

# ADQUIRIR FLUÊNCIA E PENSAR COM TECNOLOGIAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: UMA PROPOSTA COM O SOFTWARE SUPERLOGO

## ACQUIRE FLUENCY AND THINK WITH TECHNOLOGIES IN MATHEMATICS EDUCATION: A PROPOSAL USING SUPERLOGO SOFTWARE

---

GERSON PASTRE DE OLIVEIRA<sup>1</sup>  
SILVIO DE BRITO MARCELINO<sup>2</sup>

### Resumo

*Este trabalho descreve uma investigação, sob enfoque qualitativo, envolvendo o uso do software SuperLogo por um grupo de professores da Educação Básica de escolas públicas, especificamente no sentido de compreender de que maneira os mesmos, em atividade sobre problemas matemáticos, adquirem fluência no uso da interface e pensam as questões matemáticas a partir do emprego da tecnologia digital. O quadro teórico do estudo teve por referência a Teoria das Situações Didáticas, o construto seres-humanos-com-mídias e aportes sobre o ciclo de uso de tecnologias digitais por professores de Matemática. Os resultados indicam que os professores puderam ampliar as conexões entre o conhecimento matemático de que dispunham e o desenvolvimento de fluência em relação à interface, bem como passaram a expressar pensamentos que indicavam a conexão de seus conhecimentos com o uso do software, o que os levou a indicar possibilidades de emprego de tais recursos com seus grupos de estudantes, no desenvolvimento de temas matemáticos.*

**Palavras-chave:** Teoria das situações didáticas; seres-humanos-com-mídias; tecnologias digitais no ensino de Matemática.

### Abstract

*This paper describes an investigation under the qualitative approach, involving the use of software SuperLogo by a group of teachers of basic education in public schools, specifically in order to understand how those teachers, in activity on mathematical problems, acquire fluency in the use of interface and think mathematical questions from use of digital technologies. The theoretical framework of the study had as reference the Theory of Didactic Situations, the humans-with-media construct and contributions about the cycle of use of digital technologies by mathematics teachers. The results indicate that teachers were able to expand the connections between mathematical knowledge available to them and the development of fluency in relation to the interface; in the same way, the teachers began to express thoughts that indicated the connection of your knowledge with the use of software, which led them to indicate the possibilities of use of such resources with their student groups, in the development of mathematical topics.*

**Keywords:** Didactic situations theory; humans-with-media; digital Technologies in mathematics teaching.

## 1. Introdução

---

<sup>1</sup> Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC/SP) - [gpastre@pucsp.br](mailto:gpastre@pucsp.br)

<sup>2</sup> Secretaria da Educação do Estado de São Paulo

Este trabalho corresponde ao relato de resultados obtidos a partir de uma pesquisa envolvendo professores de Matemática dos níveis de ensino Fundamental e Médio de escolas públicas do estado de São Paulo, no intuito de compreender de que maneira os mesmos podem utilizar tecnologias digitais em conjunto com seus conhecimentos de Geometria, a partir de uma perspectiva teórica que implique em adquirir fluência, pensar e elaborar temas envolvendo tais recursos. Neste sentido, três professores<sup>3</sup> participaram de oficinas didáticas que tiveram como assuntos a construção de polígonos regulares e relações métricas e trigonométricas no triângulo retângulo com o uso do software SuperLogo. As problematizações às quais os professores participantes das oficinas foram submetidos seguiram a lógica da Teoria das Situações Didáticas – TSD (Brousseau, 1986), bem como todo o trabalho didático consequente, analisado a partir da perspectiva qualitativa, conforme se descreve a seguir.

## 2. Problematização

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 2001) preconizam, em vários pontos, que o aluno deve ser protagonista na construção de sua aprendizagem, enquanto cabe ao professor, nesta perspectiva, um papel distinto daquele desempenhado em um contexto de mera reprodução: o de facilitador e mediador das aprendizagens. Esta ideia veio ao encontro da proposta desta pesquisa, que pretendeu criar situações didáticas cuja compreensão e posterior uso, em um contexto de estratégias coerentes com os temas matemáticos a serem ensinados, tenderiam a transformar o professor em um *organizador* da aprendizagem, ou seja, em uma figura docente que organiza e realiza uma lógica de trabalho centrada no trabalho investigativo do aluno, que se engaja de forma mais comprometida e autônoma no processo de construção dos conhecimentos. Em relação a esta tarefa docente,

[...] para desempenhá-la, além de conhecer as condições socioculturais, expectativas e competências cognitivas dos alunos, [o professor] precisará escolher os problemas e alimentar os processos de resolução que surgirem, sempre tendo em vista os objetivos a que se propõe (BRASIL, 2001, p.38).

Justamente, neste aspecto, o professor, como mediador, organizador e, de certo modo, facilitador da aprendizagem,

---

<sup>3</sup> Os professores fazem parte de um grupo maior, de cerca de 200 docentes, que participaram de distintas etapas do projeto de pesquisa financiado pelo CNPq ao qual este trabalho esteve ligado. Particularmente, estes 3 professores não usavam tecnologia digital alguma em suas aulas e não possuíam, inicialmente, qualquer conhecimento acerca do *software* SuperLogo. Além disso, o número inicial de sujeitos era maior, mas os três remanescentes foram os que participaram de todas as atividades.

[...] não é mais aquele que expõe todo o conteúdo aos alunos, mas aquele que fornece as informações necessárias que o aluno não tem condições de obter sozinho. Nessa função, faz explicações, oferece materiais, textos, etc. (BRASIL, 2001, p. 38).

Do ponto de vista da gestão de seu trabalho com os grupos de alunos sob sua responsabilidade, o professor, mediando de forma crítica e reflexiva as relações de sala de aula relativa à aprendizagem, analisa, compara, questiona, orienta, contesta e intervém no desenvolvimento cognitivo do aluno, quando necessário, em momentos coerentes, de tal forma a não antecipar para si um trabalho que, em toda a medida, deve ser desenvolvido pelo sujeito que aprende. Desta forma,

[...] nesse papel, o professor é responsável por arrolar os procedimentos empregados e as diferenças encontradas, promover debates sobre resultados e métodos, orientar as reformulações e valorizar as soluções mais adequadas. (BRASIL, 2001, p.38)

Esta tarefa não diminui o papel do professor, que continua fundamental na aprendizagem do aluno. Não há como falar de quaisquer interações que necessitem de uma mediação estratégica, planejada, coerente e, sobretudo, experiente, no que toca ao conhecimento matemático subjacente, no âmbito da escola, sem arrolar figuras docentes. O que se espera, entretanto, é que o professor, no lugar de entregar receitas prontas, valorize o trabalho do aluno na aquisição de seus patrimônios cognitivos. Mais que isso, que auxilie o estudante a ver também, na Matemática, instrumentos e interfaces para compreensão do mundo à sua volta, percebendo-a a partir de temas que estimulam o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas (BRASIL, 2001).

Como, entretanto, encaminhar semelhantes procedimentos? O documento supramencionado, de igual forma, apresenta possibilidades relativas à utilização de recursos tecnológicos, entendendo que os mesmos podem, de alguma maneira, produzir significativas contribuições para o processo de ensino, mais especificamente em relação à Matemática. Segundo o mesmo documento (Brasil, 2001), o uso de computadores nas aulas de Matemática pode oferecer oportunidades para a produção de experiências educacionais significativas com várias finalidades, quer como elementos de memória e organização de potenciais informações, quer como interface mediadora de estratégias baseadas em experimentações e visualizações dinâmicas (Oliveira, 2013). Neste aspecto, determinadas mídias podem funcionar

Como meio para desenvolver autonomia pelo uso de softwares que possibilitem pensar, refletir e criar soluções. Como ferramenta para realizar determinadas atividades. Como aliado ao desenvolvimento cognitivo do aluno se adaptando aos diferentes ritmos de aprendizagens. (BRASIL, 2001, p.44).

Entendendo o professor como o animador da inteligência coletiva formada por seus grupos de alunos (Lévy, 1993), não é difícil perceber a importância deste profissional no processo de ensino e, da perspectiva do uso de tecnologias em aulas de Matemática, a relevância de que o docente adquira um domínio consistente sobre ferramentas, artefatos, dispositivos e interfaces que poderá agregar às suas estratégias didáticas (Oliveira, 2013).

