángulo es externo, entonces tiene que ser mayor que el ángulo/
P:	/entonces la medida del ángulo/
Aníbal:	/ADC es mayor que la medida del ángulo DBC /
P:	/y ahí llegamos a una contradicción porque este [$\angle B$] dijimos que sería mayor que... es obtuso... y ya, bueno, es escribirlo así. Entonces dijimos: este caso $[A-D-B]$ no puede suceder.

* Uso el signo / para señalar que la intervención es interrumpida por el siguiente interlocutor.

En síntesis, asumo la posición sugerida por Boylan (2005) según la cual una clase de Matemáticas puede llegar a constituirse en una comunidad de práctica, pero no todas las clases de Matemáticas lo son. Es decir, deben hacerse esfuerzos explícitos por lograrlo, particularmente referidos a la delegación de responsabilidades a los alumnos con relación a las prácticas matemáticas y sociales en la clase, de tal suerte que pueda llevarse a cabo una trayectoria de participación incluyente de los estudiantes.

La emergencia de comunidades de práctica de clase es fundamental en el aprendizaje de los estudiantes, puesto que el hacer matemáticas es una actividad social. En ese sentido, el aprendizaje está culturalmente determinado por una comunidad local de individuos y es estimulado cuando ellos se comprometen en el proceso de hacer matemáticas. Se puede complementar esta idea mencionando, como Wenger (1998) lo indica, que un buen funcionamiento de una comunidad de práctica es un contexto privilegiado para la construcción de conocimiento debido a que vivir experiencias de compromiso mutuo alrededor de una empresa conjunta –que implican un fuerte lazo de competencia conjunta a la vez que un profundo respeto por las experiencias particulares– es ideal para estimular la generación de nuevas ideas.

Aprender es participar

Según Wenger (1998), aprender es sinónimo de participar, es decir, del proceso de tomar parte activa en alguna actividad, empresa o misión social, situada en un contexto particular, al mismo tiempo que se establecen relaciones con otras personas. Estas relaciones sugieren simultáneamente acción y conexión. En interacción con el proceso de 'materializar'³ –mediante el cual la experiencia se plasma en productos concretos que son puntos de enfoque en torno a los cuales se organiza la negociación de significados⁴– conforman una dualidad que da sentido a la práctica que se está llevando a cabo.

A manera de ejemplo, sostengo que es posible asumir el aprendizaje de la demostración en el sentido señalado por Wenger (1998) como sinónimo de participación en la actividad demostrativa que se despliega en el curso de Geometría Plana con la meta de construir colectivamente, profesora y

³ El término 'materialización' es usado por Gómez (2007) para traducir la palabra 'reification' que se encuentra en la edición en inglés del libro de Wenger (1998). Sin embargo, en la traducción en español hecha por Sánchez (Wenger, 2001) se usa la palabra 'cosificación'. Nosotros preferimos el término usado por Gómez pues nos parece que expresa mejor la idea que se quiere dar con la palabra 'reification'.

