La naturaleza de las matemáticas en el estudio de las concepciones del profesor

Diana Carolina Cerón Alvarez
carolayce@hotmail.com
Yuly Carolina Mesa Laverde
carolinamesa84@yahoo.es
Estudiantes XII semestre de Lic. en Matemáticas y Estadística Uptc Semilleras Grupo de Investigación EDUMAES

Clara Emilse Rojas Morales
claritain@yahoo.com
Ana Cecilia Medina
aceciliamedina@gmail.com
Profesoras de Planta de la Uptc, Duitama Integrantes Grupo de Investigación EDUMAES

Resumen: Las concepciones sobre la naturaleza de las matemáticas son reconocidas al interior del proceso de enseñanza y aprendizaje, donde los profesores de matemáticas enseñan esta disciplina de acuerdo a ciertas ideas que ellos tienen acerca de las matemáticas y cómo éstas deben ser aprendidas por los estudiantes. En el presente escrito se realiza una revisión histórico - epistemológica, dirigida a identificar las características de las concepciones sobre las matemáticas como Platonismo, Aristotelismo, Logicismo, Formalismo, Empirismo, Intuicionismo, Constructivismo Social, Cuasi-empirismo, dicha revisión permite organizarlas en dos macroconcepciones: estática y dinámica. Finalmente, se estructuran matrices con indicadores para analizar las implicaciones didácticas en los procesos de formación.

Palabras clave: concepción, naturaleza de las matemáticas, formación de profesores

1. Presentación del problema

El grupo EDUMAES de la Uptc Facultad Duitama, emprende su investigación en la formación inicial de profesores de matemáticas del proyecto Curricular de Licenciatura en Matemáticas y Estadística (LME), con la finalidad de aportar en la formación y el mejoramiento del desempeño de los futuros maestros. Actualmente, desarrolla el proyecto denominado: Estudio de las concepciones que tienen los estudiantes de Licenciatura en Matemáticas y Estadística de la Uptc, sobre la naturaleza de las matemáticas y su didáctica.

La actividad descrita en la presente comunicación, está dirigida a contribuir con el proyecto que se desarrolla consolidando teóricamente la naturaleza de las concepciones de la matemática. El desarrollo del estudio se realiza a través de una revisión histórico - epistemológica, dirigida a identificar las concepciones y generar el marco teórico de la investigación así como determinar algunas categorías e indicadores con los que se pueda establecer las concepciones iniciales con que ingresan los estudiantes al programa y estudiar si hay cambios o modificaciones de tales concepciones mediante la incidencia de los componentes disciplinar, investigativo, pedagógico, didáctico del plan de estudios del programa.

2. Referentes teóricos

La etapa inicial de la investigación referenciada indagó en la literatura sobre el significado de los términos concepción y creencia, encontrando que la diferenciación entre concepción y creencia no es siempre clara, algunos de los que abordan el tema están: Thompson (1992) afirma que las creencias se caracterizan por poder ser sostenidas con varios grados de convicción y por no ser consensuales. Para Flores Martínez (1998) el término creencia se atribuye a una actitud y a un contenido. Pajares (1992) caracteriza las creencias distinguiéndolas de una manera muy sutil de las concepciones. Destaca los componentes cognitivo, afectivo y conductual de la creencia. Llinares (1991) reconoce que entre conocimiento, creencias y concepciones existen diferencias sutiles.

Según Ponte (1994) las creencias y concepciones forman parte del conocimiento. Para este autor las creencias son las 'verdades' personales indiscutibles, derivadas de la experiencia o fantasía, con un fuerte componente evaluativo y afectivo, mientras que las concepciones son los marcos organizadores implícitos de conceptos, con naturaleza esencialmente cognitiva y que condicionan la forma en que afrontamos las tareas.

Teniendo en cuenta el estudio de los términos ya mencionados, se decide fijar como referente y directriz de las discusiones la postura de Ponte (1994) acerca de concepción y creencia, estudiando en particular las concepciones sobre la naturaleza de las matemáticas y sus repercusiones didácticas, siendo ésta una línea de investigación en la formación de profesores que señala la importancia de su estudio para promover reflexión y mejoras en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Se parte de la premisa que el docente actúa de acuerdo a las concepciones.