Neste sentido, um posicionamento convergente pode ser identificado em Borba e Villarreal (2005). Tais autores asseveram que o conhecimento matemático na contemporaneidade é produzido essencialmente por um coletivo de seres-humanos-com-mídias, justamente no sentido de uma integração das pessoas pensando com/a partir de tecnologias que sejam adequadas para as construções cognitivas às quais se dispõem. Esta compreensão é fundamental para o trabalho docente, uma vez que as tecnologias, no âmbito dos fazeres humanos, tendem a reorganizar o pensamento (Tikhomirov, 1981). A propósito disto, esta reorganização, de alguma forma, atua na sociedade na qual convivem os estudantes. Se não se pode dizer que os alunos de hoje em dia dominam tecnologias da inteligência que lhes são contemporâneas de maneira mais versátil que as gerações anteriores apenas por que as usam mais intensivamente, também não se pode ignorar que a maneira de pensar destes mesmos alunos sofre influência decisiva das mídias (Oliveira, 2013).

Assim, aproximar a lógica de “pensar com” e “fazer com” as tecnologias na escola pode auxiliar o professor, no âmbito de uma estratégia pedagógica, a compreender melhor seus estudantes, permitindo, entre outras possibilidades, explorar ambientes dinâmicos, visualizações e experimentações diversificadas. É neste sentido, o da interferência na forma de pensar dos indivíduos, que Kenski (2003) entende a presença de ferramentas tecnológicas em contextos educacionais, superando o estatuto de meros suportes, ao promoverem a existência de novas mediações entre os elementos do sistema didático – o professor, o aluno e o saber.

Por outro lado, é importante compreender que não se poderá eleger uma tecnologia como melhor, de forma absoluta. Pensar com tecnologias, na visão de

Oliveira (2013), compreende, também, refletir sobre a pertinência do uso de esta ou aquela mídia, conforme aquilo que se deseja ensinar. Isto não permite descartar nenhum tipo de artefato, mesmo aqueles vistos como “tradicionais”. Para este autor, que concorda com Borba e Villarreal (2005) a respeito da condição de produção do conhecimento desde um coletivo de seres-humanos-com-mídias, a relevância da escolha das mídias corretas por pessoas é máxima, o que indica o papel central do elemento humano nesta proposta.

Ao mesmo tempo, é preciso admitir que certas perspectivas somente se confirmam, quando se fala em aprender matemática, a partir da associação daquele que aprende com alguma tecnologia que lhe suporte ou lhe assessore o pensamento. O dinamismo na observação do comportamento de uma função dados diferentes (e muitos) coeficientes, por exemplo, ou a observação da manutenção das propriedades de uma construção geométrica em dadas condições é bastante difícil sem o uso de softwares específicos (Oliveira, 2013). Claro que lápis e papel também representam tecnologias, assim como régua, transferidores, compassos, esquadros e outros instrumentos equivalentes. É deste ponto de vista a argumentação de Bittar:

Porque usar computador e não papel e lápis? É para motivar os alunos, para cumprir uma exigência da escola ou para tratar de forma diferente (talvez mais adequada) certos conteúdos? Qual o ganho (em termos de aprendizagem) obtido com a introdução do computador? (BITTAR, 2000, p.92).

Assim, considera-se legítima, neste texto, a proposição da autora supramencionada: dada a proposta didática, as tecnologias serão selecionadas, e não o contrário – não são as tecnologias, portanto, que determinam as propostas e/ou estratégias (Oliveira, 2013).

Ao mesmo tempo, é preciso considerar que a adoção das tecnologias adequadas à estratégia pensada pelo docente implica no domínio, por parte dele, do funcionamento das mesmas, de modo a fornecer elementos para que os estudantes sob sua tutela possam agregar esta dimensão, a de saber trabalhar com as mídias adequadas às construções de conhecimento que efetuam. Assim, Oliveira (2013) indica que são quatro as etapas principais para o professor empregar determinadas tecnologias no âmbito de suas estratégias didáticas: adquirir fluência nas tecnologias, pensar com elas, elaborar temas com base nas tecnologias e criar estratégias didáticas a partir do conhecimento da lógica das mídias eleitas para seu trabalho. Estas quatro etapas são

fundamentais na formação de professores que usam tecnologias em aulas de Matemática e permeiam as análises e cogitações tratadas neste artigo.

De forma a compreender estes pressupostos, a investigação relatada neste texto propôs o trabalho com três professores de Matemática dos níveis de ensino Fundamental e Médio da rede pública do estado de São Paulo, que empregaram o software SuperLogo em oficinas didáticas gratuitas, realizadas na Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, no âmbito do projeto “Tecnologias de Informação e Comunicação na Educação Matemática: uma abordagem por meio de oficinas didáticas”, financiado pelo CNPq (Processo número 401390/2010-1).

As oficinas aqui analisadas sob a perspectiva qualitativa tiveram como temas a construção de polígonos regulares e relações métricas e trigonométricas no triângulo retângulo com o uso do software SuperLogo. As problematizações às quais os professores participantes das oficinas foram submetidos seguiram a lógica da Teoria das Situações Didáticas (Brousseau, 1986), bem como todo o trabalho didático consequente. A questão norteadora da pesquisa aqui descrita foi enunciada como **“de que maneira um grupo de professores de Matemática que lecionam nos níveis de ensino Fundamental e Médio de escolas públicas podem utilizar o software SuperLogo em conjunto com seus conhecimentos de Geometria, a partir de uma perspectiva teórica que implique em adquirir fluência, pensar e elaborar temas com as tecnologias?”**<sup>4</sup>.

Neste artigo, então, descrevem-se as atividades levadas a efeito ao longo das oficinas mencionadas e procura-se realizar um exame aprofundado das correlações entre as observações realizadas e o quadro teórico adotado, que é explicitado a seguir.

### 3. Quadro teórico

Os pressupostos teóricos que guiaram a pesquisa indicavam a necessidade de desenvolver, em conjunto com os sujeitos, um trabalho relacionado com a resolução de problemas no âmbito de situações adidáticas. Brousseau (1986) propõe o engajamento dos estudantes em situações desta natureza, assim vistas como aquelas nas quais não se pode perceber, da parte do professor, a intencionalidade didática, e que implica no processo de devolução, pelo qual o professor propõe e os alunos aceitam dado problema

---

<sup>4</sup> A questão de pesquisa é amplamente inspirada na teoria do ciclo, elaborada por Oliveira (2013), e mais adiante explicitada, e não contempla a última fase da mesma, “elaborar estratégias com a tecnologia”. Isto ocorre em razão do alcance do estudo, que não permite avançar até esta etapa.

como sua responsabilidade, quanto à resolução. Deste ponto de vista, a propositura do problema prevê um contexto material, didático e teórico de caráter antagônico (o *milieu*), no âmbito do qual o processo investigativo do estudante segue por três dialéticas distintas: de ação, de formulação e de validação. O professor retoma o caráter didático da proposta quando se propõe a discutir e esclarecer sobre o estatuto do conhecimento matemático válido, o que se dá pela dialética de institucionalização. Assim, estes elementos da teoria foram adaptados, no âmbito da pesquisa, em relação aos professores participantes, uma vez que se pretendia que os mesmos percorressem, ao trabalharem com as atividades, um percurso investigativo, não direcionado pelo pesquisador, e mediado pelas tecnologias.

Além disso, a proposta do projeto ao qual a investigação aqui relatada se vincula era a de promover o engajamento dos professores em um processo de compreensão do uso de tecnologias digitais em suas aulas de Matemática, assim entendido como uma trajetória que envolve adquirir fluência nas tecnologias empregadas (neste caso, softwares Matemáticos), pensar com as tecnologias, elaborar e desenvolver temas com as tecnologias e elaborar estratégias didáticas com as tecnologias, conforme assinala Oliveira (2013).

De acordo com o autor, introduzir um novo elemento mediador no processo de ensino conduz à consideração de complexidades inéditas para o professor até aquele momento. Em relação às tecnologias digitais, há aspectos ligados ao emprego da ferramenta selecionada e de seus dispositivos, ainda que, inicialmente, em relação ao efeito direto desta utilização. Assim, argumenta Oliveira (2013, p. 6):

Isto pode ser feito, mesmo que não idealmente, sem maiores preocupações com a Matemática que se quer ensinar – ainda que os produtos da ação dos sujeitos sejam, em última análise, representações de objetos matemáticos. Dominar ferramentas inerentes à interface é condição para usá-la com fluência, de modo que, a partir daí, a tecnologia associada possa se transformar em extensão da memória, do pensamento, de procedimentos de construção e de conjectura – ou seja, aprender a usar, de maneira fluente, o dispositivo, o software, o artefato.