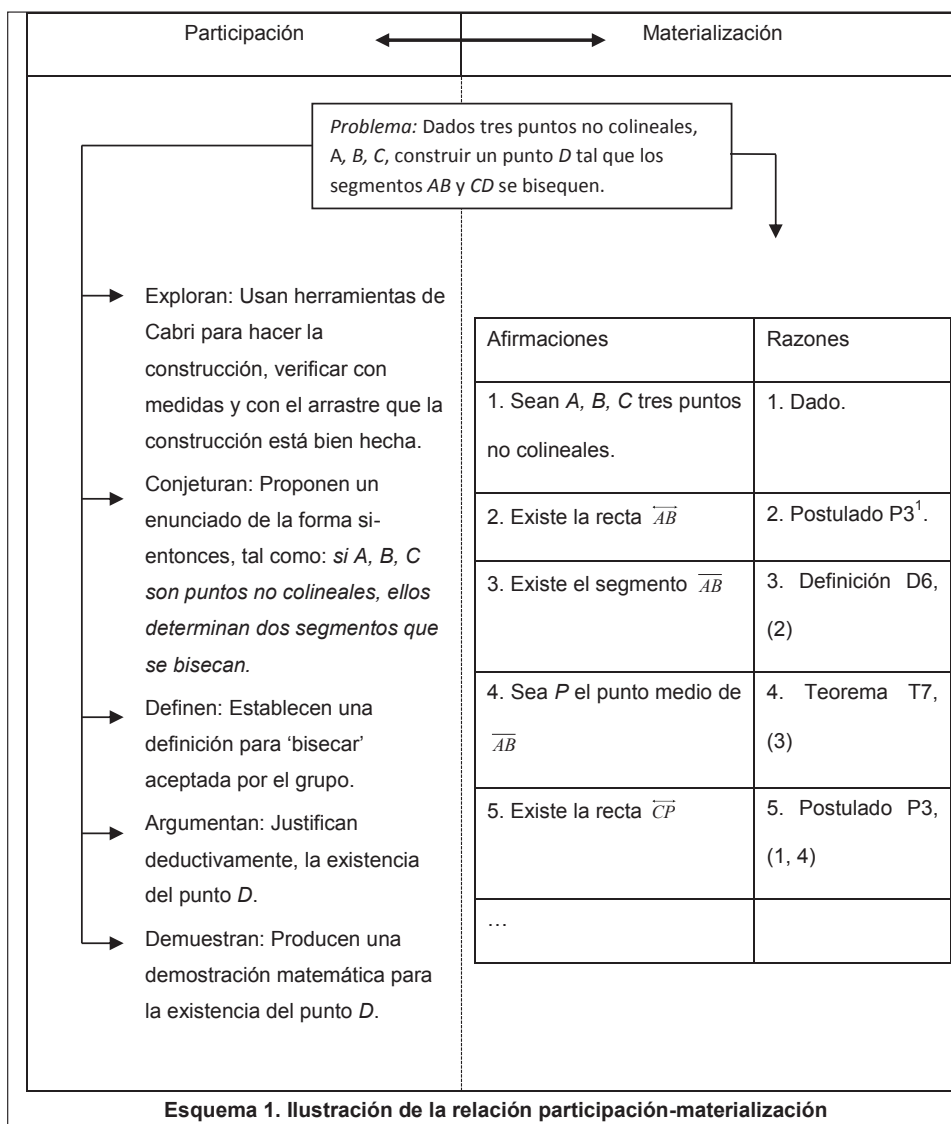
⁴ Explico el término más adelante.

estudiantes, una porción de un sistema teórico de geometría euclidiana plana. En articulación con este proceso, el producto de la actividad demostrativa se materializa en un conjunto de teoremas (Mariotti et al., 1997), es decir, enunciados con su correspondiente demostración matemática enmarcada dentro de un sistema teórico de referencia. A medida que los teoremas se incorporan al sistema este se amplía para abarcar no solo postulados, definiciones y teoremas iniciales, sino nuevos enunciados que se incluyen a medida en que se institucionalizan.

La participación en la actividad demostrativa conforma con la producción de demostraciones, o materialización de la actividad, una dualidad que da significado a la práctica que se lleva a cabo en el curso, concretando en productos observables la experiencia realizada. El resultado de la práctica en el curso universitario de Geometría Plana es un conjunto de postulados, definiciones y teoremas escritos de acuerdo con las normas establecidas en la clase. En ese sentido sostengo que la dualidad participación-materialización es análoga a la dualidad entre los polos proceso-producto de la demostración (Arsac, 2007). Ambas dan sentido a la actividad. Mediante la participación, la rigidez de la forma de una demostración matemática y el propósito de esta cobran significado para los estudiantes. A través de la materialización, se organiza e institucionaliza la práctica en un conjunto de enunciados del sistema teórico para poder comunicarlo, para tener una memoria colectiva que permita recordar decisiones y coordinar nuevas acciones. Como lo señala Wenger (1998), en comunidades cuya empresa busca la continuidad de ciertos significados –como es el caso de una comunidad de práctica de clase–, la participación y la materialización deben mantener una relación de complementariedad que permita la compensación de las limitaciones de una u otra. Si predomina la participación, y la mayoría de lo importante se deja sin materializar, no habrá productos suficientes para destacar lo específico de la práctica y coordinar presupuestos divergentes. Si lo que predomina es la materialización, y hay pocas oportunidades para la experiencia compartida y la negociación interactiva, puede que no se recupere un significado colectivo. Esta perspectiva tiene implicaciones pedagógicas para la enseñanza de conocimientos complejos –como la demostración– pues una insistencia excesiva en el producto sin los correspondientes niveles de participación o, a la inversa, la desatención al producto puede desembocar en una experiencia carente de significado.

En el esquema 1 ilustro, con un ejemplo, la dualidad participación-materialización, tal como fue concebida para el caso de la enseñanza experimental.

A raíz de un problema que se propone a los estudiantes, ellos se involucran en la actividad demostrativa, participan en acciones específicas relacionadas con el problema (parte izquierda del esquema) y en la producción de la demostración matemática del teorema que el problema da lugar (parte derecha del esquema).



