

[www.fisem.org/web/union](http://www.fisem.org/web/union)  
<http://www.revistaunion.org>

## ¿Quién tiene una respuesta diferente? Análisis del rol docente durante la argumentación en la clase de matemática

Camila Rasse, Horacio Solar

Fecha de recepción: 19/03/2019  
 Fecha de aceptación: 27/08/2019

<p><b>Resumen</b></p>	<p>La argumentación en la clase de matemática es una práctica de enseñanza que permite a los estudiantes apropiarse del conocimiento, tomando un rol más protagónico al trabajar con problemas matemáticos y dialogar con sus pares en busca de la respuesta correcta. Se presenta el análisis de dos episodios de argumentación en la clase de matemática en educación primaria, a cargo de profesoras participantes del modelo de formación Mejoramiento de la Experiencia Docente. Por medio del análisis de estos episodios se puede señalar que el rol docente en la argumentación refiere a la gestión de la actividad, posibilitando la confrontación de ideas, evitando juicios evaluativos, y actuando en base a las cinco prácticas planteadas por Smith y Stein (2011). Se señala la necesidad de formar a los futuros profesores para poder desarrollar este tipo de actividades.  <b>Palabras clave:</b> argumentación, enseñanza de la matemática, profesores.</p>
<p><b>Abstract</b></p>	<p>Argument in math class is a teaching practice that allows students to grab knowledge for themselves, taking a leading role by working with math problems and talking to their peers in the search for the right answer. The article presents the analysis of two argument episodes in math class at elementary level. These episodes are led by two teachers that participated in the formation model Improvement of Teacher Experience. Through the analysis it's possible to account that teachers play a management role during the argument, enabling students to confront opposite ideas, avoiding evaluative judgements, and taking acting upon the five practices that Smith and Stein (2011) propose. The need to train future teachers to develop this type of activities is stressed.  <b>Keywords:</b> argument, math teaching, teachers.</p>
<p><b>Resumo</b></p>	<p>Argumentação na aula de matemática é uma prática de ensino que permite ao aluno apropriar-se do conhecimento, assumindo um papel mais ativo ao trabalhar com problemas matemáticos e dialogar com seus pares em busca da resposta correta. Apresentamos a análise de dois episódios de argumentação na aula de matemática no ensino fundamental, por parte de professores participantes do modelo de formação Melhorando a Experiência de Ensino. Por meio da análise desses episódios, pode-se apontar que o papel docente na argumentação refere-se ao gerenciamento da atividade, possibilitando o confronto de ideias, evitando juízos valorativos e atuando com base nas cinco práticas propostas por Smith e Stein (2011). A necessidade de formar futuros professores para desenvolver este tipo de atividades é apontada.  <b>Palavras chave:</b> argumentação, ensino de matemática, professores.</p>

### 1. Introducción

La enseñanza de la matemática escolar en Chile plantea la necesidad de articular habilidades matemáticas y contenidos, de modo que los estudiantes no solo aprendan las operaciones, fórmulas y teoremas, sino que también obtengan habilidades de pensamiento matemático asociadas a esos contenidos (Ministerio de

Educación, 2013). A partir de esto, se indican cuatro habilidades específicas que deben desarrollarse a lo largo de la trayectoria escolar de los estudiantes: resolver problemas, argumentar y comunicar, modelar, y representar (Ministerio de Educación, 2013).

Tanto los contenidos como las habilidades pueden enseñarse por medio de diversas prácticas de enseñanza. Una de estas prácticas corresponde a la argumentación, la cual se utiliza en diversas asignaturas del currículum, como Historia (Reisman, 2015), Filosofía (Schuitema, Veugelers, Rijlaarsdam & Ten Dam, 2009) y Matemática (Solar, 2018), como práctica que permite no solamente abordar contenidos, sino que además logra que los estudiantes aprendan a escuchar a otros, elaborar argumentos y presentar opiniones de forma respetuosa y fundamentada (Bickmore, 2014; Bickmore & Parker, 2014; Reisman, 2015). Este aprendizaje es fundamental para el desarrollo de los estudiantes como personas que participan activamente de la sociedad, en cuanto competencia ciudadana que los prepara para la vida en sociedad (Geboers, Geijsel, Admiraal & Ten Dam, 2015).

En el caso de la clase de matemática, la argumentación es una práctica que se basa en que a partir de un problema matemático, los estudiantes presenten sus respuestas indicando el proceso de razonamiento por medio del cual llegaron a ella. En ese sentido, se potencia que los estudiantes puedan darse a entender a sus pares, y los convenzan de que su respuesta es la correcta. Esta forma de abordar la matemática permite el desarrollo de habilidades de argumentación, a la vez que permite verbalizar procesos de razonamiento que no suelen verbalizarse. En ese sentido, permite la identificación de errores conceptuales acerca de las operaciones matemáticas, teoremas o fórmulas utilizadas por los estudiantes, a la vez que permite que éstos tomen un rol más protagónico dentro de su proceso de aprendizaje.

La investigación en esta materia se ha enfocado principalmente en el análisis mismo de las interacciones de aula, considerando el proceso por el que pasan los estudiantes y la forma en que se genera la argumentación dentro del grupo de estudiantes (Krummheuer, 2015). Si bien existen investigaciones que han considerado el rol del profesor en el desarrollo de la discusión en la clase de matemática (Smith & Stein, 2011), y en particular de la argumentación (Conner, Singletary, Smith, Wagner & Francisco, 2014; Solar & Deulofeu, 2016), éstas aún son de carácter incipiente, por lo que es fundamental poder contribuir a la investigación acerca del rol de los docentes respecto a la argumentación, y las prácticas que éstos realizan para promoverla, para así generar oportunidades de aprendizaje en los estudiantes por medio del diálogo y discusión de sus ideas.

La argumentación en la clase de matemática permite no solo abordar el contenido curricular a trabajar con los estudiantes, sino que también formar en la habilidad de argumentar y comunicar mandatada por el Ministerio de Educación. De esta manera, esta práctica integra tanto contenido como habilidad. En su aplicación, es fundamental el rol que cumplen los docentes, puesto que son quienes deben posibilitar la argumentación en el aula. Para lograr esto, deben tomar ciertas posturas, y realizar ciertas acciones que potencien la participación de los estudiantes, para que éstos puedan efectivamente argumentar frente a sus pares y apropiarse del contenido (Staples & King, 2017). En este contexto, es importante considerar cuál es el rol que toman los docentes en aula para promover la argumentación en el aula de matemática.

## 2. Marco teórico

### 2.1 Argumentación en matemática

Para analizar el rol de los docentes dentro de una dinámica de argumentación en aula en la clase de matemática, es importante en primer lugar comprender en qué consiste este proceso pedagógico y cómo funciona. La argumentación en la clase de matemática tiene una función asociada a que los estudiantes demuestren a sus compañeros su proceso de razonamiento para llegar a una solución, convencéndolos de que su forma de resolver el problema matemático es la correcta (Krummheuer, 2015).

Conner et al. (2014) señalan que la participación en discusiones matemáticas puede considerarse como argumentación colectiva, que implica que varias personas llegan a una conclusión, usualmente por medio de un consenso. Esta forma de trabajo en el aula se considera como “learning-as-participation”, en cuanto una situación en la que los participantes generan relaciones relativamente sofisticadas entre argumentos (Sfard, 2008 en Krummheuer, 2015). Es en este contexto que debe tomarse en consideración, que la enseñanza eficaz de las matemáticas se basa en el planteamiento de preguntas que estimulan a los estudiantes a explicar y reflexionar sobre sus propios procesos de razonamiento, lo que es necesario para la formación de un discurso matemático significativo (National Council of Teachers of Mathematics, 2015).

El discurso matemático significativo se basa en la idea de hacer que la matemática sea razonable en la escuela, considerando que refiere a cualquier forma de comunicación que posicione a este conocimiento como un tema que tiene sentido, produciendo ideas cuando se usa el razonamiento. Asimismo, lo significativo de la discusión en matemática viene de la significancia de la matemática y del significado personal que tiene para los estudiantes el generar ideas, ser escuchado por otros, considerar los puntos de vista de los demás, y colectivamente desarrollar nuevas comprensiones del contenido (Staples & King, 2017). A partir de esto, se puede considerar que la argumentación y la formación de discurso matemático significativo permite plantear los problemas matemáticos como oportunidades para discutir diferentes formas de razonamiento, al mismo tiempo que presenta a los estudiantes oportunidades para darle un significado personal tanto al contenido como a la experiencia de participar de un proceso de argumentación con sus pares.