Adquirir fluência em relação à tecnologia a ser empregada representa, para o professor, a primeira fase de um processo de uso das mídias em sala de aula que é, por sua vez, dividido em duas etapas relacionadas. Na primeira, ocorre a exploração dos elementos da interface. A ideia aqui é adquirir desenvoltura nos instrumentos existentes, os quais podem permitir encaminhar a construção do que se deseja (gráficos,

expressões, etc.). Dominar as interfaces sempre foi importante, seja em relação à oralidade, à escrita ou às mídias digitais (Lévy, 1993; Oliveira, 2013). A segunda etapa, também bastante relevante, destina-se à apropriação da lógica da interface em uso, destinada à compreensão, que vai além daquela adquirida na etapa anterior, de como a tecnologia utilizada trabalha com o aspecto matemático, “ou seja, como se dá a integração entre o conhecimento matemático, fundamental para a resolução de um problema, e a expressão desta resolução sob o ponto de vista da forma como a interface opera” (OLIVEIRA, 2013, p.6).

Por meio desta perspectiva, torna-se possível compreender como um determinado *software* permite a intervenção do usuário sob o ponto de vista matemático, se por meio de comandos escritos ou ações de dispositivos como o *mouse*, por exemplo. Outra diferença é indicada por Oliveira (2013), mencionando, como exemplo, as diferenças entre as interfaces de programas como o SuperLogo e o GeoGebra: enquanto que, no primeiro, explorar e adquirir conhecimentos prévios sobre as propriedades matemáticas é fundamental para qualquer intervenção organizada (construir um triângulo equilátero de lados  $n$ , por exemplo), no segundo esta compreensão pode surgir posteriormente, se organizada neste sentido. Lógicas, portanto, bastante distintas.

Entretanto, desenvolver fluência no uso de recursos computacionais não é tudo, uma vez que não garante o aprendizado de qualquer conceito matemático, que é um trabalho do sujeito, lançando mão dos recursos à sua disposição, no âmbito de conjecturas e investigações que surgem de suas reflexões em um processo didático, por exemplo. Assim, a estratégia do professor também é relevante e pode ser facilitadora, tanto quanto a tecnologia empregada, uma vez que um trabalho didático envolvendo estes recursos pode proporcionar ao estudante o desenvolvimento de outras fluências:

Desenvolver fluência equivale a saber usar com desenvoltura, de modo que este aspecto seja aliado de outra fluência, de caráter mental, que permite, por sua vez, ao sujeito, avançar na reorganização dos conhecimentos no âmbito do próprio processo que o leva a tomar o problema proposto como seu e investigar, em dialéticas e movimentos cada vez mais refinados, até formar uma proposição sua, que tenha o status de solução, resposta (OLIVEIRA, 2013, p.7).

Vai, também, neste sentido, a correlação vista por muitos autores, que afirmam que a aprendizagem matemática está fortemente relacionada com a construção de

competências para o uso de tecnologias de comunicação e de informação (Skovsmose, 2007). Um processo, aliás, que não é inédito, como afirma Oliveira (2013), ao indicar que, em outro momento histórico, as demandas sociais impuseram a necessidade de fluência em leitura, competência esta relacionada à tecnologia emergente à época – o livro.

A fluência tecnológica remete, claro, ao uso intensivo do computador nos processos de ensino ou de aprendizagem em Matemática, mas não como substituto do trabalho intelectual das pessoas (professores e alunos), nem como suplementar em relação à atividade mental humana. Ao rejeitar estas duas perspectivas, Tikhomirov (1981) indica a tecnologia como reorganizadora da maneira de pensar das pessoas. Segundo o autor russo, as interfaces computacionais estabeleceram um modo novo de mediação. Desta maneira, o computador surge como ferramenta importante da atividade intelectual humana. Esta nova atividade exige outra forma de perceber a relação com os dispositivos computacionais na contemporaneidade: não mais somente mediadores, os artefatos surgem como parte integrante das construções cognitivas, não sendo possível separar os seres humanos das tecnologias com as quais “fazem” matemática. Neste sentido, Borba e Villarreal (2005) concebem o constructo teórico *seres-humanos-com-mídias*, para explicar esta nova concepção da construção do conhecimento, fruto da integração entre a atividade intelectual das pessoas e as ferramentas de natureza midiática, como entidades indissociáveis.

A construção teórica dos autores supramencionados de certa forma permite compreender as próximas fases indicadas por Oliveira (2013), em relação ao uso da tecnologia por pessoas que ensinam e aprendem Matemática. De fato, quando se adquire fluência em determinada interface, a tecnologia correspondente começa a compor o cotidiano dos seres humanos, viabilizando distintas possibilidades e a própria reorganização do pensamento, da forma como indica Tikhomirov (1981).

A fase seguinte, segundo Oliveira (2013), indica que alunos e professores passem a subsidiar o pensamento com elementos associados à tecnologia apropriada. As pessoas passam a investigar, conjecturar e experimentar construções do saber a partir do uso da interface, procurando resolver problemas sob um novo enfoque, com uso intensivo das mídias correlatas e em colaboração/cooperação com os pares. A consolidação deste processo leva a uma terceira fase relativa à proposta teórica aqui tratada, que diz respeito ao pressuposto de que é possível explorar e desenvolver temas

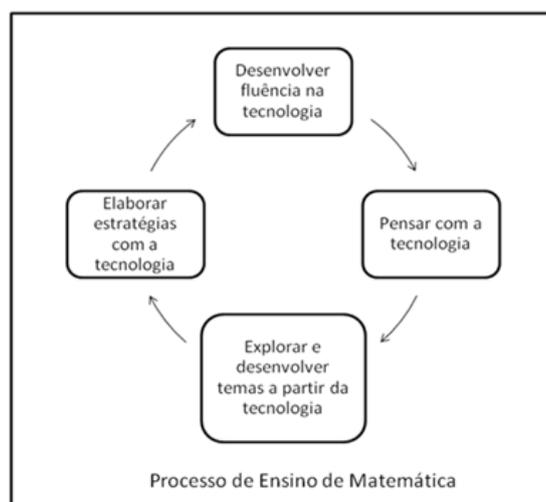
matemáticos a partir do uso integrado de tecnologias em relação às pessoas, ou seja, não apenas correlacionar o uso de artefatos digitais com questões rotineiras ou comuns, mas a exploração de problemas não rotineiros em um contexto de integração de pessoas-com-interfaces. Aqui, em termos matemáticos, as pessoas podem ser capazes de visualizar as conjecturas de maneira reflexiva, discutindo e propondo respostas a problemas cada vez mais complexos (English e Sriraman, 2010; Oliveira, 2013; Borba e Villarreal, 2005). De fato,

Ao manipular uma construção geométrica a partir de um ponto ou de distintos valores numéricos, professores e estudantes podem alicerçar argumentações sobre condições de existência, generalizações, demonstrações e provas, por exemplo. Evidentemente, será este pensar integrado aqui referido, sob sua responsabilidade, que promoverá este processo, que, por sua vez, culminará em uma demonstração, por exemplo. O que se quer dizer é que pessoas demonstram, usam o conhecimento matemático, expressam seu pensamento com as tecnologias disponíveis. Desta maneira, pode ser possível desenvolver, em relação à Matemática, outras formas de pensar e conjecturar. (OLIVEIRA, 2013, p.8).

Há uma última fase nesta teoria: elaborar estratégias didáticas com o uso de determinada tecnologia. Neste ponto de desenvolvimento do trabalho com tecnologias, o professor, em particular, planeja suas aulas a partir das possibilidades das pessoas que trabalham com as mídias sobre as quais se desenvolveu fluência, se aprendeu a pensar com e, também, se fomentou um processo de elaboração e uso de temas matemáticos. Professores e estudantes, pensando com as mídias, desenvolvem e aprofundam percursos investigativos, superam o uso do tema nos problemas específico, explorando diferentes contextos. E, em relação a novos saberes e/ou outras tecnologias, o processo pode repetir-se, ciclicamente, como menciona o autor da proposta teórica aqui mencionada e pode ser visto na Figura 1:

(...) As etapas da trajetória aqui descrita são complementares e compõem um ciclo. A partir do momento em que se julga (ou se aposta, no mínimo) que uma dada tecnologia pode ser adequada para o trabalho didático com certo conteúdo matemático, aprende-se sobre ela, a pensar com ela, a explorar e desenvolver a partir dela e a elaborar estratégias didáticas das quais ela faça parte. Esta trajetória se repete, em níveis mais elevados de uso e compreensão, sempre que temas ou problemas mais complexos são explorados (OLIVEIRA, 2013, p. 11).

**Figura 1 – Ciclo de uso das tecnologias**



**Fonte: OLIVEIRA, 2013, p. 12**

Uma vez descritos os elementos teóricos pertinentes, torna-se importante mencionar, como se faz a seguir, os pressupostos metodológicos tomados em consideração para a consecução da pesquisa.