Participación periférica legítima

Lave y Wenger (1991) usan la expresión 'participación periférica legítima' para referirse al proceso –característico del aprendizaje– mediante el cual los recién llegados a una comunidad se integran a esta. Cuando una persona comienza a hacer parte de una comunidad, y va incrementando su rango de participación en la práctica, se moviliza desde su posición de 'recién llegado' por diferentes posiciones y eventualmente llega a ser 'veterano' o 'experto' en la práctica. Por eso, con la expresión 'participación periférica legítima', sus creadores intentan explicar el desarrollo de una identidad personal, a la vez que se producen y reproducen comunidades de práctica. En el ámbito educativo, al considerar una clase como una comunidad de práctica, se puede usar la expresión para hacer referencia a la evolución en la participación personal de los estudiantes a medida en que avanzan colectivamente en las actividades matemáticas propuestas. Desde el punto de vista de Adler (1998) la expresión refleja el puente que se establece entre la persona y la comunidad de práctica, pues los individuos ganan una identidad inherente al conocimiento que desarrollan con la cual participan de las actividades de la comunidad y contribuyen en su conformación.

En la enseñanza experimental con la que ilustro los componentes de la teoría de la práctica social, a medida que los estudiantes avanzaron en la actividad demostrativa propuesta en la comunidad de práctica de clase, se dio una evolución en la participación. Para utilizar el constructo 'participación periférica legítima' analíticamente, decidí adaptar la propuesta de Fernández (2008) quien define estados de involucramiento en las acciones que se llevan a cabo en el cumplimiento de la empresa. Por ello me refiero a tres estados: *participación periférica legítima*, *participación legítima* y *participación plena*, que distingo por el papel que desempeña el profesor, de acuerdo con Fernández (2008), y por la calificación dada a la participación en términos de relevante (esencial y útil para el cumplimiento de la meta), genuina (con fundamento para lo que se dice o hace y con conciencia de la responsabilidad con la tarea que se lleva a cabo), autónoma (espontánea, por iniciativa propia y por un interés personal) y original (creativa, con ideas propias). En el esquema 2 describo las características particulares de cada estado, aclarando que no siempre es fácil calificar el grado de autonomía, relevancia y originalidad de la participación, por lo que la clasificación no es disjunta.

Participación periférica legítima	Los estudiantes, bajo la dirección y acompañamiento cercano del profesor, participan en la actividad demostrativa con los recursos disponibles, de manera poco autónoma, ni genuina, ni relevante ni original.
Participación legítima	Los estudiantes, con el apoyo del profesor, participan en la actividad demostrativa de manera genuina, relevante u original, pero no autónoma.
Participación plena Los estudiantes, en interacción comunicativa con el profesor, participan en la actividad demostrativa de manera genuina, autónoma, relevante y eventualmente original y son reconocidos como líderes por los demás miembros de la comunidad.	
Esquema 2: Estados de participación	

Negociación de significados

Al referirme al aprendizaje de la demostración como una dualidad participación-materialización coincido con Wenger (1998) en afirmar que ella da significado a la práctica que se está llevando a cabo. Debo entonces aclarar a qué me refiero con el término 'significado' y lo que entiendo por 'negociación de significados'.

Con relación al 'significado', tal como lo sugiere Wenger (1998), con ese término no estoy aludiendo a acepciones filosóficas o semióticas sobre la relación entre un signo y un referente sino a una manera de expresar una experiencia determinante en la vida; esta experiencia modifica la identidad de los individuos, la manera como interactúan con los demás, y lo que aportan a las acciones colectivas, definiendo la naturaleza de la práctica que se lleva a cabo. En consecuencia, el significado no surge de la absorción pasiva de información o de la realización de procedimientos mecánicos o rutinarios sino de procesos de participación en las prácticas de la comunidad a la que se pertenece. Parafraseando a Wenger, afirmo que los estudiantes del curso de geometría plana adquirieron un significado de la demostración que es fruto de la interacción entre la participación en la actividad demostrativa, que el mismo grupo va configurando, y el proceso de materializar esa participación en la producción de definiciones y teoremas que alimentan el sistema teórico de referencia.

La naturaleza de la práctica que se lleva a cabo se configura en un proceso que Wenger denomina 'negociación de significados'. Esta expresión ha sido usada de manera similar por diversos investigadores en educación matemática (Richards, 1996; Gómez, 2007) para referirse al proceso de reorganizar las

interpretaciones personales de las acciones o ideas, propias y ajenas, ante las acciones o ideas de los demás, en el curso de una interacción en clase. Yo adopto esa acepción y asumo, además, como lo señala Wenger (1998) que este proceso es motivado por las reacciones de unos y de otros, y no necesariamente es explícito. Generalmente se presenta a través de sutiles adaptaciones de las acciones de los participantes según se van ajustando al desarrollo de sus propias interpretaciones. La negociación no es sinónimo de acuerdo total respecto de alguna interpretación sino de un nivel de afinidad que permite el éxito de la comunicación y genera la cultura de la clase.