Los análisis de argumentación en la clase de matemática utilizan como marco el modelo argumentativo propuesto por Toulmin (1958), que se basa en un proceso analítico lineal que va desde los datos hasta las conclusiones. En este caso, se considera que una argumentación efectiva debe contar con: dato, garantía, conclusión en base a esa garantía, refutación a la garantía y conclusión en base a la refutación (Conner et al., 2014). El dato refiere al problema matemático a resolver y que da inicio a la discusión. Este problema debe ser de alta demanda cognitiva, es decir, que implique que los estudiantes desarrollen procesos de pensamiento complejo, y que hayan múltiples formas de resolución del problema (Conner et al., 2014). Luego del dato, los estudiantes presentan garantías que llevan a una conclusión, siendo ésta un argumento basado en un razonamiento matemático que lleva a una determinada solución para el problema, y así a una conclusión. Esta garantía debe ser refutada por otro participante, por medio de un razonamiento matemático que permita llegar a una

conclusión alternativa para el problema presentado, y que finalmente se presente como el resultado correcto. Sin embargo, debe considerarse que esta nueva conclusión debe ser aceptada por la totalidad de los estudiantes, permitiendo así un convencimiento de que esta es la solución correcta. De esta manera, las discusiones pueden proveer de información valiosa a los profesores acerca de cómo los estudiantes están haciendo sentido a los contenidos, y la forma en que los razonan, lo que muchas veces no puede ser evaluado por medio del trabajo escrito (Staples & King, 2017).

## 2.2 El profesor dentro del proceso de argumentación en aula

Para el desarrollo de un proceso de argumentación, el rol del docente es fundamental en la medida en que éste debe tomar un rol que permita la participación de los estudiantes. Lampert y Cobb (2003, citado en Cox, Meicenheimer & Hickey, 2017) plantean tres posturas que pueden tomar los profesores frente a la argumentación en la clase de matemática:

- (a) postura de adquisición: los profesores esperan que los estudiantes dominen un set de procesos matemáticos y hechos especificados para ellos por autoridades externas;
- (b) postura participativa: los profesores ayudan a los estudiantes a participar en una forma sucesivamente más competente en prácticas matemáticas;
- (c) escuchar la matemática de los estudiantes: los profesores integran la voz de los estudiantes y voz de la disciplina de conocimiento, mientras definen su voz interna para hacer sentido a la comprensión de los aprendices.

Cox et al. (2017) plantean como postura más apropiada para la discusión en clase de matemática la referente a escuchar la matemática de los estudiantes, indicando que para esto, el docente debe monitorear el proceso de pensamiento de los estudiantes tanto durante el trabajo individual como en grupos pequeños, para así seleccionar y secuenciar el trabajo de los estudiantes que será compartido y discutido por el curso completo.

Por su parte, Staples y King (2017) señalan que las funciones del rol de los profesores en la argumentación en la clase de matemática serían: (a) provocar el pensamiento de los estudiantes, por medio de proveer a los estudiantes tiempo y espacio para generar ideas, e invitarlos a compartirlas con la clase, incentivando y apoyando la clara comunicación de éstas; (b) apoyar el intercambio de ideas matemáticas entre estudiantes, monitoreando la discusión y actuando como sea necesario para que los estudiantes puedan mantener una posición que haga sentido y contribuya a la discusión colectiva; y (c) guiar y extender la matemática durante la discusión, para que se extienda el pensamiento y comprensión de los estudiantes.

Dentro del rol que toma el docente, debe considerarse su capacidad para hacer preguntas deliberadas a los estudiantes, con el objetivo de potenciar la discusión, sin indicar la respuesta correcta al problema matemático. Respecto a esto, se toma en consideración el modelo de cuestionamiento tipo embudo y el modelo de cuestionamiento tipo enfoque. El primero –modelo de cuestionamiento tipo embudo–, refiere a un conjunto de preguntas que busca llevar a los estudiantes al procedimiento matemático o conclusión deseada, sin prestar mayor atención a las respuestas que se desvían de ese resultado deseado; en este modelo, el profesor guía a los

estudiantes por la senda ya trazada, sin permitir que hagan sus propias conexiones o construyan una comprensión propia de los conceptos matemáticos. Por su parte, en el modelo de cuestionamiento tipo enfoque, el docente atiende a lo que los estudiantes piensan, e incentiva a que comuniquen con claridad su pensamiento, esperando que reflexionen en torno a sus pensamientos y los de sus pares; de esta forma, el docente se abre a la posibilidad de que la tarea pueda ser abordada de diferentes maneras (National Council of Teachers of Mathematics, 2015).

En contraste con la conceptualización del National Council of Teachers of Mathematics (2015), se pueden encontrar diferentes patrones de interacción, planteados por diversos autores. El patrón más clásico corresponde al comúnmente conocido como IRE, que consiste en una iniciación por parte del profesor, seguido por una respuesta del estudiante, y que termina en una posterior evaluación de esa respuesta (Mehan, 1979); este patrón de interacción se ha señalado que reforzaría una estructura asimétrica dentro de la relación profesor-estudiante, en cuanto el primero se plantea como quien posee el conocimiento y el segundo solo infiere lo que el profesor podría estar pensando (Mercer & Dawes, 2008; Pimm, 1994).

Complejizando los patrones de interacción posibles, surgen los postulados por Wood (1998) y Voigt (1995), quienes plantean cuatro patrones de interacción relevantes para la argumentación en la clase de matemática.

1. El patrón de embudo (Funnel Pattern) planteado por Wood (1998), que consiste en la realización de una pregunta por parte del profesor y una situación en que los estudiantes presentan dificultades para lograr la respuesta correcta, por lo que el profesor desarrolla una secuencia de preguntas más sencillas que fragmentan el contenido del problema inicial en partes de menor complejidad para el alumno.
2. El patrón de enfoque (Focusing Pattern) también es planteado por Wood (1998), y consiste en una interacción donde el profesor valora la diversidad de soluciones que surgen para la misma tarea, destacando la solución que le parece más interesante para los estudiantes, independiente de si ésta es la que éste desea imponer.
3. El patrón de provocación (Elicitation Pattern) es indicado por Voigt (1995) y se refiere a una interacción en aula donde los alumnos ofrecen aportes al diálogo que difieren de las que son esperadas por el docente, por lo que éste se siente obligado a guiar a los estudiantes para que lleguen a la respuesta correcta, realizando preguntas y aclaraciones.
4. Finalmente, el patrón de discusión (Discussion Pattern) también señalado por Voigt (1995), plantea como punto de partida de una construcción de significados comunes la solución de los problemas a discutir en la clase, más que como la meta de ésta. De esta manera, los procesos argumentativos de los alumnos se enriquecen en base a las contribuciones realizadas por sus pares.

Al hacer el paralelo con los modelos de cuestionamiento ya señalados, puede considerarse que el patrón embudo concuerda con el modelo de embudo, mientras que el patrón de enfoque postulado por Wood coincide con el modelo de enfoque (National Council of Teachers of Mathematics, 2015; Wood, 1998).

Para el profesor, el guiar una clase donde se trabaja con argumentación implica la realización de diferentes movimientos dentro de la sala que faciliten este tipo de trabajo por parte de los estudiantes. Smith y Stein (2011) plantean una serie de prácticas para gestionar la clase de matemática, pero que se estima que podrían considerarse para acompañar la situación de argumentación y potenciar su ocurrencia. Estas prácticas consisten en:

- (a) anticipar las respuestas posibles de los estudiantes al problema entregado, teniendo éste que ser desafiante, puesto que de otra forma no da espacio a diversidad de respuestas;
- (b) monitorear las respuestas efectivas de los estudiantes, de modo de tener claridad de las diferentes opciones posibles dentro del aula;
- (c) seleccionar a ciertos estudiantes para que presenten su respuesta y razonamiento al resto del curso, cautelando por la diversidad de respuestas;
- (d) secuenciar las respuestas de los estudiantes en un cierto orden, dejando que la secuencia de espacio para presentar garantía y refutación;
- (e) conectar las diferentes respuestas de los estudiantes, conectándolas con ideas matemáticas clave que permiten la continuidad más amplia de los contenidos del curso (Smith & Stein, 2011).