#### **4. Aportes metodológicos**

A abordagem qualitativa foi modalidade eleita para a investigação relatada neste artigo. Alguns dos motivos que levaram a esta escolha podem ser arrolados aqui: a necessidade de efetuar descrições das atividades dos sujeitos no ambiente de pesquisa, a importância do processo de produção das respostas dos sujeitos e a busca por significados das interações realizadas para, a partir delas, e sob a luz das teorias explicitadas, tentar responder em alguma medida o questionamento norteador (Bogdan e Blikien, 1994).

As atividades adiante relatadas foram divididas em quatro sessões, relativas às etapas constituintes da oficina “A linguagem Logo na construção de conceitos matemáticos”, realizadas no segundo semestre de 2013.

Em um primeiro momento, não havia uma programação rígida que determinava quais problemas seriam oferecidos aos professores em determinada sessão, pois, de acordo com os pressupostos da pesquisa qualitativa, acreditou-se que semelhante característica seria condicionada pelo ritmo de debates, questionamentos e discussões que teriam lugar no desenvolvimento das atividades, bem como pelas eventuais dificuldades relativas à fluência no *software*, por exemplo. Desta maneira, a

organização das sessões, com aproximadamente três horas de duração cada uma, tinha apenas alguns pontos importantes, que dificilmente seriam deslocados da posição em que se encontravam inicialmente:

- 1ª sessão: apresentação dos objetivos das oficinas e do projeto ao qual estavam ligadas; apresentação do *software* SuperLogo 3.0; distribuição dos questionários e respectivos esclarecimentos; primeiras atividades;
- 2ª sessão: atividades com o SuperLogo 3.0 e respectivas discussões;
- 3ª sessão: atividades com o SuperLogo 3.0 e respectivas discussões;
- 4ª sessão: atividades remanescentes; discussões coletivas sobre as sessões anteriores; relato dos professores sobre as oficinas e a participação de cada um; encerramento.

As oficinas foram realizadas na sala-ambiente de informática de uma escola pública da cidade de Guarulhos-SP, equipada com vinte computadores com configuração atualizada, no que diz respeito à velocidade dos processadores, resolução dos monitores de vídeo e demais características dos periféricos necessários. Além disso, a sala era espaçosa e mobiliada de forma bem distribuída, o que favorecia a ergonomia do ambiente.

Os sujeitos da pesquisa são professores dos níveis fundamental e médio de escolas públicas do estado de São Paulo, mais especificamente de uma escola localizada na cidade de Guarulhos. Não houve qualquer procedimento prévio de seleção: os professores foram voluntários, mediante convite feito por meio da Diretoria Regional de Ensino Guarulhos Norte.

Atenderam ao convite cinco professores, inicialmente, que lecionam a mais de cinco anos na disciplina de Matemática em diferentes escolas públicas da região, incluindo aquela na qual as sessões foram realizadas. No entanto, ao longo das quatro sessões supramencionadas, dois deles não puderam prosseguir, por razões pessoais, o que fez com que o estudo se limitasse a três sujeitos.

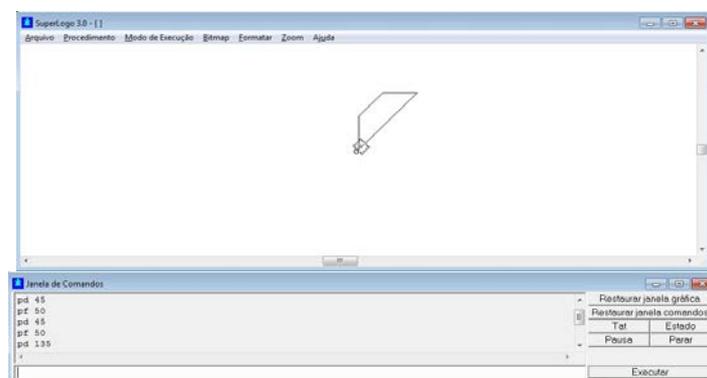
Os instrumentos analisados neste trabalho foram construídos para proporcionarem a resolução de problemas pelos professores participantes da pesquisa

com o uso do *software* SuperLogo<sup>5</sup>, tendo por base a teoria das situações didáticas (Brousseau, 1986). Isto significa afirmar que a concepção do instrumento previa o trabalho colaborativo entre os participantes, o que permitiria que as análises, neste ponto, considerassem as dialéticas adidáticas de ação, formulação e validação, bem como o movimento de institucionalização, de caráter didático. Deste ponto de vista, é preciso considerar que, justamente em relação ao instrumento anterior, o emprego do *software* SuperLogo representa a variável didática do experimento. A interface do programa computacional, bem como os comandos responsáveis por materializar as ações no âmbito das atividades compõem o *milieu*, de caráter antagônico.

Especificamente quanto à interface utilizada, a versão 3.0 do SuperLogo traz, como principais comandos, PARAFRENTE (ou o mnemônico PF), PARATRAS (ou PT), PARADIREITA (ou PD) e PARAESQUERDA (ou PE). Os comandos PF e PT provocam o deslocamento do robô para frente ou para trás, respectivamente, em relação à posição atual do mesmo. Já os comandos PD e PE provocam giros para a direita ou esquerda, respectivamente, em relação ao eixo de simetria da tartaruga e em um ângulo específico. Em relação às medidas, 50 passos de tartaruga representam, aproximadamente, um centímetro.

No modo direto, as instruções para a tartaruga são colocadas na janela de comandos. Por exemplo, um giro de 45 graus pelo ângulo externo à direita pode ser escrito como “pd 45”. Após digitar a instrução, basta clicar no botão “Executar” para que o robô siga o que foi solicitado. Outras instruções podem ser digitadas em seguida, fazendo com que o robô prossiga de onde havia parado (figura 2).

**Figura 2 – Resultado de uma série de comandos no SuperLogo**

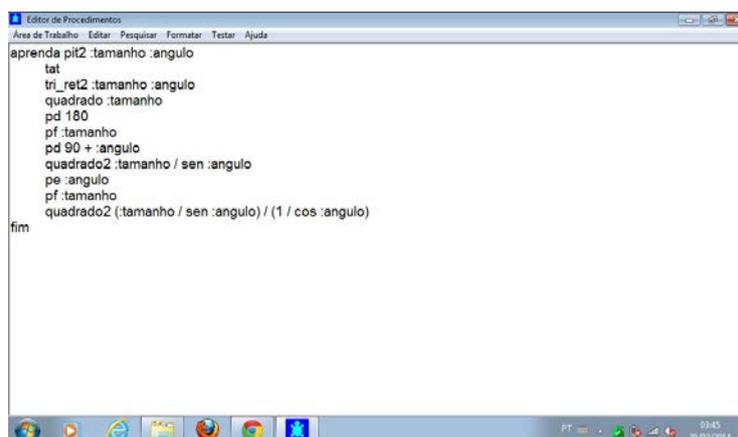


**Fonte: os autores**

<sup>5</sup> O SuperLogo é uma versão do programa Logo original, adaptada e traduzida para o português pelo Núcleo de Informática Educativa (NIED) da Unicamp.

É possível, também, acumular instruções, que serão executadas de uma única vez, configurando um procedimento (figura 3). O procedimento é visto como uma forma de “ensinar” o software a tratar determinado objeto de conhecimento, matemático no caso deste trabalho. Uma vez criado o procedimento, o mesmo pode ser usado como um novo comando na janela respectiva.

**Figura 3 – Editor de procedimentos do SuperLogo**



**Fonte: os autores**

Desta forma, as atividades analisadas neste artigo consistiam em, usando o SuperLogo:

a) *Construir um quadrado de lado 100 passos de tartaruga;*

A proposta desta atividade seria a de analisar se os professores seriam capazes de relacionar o conceito de quadrado, em relação à sua construção, com a fluência necessária para fazê-lo no SuperLogo – aqui, como nas atividades seguintes, seria importante perceber, de modo diverso, se o uso do *software* e a apropriação de sua lógica remeteriam aos recursos matemáticos necessários;

b) *Construir um quadrado de lado n passos de tartaruga;*

Nesta atividade, o participante da oficina precisa utilizar a fluência já adquirida em relação ao SuperLogo, somada à ideia de *variáveis computacionais* para a construção de um quadrado qualquer;

c) *Construir de um polígono n-regular, com lado medindo m passos de tartaruga;*

Além da questão envolvida no item anterior, os professores precisariam compreender a lógica subjacente em relação aos ângulos envolvidos na construção de um polígono regular qualquer, bem como empregar os

*procedimentos* da linguagem SuperLogo. Ao construir um procedimento que dê conta da construção de qualquer polígono regular, o professor precisa “ensinar” ao *software* todos os elementos matemáticos envolvidos na construção (relação entre os ângulos e o número de lados, por exemplo);

d) *Construção de um triângulo retângulo qualquer, dados a medida n de um dos lados e um dos ângulos.*

Nesta última atividade, o professor deve “ensinar” ao SuperLogo como trabalhar com relações métricas e trigonométricas no triângulo retângulo, o que o leva a buscar uma apropriação dos comandos responsáveis para, na interface computacional, prover os valores relativos ao seno, ao cosseno e à tangente de um ângulo.