> "En la práctica de la enseñanza de las matemáticas, el profesor continuamente toma decisiones respecto al contenido y la forma de presentación en el salón de clase. Estas decisiones pueden tomar distintas formas dependiendo de qué tipo de conceptualización de las matemáticas se comparta" (Santos, 1993).

Evidenciando la importancia que tiene en el profesor su concepción sobre el conocimiento matemático, resultando ser un factor que contribuye a entender de alguna manera aspectos curriculares, actuaciones de los profesores en ejercicio y otras características propias del proceso de enseñanza.

Históricamente las concepciones sobre la naturaleza de las matemáticas son un tema que se ha debatido desde tiempos remotos y que aún sigue siendo motivo de discusión, por lo que nos ocuparemos en investigar acerca de su génesis y su evolución histórica.

Desde el siglo IV a. de C. con Platón y su discípulo Aristóles se dió inicio a la discusión sobre la naturaleza de las matemáticas, Platón veía las matemáticas como una actividad mental abstracta sobre objetos existentes en un mundo externo. En sus estudios Platón mostró claras distinciones entre las ideas de la mente y sus representaciones percibidas en el mundo por los sentidos. Por otro lado Aristóteles, tenía una visión apoyada en la realidad experimentada, donde el conocimiento se adquiere a través de la experimentación, la observación y la abstracción. Así Aristóteles afirma que las ideas matemáticas se construyen por medio de idealizaciones realizadas por los matemáticos como resultado de su experiencia con objetos. El punto de vista de Aristóteles de las matemáticas no estaba basado en una teoría de un cuerpo de conocimiento externo, independiente e inobservable. En cambio estaba basado en una realidad experimentada donde el conocimiento es obtenido de la experimentación, observación y abstracción.

> Los puntos de vista de Platón y Aristóteles han representado los grandes polos donde ha oscilado la discusión acerca de la naturaleza de las matemáticas. (Santos, 1993).

Por tanto estos polos generan las primeras corrientes filosóficas de las matemáticas y de la mano se logran reconocer las concepciones sobre su naturaleza.

Hacia el siglo XVII, Descartes trabajó para regresar las matemáticas al camino de la deducción a partir de axiomas aceptados. Emmanuel Kant afirmó que los axiomas y los teoremas de las matemáticas eran verdades y que el ser humano tenía un conocimiento a priori de la geometría euclidiana.

> A pesar que Kant glorifique la razón no niega el valor de la experiencia. Evidentemente fue Kant quien le dio a la matemática un estatus especial de organizadora del espíritu, una marca de validez intemporal e irrefutable, que aún conserva entre muchos profesores de matemáticas. (Jiménez, 2009).

La evolución histórica nos da cuenta del trabajo realizado por racionalistas y empiristas, quienes trabajaron notablemente en identificar la naturaleza de esta ciencia; los racionalistas entre los que se encuentran Descartes, Espinosa, Leibnitz y Kant, ven la razón como el componente más importante de la mente humana a través del cual sin necesidad de la experiencia se pueden identificar verdades.

Por otro lado, el empirismo afirma que todo conocimiento se fundamenta en la experiencia y se adquiere a través de la experiencia; aunque "muchos conceptos matemáticos no se originan de observaciones del mundo físico, sino que se basan en conceptos abstractos", algunos representantes del empirismo son Locke, Berkeley y Hume.

A mediados del siglo XIX el descubrimiento de algunas inconsistencias en la geometría euclidiana, dió paso al establecimiento de geometrías no – euclidianas. Como resultado de los apresurados cambios en la naturaleza de los conceptos matemáticos, surgieron tres escuelas, que buscaron fundamentar el conocimiento matemático. Estas fueron la escuela Logicista, Intuicionista y Formalista.

Logicismo. Escuela fundada por el matemático alemán Gottlob Frege en 1884, conocida como la continuación de la escuela Platónica; buscaba fundamentos matemáticos que sustituyeran la aritmetización de la matemática, que se llevaba a cabo en la época.

