
Un análisis sobre contenidos enseñados y evaluados en cursos de álgebra superior

Luisa Nataly Mukul Doblado
luisa_mukul@hotmail.com

Martha Imelda Jarero Kumul
jarerok@uady.mx
Universidad Sergio Arboleda, Universidad Autónoma de Yucatán

Resumen. Las Instituciones de Educación Superior, reportan bajos índices de Eficiencia Terminal, hecho relacionado con la reprobación, por ejemplo la Facultad de Matemáticas de la Universidad Autónoma de Yucatán, México; donde se presentan altos porcentajes de reprobación en los primeros cursos. Desarrollamos un estudio descriptivo apoyado en la etnografía como método de investigación, para analizar la relación existente entre los contenidos enseñados y los evaluados por medio de pruebas escritas en la asignatura de estudio y caracterizar el nivel de asimilación alcanzado por los estudiantes en la misma. Se identificó coherencia entre lo enseñado y evaluado, respecto a los contenidos conceptuales y procedimentales; y aunque los estudiantes pueden desarrollar el nivel de asimilación conocido como producción no implica aprendizajes significativos por parte de ellos.

Palabras clave. *Evaluación, álgebra superior*

1. Reportes sobre la reprobación en la educación superior

Los bajos índices de Eficiencia Terminal, asociada a la deserción, rezago estudiantil y la reprobación, es uno de los problemas más complejos que enfrentan las Instituciones de Educación Superior en México. Gran parte de este problema se atribuye a los estudiantes, sin embargo la reprobación es un fenómeno escolar que se produce como resultado de las interacciones de profesor-alumno-saber, esto es en el Sistema Didáctico.

La Facultad de Matemáticas (FMAT) de la Universidad Autónoma de Yucatán ha enfrentado problemas de reprobación y rezago escolar, los últimos 20 años (Aparicio, 2006). Este problema se ha observado principalmente en los primeros semestres de estudio, en asignaturas como Álgebra Superior I (ASI) la cual registró el 63% de reprobación en el año 2007, según las estadísticas realizadas por la misma dependencia.

Posso (2005) informa que el bajo nivel de aprovechamiento estudiantil en los cursos de matemáticas de los dos primeros semestres, a nivel licenciatura, se refleja principalmente en un alto índice de reprobación. Lo cual lleva a prácticas de aula menos rigurosas o severas ante el cumplimiento de las metas de aprendizaje de los cursos y, por consiguiente, también las exigencias de la evaluación. Este relajamiento en la evaluación se hace evidente cuando pocos profesores universitarios están conscientes de llevar a cabo la evaluación como acción formativa para los estudiantes, o para el mejoramiento de su práctica docente. En pocas

ocasiones, los docentes llevan a cabo la función retroalimentadora de la evaluación en el momento oportuno (Pérez, 2007).

Melchor y Melchor (2002), Aparicio, Jarero y Ávila (2007), reportan que la mayoría de los profesores universitarios, utilizan la prueba escrita como único instrumento de evaluación y calificación, en la cual solamente se evalúa el producto dejando a un lado el proceso, reflejando de esta manera que no consideran a la evaluación como proceso continuo, paralelo y permanente al de enseñanza. Dochy, Segers y Dierick (2002) mencionan que estas pruebas tradicionalistas no parecen reflejar adecuadamente la capacidad de resolución de problemas, el pensamiento crítico y el razonamiento. Los exámenes tradicionales generalmente fomentan la memorización más que la comprensión. Además:

Una práctica desafortunada pero que se ha hecho una costumbre entre el profesorado de casi todos los niveles educativos, consiste en establecer una marcada distancia entre lo que suele enseñar y lo que se evaluará. (Coll y Martín (1993) citado en Díaz y Hernández (2002), p. 366)

Inclusive reserva ejercicios, tareas o problemas más difíciles o complejas para el momento del examen, bajo la supuesta valoración de la generalización o transferencias del aprendizaje.