Por meio, então, das atividades e questões presentes nos instrumentos aqui explicitados, os dados foram levantados e serviram às análises, descritas a seguir.

## **5. Descrições e análises**

Na primeira sessão, uma abordagem sobre os comandos básicos do SuperLogo foi realizada com os professores, incluindo os conceitos de variável de programação<sup>6</sup> e de procedimentos. Esta etapa introdutória durou cerca de 40 minutos, com um tempo para prática livre. Este procedimento buscou contemplar a primeira etapa da primeira fase da teoria do ciclo, relativa à fluência, e que consiste em apoiar os sujeitos na exploração da lógica da interface (Oliveira, 2013).

Em relação à primeira atividade, que consistia em *construir um quadrado de lado medindo 100 passos de tartaruga*, os professores se organizaram em três computadores distintos, apesar de próximos. Notou-se certa insegurança no começo, o que levou os sujeitos à produção de diversos erros, revelados pelo percurso traçado pela tartaruga, que não formava quadrados com os comandos escritos. Diante de tais erros, os professores começaram a discutir como deveriam pensar para construir um quadrado a partir dos comandos, perpetrando, concomitantemente, ações pontuais de experimentação em relação aos comandos do *software*. A lógica de funcionamento da

---

<sup>6</sup> Prefere-se o termo *variável* (ou *variáveis*, quando for o caso) de programação para designar o elemento de memória cujo valor, referente a um tipo de dado computacional (número inteiro, número real, etc.), pode ser distinto, dependendo do contexto de uso e da inserção de valores no programa ou na interação com o usuário do mesmo. A ideia principal é distinguir este uso daquele referente às variáveis em funções matemáticas, por exemplo.

interface (Oliveira, 2013) não se encontrava ainda bem estabelecida entre os participantes, o que pode justificar as dificuldades. Em um momento posterior, em meio aos insucessos, Professor 2 indicou que “estavam pensando errado”: segundo o docente, eles deveriam pensar no conceito de quadrado, conjugando esta providência à sequência necessária para produção deste objeto no SuperLogo. Desta forma, os professores chegaram à conclusão de que, para produzir um quadrado, deveriam relacionar o traçado dos segmentos aos comandos *pf* (para frente) e *pt* (para trás), e a produção de ângulos aos comandos *pd* (para direita) e *pe* (para esquerda). Esta proposta permitiu que cada um construísse o quadrado em seu computador, comparando, posteriormente, as produções, que foram comentadas, em um momento final, de forma coletiva, com a condução do pesquisador<sup>7</sup>. A correlação entre a atividade investigativa, configurada como situação adidática (Brousseau, 2008) e o trabalho com a interface informática é evidenciado a seguir, no Quadro 1<sup>8</sup>.

**Quadro 1 – Análise esquemática da primeira atividade**

<b>Movimento dos professores</b>	<b>Dialética (Teoria das Situações Didáticas)</b>	<b>Correlação com a teoria do ciclo</b>
Ações pontuais de experimentação de comandos; uso de comandos do SuperLogo com insucessos.	<i>Ação</i>	Uso do <i>software</i> para explorar os elementos da interface (desenvolvimento de fluência em nível elementar).
Retomar a lógica da atividade anterior; pensar no conceito de quadrado; relação entre os comandos e a construção.	<i>Formulação</i>	Uso do <i>software</i> para explorar os elementos da interface; Apropriação da lógica da interface (como fazer segmentos e ângulos especificamente no SuperLogo).
Comentar e comparar as construções obtidas por cada um;	<i>Validação</i>	Experimentação e visualização das construções (componentes básicos de pensar com as tecnologias)
Discussões coletivas, com a orientação do pesquisador.	<i>Institucionalização</i>	Experimentação e visualização das construções

**Fonte: dados da pesquisa**

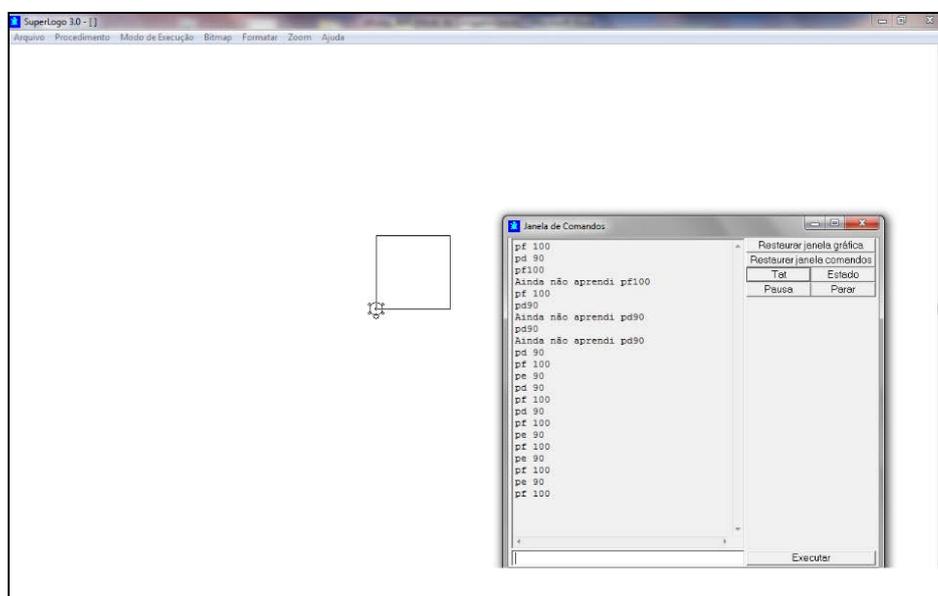
Em relação aos resultados obtidos, a forma final de todos ficou bastante semelhante. Nesta atividade, não foram empregadas variáveis de programação, nem

<sup>7</sup> Um dos autores deste artigo.

<sup>8</sup> Este quadro, assim como os seguintes, evidenciam uma lógica de análise concebida por Oliveira (2013), ao mencionar a necessidade de prover evidentes correlações entre teorias envolvidas em uma investigação.

procedimentos. Um exemplo dos resultados obtidos pode ser visto na Figura 4, na qual se percebem, inclusive, alguns erros cometidos pelo professor, ligados às dificuldades com a sintaxe específica da interface.

**Figura 1 – Construção do quadrado (Professor 2)**



**Fonte: dados da pesquisa**

Ao final desta atividade, os próprios professores indicaram que teriam maior facilidade em prosseguir, pois já estavam compreendendo como correlacionar o conhecimento matemático necessário ao trabalho com o SuperLogo, bem como a lógica relativa aos comandos do *software*.

Em continuidade, a atividade seguinte solicitava a *construção de um quadrado de lado  $n$  passos de tartaruga,  $n > 0$* . A intenção era a de que os professores compreendessem e relacionassem com o conhecimento matemático pertinente o uso de variáveis de programação, de modo a revisitar a construção do quadrado já realizada, mas sem que uma medida específica fosse imposta para os segmentos componentes: poderia ser qualquer medida, desde que se empregasse um número real maior que zero. Nas experimentações iniciais, os professores descobriram rapidamente que medidas muito pequenas ou muito grandes (0,1 e 1000, por exemplo) dificultariam a visualização, ainda que entendessem que a resolução poderia estar correta apesar disto.

Desta forma, as dificuldades relativas a esta atividade ocorreram mais no aspecto operacional: testar e descobrir o modo correto, em termos sintáticos, do uso de variáveis de programação relacionadas à construção do quadrado. Além disso, o uso de

entradas diretas no modo linha de comando foi substituído pelo modo programado, possível por meio do recurso “procedimento” do SuperLogo. Esta providência visava permitir que um valor qualquer fosse atribuído para a construção dos lados de um quadrado.

