
Disposición del profesor frente a la actividad demostrativa de estudiantes de secundaria

Bibiana Franco
nanitaa55@gmail.com

Giovanni Moreno
giovanotas7@hotmail.com

Leonor Camargo
leonor.camargo@gmail.com
Universidad Pedagógica Nacional

Resumen. En esta ponencia nos centramos en la disposición que debe asumir un profesor cuando orienta la actividad demostrativa desarrollada por sus estudiantes y ellos proponen estrategias no previstas en la planeación de la clase. Específicamente, mostramos como, al no atender lo que los estudiantes proponen, el profesor puede reorientar la actividad hacia estrategias previstas por él, desechando lo que los estudiantes dicen y con ello obstaculiza un proceso que podría llegar a ser muy fructífero. Queremos resaltar la importancia de tener una disposición abierta y reflexiva a las propuestas de los estudiantes para hacer realidad la máxima de hacerlos copartícipes de la construcción de conocimiento.

Palabras Clave. Actividad demostrativa, acciones del profesor, disposición del profesor, construcción geométrica.

1. Presentación del problema

En esta ponencia comunicamos algunos avances de los análisis que estamos desarrollando relacionados con nuestro proyecto de investigación “La argumentación como núcleo de la actividad demostrativa”, estudio que adelantamos como trabajo de grado en el programa de Maestría en Docencia de la Matemática, de la Universidad Pedagógica Nacional. Nuestra investigación se inscribe en la línea Aprendizaje y Enseñanza de la Geometría del grupo Didáctica de la Matemática. Esta línea de investigación se ha preocupado por el aprendizaje de la demostración en los diferentes niveles educativos. A partir de tal inquietud, se considera de vital importancia realizar experimentos de enseñanza que permitan estudiar acciones del profesor, problemas e interacciones en clase que impulsen a estudiantes de secundaria al desarrollo de procesos de argumentación y justificación como parte fundamental del aprendizaje de las matemáticas. Los resultados de tales experimentos permitirán promover diseños curriculares para la enseñanza y el aprendizaje de la geometría en la escuela.

Específicamente, los avances que mencionamos en esta ponencia se refieren a la disposición que debe asumir el profesor en una clase que promueve la actividad demostrativa, cuando los estudiantes se enfrentan a una tarea geométrica que implica proponer una construcción y en ella sugieren estrategias de solución no previstas durante la planeación. Ante este fenómeno, el profesor se enfrenta al desafío de asumir una actitud abierta frente a cualquier propuesta de los estudiantes, permitiendo, con su orientación, que ellos lleven a cabo, de manera genuina,

acciones del proceso de conjeturación y posteriormente se encaminen a procesos de justificación que les permitan decidir si su estrategia es exitosa. Asumir esta postura demanda la capacidad de escuchar a los estudiantes y tratar de comprender sus ideas, así no estén suficientemente elaboradas. De lo contrario, el profesor termina reorientando a los estudiantes para que realicen lo que él tenía previsto en la planeación, lo cual puede ocasionar una pérdida de oportunidades para hacer a los estudiantes verdaderos partícipes de la generación de ideas en la clase. De manera autocrítica, ilustramos con un ejemplo cómo uno de los autores de esta ponencia orientó el desarrollo de una estrategia propuesta por estudiantes de grado octavo, analizamos algunas características de dicha intervención y sugerimos cuál hubiera sido una intervención más óptima.

Nuestra ponencia se divide en cuatro partes organizadas de la siguiente manera: Inicialmente, describimos el marco de referencia con el cual estamos orientando la investigación de la cual sacamos el ejemplo ilustrativo. Luego, presentamos un resumen del diseño metodológico del estudio. Posteriormente, damos cuenta del proceso de análisis de la información recogida sobre la actividad demostrativa del grupo de estudiantes. Por último, presentamos el ejemplo mencionado.