> "El objetivo del logicismo era mostrar que la matemática clásica era parte de la lógica" Snapper (citado en Jiménez, 2009).

En síntesis, la escuela logicista se encargó de elevar la lógica a un grado máximo de importancia en la construcción de los objetos matemáticos, con la finalidad de buscar una reformulación de la teoría de conjuntos.

Intuicionismo. Los seguidores de esta escuela en cabeza del matemático francés Luitzen Brouwer, identificaron la falibilidad de la matemática, en el desarrollo de la Teoría de Conjuntos de George Cantor y la aparición de paradojas como la de Russell, en donde observaron errores en la matemática clásica. El intuicionismo admitió que las matemáticas se construían a partir de pasos finitos, basándose en procesos constructivos y de conjetura, aunque el intuicionismo consideraba que existe un cuerpo correcto de conocimientos matemáticos que surgen de la construcción. Algunos autores denominan al intuicionismo como constructivismo, debido a sus procesos de construcciones en serie.

Formalismo. Escuela creada a comienzos del siglo XX por David Hilbert, sigue algunos principios de la escuela de Aristóteles. Además, comparte con el intuicionismo su carácter exacto, independiente de toda experiencia, de las leyes matemáticas, pero difiere con esta corriente en el sentido que percibe las matemáticas en términos de sistemas axiomáticos formales, para llevar a cabo su meta hace uso de reglas y propiedades, tratando de demostrar que no se puede encontrar contradicciones en las construcciones de los objetos matemáticos, entonces da importancia a la lógica y al lenguaje formal dentro de la actividad matemática. Bajo el formalismo hubo progreso en diferentes áreas, no obstante, hacia 1931 Gödel determinó inexactitudes en el sistema, debido a que mediante el uso de axiomas, se pueden encontrar contradicciones.

> Uno de los trabajos más duros para un matemático ocurre cuando éste tiene una idea pero, por ese momento, es incapaz de expresarla en un camino formal. Las matemáticas hablan acerca de ideas, construcciones y pruebas, de tal manera que es claro que los matemáticos tienen en mente algo más que símbolos. Goodman (citado en Santos, 1993).

De esta forma, se establece la importancia de ver la matemática no solamente de manera formal y llena de algoritmos, se genera un interés por liberar a la matemática de lo que hasta el momento no daba cuentas de su naturaleza.

En resumen, estas escuelas de pensamiento, no previó un fundamento ampliamente adaptado para la naturaleza de las matemáticas todas ellas tendieron a ver el contenido de las matemáticas como productos.

Ya a finales del siglo XX, toman fuerza nuevas corrientes filosóficas del pensamiento matemático, que consideran el componente social, cultural, etnológico de las construcciones matemáticas; entre estas se encuentran:

Cuasi- Empirismo: Tiene como precursores a Imre Lakatos y Hilary Putnam. Para el cuasi-empirismo la matemática es falible y sus producciones no son finales o perfectas, es conjetural y especulativa, tiene como activada la formulación de hipótesis innovadoras; se encuentra continuamente en un estado de cambio. Jimenez (2009) afirma que este enfoque muestra la matemática como una activad humana, en donde el contexto social permite construcciones y negociaciones acerca del conocimiento que se produce.

Constructivismo Social: concibe el origen de las matemáticas como proceso de construcciones sociales y culturales, su propósito se enfoca en el origen del conocimiento matemático más que en su justificación.

> Desde el punto de vista del constructivismo social, el desarrollo del nuevo conocimiento matemático y la comprensión subjetiva de las matemáticas se derivan del diálogo y las negociaciones interpersonales, esto es, hacer y aprender matemáticas deben surgir a partir de procesos similares. Además, la adquisición del conocimiento matemático, tiene como uno de sus fundamentos el conocimiento tácito y lingüístico de las Matemáticas que poseen los miembros de una comunidad cultural. (Socas, 2003, p. 157).