Estos cinco movimientos del docente frente a una actividad donde se desarrolla argumentación plantean que la planificación de la clase es más compleja, en cuanto implica que el docente debe tomar en consideración dentro de ésta, las eventuales respuestas que los estudiantes puedan entregar, de modo de tener mayor control sobre los diferentes aspectos que puedan surgir dentro de la clase (Smith & Stein, 2011).

A partir de lo mencionado, debe considerarse que el rol del docente dentro de la argumentación se plantea como el de un facilitador del aprendizaje de los estudiantes, dando espacio para que éstos señalen diferentes respuestas a un cierto problema, sin realizar juicios evaluativos de éstas, dando espacio para que éstos se apropien de la matemática y puedan evaluar por sí mismos la validez de las respuestas (National Council of Teachers of Mathematics, 2015; Smith & Stein, 2011; Solar & Deulofeu, 2016), sin ser el docente quien entrega el conocimiento a un grupo de estudiantes que pasivamente lo recibe. De esta manera, el docente permite a los estudiantes que sean protagonistas de su propio aprendizaje, utilizando las ideas de los propios estudiantes como base desde la cual desarrollar la clase (Solar, 2018).

### 3. Metodología de Análisis

Para responder al propósito de esta investigación, se analizarán clases de dos profesoras de primaria participantes de un seminario de formación para docentes acerca de la argumentación en la clase de matemática. Este seminario buscaba recursos en estos docentes que les permitieran promover la argumentación en sus aulas; en esta instancia participaron diez docentes de enseñanza básica (primaria) de establecimientos educacionales de la ciudad de Concepción (Región del Bío-Bío, Chile) y tuvo una duración de 15 meses entre el año 2014 y 2015. El proceso fue realizado a partir del modelo de formación Mejoramiento de la Experiencia Docente (Solar, Ortiz & Ulloa, 2016), cuyo propósito es que profesores en ejercicio trabajen problemáticas acerca de la gestión de aula en matemática, reflexionando por medio

del análisis de la práctica docente, utilizando grabaciones de clases (Solar, Ortiz & Ulloa, 2016). Los videos analizados en este estudio corresponden a un proyecto de investigación más amplio donde uno de los objetivos corresponde a identificar las condiciones que promueven la argumentación en la clase de matemática.

Se analizarán dos clases registradas en video, una de un primer año básico (1° de primaria, estudiantes de entre 6 y 7 años) y una de un cuarto año básico (4° de primaria, estudiantes de entre 9 y 10 años). El criterio de selección para las clases consideradas en este estudio fue que las profesoras a cargo de la clase lograran establecer una situación de argumentación en base a la presentación de una tarea matemática. Se usan las transcripciones de los episodios, de modo de a partir de éstas extraer los dichos específicos de todos los actores involucrados. Se considerará como unidad de análisis los momentos de interacción entre estudiantes y profesora durante la clase, asociados a la tarea matemática.

Para el análisis se tomará como base el modelo argumentativo de Toulmin (1958), que cuenta con las características ya mencionadas anteriormente. A partir del trabajo de Solar y Deulofeu (2016), para que una interacción sea considerada como argumentación, solo se tomarán los elementos de dato, garantía, refutación y conclusión. Dentro de este análisis, se considerará en primer lugar la existencia y estructura de la argumentación, y posteriormente el rol del docente en su promoción, por medio de dos aspectos que tienen relación directa con el desarrollo de la argumentación: las oportunidades que da la profesora para la confrontación de ideas y la postura evaluativa de ésta ante las respuestas de los estudiantes. Por otra parte, se considera que las cinco prácticas para promover la discusión en clases de matemáticas (Smith & Stein, 2011) son relevantes para el análisis de interacciones argumentativas, por lo que se utilizarán como elementos para caracterizar el rol del profesor.

## 4. Resultados

### 4.1 Episodio Clase de Primer Año Básico - Contar

El primer episodio corresponde a una clase de primer año básico donde se presenta a los estudiantes una tarea matemática de conteo. La interacción comienza con una tarea matemática presentada en la pizarra donde se muestra a un conejo en una recta numérica, posicionado en el número 5, y se presenta la instrucción “El conejo se encuentra en el número 5 y debe dar 5 saltos de 2 en 2 ¿A qué número llega?”

#### ACTIVIDAD



1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

El conejo se encuentra en el número 5, y debe dar 5 saltos de 2 en 2. ¿A qué número llega?

#### RESPUESTAS ESPERADAS

-Cuentan 5 saltos de 2 en 2, respuesta esperada correcta = 15

-Cuentan 5 saltos de 1 en 1, respuesta esperada incorrecta = 10

-Cuentan 5 saltos de 2 en 2 pero incluyendo el punto de partida, respuesta esperada incorrecta= 13

llega?”. Darlyn sale a la pizarra y con el plumón marca con una línea pasando cada dos números, dibujando desde el 5 al 7, del 7 al 9, del 9 al 12 y del 12 al 14; luego, se da cuenta que le falta un salto más del conejo, por lo que vuelve a la pizarra y dibuja una línea más desde el 14 al 16. Posteriormente, Carla (profesora) alienta la discusión al preguntar a los estudiantes si es que están de acuerdo con la respuesta dada por Darlyn, lo que genera el surgimiento de nuevas respuestas. Felipe plantea una refutación a la garantía presentada por Darlyn al indicar el error cometido por ella en su proceso de pensamiento, y cuando Carla le pide que pase adelante a explicar por qué no está de acuerdo con Darlyn, Felipe realiza el ejercicio en la pizarra, llegando a la conclusión 2.

Imagen 1. Tarea Matemática Contar

#### 4.1.1 Análisis de la argumentación

En el episodio de esta clase se puede observar una interacción con características de argumentación según el modelo de Toulmin (1958), la cual se presenta en la fig. 1.

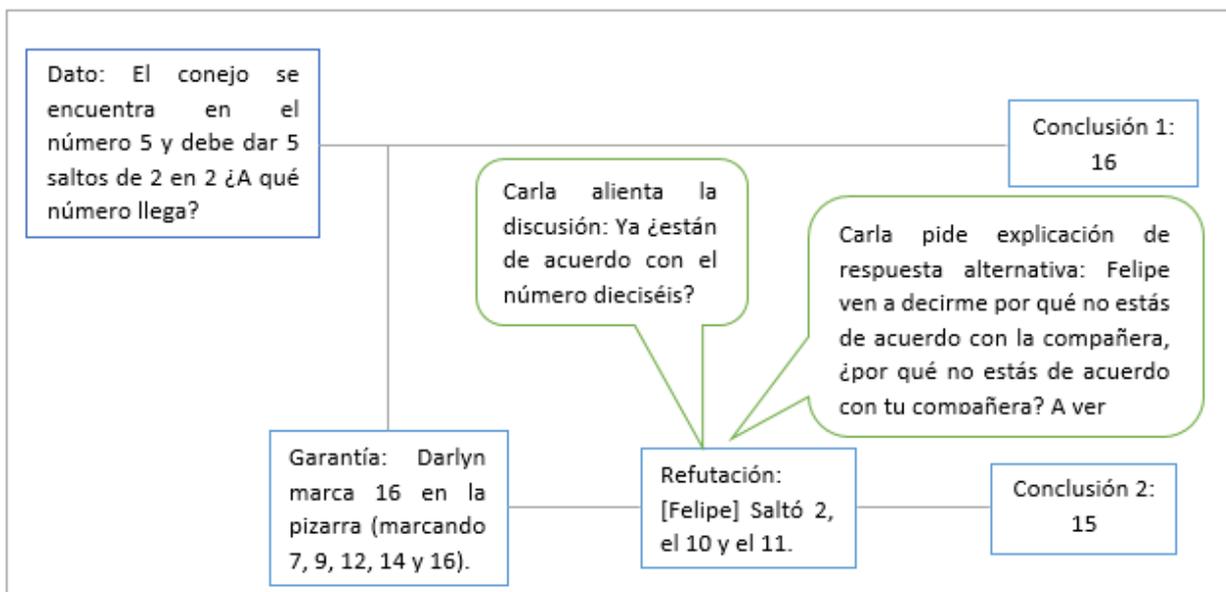


Fig. 1. Estructura argumentación Primer Año Básico

##### 4.1.1.1 Aparición de posturas diferentes.

Durante el episodio de argumentación analizado surgen una serie de posturas diferentes, pero como garantía y refutación propiamente tal solo surgen dos, que aparecen reseñadas en la fig. 1. A continuación se presenta un fragmento de la transcripción del episodio, donde puede apreciarse el surgimiento de cada componente de la argumentación.