2. Marco de referencia

Nuestro trabajo está en consonancia con el constructo actividad demostrativa (Camargo, L., Samper, C. y Perry, P. 2006; Perry, P., Camargo, L., Samper, C. y Rojas, C. 2006; Perry, P., Samper, C., Camargo, L. 2006), el cual ha sido desarrollado a partir de diversas investigaciones realizadas por profesores y estudiantes de pregrado y postgrado del Departamento de Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional. Este constructo propone una mirada amplia a la demostración en el ámbito educativo que incluye: el proceso de conjeturación y el proceso de justificación. En el proceso de conjeturación se realizan acciones que conllevan a la formulación de una conjetura que da solución a una tarea (visualizar, explorar, generalizar y verificar); estas acciones posibilitan la creatividad de los estudiantes, pues no existen reglas para llevarlas a cabo. En el proceso de justificación las acciones conllevan a la búsqueda y organización de ideas para explicar, probar o demostrar la conjetura, es decir, para justificarla.

El constructo actividad demostrativa se circunscribe a la perspectiva sociocultural, enfoque de referencia de la línea de investigación. En este sentido, son de vital importancia las interacciones

estudiante–estudiante y estudiante–profesor en el desarrollo de tal actividad. En particular, las interacciones estudiante–profesor son las que queremos destacar en esta comunicación, pues aunque para nosotros es claro que el papel del profesor en la actividad demostrativa no consiste en dirigir las acciones de los estudiantes hacia una estrategia única, en la práctica vemos que no es fácil orientar el trabajo de los estudiantes, sobre todo cuando las tareas que se les proponen permiten una exploración que pueden conllevar a diferentes estrategias de solución. Como lo mostramos en el ejemplo, si no se asume una postura abierta para escuchar lo que los estudiantes proponen y guiar el trabajo a partir de las ideas de los estudiantes, se pueden desaprovechar oportunidades valiosas de construcción de conocimiento.

En este sentido, es necesario caracterizar a fondo el papel del profesor en una clase que promueva la actividad demostrativa. El grupo de profesores que conducen la línea Aprendizaje y Enseñanza de la Geometría ha hecho algunos avances en la descripción de posibles actuaciones del profesor, antes, durante o después de la clase. (Perry, et al., 2006). En particular, en el curso de la interacción, proponen actuaciones como: abrir espacios para que los estudiantes socialicen diferentes estrategias resaltando alguna conjetura encontrada (sin que esta socialización pueda desvalorar las conjeturas encontradas con anterioridad por otros estudiantes), realizar intervenciones con el fin de recoger y explicitar los desarrollos que han hecho algunos estudiantes para que sean comprensibles por el resto del grupo, valorar positivamente las iniciativas de los estudiantes y promover su justificación, animar a los estudiantes a continuar con una estrategia para mostrar si en ella logran lo que se quiere, escuchar atentamente las ideas que han precisado los estudiantes sin descalificar sus propuestas, sistematizar los enunciados o teoremas descubiertos para institucionalizar lo que es válido en la clase de geometría. Estas actuaciones nos sirvieron como herramienta analítica en el análisis que pretendemos comunicar.

3. Diseño Metodológico

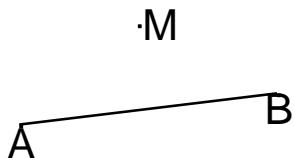
Dado que el interés de la investigación que adelantamos como trabajo de grado se centra en buscar evidencias de los procesos de argumentación que estudiantes de básica secundaria llevan a cabo al involucrarse en la actividad demostrativa, nuestro trabajo se enmarca dentro de una perspectiva naturalista; es decir, observamos estudiantes en el espacio usual del aula interactuando en pro de solucionar un problema, y tomamos registro de las interacciones entre ellos.

Los ejercicios de análisis de las interacciones, que nos encontramos realizando, dan evidencias del asunto problemático a tratar en esta ponencia: la disposición del profesor para orientar las estrategias que proponen los estudiantes. A continuación, describimos la población a la que se dirige el estudio y de la cual tomamos los datos, uno de los problemas que se les propuso, las técnicas que utilizamos para recoger la información y por último la manera como la estamos analizando.

