

O uso de jogos matemáticos no trabalho com o cálculo mental
The use of mathematical games at work with mental calculation
El uso de juegos matemáticos em el trabajo con cálculo mental

Fábio Bueno da Silva
Instituto Federal do Espírito Santo (Ifes) –
Campus Cachoeiro de Itapemirim-ES, Brasil.
e-mail: fabiobueno.com@gmail.com
Orcid: 0000-0003-2870-4096

Jorge Henrique Gualandi
Instituto Federal do Espírito Santo (Ifes) –
Campus Cachoeiro de Itapemirim-ES, Brasil.
Professor credenciado do Programa de Pós-Graduação em Ensino,
Educação Básica e Formação de Professores da
Universidade Federal do Espírito Santo (Ufes) campus de Alegre
e-mail: jhgualandi@ifes.edu.br
Orcid: 0000-0002-0302-7650

Pollyana dos Santos
Instituto Federal do Espírito Santo (Ifes) –
Campus Cachoeiro de Itapemirim. Mestrado Profissional em
Educação Profissional e Tecnológica (ProfEpt),
Cachoeiro de Itapemirim-ES, Brasil,
e-mail: pollyana.santos@ifes.edu.br
Orcid: 0000-0002-5239-1192

Enviado: 06/08/2020

Aceito: 31/08/2020

DOI: 10.30612/tangram.v3i3.12264

Resumo: O cálculo mental consiste em diferentes estratégias que visam à obtenção de resultados por meio de métodos mais simples de resolução, tendo como auxílio o cálculo escrito. Uma das possibilidades para desenvolvê-lo é a utilização dos jogos matemáticos, pois eles propiciam a observação e o trabalho individual e coletivo. Neste artigo, buscou-se investigar como estudantes dos

anos finais do ensino fundamental utilizam o cálculo mental no trabalho com jogos matemáticos. Para tal, procedeu-se a uma pesquisa com um grupo de 16 alunos de uma escola da rede estadual de ensino localizada no município de Castelo, Espírito Santo. Fundamentou-se teoricamente em Parra (1996), Carvalho (2011), Lorenzato (2012), Kishimoto (2017), entre outros. As atividades realizadas permitiram concluir que, durante a aplicação dos jogos, os alunos tiveram maior comprometimento em realizar as tarefas. Identificou-se o uso dos algoritmos da adição da multiplicação como principais estratégias de cálculo mental.

Palavras-chave: Cálculo mental. Jogos matemáticos. Ensino de matemática.

Abstract: The mental calculation consists of different strategies that aim to obtain results through simpler methods of resolution, with the aid of the written calculation. One of the possibilities to develop it is the use of mathematical games, as they provide observation, individual and collective work. In this article, we seek to investigate how students in the final years of elementary school use mental calculus when working with mathematical games. To this end, a survey was conducted with a group of 16 students from a state school located in the municipality of Castelo, Espírito Santo. We theoretically ground in Parra (1996), Carvalho (2011), Lorenzato (2012), Kishimoto (2017) among others. The activities carried out made it possible to conclude that during the application of the games, the students were more committed to performing the tasks. We identified the use of the multiplication addition algorithms as the main mental calculation strategies.

Keywords: Mental Calculation. Mathematics Games. Mathematics teaching.

Resumen: El cálculo mental consta de diferentes estrategias que tienen como objetivo la obtención de resultados a través de métodos de resolución más sencillos, con la ayuda del cálculo escrito. Una de las posibilidades para desarrollarlo es el uso de juegos matemáticos, ya que brindan observación, trabajo individual y colectivo. En este artículo, buscamos investigar cómo los estudiantes de los últimos años de la escuela primaria utilizan el cálculo mental cuando trabajan con juegos matemáticos. Para ello, se realizó una encuesta a un grupo de 16 estudiantes de una escuela pública ubicada en el municipio de Castelo, Espírito Santo. Teóricamente nos basamos en Parra (1996), Carvalho (2011), Lorenzato (2012), Kishimoto (2017) entre otros. Las actividades realizadas permitieron concluir que durante la aplicación de los juegos, los alumnos estuvieron más comprometidos con la realización de las tareas. Identificamos el uso de algoritmos de suma y multiplicación como las principales estrategias de cálculo mental.

Palabras-chave: Cálculo mental. Juegos matemáticos. Enseñanza de las matemáticas.

Introdução

O cálculo mental consiste em diferentes estratégias que visam à obtenção de resultados por meio de métodos mais simples de resolução. Embora existam inúmeras opiniões acerca do que é cálculo mental, podemos citar o cálculo mental mediado pelo cálculo escrito.

O desenvolvimento do cálculo mental é um processo lento e tende a ser difícil de ser formalizado, em virtude das inúmeras estratégias que podem ser utilizadas durante esse processo. Dessa maneira, é interessante que o professor de matemática proporcione aos estudantes situações de aprendizagem que tornem possível a elaboração de estratégias de cálculo mental e utilize recursos que o auxiliem nesse trabalho, como os jogos de matemática.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), o cálculo mental é a base do cálculo que se usa no cotidiano. Portanto, neste trabalho, buscamos investigar como estudantes dos anos finais do ensino fundamental utilizam o cálculo mental no trabalho com jogos de matemática.

Analisamos as estratégias de cálculo mental que envolvem as quatro operações escolares básicas por meio do uso de jogos matemáticos com alunos dos anos finais do ensino fundamental. Para isso, foi preciso identificar quais estratégias os alunos utilizam para efetuar cálculos mentais e verificar possíveis avanços no uso do cálculo mental mediante o uso de jogos matemáticos.

Referencial teórico

Existem diversos recursos didáticos para ensinar matemática, além de diferentes estratégias para solucionar problemas. Entre os recursos didáticos, o jogo possui um papel fundamental que, de acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), tais recursos são essenciais para compreender e utilizar os conceitos matemáticos. Desse modo, espera-se que os estudantes do ensino fundamental sejam capazes de desenvolver diversas

estratégias para a resolução dos cálculos, sobretudo, por meio de cálculo mental e cálculo por estimativa (BRASIL, 2017).