Para el caso del experimento de enseñanza afirmo que la organización deductiva que se logró, por ser el producto de la negociación de significados, tiene su sello propio, aunque la presencia de un experto dirija la empresa hacia la configuración de un producto cercano a aquel que es valorado culturalmente como contenido para un curso de ese nivel. Cuando los estudiantes del curso de geometría plana discutían la conjetura sugerida por una pareja de compañeros, o la demostración de un enunciado propuesta por alguno de los miembros de la clase, experimentaban un proceso de negociación de significados que configuró lo que para ellos es demostrar. Esta negociación sería imposible si el contenido del curso no fuera fruto de la construcción colectiva. Como lo señalan algunos investigadores (de Villiers, 1986; Hanna, 1990; Herbst, 2002), cuando las demostraciones son presentadas por el profesor a los estudiantes como un producto ya materializado, sin la participación de ellos en su producción, es muy probable que esto produzca una experiencia poco significativa.

Repertorio compartido

Una característica de la práctica como fuente de coherencia de una comunidad es el desarrollo de un repertorio compartido, compuesto por el conjunto de recursos que la comunidad produce o adopta durante su existencia, que pasan a formar parte de la práctica y que generan una producción local de significado (Wenger, 1998). El repertorio combina aspectos de la participación y de la materialización al constituir estilos propios de actuación y de discurso mediante los cuales los miembros expresan su afiliación y su identidad con la comunidad.

Como son el resultado de la historia de desarrollo de la comunidad, los recursos compartidos son intrínsecamente ambiguos, es decir, no pueden preverse completamente ni tienen una función establecida claramente de

antemano, sino que se constituyen en elementos para la negociación y, por lo tanto, para posibilitar la construcción colectiva de significados. En ese sentido, la coordinación de perspectivas y el diseño de acciones están siempre en estado de revisión y abiertos a nuevos significados.

Con el término 'repertorio', Wenger se refiere al conjunto de rutinas, palabras, gestos, instrumentos, maneras de hacer y hablar, símbolos, relatos, conceptos, etc., que la comunidad produce o adopta en el curso de su existencia. Con el objeto de precisar el término para darle potencial analítico y usarlo para dar evidencias del aprendizaje de la demostración, yo hago referencia solo a algunos aspectos del repertorio, dejando de lado otros no menos importantes, pero que requieren dispositivos metodológicos complejos para dar cuenta de ellos. Además, los agrupo en dos: los 'modos de hacer' y los 'modos de decir' e incluyo otros aspectos como parte integral de estos dos (figura 3).

'Modos de hacer'	Instrumentos	'Modos de decir'	Palabras
	Rutinas		Símbolos
	Normas		Conceptos
Prácticas			Interacciones
Figura 3: Aspectos del repertorio compartido			

'MODOS DE HACER'

En el curso de Geometría Plana se constituyó un estilo propio de 'hacer' referido a la manera como profesora y estudiantes llevaban a cabo la actividad demostrativa. Los instrumentos de que disponían, las rutinas propias de la clase, las normas que se establecieron determinaron, junto con las prácticas que componen la actividad demostrativa, el 'modo de hacer'.

Al referirnos a los 'instrumentos', hago alusión principalmente al uso peculiar del programa informático de geometría dinámica, Cabri, que estaba a disposición de los estudiantes permanentemente; este determinó el acercamiento que ellos tuvieron a la demostración. De un lado, la participación en la actividad demostrativa se llevó a cabo simultáneamente con el proceso de aprender a usar el programa, y sacar provecho de este en el desarrollo de las tareas, hecho que llevó a que parte de las acciones consistieran en prestar atención al funcionamiento del programa y a cómo este permite o limita hacer explícitos aspectos importantes de la actividad demostrativa. De otro lado, el uso frecuente del programa hizo que la mayoría de los estudiantes

lo convirtiera en un instrumento de apoyo en el análisis de situaciones, en la argumentación y en la producción de demostraciones, al hacer visibles aspectos de la práctica de la demostración que no se visibilizan tan fácilmente sin el recurso.

El término 'rutinas' generalmente hace referencia a actividades o acciones acostumbradas que la comunidad de la clase fue incorporando en la práctica cotidiana, fruto de la repetición de pautas de actuación. Algunas son propias de una clase cualquiera, como iniciar o interrumpir lo que estaban haciendo en el tiempo programado para la clase, hacer y entregar las tareas que la profesora solicitaba, llevar un cuaderno de apuntes con la síntesis de lo trabajado en clase, etc. Otras tenían que ver con el estilo propio con el que se desarrolló el curso de geometría. Uso el término rutina, preferencialmente, para referirme con este al conjunto de acciones que componen cada una de las actividades involucradas en la actividad demostrativa. Por ejemplo: identificar propiedades en una representación, establecer cuál definición conviene al sistema teórico, proponer una definición e identificar el papel que cumple una definición en una demostración, evaluar la aceptabilidad de una conjetura, establecer la concordancia entre la construcción hecho y la conjetura propuesta, argumentar, demostrar, etc.