La investigación se realiza con estudiantes de grado octavo de básica secundaria, en una clase de geometría que tuvo lugar al finalizar el año 2010. Uno de los autores de esta ponencia era la profesora titular de dicha asignatura y por lo tanto tuvo la posibilidad de proponer estrategias de trabajo en la clase para favorecer la actividad demostrativa. Los estudiantes tenían conocimientos básicos de geometría, tales como la identificación de figuras geométricas y sus partes. Adicionalmente, gracias a las habilidades adquiridas en la asignatura Dibujo Técnico, manejaban la regla y el compás y conocían algunos procedimientos para construir rectas perpendiculares (por un punto interior) y ángulos congruentes. Sin embargo, no reconocían en las construcciones hechas los objetos geométricos involucrados, pues en esa asignatura lo importante era seguir cuidadosamente una serie de pasos para obtener la construcción deseada.

A ocho de los veintiocho estudiantes de grado octavo distribuidos en dos grupos, se les propuso un problema de construcción en una sesión de clase, para la cual los estudiantes debían traer compás, regla sin medidas, lápices y borrador. El problema era el siguiente:

En la figura, el punto M es el punto donde se cortan las mediatrices del triángulo $\triangle ABC$ y el segmento AB es un lado del triángulo. Construya un triángulo tal que M sea corte de las mediatrices.



Los estudiantes debían leer el enunciado, proponer una construcción y justificarla. La profesora y otro autor de esta ponencia acompañaron el trabajo de cada grupo formulando preguntas para promover la argumentación y explicitando las construcciones que realizaron los estudiantes, con el fin de aclarar las estrategias sugeridas y que no se perdiera de vista el objetivo de la tarea. Después de que los estudiantes resolvieron el problema, la profesora realizó una socialización de los procesos de solución realizados por los dos grupos, para institucionalizar los resultados. Los

pasos de las construcciones se validaron a partir de definiciones, teoremas o procedimientos previos que los estudiantes conocían.

La interacción entre los estudiantes se grabó en audio y video. Las grabaciones se transcribieron en su totalidad atendiendo al orden cronológico y éstas han sido objeto de varias correcciones a partir de una versión inicial, buscando reconstruir lo más fielmente posible lo sucedido en la interacción. Adicionalmente, las transcripciones se alimentaron con información proveniente de las hojas de trabajo de los estudiantes, con aclaraciones (puestas entre paréntesis cuadrados) que hicieron los investigadores a algunas intervenciones de los estudiantes que no resultaban lo suficientemente comprensibles por sí solas o con narraciones de acciones de los estudiantes que no iban acompañadas de un diálogo. Las figuras observadas en el video se modelaron utilizando un programa de geometría dinámica.

4. Proceso de análisis

Con la transcripción completa del proceso de resolución del problema, realizamos una división de ésta en episodios. Entendemos por episodio un fragmento de la transcripción donde los estudiantes están desarrollando una idea para solucionar el problema. Por ejemplo, en la transcripción del proceso realizado por uno de los grupos propusimos, entre otros, los siguientes episodios: (i) Construyen la mediatrix de AB e identifican el punto medio del segmento AB ; (ii) Construyen un triángulo equilátero como posible solución; (iii) Construyen las mediatrixes del triángulo equilátero para verificar su conjectura; (iv) Construyen un triángulo isósceles con el punto C sobre la mediatrix del lado AB y la distancia de C al lado AB igual a AB .

El análisis de cada episodio tiene en cuenta tres aspectos: Primero, hacemos una descripción global de la interacción. Segundo, identificamos las intervenciones en las cuales los estudiantes desarrollan alguna de las acciones de la actividad demostrativa. Tercero, identificamos y caracterizamos los argumentos que utilizan los estudiantes para justificar sus afirmaciones. Nuestro trabajo de grado pretende caracterizar, organizar y clasificar los argumentos que están usando los estudiantes y establecer vínculos entre ellos y las diferentes acciones de la actividad demostrativa. Sin embargo, al realizar esta tarea, observamos la influencia de las intervenciones del profesor. En esta ponencia, presentamos un ejemplo de análisis de la actuación del profesor que ilustra la problemática mencionada en la introducción de esta ponencia.