Nesse sentido, os PCNs enfatizam:

O cálculo mental apoia-se no fato de que existem diferentes maneiras de calcular e pode-se escolher a que melhor se adapta a uma determinada situação, em função dos números e das operações envolvidas. Assim, cada situação de cálculo constitui-se um problema aberto que pode ser solucionado de diferentes maneiras, recorrendo-se a procedimentos originais para chegar ao resultado (PCN – Brasil, 1997, p. 76).

As recomendações curriculares acerca do trabalho com o cálculo mental é tema de discussão tanto no Brasil quanto em outros países. De acordo com Carvalho (2011), há mais de 70 anos, o cálculo mental faz parte dos currículos de matemática, conseguindo destaque nas novas orientações curriculares de Portugal. A autora ainda afirma que “o trabalho com números é fundamental na vida cotidiana e a sua importância reflete-se nos currículos escolares de todo o mundo” (Carvalho, 2011, p. 1).

O termo “cálculo mental” possui diferentes significados, os quais são responsáveis por dividir opiniões e gerar dúvidas ou expectativas. Carvalho (2011) menciona que

[...] a definição de cálculo mental não é unânime embora o “calcular com a cabeça” seja uma ideia mais forte do que o “calcular de cabeça” uma vez que no cálculo mental são mobilizadas estratégias que permitem rapidez e eficiência na resposta, podendo, como defendem diversos autores, ser utilizado papel e lápis para cálculos intermédios (Carvalho, 2011, p. 2).

O cálculo mental, de acordo com Parra (1996), tende a ser considerado como um processo de repetição e memorização, como no caso da memorização de tabuadas, por exemplo, além de estar diretamente ligado à capacidade de efetuar contas o mais rápido possível. Sendo assim, as diferentes concepções de cálculo mental ocorrem devido às inúmeras situações da vida cotidiana que estão ligadas a esse tipo de cálculo. À vista disso, os PCN (Brasil, 1997) apontam que “os procedimentos de cálculo mental constituem a base do cálculo aritmético que se usa no cotidiano” (p. 76).

Constantemente é feita a separação entre o cálculo mental e o cálculo escrito, todavia Parra (1996) não exclui a possibilidade de utilização do cálculo escrito como mediador do

cálculo mental, visto que ambos são processos cognitivos. Neste trabalho, apropriamo-nos das ideias de Parra (1996), ao conceituar cálculo mental como “o conjunto de procedimentos em que, uma vez analisados os dados a serem tratados, estes se articulam, [...] para obter resultados exatos ou aproximados” (p. 189). A autora enfatiza que é relevante o ensino do cálculo mental, pois as competências/habilidades adquiridas nas relações numéricas facilitam a construção das representações e relações entre os dados, que são propostos no problema. Assim, o cálculo mental favorece as conexões entre os diferentes campos da matemática e a utilização de diferentes estratégias e técnicas como forma de resolução.

Parra (1996, p. 189) classifica o cálculo mental em dois tipos: o “cálculo automático ou mecânico” e o “cálculo pensado ou refletido”: o “cálculo mecânico” está diretamente ligado à utilização de algoritmos¹, os quais possuem procedimentos específicos a serem seguidos para cada uma das operações básicas da matemática escolar, como o algoritmo da soma e o algoritmo da multiplicação, por exemplo; o desenvolvimento do cálculo mental e a criação de estratégias para a sua realização estão relacionados ao “cálculo pensado”, pois os estudantes analisam os procedimentos que foram utilizados durante as resoluções e possibilitam a articulação entre as operações.

O desenvolvimento do cálculo mental pode ser lento, porque é preciso que seja detalhado e coletivo, uma vez que o professor estimula o compartilhamento das diferentes estratégias utilizadas pelos estudantes, para resolverem um mesmo problema. Parra (1996) destaca:

Não se trata de “ensinar” estas diferentes alternativas [ou estratégias], nem que cada aluno deva “conhecer” cada uma delas. Trata-se de que cada aluno encontre suas maneiras preferidas, valendo-se do grupo de colegas para ter oportunidade de aderir às soluções propostas pelos outros (Parra, 1996, p. 215).

¹ Entende-se algoritmo como “uma série finita de regras a serem aplicadas em uma ordem determinada a um número finito de dados para chegar com certeza (quer dizer, sem indeterminação ou ambiguidade) e em um número finito de etapas, a determinado resultado, e isso independentemente dos dados” (Castro; Martinez et. al., apud PARRA, 1996, p. 189).

É de fundamental importância que o professor não ensine “estratégias de cálculo mental” aos alunos, mas possibilite aos estudantes criar as próprias estratégias, utilizando-se de diferentes metodologias e recursos didáticos para esse fim, o que se apresenta como uma alternativa para o docente. Lorenzato (2012) destaca que “material didático (MD) é qualquer instrumento útil ao processo de ensino-aprendizagem” (p. 18). Os jogos são MD que desempenham papel importante no ensino de cálculo mental, uma vez que eles são capazes de proporcionar aos discentes o trabalho individual e coletivo, no qual os estudantes aprendem a dialogar entre si, respeitar as diferentes opiniões, seguir normas e exercer diferentes funções. Além disso, os jogos proporcionam oportunidades para a observação e possibilitam uma variedade de propostas metodológicas que são escolhidas de acordo com as capacidades dos discentes (Parra, 1996).

Contudo, não é fácil definir o que é um jogo, pois existem diferentes concepções para esse termo, as quais variam de acordo com a sua finalidade, bem como a interpretação de cada indivíduo ou sociedade (Kishimoto, 2017), porque, “[...] por trás de cada material [de cada jogo], se esconde uma visão de educação, de matemática, do homem e do mundo; ou seja, existe subjacente ao material, uma proposta pedagógica que o justifica” (Fiorentini; Miorim, 1990, p. 2).