Con respecto a las 'normas', me refiero a la regulación de las formas de participación que emergen y se establecen en la comunidad, con base en la negociación. Como Yackel y Cobb (1996) sugieren, diferencio normas sociales y normas sociomatemáticas. Las normas sociales regulan la estructura de la participación en clase y favorecen que esta se organice alrededor de las ideas de los estudiantes. A lo largo del experimento de enseñanza, se estableció que todas las ideas propuestas por los miembros de la clase eran útiles, sin importar que no estuvieran correctas o completas. Las normas sociomatemáticas regulan la actividad matemática favoreciendo vías de acción, de comunicación y de análisis de aspectos matemáticos de la actividad realizada. En el caso del experimento, estas normas regularon qué conjeturas se aceptaban, qué demostraciones eran válidas, qué formas de argumentar se reconocían como apropiadas, etc., es decir, qué tipo de práctica matemática se podía asociar a la actividad demostrativa y cuál no. Por ejemplo, una norma sociomatemática dominante en la clase era que las afirmaciones usadas en el proceso de argumentar una afirmación o en la producción de una demostración debían justificarse con enunciados extraídos del sistema que se estaba construyendo en el curso y no con información proveniente de otras fuentes, así todos la aceptaran como cierta.

'MODOS DE DECIR'

Además de los modos de 'hacer', el repertorio compartido tenía que ver con los estilos discursivos, o modos de 'decir' propios de la clase, mediados por las experiencias que vivieron los estudiantes y por la gestión de la interacción comunicativa por parte de la profesora. Las palabras, los símbolos, los conceptos y el tipo de interacción, dependían en gran medida de los esfuerzos que ella hacía por conciliar las producciones espontáneas de los estudiantes con las formas de comunicación valoradas en la comunidad de profesionales de las matemáticas. Coincidimos con Martin et al. (2005) en señalar que las formas de hablar en una clase son un híbrido entre el lenguaje matemático estándar, el lenguaje específico del dominio matemático y los estándares comunicativos de la mayoría de los profesores con los estudiantes.

A medida que transcurrió el curso de Geometría Plana los estudiantes adquirieron un significado de ciertas 'palabras', según el contexto en el que se usaban.

Por ejemplo, 'convencimiento', 'verdad', 'certeza' y 'validez' se usaron para referirse a uno de los roles centrales de la demostración, y estaban ligadas a la validez de las justificaciones; pero también se usaban cuando se hacía una verificación de tipo experimental, como paso previo a la producción de una argumentación o una demostración. A pesar de los giros de significado, los estudiantes aprendieron a reconocer a qué se refería cada término en cada momento de la actividad demostrativa.

Otras palabras tales como 'conformar', 'escoger', 'localizar', 'determinar' y 'formar' también fueron adquiriendo un significado para el grupo, a medida que las iban incorporando en la comunicación. El grupo decidió que el término 'conformar' solo se usara cuando se hacía referencia a todos los elementos que constituyen un todo; por ejemplo, no se admitía afirmar que tres puntos 'conforman' una recta, pero sí se podía decir que una recta está conformada por puntos. Utilizaban 'escoger' para seleccionar un representante cualquiera de un conjunto dado, mientras que 'localizar' era sinónimo de detectar aquel con una característica especial. Las palabras 'determinar' y 'formar' se usaban como sinónimos de 'constituir', 'dar lugar' o 'dar forma'.

Los lenguajes geométrico, de teoría de conjuntos y de lógica proposicional se mezclaron con el castellano, tanto en el momento de proponer una conjetura, como de justificarla o producir la demostración.

Los significados de 'símbolos', términos y expresiones matemáticas fueron objeto de negociación permanente, favorecida por el especial celo de la

profesora por el correcto uso de estos. Por ejemplo, el cuantificador 'existe' se admitía en el consecuente de los teoremas en donde se solicitaba probar que hay al menos un objeto geométrico que tiene las propiedades señaladas, mientras que su uso al formular las afirmaciones o justificaciones que componen una demostración era desestimado para evitar confusiones.

Las letras se usaron como variables para hacer referencia a representantes de una clase de objetos geométricos, pero también para denominar puntos, rectas y ángulos específicos.