5. Ejemplo de análisis

En episodios previos, el grupo de estudiantes había propuesto dos soluciones al problema: construir un triángulo equilátero y construir un triángulo isósceles ubicando al punto C sobre la mediatrix del segmento AB y a una distancia del segmento AB igual a AB . En ambos casos, habían hecho la construcción y luego habían construido la mediatrix del lado AC , dándose cuenta que ésta no pasaba por el punto M . En el episodio que presentamos, Nicolás y Leydi proponen: trazar los rayos AM y BM , construir circunferencias tangentes a dichos rayos, con centro en A y B respectivamente, determinar los puntos de tangencia en cada rayo y construir arcos con centro en dichos puntos y radio igual al de las circunferencias tangentes para ubicar a C en el punto de corte de dichos arcos, el cual presuponen que queda sobre la mediatrix de AB .

178 Nicolás: Yo lo que digo es, hacer una línea del punto A al punto M , que pase por el punto M ... sí... luego tomar de B a donde pasa la línea [señala M] y copiarla.

179 Leydi: ¡Ah! ya entendí, unir AM y unir BM

180 Julián: [...]

No, no espérense ponemos bien esto [En la hoja, traza los rayos AM y BM . Ya habían construido la mediatrix del segmento AB y habían determinado el punto D como el corte de la mediatrix con el segmento AB . Figura 1].

185 Julián:

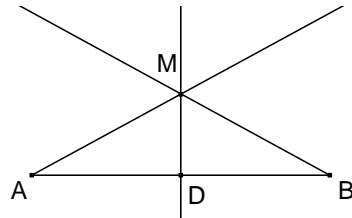


Figura 1

186 Leydi: [...]

190 Nicolás: [Hace un arco con centro en B e intenta, a ojo, que quede tangente al rayo AM]. Entonces yo vengo y me paro acá [en el corte del arco con el rayo. Lo llama N].

191 Leydi: Nos toca es cogerlo ahí. [Usa la misma medida y con centro en el punto N , hace una circunferencia que corte a la mediatrix de AB . Figura 2].

192 Nicolás: Y copio el mismo segmento. [Se refiere a que está construyendo un segmento congruente al segmento BN ; entonces sí quedará el punto acá [señala C].

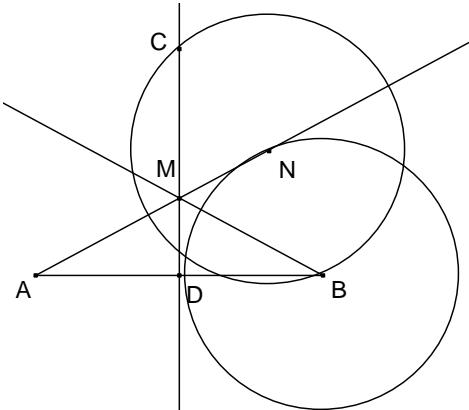


Figura 2

Julián realiza el mismo proceso a partir del punto A y cuando traza el arco, a partir del supuesto punto de tangencia, el corte del arco con la mediatrix de AB , no coincide con el punto C que ya habían determinado. Consideran que la construcción ha quedado mal hecha porque la abertura del compás se alteró y repiten el proceso varias veces, procurando ajustar mejor el punto de tangencia. Una vez “cuadran a ojo” los puntos N y Z [Figura 3] para obtener un solo punto de corte en la mediatrix de AB , trazan los segmentos AC y AB , los cuáles no contienen a los puntos N y Z . Julián propone comparar las medidas de los segmentos en que queda dividido el lado AB por el rayo AM , y se dan cuenta que no son iguales. Esto los lleva a considerar que su estrategia es incorrecta porque el rayo AM no es mediatrix del triángulo ABC .