Dessa maneira, é importante que se tenha definido quais os objetivos a serem alcançados com o jogo e de que forma ele deve ser aplicado, para que se alcancem os objetivos. Conforme afirma Lorenzato (2012), “por melhor que seja, o MD nunca ultrapassa a categoria de meio auxiliar de ensino [...] e, como tal, o MD não é garantia de um bom ensino, nem de uma aprendizagem significativa” (Lorenzato, 2012, p. 18). Cabe ao professor decidir qual será a finalidade metodológica adotada para o jogo, porque, de acordo com Santos e Gualandi (2015), o uso de jogos nas aulas de matemática se faz para a introdução e revisão de um conteúdo e, conseqüentemente, para sua avaliação.

Segundo Kishimoto (2017, p. 27), “a existência de regras em todos os jogos é uma característica marcante”, pois são responsáveis por conduzir o jogo e, na maioria dos casos,

exigem que o indivíduo possua certas habilidades para cumpri-las, por exemplo, a capacidade de formular estratégias, a coordenação motora, o raciocínio lógico, entre outras.

O jogo, segundo Kishimoto (2017), deve possuir uma característica flexível, tendo em vista que os estudantes estão mais propícios a aprender quando a atividade recreativa possibilita um ambiente favorável à investigação e os alunos se tornam mais flexíveis na busca de soluções para resolver os problemas. Sendo assim, o jogo possui fundamental importância na construção das capacidades cognitivas dos estudantes.

Moura e Viamonte (2005) destacam que o jogo “favorece o desenvolvimento da linguagem, criatividade e o raciocínio dedutivo. Entre os vários tipos de jogos educativos é de especial importância destacar os de estratégia” (Moura; Viamonte, 2005, n.p.). Assim, entendemos que os jogos de estratégias são os que podem promover o desenvolvimento do cálculo mental.

Os jogos proporcionam a criação de estratégias, as quais provocam o desenvolvimento da habilidade cognitiva, ou seja, contribuem para o desenvolvimento de conceitos que podem ser utilizados para a construção do cálculo mental.

Metodologia da pesquisa

A pesquisa desenvolvida consistiu-se na abordagem qualitativa do tipo estudo de caso. Segundo Ponte (2006), “baseia-se fortemente em trabalho de campo ou em análise documental. Estuda uma dada entidade no seu contexto real, tirando todo o partido possível de fontes múltiplas de evidência como entrevistas, observações, documentos e artefatos” (Ponte, 2006, p. 8).

Entendemos que esta pesquisa é um estudo de caso, pois foi realizada com um grupo específico de alunos de uma determinada escola, a qual possui características particulares.

Assim sendo, a pesquisa ocorreu com um grupo 16 alunos do 6º ao 9º ano do ensino fundamental, sendo quatro alunos de cada ano, de uma escola da rede pública estadual do

município de Castelo, Espírito Santo. O processo de coleta dos dados foi dividido em três encontros que foram realizados em setembro de 2019.

Para o primeiro encontro, foi utilizada uma lista de tarefas² elaborada com questões de matemática abordando diferentes níveis de dificuldade. As questões da lista de tarefas envolviam as operações da matemática escolar, quando foi solicitado a cada sujeito que efetuasse os cálculos a sua maneira e deixasse registrado, por escrito, as estratégias que foram utilizadas para cada resolução. Após as resoluções da lista, analisaram-se os procedimentos utilizados pelos alunos. Dessa forma, intencionou-se alcançar o primeiro objetivo específico: identificar quais estratégias os alunos utilizam para efetuar cálculos mentais.

Nos segundo e terceiro encontros, foram elaboradas tarefas com o objetivo de incentivar a utilização de estratégias de cálculo mental, além de proporcionar aos alunos a construção de novas estratégias para efetuar cálculos mentais.

Para a realização das atividades, os discentes foram divididos em pequenos grupos de quatro alunos. Ressaltamos que os grupos eram compostos por alunos do mesmo ano.

Após cada tarefa realizada, foi feita a análise dos registros efetuados pelos alunos, na tentativa de atender ao segundo objetivo específico desta pesquisa: verificar possíveis avanços no uso do cálculo mental por meio das estratégias desenvolvidas.

Para a coleta de dados, os alunos desenvolveram cada atividade sem a intervenção dos pesquisadores, para que, assim, fosse possível verificar quais estratégias de cálculo mental os alunos expressavam e se os jogos matemáticos contribuíram para que os sujeitos aplicassem as estratégias de cálculo mental ou desenvolvessem outras.

No intuito de considerarmos as especificidades deste artigo, apresentamos as análises e discussões das atividades desenvolvidas no primeiro e terceiro encontros.

² Entendemos tarefa como “um segmento de atividades da sala de aula dedicada ao desenvolvimento de uma ideia matemática particular” (STEIN; SMITH. 2009, p. 22). STEIN, Mary Kay; SMITH, Margaret Schan. **Tarefas matemáticas como quadro para a reflexão:** Da investigação à prática. Educação e Matemática: Dezembro, 2009.

Apresentação e análise dos dados

A pesquisa foi realizada na Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio “João Bley”, que está situada no município de Castelo, Espírito Santo. A escolha da escola ocorreu pelo fato de o primeiro autor realizar o Programa Bolsa Estágio³ nessa instituição de ensino. Os sujeitos foram selecionados, de forma aleatória, pelo professor pedagogo com os professores regentes de turma dessa instituição. Ressaltamos que os alunos foram identificados com nomes fictícios, com o propósito de assegurar o anonimato deles. Assim, definimos os sujeitos como Ana, André, Beatriz, Camila, Cátia, Camila, Ester, Eva, Fernanda, Jaqueline, José, Lúcia, Lívia, Paulo, Pedro e Renata.

Os encontros ocorreram durante o turno vespertino em uma sala de aula que foi disponibilizada pela escola para o desenvolvimento da pesquisa. A sala de aula era equipada com carteiras que possibilitavam aos alunos realizar atividades em grupo ou individualmente, além de possuir um quadro, o que favoreceu as discussões escritas acerca das tarefas desenvolvidas pelos estudantes.