Uma vez superado estes entraves iniciais, a mesma lógica relativa ao primeiro problema deste instrumento foi empregada. Na discussão coletiva de caráter institucionalizador, promovida em seguida, as possibilidades de novos temas foram discutidas, como, por exemplo, dar significado, para os estudantes, ao trecho inicial de algumas frases contidas em tarefas comuns, como “dado um quadrado qualquer...”. Além disso, os professores levantaram inúmeras possibilidades para desenvolver temas com uso de procedimentos em suas aulas. O pesquisador destacou o fato de que, após ser incorporado na base do SuperLogo, um procedimento pode ser usado indefinidamente.

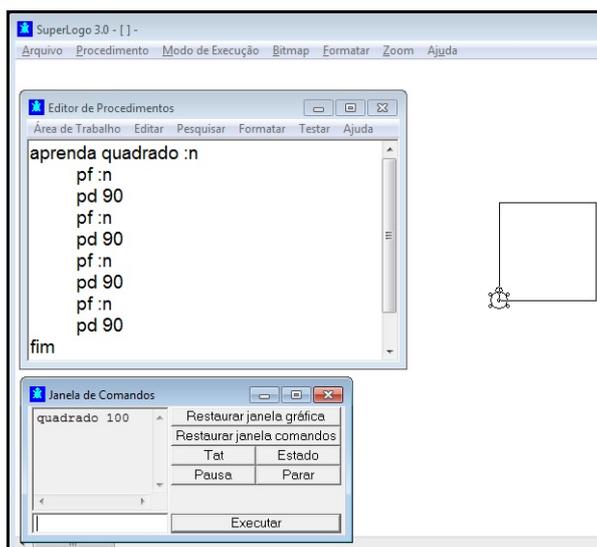
O Quadro 2 e a Figura 5 trazem as análises da atividade investigativa dos sujeitos e um resultado da consecução da tarefa, respectivamente.

**Quadro 2 – Análise esquemática da segunda atividade**

<b>Movimento dos professores</b>	<b>Dialética (TSD)</b>	<b>Correlação com a teoria do ciclo</b>
Experimentação de comandos para uso de variáveis de programação; teste com medidas muito pequenas e muito grandes; experimentações com procedimentos do <i>software</i> .	<i>Ação</i>	Uso do <i>software</i> para explorar os elementos da interface relacionados a variáveis de programação (desenvolvimento de fluência em nível elementar); apropriação da lógica da interface como subsídio para o pensamento matemático; formalização do uso de procedimentos (modo programado do SuperLogo, que pede fluência mais avançada).
Retomar o conceito de quadrado; relação entre os comandos e a construção; criação de um procedimento “genérico” para o quadrado.	<i>Formulação</i>	Pensar com o SuperLogo (Oliveira, 2013), ao revisitar os conceitos matemáticos e as experiências anteriores para conjugá-los, na construção, com os novos elementos apropriados.
Comentar e comparar as construções obtidas por cada um.	<i>Validação</i>	Experimentação e visualização das construções (componentes básicos de pensar com as tecnologias)
Discussões coletivas, com a orientação do pesquisador.	<i>Institucionalização</i>	Correlação com temas atinentes a atividades que mobilizariam, com os alunos dos sujeitos, a exploração do significado de expressões como “um quadrado qualquer”; propostas de temas diversos para uso de procedimentos e variáveis em SuperLogo.

**Fonte: dados da pesquisa**

**Figura 5 – Construção de um quadrado de lado n (Professor 1)**



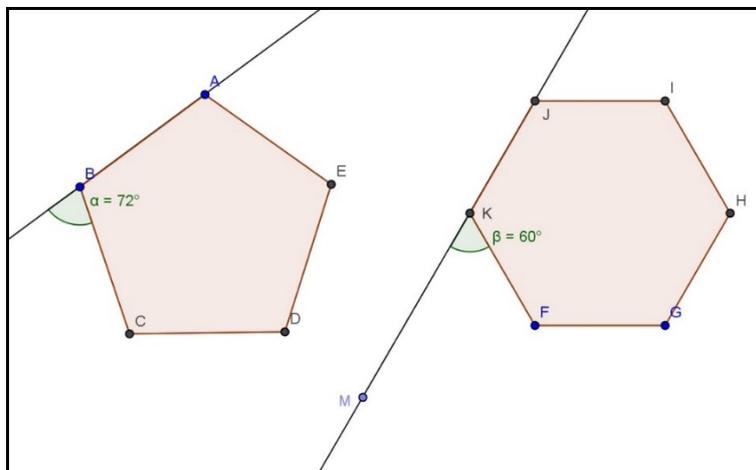
**Fonte: dados da pesquisa**

Desta forma, no âmbito desta atividade, outros elementos surgiram, indicando a possibilidade de que os professores venham a pensar com as tecnologias e que elaborem temas a partir da apropriação dos conhecimentos relativos a elas, conjugados com o domínio do saber matemático de referência. Estas etapas, segunda e terceira do ciclo proposto por Oliveira (2013) podem acontecer, então, enquanto se consolida a fluência na interface (primeira etapa).

A terceira atividade demandava uma complexidade maior, se comparada as anteriores, e consistia em *construir um polígono n-regular, com lado m passos de tartaruga,  $n > 2$ ,  $m > 0$ ,  $n$  inteiro*. Em um primeiro momento, os docentes já compreenderam que precisariam construir um procedimento e usar variáveis de programação. De forma mais objetiva, para construir um polígono de  $n$  lados, cada lado com  $m$  passos de tartaruga, os professores iniciaram por meio de ações pontuais usando o SuperLogo: após alguns momentos, ainda sem compor procedimentos, os sujeitos construíram pentágonos e hexágonos regulares, observando que os ângulos externos necessários para tais objetos eram de 72 e 60 graus, respectivamente, de acordo com a lógica indicada na Figura 6. Desta forma, cogitaram descobrir qual a relação entre o número de lados e a medida do ângulo externo necessário em graus. Em alguns minutos, chegaram à conclusão (correta) de que bastaria dividir 360 pelo número de lados do polígono para a obtenção do ângulo necessário. A partir daí, após questionar o pesquisador, que lhes aconselhou a pesquisar na “ajuda” do próprio *software*,

entenderam que a operação poderia constituir comandos, com sintaxes  $pf :m$  e  $pd \ 360 /:n$ .

**Figura 6 – Ângulos externos empregados nas construções**



**Fonte: dados da pesquisa**

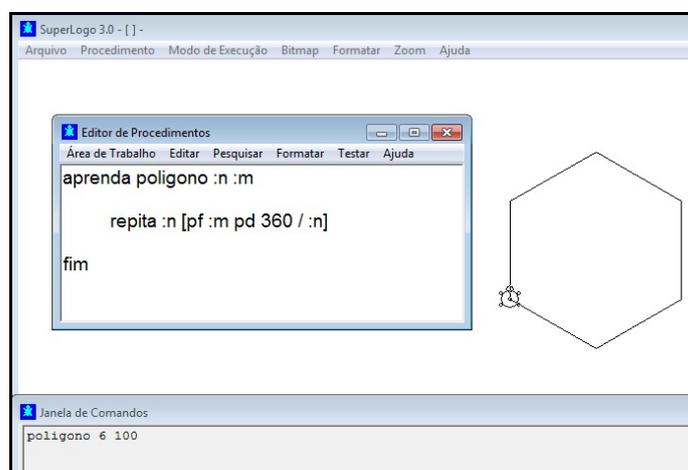
Neste ponto, surgiu outra dúvida: os dois comandos acima precisariam ser repetidos  $n$  vezes, não sendo possível saber, na construção do procedimento, qual o valor de  $n$ . Os sujeitos perceberam que tinham que construir o procedimento de forma que esta repetição ocorresse. O pesquisador, então, quando questionado a este respeito, solicitou que os professores buscassem, na ajuda do *software*, algum comando que lhes permitisse implantar a característica desejada. Neste ponto, os professores, após várias pesquisas, conseguiram formalizar o uso do comando *repita*, o que permitiu que os mesmos escrevessem *repita :n [pf: m pd 360/n]*. Após certo debate, os professores implementaram, com alguma dificuldade, estes comandos, conseguindo concluir a atividade com êxito. As discussões recuperaram estes percalços, vistos como “desafios” pelos professores, que passaram a compreender outro aspecto, mais refinado, do funcionamento da lógica da interface. O Quadro 3 e a Figura 7 ilustram o processo aqui descrito.