El repertorio de 'conceptos' matemáticos de la clase tenía que ver con temas usuales de geometría plana básica tales como punto, recta, plano, segmento, rayo, ángulo, triángulo, cuadrilátero, con los cuales se conformó el sistema teórico en la clase, a partir de la formulación de postulados, definiciones y teoremas alusivos a ellos.

Las 'interacciones' a las que me refiero son aquellas que los estudiantes tenían entre ellos cuando resolvían y discutían los problemas, ejercicios y tareas, y las que sucedían durante la socialización o el intercambio comunicativo de todos con la profesora. Una de las características primordiales de las últimas interacciones era que en ellas había una mediación permanente de la profesora, quien actuaba como interlocutora reaccionando a las intervenciones de los estudiantes, aunque solo fuera para manifestar que ella estaba atenta a lo que alguno decía, parafrasear lo dicho por alguien, otorgar el uso de la palabra o estimular el diálogo.

En síntesis, el repertorio de recursos compartidos determinó un estilo propio con el que los miembros de la clase llevaron a cabo la actividad demostrativa y produjeron demostraciones. Por ser el resultado de la dinámica específica de la comunidad, son de naturaleza ambigua y no pueden preverse completamente. Tampoco pueden atribuírseles funciones claramente establecidas sino que todos ellos constituyen elementos para la negociabilidad y, por lo tanto, para posibilitar la construcción colectiva de significados. El análisis de la participación en el repertorio de prácticas proporcionó elementos para caracterizar el curso como una comunidad de práctica de clase e ilustrar el potencial del estilo de enseñanza propuesto para favorecer el aprendizaje de la demostración, mostrando que los estudiantes vivieron una experiencia de participación genuina en la actividad demostrativa y asumieron responsabilidades importantes en el desarrollo de ideas matemáticas.

Compromiso mutuo e identidades de participación

Wenger (1998) señala que un ingrediente esencial y fuente de cohesión de una comunidad de práctica es el compromiso mutuo de sus integrantes por sacar adelante la empresa conjunta. Pertenecer a una comunidad no significa únicamente incorporarse a un conjunto de personas que comparten alguna característica o tarea en común. Afirmo, siguiendo a Wenger, que el compromiso mutuo se refiere a la generación de relaciones de participación conjunta en asuntos que son importantes, de acuerdo con una meta común.

No puedo asegurar que los estudiantes y la profesora del curso de Geometría Plana conforman una comunidad de práctica de clase solo porque se reunieron tres veces por semana en un salón. Fue necesario mostrar que crearon relaciones entre ellos, en función de sus rasgos personales y de la empresa que emprendieron. Este hecho no significa que siempre hubo armonía perfecta o coexistencia pacífica. Como en cualquier situación de compromiso interpersonal se dieron situaciones de tensión, desacuerdo o competitividad. Coincidimos con Boylan (2005) cuando señala que los conflictos en un salón de clase no son motivo para afirmar que no puede ser una comunidad de práctica, sobre todo si, a pesar de haberlos, se hace evidente un sentido compartido de pertenecer al grupo y de apoyo mutuo en las tareas de la empresa. Claro está, menciona Boylan, esto último no se logra si no se rompe con la tradicional naturaleza individualizada de la práctica matemática en las aulas, principalmente de nivel universitario.

Según Wenger (1998), el compromiso mutuo que caracteriza una comunidad de práctica no supone homogeneidad de los participantes o de las funciones que realizan. Cada miembro de la comunidad encuentra un lugar propio, asume ciertas tareas, genera cierto tipo de situaciones y ayuda a resolver problemas. Por esta vía adquiere lo que el autor denomina una 'identidad' que se va configurando a medida que desarrolla formas compartidas de hacer y de decir.

Las identidades de participación son maleables y dinámicas, son construcciones en curso que resultan de la participación en una experiencia vital. El vínculo entre práctica e identidad es uno de los aspectos característicos de la teoría de la práctica social (Wenger, 1998) en tanto enfatiza en la relación entre aprender a hacer y aprender a ser. Por eso, como lo sugieren Adler (1998) y Boylan (2005) la teoría defiende una visión de aprendizaje como proyecto de identidad.

Por poner dos ejemplos ilustrativos, decimos que Nancy, una estudiante del curso de Geometría Plana, se especializó en sacar provecho de algunos teoremas relacionados con el postulado de separación del plano. Así, los demás compañeros, e incluso la profesora, se dirigían a ella cuando se necesitaba hacer uso de dichos enunciados en la producción de algún argumento o demostración. De otro lado, María asumió el papel de controlar la norma de usar en las argumentaciones y demostraciones solo enunciados que se han institucionalizado en el sistema teórico que se estaba construyendo y llamaba la atención a los compañeros o a la profesora cuando se salían de la norma. Gracias a la participación, los estudiantes no solo ganaron conocimiento matemático sobre la demostración sino que desarrollaron una identidad como aprendices de matemáticas en dicho curso, de tal forma que se veían a sí mismos y eran vistos por los demás, como miembros valiosos de la comunidad.