Por otro lado algunos autores, Kuhs y Ball, Ernest estudiaron el conocimiento matemático desde la enseñanza e identificaron una concepción que denominaron visión instrumental, reconocen la matemática como un medio para solucionar algún hecho utilizando algoritmos y reglas.

> Una caja de herramientas. El fin que persigue la creación del conocimiento matemático es el desarrollo de otras ciencias y técnicas. La matemática es vista como un conjunto de hechos reglas y habilidades que pueden ser utilizados en la ejecución de algún fin externo (visión utilitarista).El docente con este tipo de visión enfatiza las reglas y los procedimientos al enseñar. (En la Revista Journal of Education for Teaching como se cita en De Faria, 2008).

Dossey (1992) afirma que no hay una filosofía única para las matemáticas, pero estas son transmitidas a los estudiantes contribuyendo a la formación de sus propios conceptos de la naturaleza de las matemáticas. Sugiere que los profesores debiéramos aceptar la matemática como una actividad humana, una actividad no gobernada estrictamente por alguna escuela de pensamiento.

3. Metodología

La actividad se desarrolla bajo un enfoque de investigación documental y cualitativa. Las etapas que se tienen en cuenta para el desarrollo de la investigación son:

a. Revisar bibliografía referente a concepciones sobre la naturaleza de las matemáticas y su evolución.
b. Realizar un análisis reflexivo de los referentes teóricos encontrados sobre las concepciones de la naturaleza de las matemáticas.
c. Elaborar las categorías e indicadores de análisis (a priori) relativos a las concepciones sobre la naturaleza de las matemáticas y su didáctica, que servirán de base para la elaboración del cuestionario y el análisis interpretativo de los datos.

d. Estructurar matrices de caracterización que permitan identificar las diferentes implicaciones entre las concepciones sobre las matemáticas y las concepciones sobre la enseñanza, el aprendizaje, la evaluación y el currículo de las matemáticas.

4. Análisis de datos.

Se reconocieron dos macroconcepciones que se denominaron visión estática y visión dinámica (tablas 1 y 2), al interior de ellas se organizan concepciones sobre la naturaleza del conocimiento matemático que poseen características en común desde cada visión. En ellas es posible identificar la organización del conocimiento matemático.

CONOCIMIENTO MATEMÁTICO VISIÓN ESTÁTICA		
ESCUELA	PRECURSORES	CONCEPCIÓN: NATURALEZA DE LAS MATEMÁTICAS
PLATONISMO	Platón Siglo IV a de C.	✷ Las matemáticas son una actividad mental abstracta sobre objetos externos existentes que tienen únicamente representaciones en el mundo sensorial. (Dossey, 1992). ✷ Platón tomo la posición que los objetos de las matemáticas tuvieron existencia por si mismos, más allá de la mente, en el mundo externo. (Dossey, 1992). ✷ Para el Platonismo los objetos matemáticos tienen una existencia real y objetiva en algún reino ideal, independiente del ser humano. (De Faria, 2008). ✷ Hacer matemática es el proceso de descubrir sus relaciones preexistentes. (De Faria, 2008).
LOGICISMO	**Gottlob Frege,** Russell, Whitehead y Carnap. Finales siglo XIX	✷ Las ideas de las matemáticas son vistas como un subconjunto de las ideas lógicas de las matemáticas. (Dossey, 1992). ✷ Las conclusiones de las matemáticas podían ser expresadas como proposiciones generalmente completadas y cuyas verdades siguen la forma más que su interpretación en un contexto especifico. (Dossey, 1992). ✷ Un objetivo: "encontrar una técnica matemática por medio de la cual se pudiese demostrar, de una vez por todas, que la matemática estaba libre de contradicciones". (Ponte, 1997).
FORMALISMO	**David Hilbert** Leibniz, Comienzos siglo XX	✷ Las ideas matemáticas se encuentran en términos de sistemas axiomáticos formales. (Dossey,1992) ✷ Toda verdad matemática puede ser demostrada a partir de axiomas y reglas de inferencia de la lógica. (De Faria, 2008). ✷ En la concepción formalista no hay objetos matemáticos. La matemática consiste meramente en axiomas, definiciones y teoremas; con otras palabras formulas. (Davis y Hersh, 1982).