Ante las situaciones referidas y como parte del proyecto de investigación “La práctica de evaluación en cursos de Matemáticas. Explorando su relación con los índices de reprobación escolar”, que se desarrolla al interior de la FMAT con el objetivo de analizar la relación entre las prácticas de evaluación y la reprobación en la asignatura de estudio, con el fin de ofrecer estrategias para aminorar de alguna forma los altos índices de reprobación, y por consiguiente, incrementar el índice de Eficiencia Terminal, nos planteamos la siguiente pregunta *¿cómo se evalúa el desarrollo de las habilidades requeridas en el curso de ASI? Particularmente nos interesó analizar la relación existente entre los contenidos enseñados y los evaluados por medio de pruebas escritas en el curso de ASI, y caracterizar el nivel de asimilación alcanzado por los estudiantes en el mismo.*

2. Marco conceptual

De acuerdo con Coll, Pozo, Sabaria y Valls (1992) citado en Díaz y Hernández (2002), los contenidos curriculares se pueden clasificar en conocimiento declarativo, procedimental y

actitudinal. El conocimiento declarativo o saber qué, puede definirse como aquella competencia referida al conocimiento de datos, hechos, conceptos y principios. Los contenidos declarativos se dividen a su vez en factuales y conceptuales, los primeros se refieren a datos y hechos que proporcionan información verbal y que los estudiantes deben aprender de forma literal. El conocimiento conceptual se construye a partir del aprendizaje de conceptos, principios y explicaciones, para los cuales se debe comprender el significado esencial o identificando sus características y las reglas que los componen. El aprendizaje del contenido procedimental, también conocido como saber hacer, se refiere a la ejecución de procedimientos, estrategias, técnicas, habilidades, destrezas, métodos, etc. El conocimiento actitudinal o saber ser, se orienta al desarrollo armónico y pleno de la persona así como la convivencia solidaria en sociedades caracterizadas por la justicia y la democracia. Se sustenta en los derechos humanos universales y en la erradicación de los llamados antivalores.

Bordas (2009) menciona que al momento de seleccionar los instrumentos y de diseñar las actividades de evaluación para el estudiante, se debe tener en cuenta las actividades de enseñanza-aprendizaje realizadas y los objetivos planteados previamente, es decir, debe haber congruencia entre los objetivos, la enseñanza y la evaluación, para obtener resultados que den información para mejorar la práctica educativa.

La apropiación de los contenidos por parte de los estudiantes puede clasificarse en niveles de asimilación del conocimiento, los cuales son: Familiarización, Reproducción, Producción y Creación. En el primer nivel, el estudiante es capaz de reconocer los objetos, procesos y propiedades estudiados anteriormente, según el modelo a él presentado. En el segundo puede reproducir la información, la operación, resolver problemas tipo estudiados. El tercero sugiere que el aprendiz es capaz de realizar las operaciones según el orden acostumbrado, en las condiciones nuevas y con el contenido nuevo, por ejemplo, la solución de problemas no típicos. Y en el último el estudiante es capaz de orientarse independientemente en situaciones objetivas o subjetivamente nuevas para él. Su actividad puede tener carácter de búsqueda, de investigación (Ramos, Valle y Ross, 2007).

3. Método de investigación

La investigación desarrollada fue de naturaleza cualitativa de carácter descriptivo, apoyados en la etnografía. Los participantes del estudio fueron 33 estudiantes de la FMAT, que cursaban

la asignatura de ASI, y el profesor titular de la misma, cuya formación inicial es licenciado en matemáticas egresado de la misma facultad.

Para la recolección de datos restringimos el estudio a la unidad 2, debido a que los profesores encargados de la asignatura reportan altos índices de reprobación en el examen utilizado para evaluar dicha unidad. Utilizamos la *observación no participante*, registrando los hechos en notas de campo, y revisamos el *programa de curso* para caracterizar los contenidos enseñados y evaluados, ya sean estos conceptuales o procedimentales.

Para determinar la relación existente entre los contenidos enseñados y evaluados y determinar si existe la coherencia en la evaluación, observamos y analizamos las *notas del estudiante* y la *prueba que aplicó el profesor para evaluar la unidad 2*.