[...] [Trazas los segmentos AC y BC]

234 Leydi:

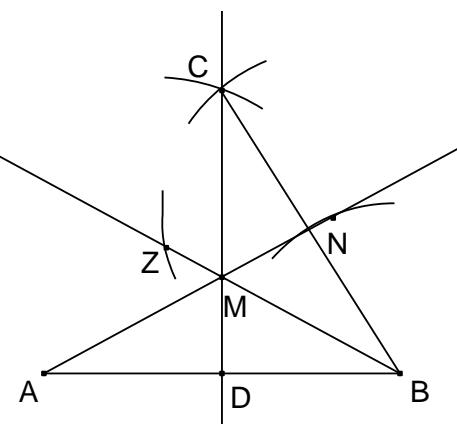


Figura 3

235 Mafe: Ahora toma las medidas de [sde] A y de [sde] B a ver si son iguales

236 Julián: Mira a ver si éstos son iguales [señala los segmentos en los que queda dividido el lado BC].

En ese momento intervino el observador, actuando como profesor, cuestionando al grupo con las siguientes preguntas: ¿Es necesario que el punto C este en la mediatrix de AB ?; ¿podrían poner un ejemplo de un punto C que no esté en la mediatrix? Sus preguntas desviaron la atención de los estudiantes de la estrategia propuesta por ellos hacia pensar si C debía estar o no en la mediatrix del segmento AB .

El profesor, quien había estado atento al trabajo de los estudiantes sin descalificar en ningún momento la estrategia sugerida por Nicolás y Leydi, centró su intervención en la restricción que estaban imponiendo los estudiantes a la localización del punto C . Para ello, les pidió pensar en una posición en la que pudiera estar C que no fuera sobre la mediatrix de AB . Por esta vía, guió a los estudiantes a revisar la definición de mediatrix y a darse cuenta que no tenía por qué pasar por el vértice del triángulo. Con ello esperaba que los estudiantes propusieran otros puntos como posibles vértices del triángulo y quizás encontraran el lugar geométrico de dichos puntos (una circunferencia con centro en M y radio MA). Visto de ese modo, podría decirse que la actuación del profesor impulsó la actividad demostrativa, pues abrió el espacio para que los estudiantes propusieran estrategias procurando guiar el trabajo sin descalificar lo hecho por ellos.

Sin embargo, si el profesor hubiera intentado recoger las ideas geométricas que subyacían a la estrategia propuesta por Nicolás y Leydi, hubiera podido animarlos a mejorar su estrategia explicitando en qué fallaba para corregirla y explotar la idea que tenían los estudiantes. Esta es una estrategia muy creativa, no prevista por el grupo de investigación de antemano, que hubiera podido resultar exitosa con un poco más de trabajo. Con la estrategia sugerida por Nicolás y Leydi [192] de trazar los rayos AM y BM , construir circunferencias tangentes con centros en B y A y arcos de circunferencia que se intersecaran en la mediatrix de AB , probablemente ellos pretendían construir segmentos que fueran bisecados por los rayos, condición necesaria para que los rayos AM y BM fueran las mediatrixes de los lados AC y BC del triángulo. La estrategia de los estudiantes tenía en cuenta, de manera explícita, una de las propiedades de la mediatrix pero no contemplaba la de ser perpendicular al lado del triángulo. Por esta razón, los estudiantes usaron estrategias informales para encontrar el punto de tangencia. Si hubieran sido animados a usar una estrategia geométrica para hallar el punto de tangencia, quizás ellos hubieran construido

perpendiculares a los rayos AM y BM y, aunque no de manera consciente, hubieran usado la otra propiedad de la mediatrix. Con la guía del profesor, hubieran logrado una construcción que conduce a uno de los posibles triángulos solución. Al desviar la atención de los estudiantes hacia otro asunto, ellos desecharon su estrategia perdiendo la oportunidad de corregirla, seguirla desarrollando y justificarla con las propiedades de la mediatrix.