O primeiro encontro ocorreu em 19 de setembro de 2019, e, para esse dia, os alunos realizaram uma lista de tarefas, com três questões que possibilitavam o uso de diferentes estratégias de cálculo mental. Ao iniciar o encontro, foi explicado qual era o objetivo principal da pesquisa, e, em seguida, os alunos foram indagados: “*O que é cálculo mental para vocês?*”. Um dos alunos respondeu que era “*conseguir resolver contas de cabeça o mais rápido*”, e tal afirmação foi bem recebida pelos demais alunos. Entretanto, ao serem indagados novamente se “*o cálculo mental não poderia ser feito usando uma folha de papel e lápis ou caneta?*”, uma das alunas respondeu: “*para eu calcular, preciso escrever o que estou fazendo, senão fico perdida e esqueço o que estou fazendo*”. Com a fala dessa aluna,

³ É um programa que oferece oportunidades de estágio, não obrigatório e remunerado, aos estudantes de licenciaturas residentes no Espírito Santo. SEDU. **Programa Bolsa Estágio**. Disponível em: <<https://sedu.es.gov.br/programa-bolsa-estagio>>. Acesso em: 16 nov. 2019.

comentamos que o cálculo mental é um conjunto de diferentes estratégias ou técnicas que nos possibilitam calcular sem a utilização de regras preestabelecidas (Parra, 1996).

Após essa conversa inicial sobre o que eles entendiam acerca do cálculo mental, solicitamos que os alunos de mesma turma se agrupassem. Formando, assim, quatro grupos com quatro componentes cada um para que resolvessem, juntos, a lista de tarefas entregue. Apresentamos, no quadro 1, a primeira questão da tarefa 1.

Quadro 1: Primeira questão da tarefa 1

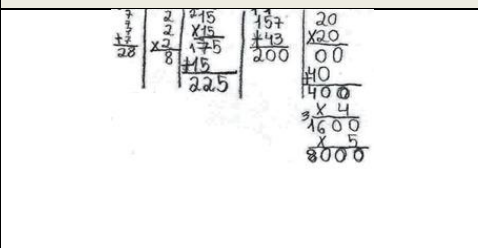
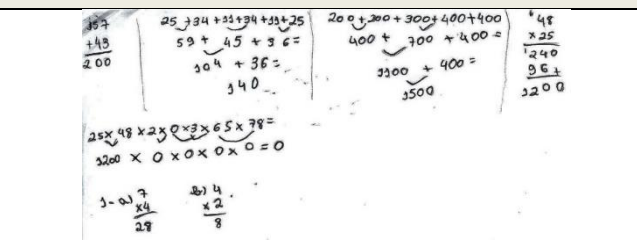
<p>1) Calcule as somas e as multiplicações, e explique como foram feitos os cálculos.</p> <p>a) $7 + 7 + 7 + 7 =$ b) $2 \times 2 \times 2 =$ c) $15 \times 15 =$ d) $157 + 43 =$ e) $20 \times 20 \times 4 \times 5 =$ f) $25 + 34 + 11 + 34 + 11 + 25 =$ g) $200 + 200 + 300 + 400 + 400 =$ h) $25 \times 48 \times 2 \times 0 \times 3 \times 65 \times 78 =$</p>
--

Fonte: Dados da pesquisa (2019)

A primeira questão visava a que os alunos percebessem a relação entre as operações de adição e multiplicação, o que lhes possibilitava utilizar diferentes estratégias de cálculo mental, para resolver a mesma questão.

Apresentamos, no quadro 2, a resolução dos alunos do 6º ano para a primeira questão.

Quadro 2: Resolução dos alunos do 6º ano para a primeira questão da tarefa 1

Resolução de Cátia, Camila e Ester	Resolução de Fernanda
	

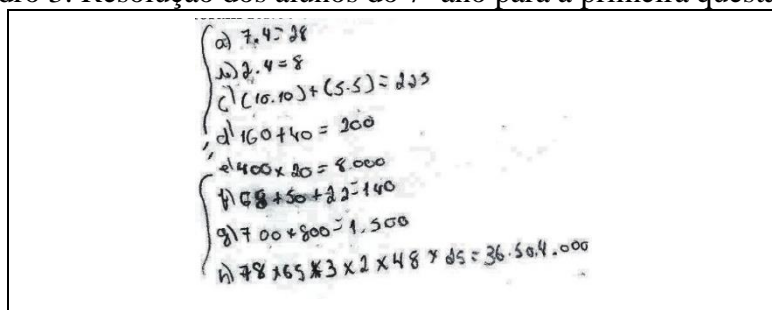
Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Das quatro alunas do 6º ano, Cátia, Camila e Ester resolveram a questão de forma semelhante, enquanto Fernanda resolveu utilizando uma estratégia diferente das demais colegas, conforme se mostra no quadro 2. Observamos que Cátia, Camila e Ester utilizaram

o algoritmo da adição e da multiplicação, no qual temos os números organizados de acordo com suas casas decimais, e as operações foram feitas uma a uma, seguindo a ordem em que aparecem nas sentenças. Fernanda, ao desenvolver seus cálculos, foi agrupando os números de dois em dois, realizando as operações indicadas entre eles. Após realizada essa estratégia, os números eram reagrupados, efetuando-se nova operação. Entre as duas formas identificadas, a utilizada por Fernanda aparenta ser a menos mecânica, porque mostra uma forma que não se utiliza de regras para obter o resultado, diferentemente do método utilizado pelas outras alunas que apresenta a necessidade de regras. De acordo com Parra (1996), esse tipo de cálculo é classificado como cálculo mecânico, pois necessita de regras a serem seguidas de forma sistêmica.

No quadro 3, destacamos a forma como os alunos do 7º ano desenvolveram a primeira questão.