Por último, aplicamos una *prueba experimental*, diseñada por el grupo de investigadores a cargo del proyecto, con el propósito de identificar el nivel de asimilación de los contenidos por parte de los estudiantes. La prueba se integró de reactivos clasificados de reproducción y producción, los primeros incluían consignas planteadas a los estudiantes durante las clases y los segundos consignas no familiares.

4. Resultados

El programa de curso contiene un listado de contenido temático y objetivos a nivel unidad, sin una definición clara de lo que se espera del estudiante; aunque puede deducirse los contenidos conceptuales y procedimentales pero no son evidentes los actitudinales. Al observar las clases identificamos contenidos conceptuales, tales como definiciones y propiedades del Producto Cartesiano, Relaciones y Funciones (Figuras 1 y 2).

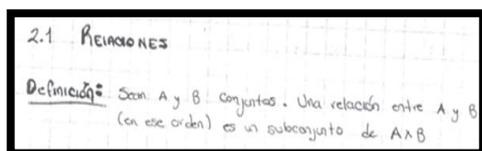
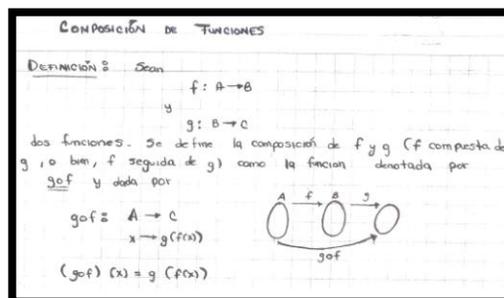


Figura 1. Definición de relación



2. Definición de

También, identificamos contenidos procedimentales como la determinación del producto cartesiano, la composición de funciones y la función inversa (Figuras 3 y 4), demostraciones de propiedades sobre productos cartesianos y relaciones, así como teoremas relacionados con funciones. Esos mismos contenidos conceptuales y procedimentales se incluyeron en los reactivos de la prueba que aplicó el profesor para evaluar la unidad 2.

Ejercicio: Hallar las composiciones indicadas.

$A = \{1, 2, 3, 4\}$ $B = \{a, b, c, d, e\}$ $C = \{\alpha, \beta, \gamma\}$

$f: A \rightarrow B$ $g: B \rightarrow C$

$f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ c & b & a & a \end{pmatrix}$ $g = \begin{pmatrix} a & b & c & d & e \\ \gamma & \gamma & \alpha & \alpha & \beta \end{pmatrix}$

$g \circ f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ \alpha & \gamma & \gamma & \gamma \end{pmatrix}$

Figura 3. Composición de funciones

Ejercicios: Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$x \mapsto \frac{3x+5}{4}$

Hallar f^{-1} $f(x) = y$

$y = \frac{3x+5}{4}$ $x = \frac{3y+5}{4}$ $4x = 3y+5$
 $f^{-1}(y) = \frac{3y+5}{4}$

$f(x) = y = \frac{3x+5}{4}$ $g(y) = x$

$\Leftrightarrow y = \frac{3x+5}{4} = (x)$ $\Leftrightarrow 4y-5 = x$ sea $g(y) = \frac{4y-5}{4}$

4. Función inversa

Al analizar la prueba del profesor, observamos que algunos reactivos son los mismos ejemplos y ejercicios planteados durante las clases, los cuales encontramos en las notas del estudiante. En la Figura 5, se presenta un reactivo del examen aplicado por el docente y en la Figura 6 se muestra la evidencia de que en la clase se demostró la misma propiedad del producto cartesiano.

Demuestra: $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$

5. Reactivo de la prueba

5.- $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$

$(x, y) \in A \times (B \cup C) \Leftrightarrow x \in A \wedge y \in B \cup C$

$\Leftrightarrow x \in A \wedge (y \in B \vee y \in C)$

$\Leftrightarrow (x \in A \wedge y \in B) \vee (x \in A \wedge y \in C)$

$\Leftrightarrow (x, y) \in A \times B \vee (x, y) \in A \times C$

$\Leftrightarrow (x, y) \in (A \times B) \cup (A \times C)$

$\therefore A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$

demostrada

Se identificaron otros reactivos con características similares a ejercicios presentados en las clases, es decir tenían las mismas consignas. En las Figuras 7 y 8, comparamos un reactivo de la prueba y ejercicios de las notas del estudiante, donde se realizan las mismas actividades.