*Carla: miren la Darlyn dijo que ella se había dado cuenta solita que había dado cuatro saltitos, pero tenía que dar cinco. Ya ¿están de acuerdo con el número dieciséis?*

Alumnos: No

Otros: Sí

Alumno: yo llegué hasta el quince

Carla: ¿tú también llegaste hasta el número dieciséis?

Alumno: yo llegué al catorce

Carla: ¿tú también llegaste al número dieciséis?

Alumno: yo llegué al catorce tía

(...)

Carla: la compañera, Felipe mira para acá, ¿la compañera dio los cinco saltos?

Felipe: sí, pero yo llegué hasta el quince

(...)

Carla: tú llegaste al catorce, entonces, Felipe ven a decirme por qué no estás de acuerdo con la compañera, ¿por qué no estás de acuerdo con tu compañera? A ver

(Felipe sale a la pizarra y observa la resolución de Darlyn)

Carla: explícale, entonces si tú no estás de acuerdo ¿por qué?

(Felipe continúa observando la pizarra)

Carla: miren Felipe está analizando lo que hizo la Darlyn, Felipe ¿por qué no estás de acuerdo?

Felipe: saltó dos, saltó el 10 y el 11

Carla: a ver, miren lo que está diciendo Felipe. Mira Cristóbal lo que está diciendo Felipe, tú también llegaste a dieciséis.

Cristóbal: no

Carla: explícale, a ver

Felipe: se pasó estos dos

Carla: a ver, mira al compañero, mira lo que dice tu compañero. Explícale a ella a ver. Felipe explícale a la Darlyn ¿qué hizo ahí?

Felipe: se pasó dos números

Carla: mira ¿están de acuerdo con lo que dice Felipe que la Cristin... que la Darlyn se pasó dos números?

Cristóbal: no

Carla: a ver ¿cómo tendría que haberlo hecho? Felipe hácelo arriba, por aquí (le muestra que debe dibujar sobre la recta numérica, sin borrar la respuesta de Darlyn)

(Felipe toma el plumón y comienza a dibujar saltos de dos en dos, primero del 5 al 7, del 7 al 9, del 9 al 11, del 11 al 13 y del 13 al 15)

*Carla: miren, (...) lo de verde es lo que hizo la Darlyn, y lo de azul es lo que hizo Felipe. Felipe llegó a un número diferente que Darlyn, llegó hasta el quince y la Darlyn llegó hasta el dieciséis. Llegó a un número más que Felipe, Felipe llegó a un número menos que la Darlyn, ¿Cuál de los dos estará correcto?*

*Alumna: el Felipe*

*Alumno: la Cristin*

*Carla: la Cristin no ha pasado ahora*

*Alumnos: la Darlyn*

*Carla: ¿la Darlyn estará correcta o Felipe?*

*Alumnos: Felipe*

*Alumnos: Darlyn*

Como puede observarse, Felipe primero nota el error de Darlyn, lo explica al curso y luego establece una nueva conclusión que se configura como la respuesta correcta. Aunque en la clase aparece una diversidad de respuestas posibles, solo las dos conclusiones indicadas en el diagrama 1 son presentadas en la pizarra, por lo que las otras respuestas no son argumentadas por los estudiantes. De cierta manera, Carla limita a dos opciones de razonamiento las posibles respuestas para el problema presentado al curso.

#### **4.1.2 Rol del profesor en la promoción de la argumentación**

##### **4.1.2.1 Oportunidades para la confrontación de ideas.**

Carla, en su rol como profesora del curso, incentiva a que Darlyn y Felipe demuestren a sus pares el proceso mediante el cual llegaron a sus respuestas. Esta forma de mostrarlo implica hacer el movimiento en la recta numérica frente al curso, para que los demás estudiantes puedan observar qué puntos fue marcando cada uno. En ese sentido, Felipe primero indica el error de Darlyn y éste se postula como la refutación a su garantía. La acción de incentivar a que los alumnos demuestren su proceso a los demás se ve reflejado en la petición por parte de Carla de que los niños pasen a la pizarra a mostrar la forma en que resolvieron la tarea matemática, y expliquen su forma de hacerlo. Adicionalmente, esto se ve complementado por la pregunta explícita de Carla respecto a si están todos de acuerdo con la respuesta planteada por Darlyn, lo que se plantea como una forma de monitorear la existencia de varias soluciones entre los estudiantes, lo que permite la argumentación.

Adicionalmente a esto, al plantear la pregunta respecto a cuál será la respuesta correcta, Carla potencia que los estudiantes comparen ideas matemáticas en la medida en que se les pide comparar procesos de pensamiento asociados al problema realizado. Asimismo, Carla pide a los estudiantes que demuestren la forma en que resolvieron el problema, por medio de la realización del ejercicio en frente del curso y la explicación de ésta resolución. Finalmente, y asociado a la comparación de ideas matemáticas, la profesora hace preguntas asociadas a la evaluación de las respuestas y argumentos asociados a estas, para juzgar cuál es la respuesta correcta al problema.

##### **4.1.2.2 Postura evaluativa de la profesora ante las respuestas de los estudiantes.**

Un aspecto importante a destacar es que Carla no elabora juicios evaluativos de las respuestas planteadas por los estudiantes, sino que espera que ellos mismos reconozcan el proceso de pensamiento que permite una respuesta correcta. A partir de esto, puede considerarse que el modelo de cuestionamiento que se denota de las preguntas realizadas por la profesora corresponde a un modelo de tipo enfoque (National Council of Teachers of Mathematics, 2015), en la medida en que pone atención al proceso de razonamiento de los estudiantes, promoviendo la comunicación del proceso de razonamiento por medio del cual se llegó a la conclusión propuesta.

Por su parte, puede indicarse que Carla cumple con las tres funciones del rol del profesor señaladas por Staples y King (2017), en cuanto motiva a los estudiantes a que manifiesten las diversas conclusiones a las que pueden haber llegado, e invita a que tanto Darlyn como Felipe comuniquen los procesos de pensamiento que los llevaron a elaborar esas conclusiones. Asimismo, Carla apoya el intercambio de ideas entre los alumnos al monitorear la discusión que se genera en la sala, utilizando movimientos productivos para la conversación como sería incentivar la participación de los estudiantes una vez iniciada la discusión. Adicionalmente, la profesora cumple con la última función del rol docente en la argumentación al guiar el trabajo durante la discusión, pidiendo a los estudiantes que comparen los razonamientos y así resultados, de Darlyn y Felipe para juzgar cuál es el correcto.

#### 4.1.2.3 Prácticas de la profesora dentro de la situación de argumentación

En esta situación, es posible verificar que se dan las cinco prácticas señaladas por Smith y Stein (2011), en cuanto la tarea matemática entregada a los estudiantes efectivamente es lo suficientemente desafiante como para contar con respuestas contrapuestas, por lo que Carla anticipa correctamente las respuestas de sus estudiantes. Asimismo, la profesora monitorea, selecciona y secuencía las respuestas de los estudiantes de forma que facilita el proceso de decisión de los estudiantes acerca de la respuesta correcta al problema presentado. Esto es posible de señalar en base a los momentos en que Carla destaca la respuesta de Darlyn y luego pide a Felipe que pase adelante a mostrar su resultado, el cual es diferente al que fue presentado por Darlyn; de esta manera, Carla busca entre las respuestas de los estudiantes a la tarea matemática, diversidad de respuestas, secuenciando las respuestas de modo que la respuesta correcta no sea la primera que aparece dentro de la discusión. Finalmente, los estudiantes conectan las diferentes respuestas presentadas, pudiendo decidir cuál es la correcta.