Quadro 3: Resolução dos alunos do 7º ano para a primeira questão da tarefa 1



$$\begin{cases} a) 7,4 \cdot 28 \\ b) 2,4 = 8 \\ c) (10 \cdot 10) + (5 \cdot 5) = 125 \\ d) 160 + 40 = 200 \\ e) 400 \times 20 = 8.000 \\ f) 58 + 50 + 22 = 140 \\ g) 700 + 800 = 1.500 \\ h) 78 \times 65 \times 3 \times 2 \times 48 \times 25 = 36.504.000 \end{cases}$$

Fonte: Dados da pesquisa (2019)

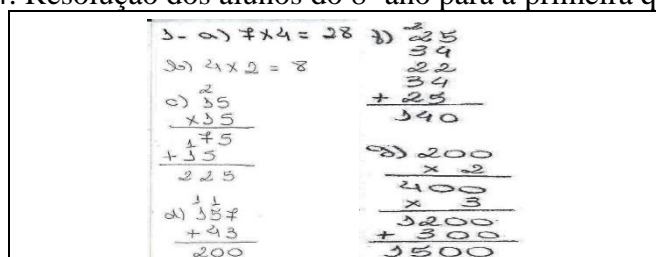
Os alunos Pedro, José, Paulo e Renata do 7º ano resolveram as questões de formas idênticas, utilizando as mesmas estratégias. Isso indica que os alunos resolveram as questões em grupo, possibilitando-lhes o uso de estratégias de agrupamento de numerais semelhantes e a transformação da operação de soma de termos semelhantes em uma multiplicação. Observamos que esse grupo, ao trabalhar a proposta apresentada na letra c) 15×15 , fez uma decomposição que não atende nem ao enunciado, nem à resposta para o item proposto. Ao

serem questionados, responderam que já sabiam o resultado, que era 225, porém quiseram escrever a operação com base em outra forma; portanto, da forma que eles registraram o resultado de $15 \times 15 = (10 \cdot 10) + (5 \cdot 5) = 125$. Desse modo, constatamos que eles se equivocaram, porque a resposta correta seria 225, e não 125.

Ainda para as resoluções apresentadas por esse grupo de alunos, observamos que, ao trabalharem com a proposta da letra h) $25 \times 48 \times 2 \times 0 \times 3 \times 65 \times 78$, os sujeitos indicaram 36.504.000 como resposta. Dessa maneira, entendemos que eles desconsideraram o número zero na operação de multiplicação e, quando foram questionados, um dos alunos respondeu: “*como não sei o que fazer com o zero, eu o desconsidere e multipliquei apenas os outros números*”. Tal argumento nos leva a refletir sobre os motivos que os levaram a desconsiderar o número zero. Como uma das estratégias utilizadas por eles foi a de transformar a soma em uma multiplicação, podemos supor que eles, partindo desse princípio, consideraram o zero como um elemento neutro da multiplicação, assim como na soma, não alterando o resultado da operação, pois ele é “desconsiderado”.

As resoluções efetuadas pelos alunos do 8º ano estão destacadas no quadro 4.

Quadro 4: Resolução dos alunos do 8º ano para a primeira questão da tarefa 1



Fonte: Dados da pesquisa (2019)

As participantes do 8º ano foram as alunas Ana, Eva, Lúcia e Lívia. Semelhantemente aos alunos do 7º ano, essas alunas utilizaram estratégias de cálculo mental aplicando a multiplicação para resolver a operação de soma de termos semelhantes, ficando evidenciado quando pedimos no item a) $7 + 7 + 7 + 7$, o que pode ser representado por 4×7 . Porém, a representação por 7×4 pode ser considerada, uma vez que, na multiplicação, a ordem dos fatores não altera o produto.

As estratégias utilizadas pelas alunas mostram-nos um bom entendimento acerca da relação existente entre as operações de adição e multiplicação, conforme pode ser verificado no quadro 4. Tal relação leva-nos a perceber que essas alunas não possuem dificuldades em resolver tarefas que envolvam essas operações, como é relatado na imagem 1.

*Eu somei as contas,
quase todas na
cabeça, outras na
pilha.
É fácil demais.*

Imagem 1 – Comentário da aluna Eva sobre a primeira questão
Fonte: Dados da pesquisa, 2019

André, Beatriz, Camila e Jaqueline são os alunos participantes do 9º ano. Para esse grupo de alunos, o cálculo mental restringe-se a “utilizar a cabeça”, e para isso não é necessário auxílio do cálculo escrito; no entanto, esse grupo de alunos não deixou cálculos registrados, indo ao encontro das ideias de Carvalho (2011). Diante disso, não foi possível identificar quais estratégias de cálculo mental foram utilizadas por esse grupo.

Ao analisar a primeira questão da lista de tarefas, foi possível perceber que os alunos do 7º, 8º e 9º ano conseguiram estabelecer as relações existentes entre as operações de adição e multiplicação, o que não foi evidenciado com os alunos do 6º ano. Porém, uma das alunas utilizou a estratégia de agrupar termos de dois em dois. Em todas as turmas, foi perceptível a utilização do algoritmo da adição e da multiplicação para realizar os cálculos, articulando as duas operações, o que está relacionado ao “cálculo pensado”.

No quadro 6, apresentamos a segunda questão que foi apresentada na primeira lista de tarefas.

Quadro 6: Segunda questão da tarefa 1

2 – Quando Joana entrou na sala de aula, a professora estava apagando o quadro, mas ela ainda pôde ver algo escrito, conforme mostra os itens a e b. Qual é o número que foi apagado?	
a) _____ : 9 = 6	b) (_____ + 5) x 10 = 70
Explique como você pensou para resolver esta situação.	

Fonte: Dados da pesquisa (2019)

A segunda questão da tarefa 1 tinha como objetivo identificar se os alunos eram capazes de estabelecer a relação entre as operações de adição e multiplicação e suas inversas, subtração e divisão, respectivamente.

Apresentamos, no quadro 7, as resoluções dos alunos do 6º ano.