Tabla 1. Conocimiento matemático visión estática

CONOCIMIENTO MATEMÁTICO VISIÓN DINÁMICA		
ESCUELA	PRECURSORES	CONCEPCIÓN: NATURALEZA DE LAS MATEMÁTICAS
ARISTOTELISMO	Aristóteles Siglo IV a de C.	✷ El conocimiento es obtenido de la experimentación, observación y abstracción. En la visión de Aristóteles, la construcción de una idea matemática viene a través de

		idealizaciones ejecutadas por el matemático como un resultado de experimentación de objetos. (Dossey, 1992). ✷ Aristóteles veía a las matemáticas como una de las divisiones del conocimiento que se diferenciaba del conocimiento físico y del teológico. Él negaba que las matemáticas fueran una teoría de un conocimiento externo, independiente e inobservable. (De Faria, 2008)
EMPIRISMO	Locke, Berkeley, Hume. Siglo XVII	✷ Todo conocimiento se fundamenta en la experiencia y se adquiere a través de la experiencia. ✷ El conocimiento matemático es también producto de las generalizaciones inductivas hechas a partir de la experiencia y de la observación. (Jiménez, 2009) ✷ La idea central es conceder una preponderancia absoluta a la experiencia sobre las demás fuentes del conocimiento humano, es decir, acentúa la exclusiva validez de la experiencia como fuente del conocimiento. Así, los conceptos matemáticos tienen orígenes empíricos y las verdades matemáticas se derivan de las observaciones del mundo físico. (Socas, 2003)
INTUICIONISMO	Luitzen Brouwer Finales siglo XIX	✷ Las matemáticas se construyen a partir de pasos finitos, basándose en procesos constructivos y de conjetura, aunque el intuicionismo consideraba que existe un cuerpo correcto de conocimientos matemáticos que surgen de la construcción. (Socas, 2003) ✷ El principio básico, es que las matemáticas se pueden construir; que han de partir de lo intuitivamente dado, de lo finito, y que sólo existe lo que en ellas haya sido construido mentalmente con ayuda de la intuición. (Ministerio de Educación Nacional, 1998)
CONSTRUCTIVISMO SOCIAL	Principios siglo XX	✷ La matemática es una construcción social, un producto cultural, falible como cualquier otra rama del conocimiento y por lo tanto cambiable, dependiente del contexto y no libre de valores. (De Faria, 2008) ✷ El desarrollo del nuevo conocimiento matemático y la comprensión subjetiva de las matemáticas se derivan del diálogo y las negociaciones interpersonales. (Socas, 2003) ✷ El constructivismo didáctico consideraría la matemática como un objeto de aprendizaje, ya que dado que el conocimiento matemático sólo existe si el investigador lo construye, el aprendizaje matemático sólo será posible si el alumno lo construye, lo encaja en sus estructuras mentales y lo comparte con otros. (Flores, 1998)
CUASI EMPIRISMO	Imre Lakatos Hilary Putnam Finales siglo XX	✷ La matemática es lo que los matemáticos hacen, con todas las imperfecciones inherentes en cualquier actividad humana. (De Faria, 2008) ✷ El cuasi-empirismo plantea que el conocimiento es falible. ✷ Las matemáticas son conjeturales como las ciencias empíricas; pero la filosofía de las matemáticas deberían estudiar la práctica efectiva y la ciencia real, lo que ha abierto la puerta a enfoques sociológicos, etnológicos, de género, etcétera. (Harada, 2005) ✷ Se caracteriza y describe la matemática a partir del análisis de las prácticas reales de los matemáticos y del papel de la experiencia, el del origen e historia en los contextos sociales de producción del conocimiento matemático. (Jiménez, 2009)

Tabla 2. Conocimiento matemático visión dinámica.

Después de haber identificado la naturaleza del conocimiento matemático se organizaron matrices de categorización en las que es posible reconocer cuatro categorías presentes en el proceso de enseñanza – aprendizaje: conocimiento matemático, enseñanza, aprendizaje y evaluación. Para cada uno de ellos se elaboraron indicadores que permitirán identificar las concepciones de los estudiantes en formación.