## 4.2 Episodio Clase de Cuarto Año Básico - Regularidades

La interacción comienza con la entrega por parte de la profesora (Mónica) de una tarea matemática a realizar en parejas. Esta tarea consiste en una división para cada dupla de estudiantes, donde falta el divisor y el cociente, y se les da la instrucción de que éstos deben ser el mismo número. Ante esto, surgen una serie de respuestas entre los estudiantes, agrupadas en torno a completar el problema con los números 1, 2 y 3.

### 4.2.1 Análisis de la argumentación

En el episodio de la clase de cuarto básico, se puede observar una interacción con características de argumentación. La estructura de ésta se presenta en la fig. 2.

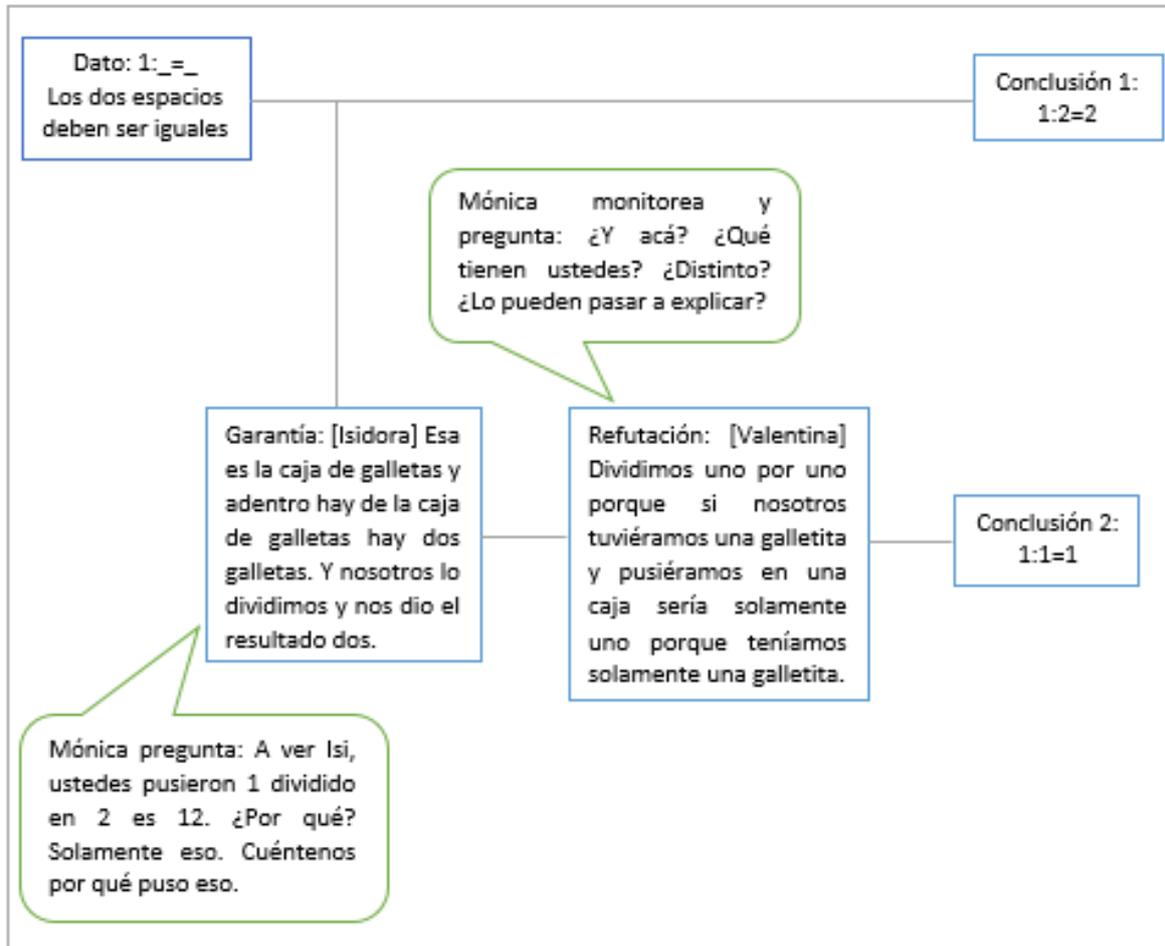


Fig. 2. Estructura argumentación Cuarto Año Básico

Como puede observarse en la fig. 2, la garantía es propuesta por Isidora, quien por medio de ésta llega a la conclusión 1, que es la conclusión errónea. Posteriormente, surge la refutación de Valentina que permite llegar a la conclusión 2, y corresponde a la respuesta correcta. Es importante considerar que la refutación de Valentina se sustenta en la misma metáfora realizada por Isidora, siguiendo el mismo modelo de razonamiento. Esto permite mantener el proceso de pensamiento planteado por Isidora y facilita la comprensión de la refutación indicada por Valentina.

#### 4.2.1.1 Aparición de posturas diferentes.

Durante la interacción aparecen varias posturas diferentes, pero solo pueden considerarse como componentes de argumentación las que aparecen reseñadas en el diagrama 2 como garantía y refutación. A continuación se presenta un fragmento de la transcripción de la situación de argumentación.

*Mónica: Ya, adelante, rápidamente, a la pizarra los dos. Escriben su división y los demás vamos a ir tomando atención y vamos a ver si estamos de acuerdo con ellos o no estamos de acuerdo (estudiante desarrolla la*

división en la pizarra) ¿Está lista su división? Perfecto. Explíquelo, ¿qué ocurrió ahí? (...)

Isidora: Esa es la caja de galletas y adentro hay de la caja de galletas hay dos galletas. Y nosotros lo dividimos y nos dio el resultado dos.

Mónica: ¿Quién tiene otro resultado?, a ver. Porque vi mucho resultados. A ver, Vanessa, ¿qué pusieron ustedes?

Vanessa: Que, uno dividido por dos es uno.

Mónica: Uno dividido por dos es uno. Distinto a lo que está ahí. Allá pusieron, uno dividido en dos es dos. ¿Qué ocurrió? ¿Cómo lo hicieron ustedes?

Vanessa: Es que, lo dividimos porque la división, cómo que también es parte de la suma y tuvimos que sumarle en realidad uno.

Mónica: Nada. ¿Y acá? ¿Qué tienen ustedes? (Responden estudiantes a la vez) ¿Distinto? ¿Lo pueden pasar a explicar?

Mónica: Distinto. ¿Por qué ustedes pusieron 1?

Valentina: Dividimos uno por uno porque si nosotros tuviéramos una galletita y pusiéramos en una caja sería solamente uno porque teníamos solamente una galletita.

Mónica: Ya, aquí, tiene que haber alguien que tenga la razón. Porque dijimos que era una regularidad, algo que se da siempre, y ahí tenemos muchas cosas. Ah, ya. ¿Qué cree usted?

Daniela: Que la Vale está correcta.

Mónica: ¿Qué?

Daniela: Que la Vale está correcta.

Mónica: Que la Vale está correcta. Usted estaba de acuerdo con otra persona. ¿Con quién estaba de acuerdo den antes?

Daniela: Con la Tiare.

Mónica: Con la Tiare y ahora, ¿Qué le hace cambiar de opinión?

Daniela: Porque uno es uno dividido en uno, y es uno solo una sola vez.

Mónica: Uno dividido es uno. Es uno porque uno se divide una sola vez. ¿Eso era lo que usted estaba diciendo, o no? ¿Es lo mismo? Sí. Valentina, ¿Qué crees tú?

De esta forma, puede observarse que surge una postura asociada a la conclusión 1, presentada por Isidora, donde se indica que  $1:2=2$ . Luego, surge la respuesta correcta como refutación de la primera conclusión, generando la conclusión 2:  $1:1=1$ , planteada por Valentina.

Es interesante considerar que la refutación se hace en base a la misma metáfora utilizada por la estudiante que entrega la garantía. Por tanto, no solo se refuta la conclusión, sino que además la forma de razonamiento por medio de la que se llegó a ella. Esto potencia el cambio conceptual asociado a la conclusión errónea, puesto

que toma el mismo razonamiento inicial y lo modifica para llegar a la respuesta correcta.