Quadro 7: Resolução dos alunos do 6º ano para a segunda questão da tarefa 1

Resolução da aluna Camila	Resolução da aluna Cátia
<p>apagado?</p> <p>a) $\frac{54}{9} : 9 = 6 = \frac{9}{9}$ b) $(2 + 5) \times 10 = 70$</p> <p>Explique como você pensou para resolver esta situação.</p> <p>na letra a) eu fiz $\frac{9}{9}$ que deu o resultado na b) pensei $(2+5) \times 10 = 70$</p> <p><small>2 - O pesquisador Ram Dantas estava usando lápis de refinante em vez de 3</small></p>	<p>apagado?</p> <p>a) $\frac{54}{9} : 9 = 6 = \frac{9}{9}$ b) $(2 + 5) \times 10 = 70$</p> <p>Explique como você pensou para resolver esta situação.</p> <p>na letra A fiz $9 \times 6 = 54$ que deu o resultado; e na letra B pensei $2 + 5 = 7 \times 10 = 70$</p>
Resolução da aluna Fernanda	Resolução da aluna Ester
<p>ela ainda pôde ver algo escrito, conforme mostra os itens a e b. Qual é o número que foi apagado?</p> <p>a) $\frac{54}{9} : 9 = 6$ b) $(2 + 5) \times 10 = 70$</p> <p>Explique como você pensou para resolver esta situação.</p> <p>Na letra A fiz a conta 9×6 que deu 54 já na letra B eu diminuí 5 de 7 que deu 2.</p> <p><small>2 - O pesquisador Ram Dantas estava usando lápis de refinante em vez de 3</small></p>	<p>apagado?</p> <p>a) $\frac{64}{9} : 9 = 6$ b) $(2 + 5) \times 10 = 70$</p> <p>Explique como você pensou para resolver esta situação.</p> <p>utilizando o sinal contrário</p>

Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Percebemos que as alunas Camila e Cátia resolveram os problemas de forma semelhante, utilizando o algoritmo da multiplicação para resolver a questão a) $___ : 9 = 6$. As alunas não deixaram nenhum cálculo registrado da estratégia que utilizaram para resolver a questão b) $(___ + 5) \times 10 = 70$, e as alunas Fernanda e Ester não deixaram nenhum cálculo registrado.

No item a), as alunas Camila, Cátia e Fernanda utilizaram a multiplicação para resolvê-la, demonstrando que conseguiram estabelecer a relação entre a operação de multiplicação e sua inversa. Na resposta da aluna Ester, referente ao item a), percebemos que esta estudante se equivocou, ao indicar 64 como resultado, uma vez que a resposta correta é 54. Todavia, vale ressaltar que, ao indicar que resolveu utilizando o sinal contrário, ela entendeu que a divisão é a inversa da multiplicação. Portanto, no momento das discussões, ao questionarmos acerca dos resultados, Ester disse que cometeu um erro de “tabuada”, afirmando que a resposta correta é 54, e não 64, como havia registrado na tarefa.

No que se refere ao item b), podemos observar que a aluna Fernanda atingiu o objetivo proposto pela questão, porque ela utilizou a operação inversa da soma, isto é, a subtração. As alunas Cátia e Camila utilizaram a observação para resolver o problema, o que também é válido, pois esse método está fortemente ligado ao que Parra (1996) chama de “cálculo pensado” e por sua vez está diretamente associado ao desenvolvimento do cálculo mental.

As resoluções dos alunos do 7º ano para a segunda questão da tarefa 1 encontram-se no quadro 8.

Quadro 8: Resolução dos alunos do 7º ano para a segunda questão

Resolução da aluna Renata	Resolução do aluno Paulo
a) $54 : 9 = 6$ b) $(2 + 5) \times 10 = 70$ Explique como você pensou para resolver esta situação. <i>a: 9 vezes 6 é 54 então 54 dividido por 9 é 6</i> <i>b: 2 + 5 é 7 então 7 vezes 10 é 70</i> <small>3. O refrigerante da Bom Dia está vendendo latas de refrigerante em</small>	a) $54 : 9 = 6$ b) $(2 + 5) \times 10 = 70$ Explique como você pensou para resolver esta situação. <i>Multipliquei: 9x6.</i>

Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Foi possível perceber semelhança entre as respostas, em que eles demonstraram conhecer a relação existente entre a operação de multiplicação e a sua inversa, a divisão, no que se refere ao item a). Assim, conclui-se que os alunos conseguiram alcançar o objetivo proposto para esse item, o que demonstra ser o uso do cálculo pensado e, conseqüentemente, uma estratégia de cálculo mental.

Apresentamos, no quadro 9, as resoluções dos alunos do 8º ano.

Quadro 9: Resolução dos alunos do 8º ano para a segunda questão

Resolução das alunas Ana e Eva	Resolução das alunas Lívia e Lúcia
a) $54 : 9 = 6$ b) $(2 + 5) \times 10 = 70$ Explique como você pensou para resolver esta situação. <i>a primeiro eu multipliquei o 9 x 6 e deu 54, o segundo pra obter</i> <i>para mim.</i> <small>3. O refrigerante da Bom Dia está vendendo latas de refrigerante em pacotes de 3</small>	a) $54 : 9 = 6$ b) $(2 + 5) \times 10 = 70$ Explique como você pensou para resolver esta situação. <i>pensei na tabuada e fiz de cabeça</i>

Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Observamos que as alunas Ana e Eva utilizaram a multiplicação para resolver o item a) e, dessa forma podemos concluir que elas conseguiram perceber a relação entre as

operações de multiplicação e divisão para esse item. Em relação ao item b), as alunas Ana e Eva disseram que a questão era “muito fácil” ou a resposta era “óbvia”, o que nos fez concluir que essas alunas realizaram o cálculo mental sem o auxílio do cálculo escrito. A aluna Lúcia afirmou ter resolvido os dois itens utilizando a tabuada e a “cabeça”, levando-nos a considerar que ela conseguiu alcançar o objetivo proposto pela questão para o item a), visto que na tabuada estão registradas as operações de multiplicação, a qual tem a divisão como operação inversa; para o item b), podemos supor que ela utilizou o “cálculo pensado”, porque teria feito a análise da questão e procuraria, na tabuada, qual o número que, multiplicado por 10, daria, como resultado, 70.

As resoluções dos alunos do 9º ano estão destacadas no quadro 10.