Considera la relación en \mathbb{Z} :

$$R = \{(x, y) \in \mathbb{Z}^2 / y = x^2\}$$

¿Es R función de \mathbb{Z} en \mathbb{Z} ?

aplicada por

2. Para cada una de las siguientes relaciones determina cuáles son funciones de \mathbb{N} en \mathbb{N} .

$R_1 = \{(n, m) \in \mathbb{N}^2 / m = n - 2\}$
 $R_2 = \{(n, m) \in \mathbb{N}^2 / m = n + 2\}$

$R_1 = \{(n, m) \in \mathbb{N}^2 \mid n = m - 2\}$
 $m = n + 2$
 $R_1: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$
 $n \rightarrow n + 2$
 $O_{R_1} = \mathbb{N}$
 $R_1(1) = 3 \quad (1, 3) \in R_1$
 $I_{R_1} = \{3, 4, 5, \dots\}$
 $= \mathbb{N} - \{1, 2\}$

$R_2 = \{(n, m) \in \mathbb{N}^2 \mid m = n + 2\}$
 $n = m - 2$
 $= \{(3, 1), (4, 2), \dots\}$
 $O_{R_2} = \mathbb{N} - \{1, 2\}$
 No es función

$R_2: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$
 $n \rightarrow n - 2$
 No es función

8. Ejercicios de las notas del estudiante

Respecto a la prueba experimental, los porcentajes de respuestas correctas de los reactivos que se clasifican en el nivel de reproducción se encuentran entre 26.3% y 94.7%, mientras que para los reactivos en el nivel de producción fue del 57.8% y 100%. Las respuestas dadas a los reactivos de reproducción corresponden a las estrategias utilizadas por el profesor al resolver ejercicios durante las clases. En la Figura 9, se presenta parte de una demostración que el profesor realizó en la clase y, en la Figura 10, una fracción de la demostración que realizó un estudiante al resolver un reactivo de reproducción de la prueba experimental.

a) $R = \{(x_1, y_1), (x_2, y_2) \in \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \mid 4x_1^2 + y_1^2 = 4x_2^2 + y_2^2\}$

ii) $(a_1, a_2), (b_1, b_2) \in R$
 $\Rightarrow 4a_1^2 + a_2^2 = 4b_1^2 + b_2^2$
 $\Rightarrow 4b_1^2 + b_2^2 = 4a_1^2 + a_2^2$
 $\Rightarrow ((b_1, b_2), (a_1, a_2)) \in R$ entonces es simétrica.

Figura 9. Demostración que realizó el profesor en la clase

Sea $R = \{(x, y) \in \mathbb{Z}^2 \mid y = x^2 + 1\}$
 una relación definida en \mathbb{Z} determina si es una relación de equivalencia. Justifica tu respuesta.

Demostración:
 Para que sea una relación de equivalencia la función tiene que ser reflexiva, simétrica y transitiva.

Veamos si R es simétrica
 sean $(a, b) \in R$ P.D existe la pareja (b, a)
 $\Rightarrow a, b \in \mathbb{R} \quad \forall a, b \in \mathbb{Z}$
 $\Rightarrow b, a \in \mathbb{R}$
 \therefore es simétrica

En las respuestas dadas a los reactivos de producción, los estudiantes emplearon estrategias propias aprendidas en cursos anteriores. En la Figura 11, se muestra un reactivo de producción

de la prueba experimental, y en la Figura 12 las respuestas de dos estudiantes, dadas a dicho reactivo.

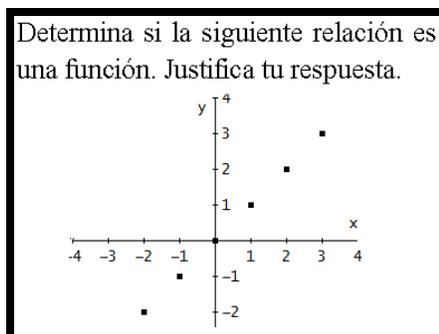


Figura 11. Reactivo de producción de la prueba experimental

Si, de hecho es la función identidad

b) Si es función, la gráfica corresponde a la función $f(x) = x$
 $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$
 $x \mapsto x$

12.