**Quadro 3 – Análise esquemática da terceira atividade**

Movimento dos professores	Dialética (TSD)	Correlação com a teoria do ciclo
Construção de pentágonos e hexágonos; consulta à ajuda do SuperLogo.	<i>Ação</i>	Apropriação da lógica da interface como subsídio para o pensamento matemático.
A partir da constatação da medida do ângulo com $360/n$ e da consolidação da lógica do	<i>Formulação</i>	Pensar com o SuperLogo (Oliveira, 2013), ao descobrir meios para levar a cabo uma atividade em conexão com a lógica da

comando <i>repita</i> , submissão ao grupo da proposta <i>repita :n [pf: m pd 360/n]</i> .		interface.
Comentar e comparar as construções obtidas por cada um.	<i>Validação</i>	Experimentação e visualização das construções (componentes básicos de pensar com as tecnologias)
Discussões coletivas, com a orientação do pesquisador.	<i>Institucionalização</i>	Reconhecimento da importância em avançar na compreensão da interface (fluência) e de como os problemas já tendem a “despertar” os recursos do <i>software</i> em consolidação no arcabouço cognitivo de cada um.

**Figura 7 – Construção de um polígono n-regular de lado m (Professor 3)**



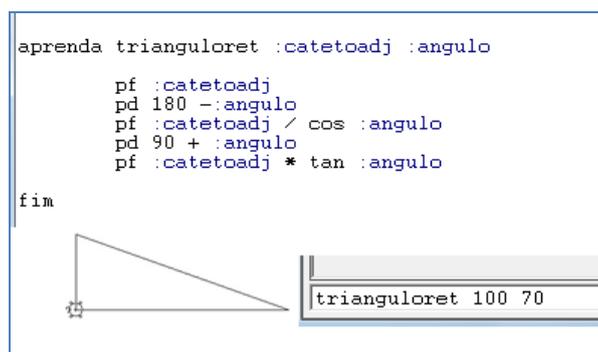
**Fonte: o autor**

A quarta e última atividade consistia em *construir um triângulo retângulo qualquer, dados a medida n de um dos lados e um dos ângulos*. Ao contrário das anteriores, alguns dados não foram fornecidos diretamente, e precisaram ser obtidos por meio do uso do conhecimento matemático referente às relações trigonométricas no triângulo retângulo. Como forma de organizar o trabalho, os professores indicaram que o lado dado seria o cateto adjacente e o ângulo seria diferente de 90°.

A análise do problema, por parte dos professores, fez com que os mesmos percebessem a necessidade de aplicar o conhecimento matemático supramencionado após alguns minutos. Diante disso, questionou-se sobre a possibilidade de uso de funções trigonométricas no SuperLogo. Como parte da dinâmica, que previa a ideia de devolução (Brousseau, 2008), os professores, por conta própria, pesquisaram na “ajuda” do software para descobrir as funções sen (seno), cos (cosseno) e tan (tangente), bem como as sintaxes relativas às mesmas.

Praticamente, toda uma sessão (100 minutos) foi utilizada para desenvolver a formulação relativa a este problema, e toda a fluência sobre a interface conquistada até aquele momento foi empregada. Claramente, os professores faziam as experimentações e buscavam visualizar os resultados, de maneira a produzir um triângulo retângulo qualquer, com base nos dados fornecidos, e não um triângulo retângulo particular. O movimento de pensar com o SuperLogo (Oliveira, 2013) esteve presente tanto nas dialéticas de ação como de formulação, levadas a efeito pelos professores. Aqui foi possível perceber a construção de um conhecimento a partir de um coletivo formado por seres-humanos-com-SuperLogo (Borba e Villarreal, 2005), uma vez que as lógicas subjacentes previam o trabalho com o software que não podia ser separado do conhecimento matemático empregado pelos sujeitos. Na Figura 8, em seguida, os comandos responsáveis pela resolução apresentada, de forma coletiva, encontram-se explicitados, bem como o triângulo retângulo resultante do comando assinalado na mesma figura.

**Figura 8 – Comandos, chamada do procedimento e resultado (atividade 4)**



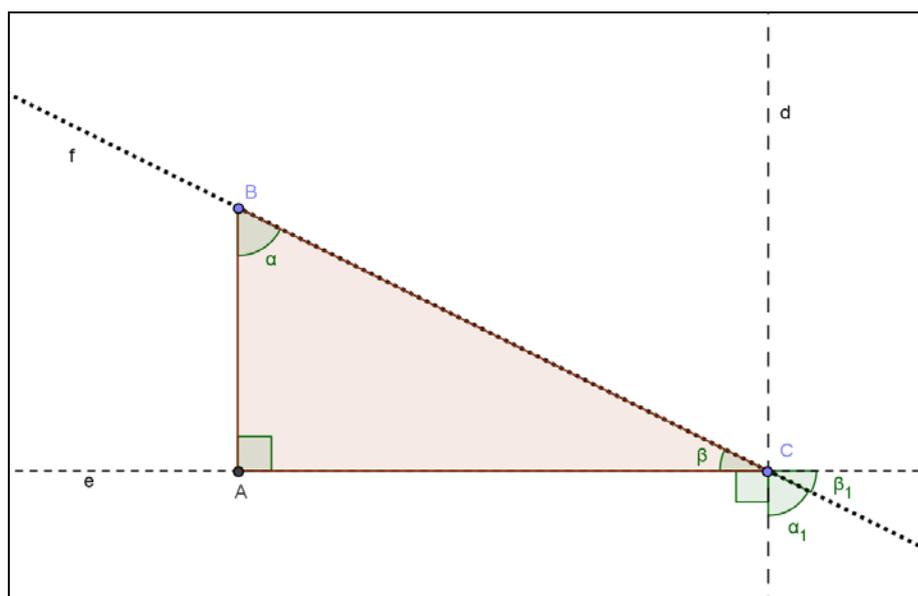
**Fonte: dados da pesquisa**

Assim, após a execução do primeiro comando (pf :catetoadj), que indicava a extensão do cateto adjacente, fornecida como parâmetro, seria necessário instruir o robô para executar o giro no ângulo  $\alpha$  necessário, no caso, entre o cateto adjacente e a hipotenusa. Os professores lembraram que o ângulo fornecido como parâmetro era interno, então deveriam usar o suplementar, o que implicava em calcular a diferença da medida do ângulo em graus para 180 (pd 180 - :angulo). A medida da hipotenusa é dada pela relação  $h = \frac{ca}{\text{cosseno } (\dots)}$ , implementada pelos professores por meio do comando pf :catetoadj / cos :angulo. Em seguida, seria necessário comandar o robô para executar o giro relativo ao ângulo entre a hipotenusa e o cateto oposto. Qual seria, então, o valor deste ângulo? Em suas formulações, os professores indicaram que já

sabiam o valor do ângulo reto ( $90^\circ$ ) e o valor do ângulo  $\alpha$  (:ângulo). Neste caso, concluíram que o valor do ângulo  $\beta$  faltante seria dado por  $\beta = 180 - 90 - \alpha$ , ou seja,  $\beta = 90 - \alpha$ . Entretanto, os sujeitos perceberam que este não era este o ângulo a ser usado pelo robô, que trabalha com ângulos externos. Após algumas validações e revisitas às formulações realizadas, concluíram que este valor seria dado por  $90 + \alpha$  (pd  $90 +$  :ângulo).

A Figura 9 pode esclarecer este ponto do raciocínio. Percebe-se que, no momento em que o robô termina de construir a hipotenusa, no sentido BC, o mesmo está alinhado em relação à reta  $f$ . Claramente, então, para construir o cateto oposto, precisa se alinhar no sentido CA. Assim, seu giro deve contemplar o ângulo  $\alpha_1$ , além do ângulo de  $90^\circ$ . Este resultado, aliás, provém do teorema dos ângulos externos do triângulo<sup>9</sup>.

**Figura 9 – Raciocínio sobre que ângulos usar na resolução da quarta atividade**



**Fonte: dados da pesquisa**

Por fim, no último movimento da construção, destinado a construir o cateto oposto, utilizou-se o comando `pf :catetoadj * tan :angulo`, da relação trigonométrica  $co = ca . \tan(\alpha)$ .

Em relação a esta última atividade, as correlações com as bases teóricas utilizadas parecem bastante claras. O Quadro 4 traz estas argumentações, com destaque

<sup>9</sup> O teorema dos ângulos externos indica que a medida de um ângulo externo em um dado vértice de um triângulo é igual à soma das medidas dos ângulos internos dos vértices opostos. No caso exposto na Figura 9, é preciso considerar que os ângulos de referência são opostos pelo vértice.

para a dinâmica entre as dialéticas – vários momentos permitiram aos sujeitos transitar entre ação, formulação e validação, nos dois sentidos – e a integração destes momentos com o pensar com tecnologias, segunda fase do ciclo de Oliveira (2013). A construção evidenciou, também, um movimento integrado, no sentido de que as ações ocorriam a partir de um coletivo de seres-humanos-com-SuperLogo (Borba e Villarreal, 2005).