Quadro 10: Resolução dos alunos do 9º ano para a segunda questão

Resolução da aluna Jaqueline	Resolução da aluna Beatriz
a) $54 : 9 = 6$ b) $(2 + 5) \times 10 = 70$ Explique como você pensou para resolver esta situação. Multipliquei 9 por 6 na alternativa A, e na alternativa b, dividi 70 por 10, depois diminuí com 5.	a) $54 : 9 = 6$ b) $(2 + 5) \times 10 = 70$ Explique como você pensou para resolver esta situação. Na a, multipliquei 9 por 6 e deu 54, após dividi o resultado para chegar ao resultado, no b, dividi 70 por 10 = 7, quei 7-5=2 <small>3) supermercado Bom Preço estava vendendo latas de refrigerante em pacotes de 3</small>
Resolução da aluna Camila	Resolução do aluno André
a) $34 : 9 = 6$ b) $(2 + 5) \times 10 = 70$ Explique como você pensou para resolver esta situação.	a) $54 : 9 = 6$ b) $(2 + 5) \times 10 = 70$ Explique como você pensou para resolver esta situação. a) multipliquei 9x6 que deu 54 e dividindo 54:9 da 6

Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Podemos observar que a aluna Camila apenas deixou registradas as repostas e não foi identificado nenhum tipo de resolução, o que nos impossibilitou inferir suas respostas. O aluno André utilizou a multiplicação para resolver o item a), por isso podemos considerar que ele consegue estabelecer a relação entre as operações de multiplicação e divisão, porém não explicou como chegou ao resultado do item b). As alunas Jaqueline e Beatriz utilizaram o mesmo método para resolver a questão: a multiplicação $6 \times 9 = 54$ para resolver o item a), a divisão $70 \div 10 = 7$ e a subtração $7 - 5 = 2$ para a resolução do item b). As respostas dessas alunas foram, entre todos os participantes da pesquisa, as que atingiram completamente o objetivo

da questão, pois elas utilizaram as relações existentes entre as operações de adição e multiplicação e suas inversas.

No quadro 11, apresentamos a terceira questão apresentada na primeira lista de tarefas.

Quadro 11: Terceira questão da tarefa 1

<p>3 – O supermercado Bom Preço estava vendendo latas de refrigerante em pacotes de 3 tipos;</p> <ul style="list-style-type: none"> • Pacote com 4 latas : R\$ 12,00 • Pacote com 5 latas: R\$ 14,00 • Pacote com 6 latas: R\$ 15,60 <p>a) De quantas maneiras eu posso comprar 20 latas de refrigerante? b) Qual é a maneira mais barata de comprar 20 latas de refrigerante neste supermercado?</p>
--

Fonte: Dados da pesquisa (2019)

A terceira questão da tarefa 1 tinha por objetivo identificar se os alunos eram capazes de realizar combinações para obter uma quantidade preestabelecida. Existem apenas quatro maneiras distintas de comprar 20 latas de refrigerantes, a saber: i) 5 pacotes de 4 latas; ii) 4 pacotes de 5 latas; iii) 2 pacotes de 5 latas, 1 pacote de 4 latas e 1 pacote de 6 latas; e iv) 2 pacotes de 4 latas e 2 pacotes de 6 latas. Entre essas quatro opções, a “mais barata” é a opção iv), que custará R\$55,20, porque, se analisarmos os valores unitários de cada lata de refrigerante para cada pacote correspondente, observaremos que o valor da lata de refrigerante varia da seguinte forma: o pacote de 4 latas corresponde a $12 \div 4 = 3$ reais; o pacote de 5 latas corresponde a $14 \div 5 = 2,80$ reais; e o pacote de 6 latas corresponde a $15,60 \div 6 = 2,60$ reais. Sendo assim, a opção “mais barata” será aquela que tiver o maior número de pacotes de 6 latas comprados.

Apresentamos no quadro 12, as resoluções dos alunos do 6º ano.

Quadro 12: Resolução dos alunos do 6º ano para a terceira questão da tarefa 1

Resolução da aluna Cátia	Resolução da aluna Camila
<p>as 12e duas maneiras ① $4 \times 5 = 20$ ② $5 \times 4 = 20$ ③ $4 \times 4 + 4 \times 4$</p> <p> $\begin{array}{r} 3 \times 4 \\ \times 4 \\ \hline 12 \\ 36 \end{array}$ $\begin{array}{r} 15 \\ \times 4 \\ \hline 60 \end{array}$ </p> <p>R. A mais barata é a do pacote com 4 latas de R\$14,00 que é igual a 36</p>	<p>supermercado: R. Pergunta $4 \times 5 = 20$ e $5 \times 4 = 20$</p> <p> $\begin{array}{r} 6 \quad 4 \quad 5 \\ \times 4 \quad \times 5 \quad \times 4 \\ \hline 24 \quad 20 \quad 20 \end{array}$ $\begin{array}{r} 15 \\ \times 4 \\ \hline 60 \end{array}$ </p> <p>R. A primeira é mais barata.</p>

Resolução da aluna Ester	Resolução da aluna Fernanda												
<p>a) De quantas maneiras eu posso comprar 20 latas de refrigerante? De 3 formas</p> <p>b) Qual é a maneira mais barata de comprar 20 latas de refrigerante neste supermercado? Comprando um pacote de 4, 1 bis pacote de 5 e um pacote de 6 R\$ 55,60</p>	<p>supermercado? comprando 2 pacotes de 6 latas, 2 pacote de 4 latas!</p> <p>① comprando 4 pacotes de 4 latas, ② 4 pacotes de 5 latas, ③ 2 pacotes de 5 latas um de 4 latas e um de 6 latas.</p> <table style="margin-left: 20px;"> <tr> <td>14</td> <td>12</td> <td>28,00</td> <td>24,00</td> </tr> <tr> <td>× 4</td> <td>× 5</td> <td>+ 12,00</td> <td>+ 24,00</td> </tr> <tr> <td>56</td> <td>60</td> <td>55,60</td> <td>55,20</td> </tr> </table> <p>a) continuação: ① comprando 2 pacotes de 6 latas e 2 pacotes de 4 latas ou</p>	14	12	28,00	24,00	× 4	× 5	+ 12,00	+ 24,00	56	60	55,60	55,20
14	12	28,00	24,00										
× 4	× 5	+ 12,00	+ 24,00										
56	60	55,60	55,20										

Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Percebemos que apenas Fernanda registrou as quatro maneiras de comprar as 20 latas e, para determinar qual dessas opções seria a “mais barata”, ela utilizou o algoritmo da multiplicação e o da adição. As alunas Camila e Ester encontraram três maneiras distintas, porém apenas Camila deixou registrado quais eram essas maneiras. Percebemos que Camila utilizou o algoritmo da multiplicação e o da adição, para determinar qual deles era o mais barato; todavia, observamos que, na operação 5×12 , a aluna se equivocou, ao responder que era 30. Ao observarmos os registros apresentados por essa aluna, ficou evidenciado que a estudante fez confusão, ao organizar o algoritmo da multiplicação. Cátia encontrou apenas duas possibilidades para comprar 20 latas e determinar qual era a opção “mais barata”. Ademais, utilizou o algoritmo da multiplicação.