Como indicadores de generación de identidad retomo dos de los señalados por Smith (2006) y Anderson (2007) desde la teoría de la práctica social: la afiliación a la empresa, es decir, la estrecha relación y sentido de pertenencia con el grupo, y la alineación, o sea el proceso de coordinar perspectivas, y acciones y encontrar una base común en la cual actuar, por medio de la negociación.

A MANERA DE CONCLUSIÓN

La teoría de la práctica social es un marco novedoso para analizar el aprendizaje de la demostración, que usualmente es visto desde el punto de vista cognitivo. Son varias las razones por las que propongo e impulso el uso de esta teoría.

Primero, considero que es tiempo, como lo señala Lampert (1992, citado en Stylianides, 2007), de prestar atención al conocimiento que puede ser considerado como compartido y usado públicamente por un grupo de manera confortable, en el interior de una clase. Por ello, es importante centrar la atención en un grupo de estudiantes y no en el aprendizaje individual, vista la clase como una comunidad en la que se realiza una práctica colectiva; y precisamente la unidad de análisis que propone Wenger es la 'comunidad de práctica'.

Segundo, veo el aprendizaje de la demostración como un proceso de acercamiento de los estudiantes a una actividad demostrativa cercana a la de matemáticos profesionales; y Wenger plantea que las comunidades centran

su acción en prácticas sociales y culturales de referencia hacia donde los expertos guían a los novatos.

Tercero, veo necesario tener siempre presente la dualidad proceso-Producto en el aprendizaje de la demostración; y precisamente Wenger define el aprendizaje como una dualidad participación-materialización.

Cuarto, veo fundamental identificar las finalidades de participación de los estudiantes en la 'actividad demostrativa' que se lleva a cabo en las clases de geometría; y Wenger se refiere al repertorio de prácticas compartidas por los miembros de una comunidad.

Por ello, termino la conferencia correlacionando dos marcos conceptuales muy potentes analíticamente en educación matemática: la teoría de la práctica social y una forma de entender la demostración (esquema 3).

La demostración en educación matemática	El aprendizaje en la teoría de la práctica social de Wenger
Naturaleza social de la demostración en tanto práctica regulada por la interacción social del colectivo de personas en donde se realiza.	Unidad de análisis: comunidad de práctica.
En el ámbito educativo los estudiantes deben llevar a cabo acciones similares a aquellas que realizan los matemáticos profesionales cuando justifican sus afirmaciones.	Existencia de una práctica social de referencia.
Dualidad proceso-producto.	Dualidad participación- materialización.
Actividad demostrativa: explorar, conjeturar, definir, argumentar, demostrar y sistematizar. Los enunciados, formas de razonar y formas de expresión deben ser aceptados como verdaderos, válidos o pertinentes y estar al alcance de la comunidad de la clase.	Repertorio de prácticas compartidas por los miembros de la comunidad: actividades, rutinas, acciones, lenguajes, símbolos, expresiones.
Esquema 3: Correlación de marcos teóricos	

La correlación entre estos dos marco teóricos se constituye en un fundamento interpretativo para el aprendizaje de la demostración que da relevancia a su dimensión social, mostrando una faceta de la actividad demostrativa como repertorio de prácticas compartidas en el seno de una comunidad en donde se aprende a demostrar.

Con esta conferencia, espero impulsar el uso de la teoría de la práctica social sugerida por Wenger (1998) para analizar el aprendizaje de otros conceptos y procesos matemáticos en donde se promueve la interacción