Conocimiento matemático. Muestra los indicadores relevantes del conocimiento matemático, desde la visión estática y dinámica.

Enseñanza. Permite identificar los descriptores presentes en el proceso de enseñanza como son: la concepción, el rol del docente, la metodología y la relación docente – estudiante.

Aprendizaje. Al igual que para la anterior categoría se identificaron los descriptores de este proceso: la concepción, el rol del estudiante, la interacción y la motivación.

Evaluación. Contempla los descriptores, concepción, instrumentos y descripción de los instrumentos de evaluación.

5. Conclusiones.

Son diversas las concepciones a lo largo de la historia de la matemática, pero el estudio de sus características permite organizarlas en dos grandes grupos con su descripción del conocimiento matemático e implicaciones didácticas en la formación.

En los programas de formación de profesores es necesario el estudio de las concepciones de la naturaleza de las matemáticas, puesto que según la concepción que se tenga presente se determinan factores de incidencia en el aula. La formación inicial es considerada como la primera fase del proceso de desarrollo del conocimiento profesional que no sólo ha de buscar explicitar ese conocimiento, sino de hacer evolucionarlo mediante procesos reflexivos que se apoyen en el tratamiento y resolución de problemas prácticos y significativos para ellos.

No hay un convenio universal de lo que constituye una “buena enseñanza de la matemática” pues lo que uno considera ser deseable para enseñar y aprender las matemáticas está influenciado por la concepción que la persona tiene de las matemáticas. Hoy hay muchas propuestas desde las reformas curriculares que proponen que el estudiante participe en el desarrollo de las matemáticas, pero esto implica ver la matemática como una disciplina falible, cambiante y similar a otras disciplinas.

Estructurar matrices de categorización contribuye en la investigación que actualmente desarrolla el grupo EDUMAES, como el marco de referencia para la realización de instrumentos de recolección de información y su posterior análisis estadístico.

6. Referencias bibliográficas

Davis, P. & Hersh, R. (1982). De la Certeza a la Falibilidad. *Experiencia Matemática*. (pp. 235 - 260). Bostón.: Editorial Labor.

De Faria, E. (2008) Creencias y Matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, Año 3, Número 4, pp. 9-27. Escuela de Matemática, Universidad de Costa Rica. Recuperado el 15 de julio de 2010, de http://www.cimm.ucr.ac.cr/edefaria.

Dossey, J. (1992) The nature of mathematics: Its role and its influence. En D. A.Grouws, (ed.), *Handbook of research on the teaching and learnig of mathematics* (pp 39-48). New York.: Macmillan.

Harada, E. (2005) El cuasi-empirismo en la filosofía de las matemáticas. *Elementos: Ciencia y Cultura*. Vol, 12, número 059. Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. México.

Flores, P. (1998) Creencias y concepciones de los futuros profesores sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje. *Evolución durante las prácticas de enseñanza.* Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada.

Jimenez, A. (2009) Las concepciones sobre la naturaleza de la matemática y su influencia en el salón de clase. *Memorias VII Encuentro Nacional de Educación Matemática y Estadística*. Universidad Pedagógica Y Tecnológica De Colombia. Tunja.

Ponte, J. (1999) *Las creencias y concepciones de maestros como un tema fundamental en formación de maestros.* K. Krainer & F. Goffree. Universidad de Lisboa. Portugal

Santos, M. (1993) La naturaleza de las matemáticas y sus implicaciones didácticas. *Mathesis*, Vol. 9, Número 4.

Socas, M. & Camacho, M. (2003) Conocimiento Matemático y Enseñanza de las Matemáticas en la Educación Secundaria. *Algunas Reflexiones. Boletín de la Asociación Matemática Venezolana*, Vol. X, No. 2. Venezuela.

Thompson, A. (1992). Teachers' beliefs and conceptions: a synthesis of the research. En D. A.Grouws, (ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. (pp. 127-146). New York, Macmillan.

Volver al índice
Comunicaciones Breves