**Quadro 4 – Análise esquemática da quarta atividade**

<b>Movimento dos professores</b>	<b>Dialética (TSD)</b>	<b>Correlação com a teoria do ciclo</b>
Experimentação de comandos para construção do triângulo retângulo “genérico”; busca e experimentação das funções trigonométricas na interface.	<i>Ação</i>	Pensar com o SuperLogo (Oliveira, 2013), ao revisitar os conceitos matemáticos e conjugá-los para a construção na interface empregada; descoberta de conexões com o conhecimento matemático a partir de explorações da lógica da interface e do uso da interface como extensão do pensamento
Revisitar os conceitos matemáticos necessários; uso dos ângulos suplementares; proposta de uso do Teorema dos ângulos externos do triângulo; proposta de uso das relações trigonométricas no triângulo retângulo.	<i>Formulação</i>	
Comentar e comparar as construções obtidas por cada um.	<i>Validação</i>	Experimentação e visualização das construções (componentes básicos de pensar com as tecnologias); verificação da coerência das construções parciais.
Discussões coletivas, com a orientação do pesquisador.	<i>Institucionalização</i>	Discussão sobre o emprego do conhecimento matemático a partir de reflexões mediadas pela interface computacional; pertinência do uso de atividades semelhantes como integradoras de vários temas matemáticos.

**Fonte: o autor**

Na institucionalização, ocorrida, mais uma vez, a partir de uma sessão coletiva de debates envolvendo os professores e o pesquisador, os professores indicaram a possibilidade de desenvolver o ensino de temas matemáticos a partir do pensamento e do uso integrado das tecnologias, indicando que, eventualmente, outras mídias poderiam compor o processo, como lápis e papel, por exemplo, que serviriam de apoio em vários momentos, e acabariam por ser integradas, e não excluídas, em relação às tecnologias digitais.

### **Considerações finais**

As análises mostraram características singulares dos percursos investigativos percorridos pelos sujeitos. Sob um *milieu* antagônico e por meio de situações didáticas,

os professores passaram a desenvolver fluência em relação à interface que se lhes apresentava até então inédita: o SuperLogo. Cada uma das atividades representou, no âmbito da pesquisa, avanços ao longo das propostas de aquisição de fluência na interface empregada, os quais, por sua vez, possibilitaram incursões ao longo de outra etapa, a de pensar com os elementos tecnológicos eleitos. Além disso, ficou muito clara a necessidade de rigor e recuperação constantes em relação aos conceitos matemáticos envolvidos, sem os quais a consecução das atividades não seria possível.

Assim, o processo navegou por duas etapas distintas, típicas da teoria do ciclo, constituídas por explorar a interface e compreender a lógica da mesma. As atividades pediam, entretanto, mais do que saber lidar com comandos de programação típicos da linguagem: era preciso recuperar o sentido matemático da construção, como foi feito, ainda que de forma limitada, ao longo das situações sobre as quais os sujeitos se debruçaram. A tecnologia, no âmbito da estratégia materializada pelas atividades, funcionava de modo a reorganizar o pensamento, fazendo com que o recurso ao conhecimento matemático, ainda que em propostas simples, fosse constante. Além disso, à medida que aumentava a fluência, crescia a percepção de que a interface usava de um rigor sintático e de uma precisão semântica que precisaria ter contrapartida na evidenciação do conhecimento matemático: todas as etapas deveriam ser construídas.

Pensar com o SuperLogo começou, então, a acontecer ao longo das dialéticas de ação, formulação e validação. O programa computacional e seus comandos subsidiavam as ideias, serviam às etapas preliminares e intermediárias. Ao lidar com as formulações, resultados parciais estimulavam novas conjecturas, as quais, boa parte das vezes, permitiam enxergar a correlação entre o percurso investigativo, a interface e outros conhecimentos matemáticos que não estavam em enunciados ou em recomendações dos problemas. Assim, surgiu a percepção da necessidade de recuperar conceitos relativos a ângulos suplementares, ao teorema dos ângulos externos de um triângulo, às relações trigonométricas no triângulo retângulo, entre outros.

O uso do *software*, no âmbito de uma estratégia proposta pela TSD, estimulava o pensamento matemático, que impulsionava a resolução com o emprego da interface computacional. Hipóteses que provavelmente não surgiriam no trabalho com lápis e papel foram levantadas, incentivadas por duas dimensões estreitamente ligadas: a visualização e a experimentação. Assim, percebeu-se o acerto da eleição de uma das variáveis didáticas, cuja adoção subjazeu as análises de forma constante: o suporte

mediático, a interface eleita. Ao mudar o suporte, as relações com o conhecimento matemático foram alteradas, e houve aumento de rigor nas construções e o recurso a uma série de saberes correlatos. Da mesma maneira, outra variável didática, relativa ao objeto matemático eleito em uma dada atividade, mostrou que, ao mudar, por exemplo, do quadrado para os polígonos regulares, e destes para o triângulo retângulo, outras complexidades poderiam surgir, necessitando de aumento dos recursos cognitivos para obtenção de resoluções.

Além disso, várias vezes os professores indicaram a intenção de usar atividades semelhantes com seus estudantes, alterando alguma coisa, adaptando a um tópico corrente do currículo a atividade que acabavam de realizar. Assim, foi possível obter a indicação de que, em contato com sequências que estimulam o desenvolvimento de fluência em tecnologias digitais e que subsidiam o processo de pensar com estas mesmas tecnologias, os professores passam a entender que a construção do conhecimento matemático pode se dar a partir de um trabalho protagonizado por um coletivo de seres-humanos-com-mídias. O desenvolvimento e exploração de temas, então, que podem ser vistos como tarefas inerentes à profissão docente, começaram a ser entendidos a partir da mediação com os recursos tecnológicos em relação aos quais se desenvolveu fluência.

A expectativa, entretanto, é que novos estudos desta ordem tenham lugar. Como recomendações para trabalhos de pesquisa futuros, podem ocorrer investigações que usem o SuperLogo e que busquem trabalhar com outros objetos matemáticos, de maneira a observar se a lógica de apropriação da interface muda e em que medida, ou como se dá o processo de pensar com tecnologias e de elaborar temas, nestes casos. Pesquisas que possam avançar até o último aspecto do ciclo, que consiste em elaborar estratégias didáticas com as tecnologias, também poderiam ser desenvolvidas, como forma de evidenciar o planejamento e ao trabalho das pessoas, em percursos críticos e reflexivos, como importantes elementos do trabalho de ensinar Matemática.

## **Referências**

- BITTAR, M. **Informática na educação e formação de professores no Brasil**. Série Estudos: Periódicos do Mestrado em Educação da UCDB, Campo Grande: n. 10, p. 91-105, dez.2000.
- BOGDAN, R. C; BLIKEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação**. Porto: Porto Editora, 1994.

- BORBA, M.C; VILARREAL, M. **Humans-with-media and the reorganization of mathematical thinking**: information and communication technologies, modeling, visualization and experimentation. USA: Springer, 2005.
- BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Terceiro e Quarto Ciclos do Ensino Fundamental: Matemática**. Brasília, 2001.
- BROUSSEAU, G. Fondements et méthodes de la didactique. **Recherches en Didactique des Mathématiques**. Grenoble, n.7.2, p.33-115, 1986.
- BROUSSEAU, G. **Introdução ao estudo das situações didáticas**: conteúdos e métodos de ensino. Tradução de Camila Bogéa. São Paulo: Ed. Ática, 2008.
- ENGLISH, L; SRIRAMAN, B. Problem Solving for the 21st Century. In: SRIRAMAN, B; ENGLISH, L. **Theories of Mathematics Education**: seeking new frontiers. Springer: Berlin, 2010.
- KENSKI, V. M. **Tecnologias e ensino presencial e a distância**. Campinas: Papirus, 2003.
- LÉVY, P. **Tecnologias da Inteligência**: o futuro do pensamento na era da informática. Rio de Janeiro: Editora 34, 1993.
- OLIVEIRA, G. P. Tecnologias digitais na formação docente: estratégias didáticas com uso do superlogo e do geogebra. In: **Congreso Iberoamericano de Educación Matemática 7, 2013, Montevideo: programa y resúmenes del VII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática**. Montevideo: Sociedad de Educación Matemática Uruguay, 2013. v. 1, 359 p.
- TIKHOMIROV, O. K. The psychological consequences of computerization. In: **The Concept of Activity in Soviet Psychology**. J. V. Wertsch, ed., M.E. Sharpe Inc., New York, pp. 256-278, 1981.

*Recebido em set. / 2014; aprovado em dez./2015*