entre los estudiantes y la construcción colectiva de conocimiento. La aproximación sociocultural promueve la identificación y caracterización de aspectos que han sido dejados de lado o desestimados por perspectivas psicológicas tradicionales que se han centrado en el desarrollo individual de los estudiantes.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Adler, J. (1998). Lights and limits: recontextualising Lave and Wenger to theorise knowledge of teaching and learning school mathematics. En A. Watson (Ed.), *Situated cognition and the learning of mathematics* (pp. 161 - 177). Oxford: Centre for Mathematics Education Research. University of Oxford. Department of Educational Studies.
- Anderson, R. (2007). Being a mathematical learner: four faces of identity. *The mathematics Educator*, 17(1), 7 - 14.
- Arsac, G. (2007). Origin of Mathematical Proof. History and Epistemology. En P. Boero (Ed.), *Theorems in school: From history, epistemology and cognition to classroom practice* (pp. 27 - 42). Rotterdam: Sense Publishers.
- Blanton, M.L., & Stylianou, D.A. (2003). The nature of scaffolding in undergraduate students' transition to mathematical proof. *Proceedings of the 27th PME International Conference*, 2, 113 - 120.
- Boylan, M. (2005). *School classrooms: communities of practice or ecologies of practice?* http://org.man.ac.uk/projects/include/experiment/mark_boylan.pdf.
- Camargo, L. (2010). *Descripción y análisis de un caso de enseñanza y aprendizaje de la demostración en una comunidad de práctica de futuros profesores de matemáticas de educación secundaria*. Tesis doctoral, Departamento de Didáctica de las Matemáticas, Universidad de Valencia - España.
- Clark, P. (2005). *The emergence of a classroom community of practice in a mathematical structures course*. Doctoral Dissertation. Department of Philosophy, Arizona State University.
- Cobb, P., McClain, K., de Silva Lamberg, T., & Dean, C. (2003). Situating teachers' instructional practices in the institutional setting of the school and school district. *Educational Researcher*, 32 (6), 13-24.
- De Villiers, M. (1986). *The role of axiomatization in mathematics and mathematics teaching*. <http://mzone.mweb.co.za/residents/profmd/axiom.pdf>.
- Fernández, E. (2008). Rethinking success and failure in mathematics learning: the role of participation. *Proceedings of the Fifth International Mathematics Educational Society Conference*, 1 - 11.
- Forman, E.A. (1996). Learning mathematics as participation in classroom practice: implications of sociocultural theory for educational reform. En L. Steffe; P. Nes-

- her; P. Cobb; G. Goldin; B. Greer (Eds.), *Theories of Mathematical Learning* (pp. 115 - 130). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Gómez, P. (2007). Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. Disertación doctoral. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada.
- Goos, M. (2004). Learning mathematics in a Classroom community of inquiry. *Journal for Research in Mathematics Education*, 35(4), 258 - 291.
- Graven, M., & Lerman, S. (2003). Wenger, E. (1998). Communities of practice: Learning, meaning and identity. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 6, 185 - 194.
- Hanna, G. (1990). Some pedagogical aspects of proof. *Interchange*, 21(1), 6 - 13.
- Herbst, P.G. (2002). Establishing a custom of proving in American school geometry: evolution of the two - column proof in the early twentieth century. *Educational Studies in Mathematics*, 49, 283 - 312.
- Krainer, K. (2003). Teams, communities & networks. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 6, 93 - 105.
- Lave, J., & Wenger, E. (1991). *Situated learning. Legitimate peripheral participation*. Cambridge: University Press.
- Lerman, S. (2001). A review of research perspectives on mathematics teacher education. En F.L. Lin, T. Cooney (Eds.), *Making sense of mathematics teacher education: Past, present and future* (pp. 33-52). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Mariotti, M. A. (2000). Introduction to proof: the mediation of a dynamic software environment. *Educational Studies in Mathematics*, 44, 25 - 53.
- Mariotti, A., Bartolini Bussi, M.G., Boero, P., Ferri, F., & Garuti, R. (1997). Approaching geometry theorems in contexts: from history and epistemology to cognition. *Proceedings of the 21th PME International Conference*, 1, 180 - 195.
- Martin, T. S., Soucy McCrone, S. M., Wallace, M. L., & Dindyal, J. (2005). The interplay of teacher and student actions in the teaching and learning of geometric proof. *Educational Studies in Mathematics*, 60, 95 - 124.
- Richards, J. (1996). Negotiating the negotiation of meaning: Comments on Voigt (1992) and Saxe & Bermudez (1992). En Steffe, L., Nesher, P., Cobb, P., Goldin, G., & Greer, B. (Eds.), *Theories of Mathematical Learning* (pp. 69 - 75). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Rogoff, B. (1997). Los tres planos de la actividad sociocultural: apropiación participativa, participación guiada y aprendizaje. En Wertsch, J.V., del Río, P. & Álvarez, A. (Eds), *La mente sociocultural. Aproximaciones teóricas y aplicadas* (pp. 111 - 128). Madrid: Fundación Infancia y Aprendizaje.

- Smith, T. (2006). Becoming a teacher of mathematics: Wenger' social theory of learning perspective. *Proceedings of MERGA International Congress*. www.merga.net.au./documents/symp32006.pdf.
- Stylianides, A.J. (2007). Proof and proving in school mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38(3), 289-321.
- Vygotsky, L.S. (1978). *Mind in society*. Harvard University Press, Cambridge, M.A.
- Wenger, E. (1998). *Communities of practice. Learning, meaming and identity*. Cambridge, Cambridge University.
- Yackel, E., & Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(4), 458 - 477.