## 4.2.2 Rol del profesor en la promoción de la argumentación

### 4.2.2.1 Oportunidades para la confrontación de ideas.

Mónica incentiva a los estudiantes para que demuestren el proceso mediante el cual llegaron a sus respuestas, de modo que se potencie la argumentación efectiva de estas, más que la sola exposición. Esto se ve reflejado en dos acciones clave. En primer lugar, como aparece en las nubes de diálogo del diagrama 2, Mónica explícitamente pide a los estudiantes explicar a sus compañeros como obtuvieron la respuesta que indican, porqué obtuvieron ese resultado. En segundo lugar, monitorea las respuestas de los estudiantes, incentivando la aparición de respuestas diferentes a las que se han planteado previamente en el ejercicio; esto permite que estudiantes que sean menos dados a la participación en clases, pero tengan respuestas diferentes a las ya presentadas, puedan ser detectados por la profesora e incentivar su participación.

Mónica pide a los estudiantes que comparen ideas matemáticas, en cuanto les pregunta si es que la explicación planteada por alguno de los compañeros les hace cambiar de opinión, lo que obliga a que comparen procesos de razonamiento matemático asociados al problema. Asimismo, las preguntas realizadas por Mónica incluyen el pedir a los estudiantes que expliquen el método por medio del cual demostrar la forma en que resolvieron el problema, así como también pide elaboración por parte de los estudiantes, lo que refiere a que éstos elaboren una idea, explicando a sus pares lo que quieren decir. Finalmente, la profesora hace preguntas que piden evaluación por parte de los estudiantes acerca del acuerdo que tienen respecto a la idea presentada por sus pares.

Finalmente, debe considerarse que Mónica toma una postura asociada a escuchar la matemática de los estudiantes (Cox et al., 2017), en cuanto integra la voz de los estudiantes y sus argumentos, con la conceptualización de la división como operación matemática que cuenta con ciertas características y reglas. Al integrar ambas, la profesora hace sentido a la matemática de los estudiantes a la vez que la inserta en el marco del contenido específico a tratar en la clase.

### 4.2.2.2 Postura evaluativa de la profesora ante las respuestas de los estudiantes.

La profesora no elabora juicios evaluativos de las respuestas dadas por los estudiantes. Es decir, no señala si estas son correctas o incorrectas, sino que espera a que los estudiantes entre ellos, por medio del proceso argumentativo puedan juzgar cuál es la respuesta correcta. Esto potencia la autonomía de los estudiantes ante su aprendizaje, en cuanto ellos deben reflexionar frente al problema y elaborar un argumento que permita explicar la forma en que razonaron y llegaron al resultado final.

A partir de esto, puede considerarse que el modelo de cuestionamiento que muestran las preguntas planteadas por Mónica corresponde a un modelo de cuestionamiento tipo enfoque (National Council of Teachers of Mathematics, 2015), en cuanto pone atención al proceso de razonamiento de los estudiantes, e incentiva el que éstos comuniquen sus ideas. Adicionalmente, puede considerarse que la profesora cumple con las tres funciones del rol del profesor propuestas por Staples y King (2017) en la medida en que incentiva el pensamiento de los estudiantes al

invitarles a compartir sus ideas con el resto del curso, y apoya la clara comunicación de éstas. Asimismo, utiliza movimientos productivos para la conversación como forma de apoyar el intercambio de ideas entre los estudiantes, tales como: incentivar la participación de los estudiantes una vez iniciada la discusión, repetir lo que dicen los estudiantes en sus argumentos y pedir mayor aclaración de sus procesos. Junto a esto, Mónica cumple con la última función del rol docente en la argumentación al guiar el trabajo durante la discusión, insistiendo en que los estudiantes señalen sus razonamientos matemáticos y argumentos -en lugar de solo explicarlos-, toma el error como una oportunidad para reconceptualizar el problema y explorar contradicciones de los estudiantes, pudiendo así identificar errores conceptuales profundos y, pide a los estudiantes que comparen los razonamientos presentados al preguntarles si han cambiado de opinión.

Mónica guía la discusión en la medida en que monitorea la diversidad de respuestas obtenidas por los estudiantes, incentiva que los estudiantes justifiquen sus respuestas, pero no comenta las respuestas o argumentos de éstos. Adicionalmente, la profesora pregunta a los estudiantes que plantean posturas diferentes a la de la refutación si es que luego de escuchar ésta han cambiado de opinión acerca de su propia conclusión. De esta manera, la profesora da espacio para que los mismos estudiantes puedan reflexionar acerca de su proceso de razonamiento y juzgar cuál es la respuesta correcta.

#### 4.2.2.3 Prácticas de la profesora dentro de la situación de argumentación

En la argumentación presentada en este video también es posible detectar las cinco prácticas planteadas por Smith y Stein (2011). Mónica anticipa las respuestas de los estudiantes por medio de una tarea matemática con suficiente complejidad como para que surjan diferentes respuestas, pero que aún sea posible de realizar por parte de los estudiantes. Al igual que en el caso de Carla, monitorea, selecciona y secuencia las respuestas de los estudiantes, dando espacio a una situación de argumentación con diferentes posturas, donde cada alumno pueda explicar su razonamiento. El monitoreo de las respuestas que realiza Mónica se vuelve explícito cuando solicita que más estudiantes den su respuesta, indicando que ella “vio muchos resultados”. En este caso, la selección de respuestas se da por parte de la participación de cada estudiante, posibilitada por Mónica quien incentiva el que más estudiantes participen hasta llegar a quienes tienen la respuesta correcta. La conexión entre las respuestas dadas anteriormente es facilitada por Valentina, quien al tomar la metáfora de Isidora para explicar su propio razonamiento, conecta ambas respuestas y da paso a la refutación de su compañera.

### 5. Discusión

La argumentación como herramienta de enseñanza-aprendizaje es utilizada en diversas asignaturas, debido a que permite no solo el aprendizaje de contenidos, sino que también el desarrollo de habilidades de discusión (Chowning, Griswold, Kovarik & Collins, 2012). En el caso de la clase de matemática, puede ser más complejo de visualizar el desarrollo de la argumentación, pero no por ello menos valioso.

La argumentación en la clase de matemática permite a los docentes develar errores profundos en el patrón de pensamiento de sus estudiantes, los cuales muchas veces pueden pasarse por alto al realizar tanto actividades como evaluaciones más tradicionales. En ese sentido, el uso de la argumentación como forma de monitorear

el aprendizaje de los estudiantes, no solo permite una visión más amplia de la comprensión del contenido por parte de los estudiantes, sino que además permite aumentar la flexibilidad de los docentes ante la diversidad dentro del aula (Solar, 2018). Esto puede ejemplificarse por medio del análisis realizado a la argumentación de cuarto año básico acerca de regularidades. Un proceso argumentativo en que se pide a los estudiantes explicar su proceso de razonamiento que dio lugar a cierta respuesta, permite a la profesora dilucidar la comprensión que tienen sus estudiantes respecto a la división como operación matemática. Asimismo, en este caso el que los estudiantes elaboren una refutación que se sustenta en la misma metáfora por medio de la cual se explicó el razonamiento de la garantía, permite una mayor comprensión por parte de los estudiantes. Se continúa hablando en el mismo idioma, y desde ahí es posible elaborar una explicación alternativa, y eventualmente correcta. En base a esto, es importante destacar que el análisis de los episodios de clase en este artículo plantea la relevancia que tiene la refutación como acción fundamental para el proceso de aprendizaje de los estudiantes en el contexto de la argumentación en la clase de matemática. La refutación da espacio a la verdadera discusión acerca del problema presentado, y cuando ésta se da dentro de la misma metáfora explicativa, puede facilitar la comprensión del contenido así como del patrón de pensamiento utilizado por los estudiantes.