6. Reflexión final

El ejemplo anterior pone en evidencia la necesidad de intervenciones pertinentes por parte del profesor para propiciar la utilización y conceptualización de las propiedades del objeto geométrico mediatrix o para propiciar la búsqueda de justificaciones a los procedimientos realizados. Quizás la poca atención puesta a la estrategia sugerida por los estudiantes se debió a que ésta no se había previsto en la planeación y el profesor pensó que los estudiantes estaban siguiendo una vía poco fructífera. En ese sentido, el profesor no valoró positivamente esta iniciativa de los estudiantes y tampoco los animó a continuarla.

El ejemplo pretende llamar la atención al hecho de que, aunque se planeen con anterioridad las posibles interpretaciones de los estudiantes al enfrentarse a una tarea geométrica, no podemos premeditarlas en su totalidad. De esta manera, la experiencia del profesor o la constante preparación académica, permite evidenciar el potencial de una estrategia particular y realizar intervenciones pertinentes para la identificación y conceptualización de los objetos y propiedades matemáticas presentes en dicha estrategia y promover su desarrollo. Este aspecto es fundamental en la actividad demostrativa, pues en ocasiones tales como la ilustrada con el ejemplo, se pierden posibles vías que responden a interpretaciones particulares de los estudiantes, en las cuales se refleja su creatividad y recursividad al enfrentar una tarea, que deben ser explotadas desde diversas perspectivas y no ignoradas como pasa en la mayoría de veces en las actividades escolares.

Estamos seguros que aunque las interacciones que se entrelazan en la actividad demostrativa son principalmente responsabilidad de los estudiantes, se hace necesaria la participación del profesor en esas interacciones, no conduciendo las acciones de los estudiantes hacia la respuesta prevista, sino cuestionando aspectos relevantes de sus propuestas para que ellos identifiquen, conceptualicen y utilicen los objetos geométricos presentes en el desarrollo de la tarea.

La participación del profesor en una tarea geométrica propia de la actividad demostrativa, debe conducir a que los estudiantes analicen sus construcciones, y sean ellos mismos quienes establezcan argumentos para justificar la pertinencia o no de sus acciones. En ocasiones los estudiantes pueden desechar o acoger alguna estrategia al responder a los cuestionamientos hechos por el profesor, y éste evita desviar la atención de los estudiantes sin permitirles explorar la estrategia en su totalidad.

Además del buen manejo metodológico, pedagógico y didáctico que debe tener el profesor en la clase de matemáticas para encaminar los desarrollos de los estudiantes hacia resultados “conocidos” o favorables, el profesor debe aceptar el reto de valorar y resaltar los acercamientos particulares de los estudiantes, propiciando procesos de conjeturación y justificación de cualquier estrategia y de esta manera ampliar su perspectiva de soluciones de la tarea y reconocer la importancia que merece la “nueva” estrategia desarrollada por cualquier estudiante.

6. Referencias

- Perry, P., Camargo, L., Samper, C., Rojas, C. (2006). *Actividad demostrativa en la formación inicial del profesor de matemáticas*. Bogotá: Fondo Editorial de la Universidad Pedagógica Nacional.
- Camargo, L., Samper, C. y Perry, P. (2006). Una visión de la actividad demostrativa en geometría plana para la educación matemática con el uso de programas de geometría dinámica. *Lecturas Matemáticas*. S. C. M. Matemáticas, XV Congreso Nacional de Matemáticas. Volumen Especial, 371–383.
- Perry, P., C. Samper, et al. (2006). Dos Episodios que plasman rasgos de una comunidad de práctica en la que Cabri juega un papel clave, memorias del *III Congreso Iberoamericano de Cabri*. Bogotá, versión digital disponible en www.iberocabri.org.

Volver al índice
Comunicaciones Breves