5. Conclusiones

Con el propósito de mirar cómo se evalúa el desarrollo de las habilidades requeridas en el curso de ASI, partimos de la identificación de los contenidos curriculares que se enseñan en la unidad 2 de dicho curso y compararlos con los que se evalúan por medio de pruebas escritas.

Al respecto, podemos establecer que tanto los contenidos conceptuales como los procedimentales enseñados corresponden a los mismos que se evalúan en el tipo de instrumento referido y por ende se considera la existencia de coherencia en dicho proceso.

Por otro lado, el instrumento de evaluación considerado, valida el aprendizaje de los estudiantes hasta el segundo nivel de asimilación, el cual corresponde al nivel de reproducción, mismo que como su nombre indica, requiere la aplicación de conocimientos previamente trabajados y, por tanto, demanda principalmente procesos memorísticos. Sin embargo, los estudiantes utilizan estrategias propias, desarrolladas a partir de conocimientos de cursos anteriores, para dar atención a reactivos de producción como se muestra a partir de la prueba experimental aplicada. Bajo este contexto, podemos establecer que a partir de la

prueba del profesor el nivel de asimilación de los estudiantes correspondería al de reproducción, aunque éstos puedan trabajar a nivel de producción.

Respecto a esto último, se recomienda plantear actividades a los estudiantes donde se sujeten a este tipo de actividades de modo que pongan en juego sus estrategias y desarrollen nuevas redes de pensamiento, aunque esto no corresponda a pruebas escritas.

Como reflexión final, no basta tener coherencia entre lo que se enseña y evalúa, para afirmar que los estudiantes han comprendido los conceptos tratados durante el curso, sino que el profesor debe llevar a cabo la acción formativa de la evaluación y no sólo la acción sumativa, es decir, evaluar el proceso y el resultado en conjunto.

6. Referencias bibliográficas

Aparicio, E. (2006). Un estudio sobre factores que obstaculizan la permanencia, logro educativo y Eficiencia Terminal en las áreas de matemáticas del nivel superior: El caso de la Facultad de Matemáticas de la Universidad Autónoma de Yucatán. En G. Martínez Sierra (Ed), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 19, 450-455. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Aparicio, E., Jarero, M. y Ávila, E. (2007). La reprobación y rezago en cálculo. Un estudio sobre factores institucionales. *Premisa. Revista de la sociedad Argentina de Educación Matemática* 35, 3-12.

Bordas, M. (2008). *Características de la evaluación*. Recuperado el 22 de mayo de 2008 de <http://www.abc.com.py/2009-03-17/articulos/504487/caracteristicas-de-la-evaluacion>

Díaz, F., Hernández, G. (2002). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo: una interpretación constructivista* (Segunda Edición). México: Editorial Mc Graw Hill.

Dochy, F., Segers, M. y Sabine Dierick (2002). Nuevas Vías de Aprendizaje y Enseñanza y sus Consecuencias: una Nueva Era de Evaluación. *Revista de Docencia Universitaria* 2(2). Recuperado el 24 de septiembre de 2008 de http://www.um.es/ojs/index.php/red_u/article/view/20051/19411

Melchor, J., Melchor, V. (2002). El conocimiento de las matemáticas. *Revista Electrónica de Didáctica de las Matemáticas* 3(1), 16-29. Recuperado El 30 de agosto de 2008 de <http://www.uaq.mx/matematicas/redm/art/a0904.pdf>

Ramos, C., Valle, M. y Ross, S. (2007). El grado de reflexión de los alumnos de cálculo diferencial. Una experiencia. *Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias* 2(2), 54-70. Recuperado el 17 de diciembre de 2008 de http://www.exa.unicen.edu.ar/reiec/files/anio2/num2/REIEC_anio2_num2_art6.pdf

Volver al índice
Comunicaciones Breves