En línea con esto, es necesario abordar la relevancia de las respuestas incorrectas dentro de la dinámica de argumentación. En un contexto no argumentativo, las respuestas incorrectas solo se indican como incorrectas y se da la respuesta correcta, incluyendo una explicación de parte de la profesora respecto a por qué esa respuesta es correcta; esto plantea un estudiante pasivo, que recibe contenidos y simplemente por escucharlos y modificar la respuesta de un problema no solo entiende, sino que también aprende el contenido. La argumentación como práctica valida la visión de un estudiante activo frente al conocimiento, que es capaz de apropiarse del contenido, a la vez que también requiere de esta apropiación para un aprendizaje efectivo. Un estudiante capaz de verbalizar su razonamiento y explicarlo a sus pares, podría ser más capaz de detectar errores en éste, y así modificarlo para pensar en su error. De esta manera, la argumentación en su punto culmine permite a los estudiantes el realizar conexiones no solo en sus propios patrones de pensamiento, sino que también con el razonamiento de sus pares (Smith & Stein, 2011), formando verdaderas comunidades de aprendizaje en el aula. En este punto, toma relevancia el manejo que tiene el docente de la argumentación como práctica de enseñanza, así como su rol dentro de esta práctica.

Las profesoras en ambas interacciones de argumentación no estigmatizan la respuesta incorrecta -el error-, sino que permiten que éste sea una respuesta igualmente válida que las demás, dando espacio a sus alumnos para que descarten las respuestas erróneas por sí mismos. Esta forma de manejar el error puede dar mayores espacios para que los estudiantes alcen la voz y planteen sus respuestas, sin temor a ser avergonzados por sus pares, sino que se plantean como insumos necesarios dentro del proceso grupal para llegar a la respuesta correcta. En ese sentido, es el grupo curso el que trabaja por conseguir una respuesta correcta, más que el estudiante en aislamiento quien resuelve cada problema. De esta manera, las docentes escuchan la matemática de los estudiantes, más que ellas posicionarse como quienes cuentan con el conocimiento que es entregado a un grupo de estudiantes pasivos (Cox et al., 2017). Como se puede observar en las interacciones

de las dos profesoras analizadas en este trabajo, ambas toman un rol que oscila entre lo protagónico y lo secundario según se necesite. Las profesoras potencian la aparición de diversidad de respuestas que permitan la argumentación, proveyendo de refutaciones para la primera respuesta sindicada; asimismo, instan a los estudiantes a explicar sus procesos de razonamiento, para que sus pares entiendan la forma en la que obtuvieron sus resultados. En ese momento, ellas toman roles secundarios y escuchan a los estudiantes, sin señalar errores en la respuesta o en el razonamiento, dando espacio para que los estudiantes de forma independiente puedan apropiarse del contenido y evaluar el proceso de razonamiento más apropiado para el problema específico que están abordando.

Dentro de este juego de posturas de las profesoras, se destacan además las oportunidades de participación que entregan a los estudiantes, potenciando la argumentación de varios estudiantes, y presentando la mayor cantidad de alternativas de respuesta posibles en el aula. Adicionalmente, ambas profesoras guían la interacción desde un modelo de tipo enfoque (National Council of Teachers of Mathematics, 2015), en que se atiende al proceso de pensamiento de los estudiantes, y se posicionan desde una postura en que pueden haber múltiples formas de llegar a una respuesta. Este modelo implica para el docente tomar un rol más secundario para dirigir la clase, pero no por ello menos complejo. Como señalan Smith y Stein (2011), la argumentación requiere de prácticas que debe realizar el docente, de modo que pueda darse en el aula una interacción dialógica entre estudiantes y docente (Solar, 2018). De esta manera, el docente tiene que anticipar, monitorear, seleccionar, secuenciar y conectar las respuestas de los diferentes estudiantes, para poder convertir la actividad en una dinámica de aprendizaje para todos los estudiantes, y no en solo una actividad que salga de las prácticas de enseñanza más tradicionales.

Estas acciones que debe realizar el docente son las que posibilitan una argumentación efectiva entre los estudiantes, resaltando los pasos que deben cumplirse para elaborar un argumento y hacerlo comprensible para sus pares. En ese sentido, el rol del docente es mantener la estructura de la argumentación, cuidando el que las prácticas planteadas por Smith y Stein (2011) vayan facilitando el proceso de los estudiantes. El profesor se posiciona como un facilitador del aprendizaje de los estudiantes más que como quien se encarga de forma completa y absoluta de éste, tomando un rol activo pero no protagónico en el proceso. De esta manera, deja los espacios necesarios para que los estudiantes hagan propio el contenido de la tarea matemática y puedan involucrarse en la interacción de argumentación. El que ambas profesoras den oportunidades para la confrontación de ideas es lo que en primer lugar abre espacios para que los estudiantes tomen un rol más protagónico y se hagan cargo de sus propios procesos de razonamiento, mientras las profesoras monitorean las características de la interacción. Asimismo, la falta de juicios evaluativos potencia la participación de los estudiantes y una mayor independencia ante el conocimiento: los estudiantes evalúan las respuestas en base a su conocimiento y razonamiento, no reciben una respuesta de forma pasiva desde sus profesoras. Finalmente, se puede observar que las profesoras integran las cinco prácticas de Smith y Stein (2011) en las actividades realizadas en aula, facilitando el desarrollo de la argumentación.

A partir de esto, puede considerarse que el rol del docente en la práctica de la argumentación matemática en aula refiere en términos generales a la gestión de la argumentación, posibilitando espacios, presentando desafíos y secuenciado

respuestas, más que un rol activo de poseedor del conocimiento que trabaja con estudiantes pasivos que lo reciben. En términos específicos, el rol del docente refiere a lo ya presentado: promover la confrontación de ideas entre sus estudiantes, evitar realizar juicios evaluativos a las respuestas planteadas por los alumnos, presentar desafíos matemáticos con la complejidad precisa para que los estudiantes deban trabajar en ellos, pero no tanto como para que no les sea posible resolverlos; monitorear el trabajo de sus estudiantes, de modo de asistirlos cuando sea necesario, pero también para poder organizar apropiadamente la situación de argumentación; seleccionar las respuestas que serán presentadas al grupo curso, así como a los estudiantes que lo harán, de modo de presentar un espectro amplio que permita la argumentación; secuenciar las respuestas presentadas, para que la respuesta correcta no sea la primera en presentarse, sino que se presente dentro del grupo y así los estudiantes puedan por sí mismos evaluar su validez; y conectar las respuestas con ideas y conceptos matemáticos, pudiendo llevar la argumentación a la adquisición de contenidos.

Frente a esto, es fundamental formar a los docentes para que cuenten con las herramientas y habilidades necesarias para desarrollar este tipo de prácticas en sus aulas. Debe enseñarse a los profesores a potenciar la argumentación en sus salas de clases, en cuanto ésta permite tanto el desarrollo de las habilidades lingüísticas, expresivas y sociales de sus estudiantes (Bickmore & Parker, 2014), a la vez que permite un mayor acercamiento a los procesos matemáticos y su razonamiento (Solar, 2018). A partir de esto, se puede lograr un aprendizaje más profundo de la matemática, en lugar de un aprendizaje mecánico basado en la memorización de operaciones y fórmulas. Adicionalmente, el uso de la argumentación en el aula de matemáticas también pone en manifiesto la necesidad de que los docentes se sientan cómodos con estructuras en las que ellos toman roles más secundarios, donde hay múltiples aspectos de la clase que deben ser manejados, pero hay más espacio para la diversidad de respuestas y lo no planificado (Smith & Stein, 2011). Es en este aspecto donde la percepción de los estudiantes hacia el conocimiento matemático podría cambiar y así modificarse su relación con la matemática. La argumentación da espacio para que el contenido no sea algo fijo y ajeno, sino que se vuelva algo maleable, donde aunque haya una sola respuesta correcta, ésta pueda ser dialogada entre todos, tomando el contenido y haciéndolo propio.

La promoción de la argumentación es una práctica posible de utilizarse en cualquier nivel de escolarización, incluso en los primeros años, posibilitando una visión de la matemática como un área del conocimiento más accesible para los estudiantes, de la cual ellos también pueden participar. A partir de esto, debe considerarse que aunque la argumentación en la clase de matemática requiere de trabajo por parte de los docentes, así como formación en esta práctica, las ganancias asociadas a la experiencia de aprendizaje y comprensión del contenido por parte de los estudiantes la vuelven muy valiosa y necesaria dentro del aula.

## Referencias

Bickmore, K. (2014). *Peacebuilding dialogue pedagogies in Canadian classrooms*. *Curriculum Inquiry*, 44(4), 553–582. <http://doi.org/10.1111/curi.12056>

- Bickmore, K., & Parker, C. (2014). *Constructive Conflict Talk in Classrooms: Divergent Approaches to Addressing Divergent Perspectives*. *Theory & Research in Social Education*, 42(3), 291–335. <http://doi.org/10.1080/00933104.2014.901199>
- Chowning, J. T., Griswold, J. C., Kovarik, D. N., & Collins, L. J. (2012). *Fostering critical thinking, reasoning, and argumentation skills through bioethics education*. *PLoS ONE*, 7(5), 1–8. <http://doi.org/10.1371/journal.pone.0036791>
- Conner, A.M., Singletary, L., Smith, R. C., Wagner, P. A. & Francisco, R. T. (2014). *Teacher support for collective argumentation: A framework for examining how teachers support students' engagement in mathematical activities*. *Educational Studies in Mathematics*, 86(3), 401-429.
- Cox, D. C., Meicenheimer, J. & Hickey, D. (2017). *Eliciting and Using Evidence of Student Thinking Giving Students Voice*. En Spangler, D. A. & Wanko, J. J. (Eds.) *Enhancing Classroom Practice* (pp. 89-97). National Council of Teachers of Mathematics. Reston, VA.
- Geboers, E., Geijssels, F., Admiraal, W. & Ten Dam, G. (2015). *Citizenship orientations and knowledge in primary and secondary education*. *Social Psychology of Education*, 18 (4), 749-767.
- Krummheuer, G. (2015). *Methods for Reconstructing Processes of Argumentation and Participation in Primary Mathematics Classroom Interaction*. En Bikner-Ahsbahr, A., Knipping, C. & Presmeg, N. (Eds.) *Approaches to Qualitative Research in Mathematics Education* (pp. 51-74). Springer. Dordrecht.
- Mehan, H. (1979). *Learning lessons: Social organization in the classroom*. Harvard University Press. Cambridge, MA.
- Mercer, N. & Dawes, L. (2008). *The value of exploratory talk*. En Mercer, N. & Hodgkinson, S. (Eds.) *Exploring talk in school* (pp. 55-71). Sage. Londres y Los Angeles.
- Ministerio de Educación. (2013). *Bases Curriculares Educación Básica*. Gobierno de Chile.
- National Council of Teachers of Mathematics (2015). *De los principios a la acción*. NCTM. Reston, VA.
- Pimm, D. (1994). *Spoken mathematical classroom culture: Artifice and artificiality*. En Lerman, S. (Eds.) *Cultural perspectives on the mathematics classroom* (pp. 133-147). Kluwer Academic Publishers. Dordrecht.
- Reisman, A. (2015). *Entering the Historical Problem Space: Whole-Class Text-Based Discussion in History Class*. *Teachers College Record*, 117(2), 1-44.
- Schuitema, J., Veugelers, W., Rijlaarsdam, G., & ten Dam, G. (2009). *Two instructional designs for dialogic citizenship education: an effect study*. *The British Journal of Educational Psychology*, 79(Pt 3), 439–461. <http://doi.org/10.1348/978185408X393852>
- Smith, M. S. & Stein, M. K. (2011). *5 Prácticas para orquestar discusiones productivas en Matemáticas*. National Council of Teachers of Mathematics. Reston, VA.

- Solar, H. (2018). *Implicaciones de la argumentación en el aula de matemáticas*. *Revista Colombiana de Educación*, (74), 155-176.
- Solar, H. & Deulofeu, J. (2016). *Condiciones para promover el desarrollo de la competencia de argumentación en el aula de matemáticas*. *Bolema*, 30(56), 1092-1112. <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v30n56a13>
- Solar, H., Ortiz, A. & Ulloa, R. (2016). *MED: Modelo de formación continua para profesores de matemática, basada en la experiencia*. *Estudios Pedagógicos*, 42(4), 281-298. <http://dx.doi.org/10.4067/S0718-07052016000500016>
- Staples, M. & King, S. (2017). *Eliciting, Supporting, and Guiding the Math: Three Key Functions of the Teacher's Role in Facilitating Meaningful Mathematical Discourse*. En Spangler, D. A. & Wanko, J. J. (Eds.) *Enhancing Classroom Practice* (pp. 37-48). National Council of Teachers of Mathematics. Reston, VA.
- Toulmin, S. (1958). *The uses of argument*. Cambridge University Press. Cambridge.
- Voigt, J. (1995). *Thematic patterns of interaction and sociomathematical norms*. En Cobb, P. & Banersfeld, H. (Eds.) *The emergence of mathematical meaning* (pp. 163-201). Lawrence Erlbaum Associates. Hillside, NJ.
- Wood, T. (1998). *Alternative patterns of communication in mathematics classes: Funneling or focusing?*. En Steinbring, H., Bartolini Bussi, M. G. & Sierpiska, A. (Eds.) *Language and communication in the mathematics classroom* (pp. 167-178). National Council of Teachers of Mathematics. Reston, VA.

## AUTORES

**Camila Rasse:** Psicóloga y Magíster en Psicología de la Pontificia Universidad Católica de Chile. Dra. (c) en Educación de la Pontificia Universidad Católica de Chile. Sus temas de interés incluyen competencias ciudadanas, aprendizaje socioemocional, educación técnico-profesional, y el uso de metodología cualitativa en investigación en educación.

Correo: [cmrassel@uc.cl](mailto:cmrassel@uc.cl). Dirección: Vicuña Mackenna 4860, Macul. Santiago de Chile. Facultad de Educación, Programa de Doctorado, Campus San Joaquín. CP: 782-0436. Teléfono: +56223545311.

Publicaciones (últimos 5 años)

Henríquez, R. & Rasse, C. (2018). Desafíos de la Formación Ciudadana para su Enseñanza y Aprendizaje. En Sánchez, I. (Eds.) *Ideas en Educación II. Definiciones en Tiempos de Cambio*. Santiago: Ediciones UC, pp. 711-735.

Rasse, C. & Berger, C. (2017). Creencias de padres y profesores acerca de la agresión entre estudiantes en el ambiente escolar. *Pensamiento Educativo. Revista de Investigación Educativa Latinoamericana*, 55 (1), 1-11.

Berger, C., Cuadros, O., Rasse, C. & Rojas, N. (2016). Diseño y Validación de la Escala de Creencias Normativas Sobre la Prosocialidad en Adolescentes Chilenos. *Psykhé (Santiago)*, 25 (1), 1-17.

**Horacio Solar:** Doctor en Didáctica de las Matemáticas de la Universitat Autònoma de Barcelona. Profesor de Matemática de la Pontificia Universidad Católica de Chile. Profesor Asistente de la Facultad de Educación de la Pontificia Universidad Católica de Chile. Sus líneas de investigación incluyen la argumentación y la modelación en el aula de matemáticas y el desarrollo profesional docente de matemáticas.

Correo: [hsolar@uc.cl](mailto:hsolar@uc.cl). Dirección: Vicuña Mackenna 4860, Macul. Santiago de Chile. Facultad de Educación, Campus San Joaquín. CP: 782-0436, Teléfono: +56223545383

Publicaciones (últimos 5 años)

Solar Bezmalinovic, H. & Deulofeu Piquet, J. (2016). Condiciones para promover el desarrollo de la competencia de argumentación en el aula de matemáticas. *Bolema - Mathematics Education Bulletin*, 30(56), 1092-1112.

Solar, H., Ortiz, A. & Ulloa, R. (2016). MED: In-service instructional model for mathematics teachers based on experience [MED: Modelo de formación continua para profesores de matemática, basada en la experiencia]. *Estudios Pedagógicos*, 42(4), 281-298.

Ulloa, R. & Solar, H. (2017). Observando el aula de formación inicial: desarrollando conocimiento matemático para la enseñanza en dos casos de formación de profesores de educación básica. *Estudios Pedagógicos*, XLIII(2), 333-354.

Dockendorff, M. & Solar, H. (2018). ICT integration in mathematics initial teacher training and its impact on visualization: the case of GeoGebra. International. *International Journal Of Mathematical Education In Science And Technology*, 49(1), 66-84.

Solar Bezmalinovic, H. (2018). Implicaciones de la argumentación en el aula de matemáticas. *Revista Colombiana De Educación* (74), 155-176.