As resoluções dos alunos do 7º ano estão destacadas no quadro 13.

Quadro 13: Resolução dos alunos do 7º ano para a terceira questão da tarefa 1

Resolução dos alunos José e Pedro	Resolução dos alunos Renata e Paulo
<p>A) 5 pacotes de 4 latas 4 pacotes de 5 latas 6 pacotes de 2 latas e 2 de 4 latas 2 pacotes de 5 latas 7 de 6 e 3 de 4 latas</p> <p>B) 4 pacotes de 5 latas que dá R\$ 56,00</p>	<p>A) 4 pacotes de 5 latas 5 pacotes de 4 latas 2 pacotes de 6 latas e 2 de 4 latas 2 pacotes de 5 latas 1 de 6 e 1 de 4 latas</p> <p>B) 4 pacotes de 5 latas que dá R\$ 56,00</p>

Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Observamos que os alunos tiveram respostas semelhantes, pois todos encontraram as quatro maneiras de comprar 20 latas de refrigerante, e eles responderam às questões em grupo. Os alunos não deixaram nenhum cálculo registrado, e, assim, concluímos que eles realizaram o cálculo mental sem o auxílio do cálculo escrito. Todos os alunos erraram a

resposta do item b) porque eles responderam que a compra “mais barata” seria a de 4 pacotes de 5 latas, que custaria R\$56,00. Deduzimos que esse erro tenha ocorrido em razão de os alunos terem utilizado apenas o valor total de cada pacote e não observado os valores unitários de cada lata com o pacote correspondente.

Apresentamos, no quadro 14, as resoluções dos alunos do 8º ano.

Quadro 14: Resolução dos alunos do 8º ano para a terceira questão da tarefa 1

Resolução das alunas Ana e Lúcia	Resolução da aluna Lívia	Resolução da aluna Eva
<p><i>superiorado</i></p> <p>a) Comprando 4 pacotes de 4 latas ou 4 pacotes de 5 latas.</p> <p>b) Comprando 4 pacotes de 4 latas.</p> <p>b ou um pacote com 6 latas dois pacotes com 5 latas e um pacote com 4 latas.</p>	<p>a) Comprando 4 pacotes com 4 latas ou 2 pacotes com 5 latas ou um pacote com 6 latas, dois pacotes com 5 latas e um pacote com 4 latas.</p> <p>b) Comprando quatro pacotes de quatro latas.</p>	<p><i>superiorado</i></p> <p>a) Comprando quatro pacotes de quatro lápis.</p> <p>a) Comprando quatro pacotes de quatro lápis ou os quatro pacotes de cinco lápis.</p>

Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Observamos que as alunas responderam, de forma semelhante, às questões e existe alguns equívocos em suas respostas. A primeira situação identificada foi que todas as alunas responderam que uma das maneiras de comprar 20 latas era a compra de 4 pacotes de 4 latas, o que resulta em $4 \times 4 = 16$, ou seja, essa maneira não satisfaz o que é pedido no item a). Associamos esse equívoco a uma provável “falta de atenção” das alunas. A segunda situação foi associada em consequência do erro anterior, quando as alunas responderam que a compra “mais barata” seria a de 4 pacotes de 4 latas. Portanto, não é uma resposta possível do item b). A terceira situação identificada foi a da aluna Eva, quando ela confundiu latas com lápis. Desse modo, concluímos que esse erro ocorreu pela “falta de atenção” da aluna, ao ler a questão. Com o registro dessas alunas, foi possível perceber que as estudantes encontraram duas maneiras possíveis: 4 pacotes com 5 latas; e 2 pacotes de 5 latas mais 1 pacote de 4 e 1 pacote com 6 latas. Não foi constatada a presença de nenhum cálculo registrado, o que nos levou a concluir que as alunas resolveram a questão sem o auxílio do cálculo escrito.

As resoluções dos alunos do 9º ano para a terceira questão da tarefa 1 encontram-se no quadro 15.

Quadro 15: Resolução dos alunos do 9º ano para a terceira questão da tarefa 1

Resolução da aluna Jaqueline	Resolução das alunas Beatriz e Camila	Resolução do aluno André

<p>a) Pense comprar 4 pacotes com 5 latas, ou 5 pacotes com 4 latas.</p> <p>b) $\frac{1}{2} \times \frac{4}{4}$ $\frac{25}{60} \times \frac{24}{26}$</p> <p>c) monarca, mais Bonata, e comprar 4 pacotes com 5 latas, que é R\$ 56,00.</p>	<p>a) Pense comprar 5 pacotes de 4 latas ou 4 pacotes de 5 latas.</p> <p>b) Comprar 4 pacotes de 5 latas.</p>	<p>Eu pensei comprar de 3 maneiras</p> <ul style="list-style-type: none"> • Pacote com 4 latas : R\$ 12,00 • Pacote com 5 latas : R\$ 14,00 • Pacote com 6 latas : R\$ 15,00 <p>a) De quantas maneiras eu posso comprar 20 latas de refrigerante?</p> <p>b) Qual é a maneira mais barata de comprar 20 latas de refrigerante neste supermercado?</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>Pacote com 5 latas</td> <td>$\frac{1}{2}$</td> <td>$\frac{14}{26}$</td> </tr> <tr> <td></td> <td>$\frac{5}{60}$</td> <td>$\frac{4}{56}$</td> </tr> </table>	Pacote com 5 latas	$\frac{1}{2}$	$\frac{14}{26}$		$\frac{5}{60}$	$\frac{4}{56}$
Pacote com 5 latas	$\frac{1}{2}$	$\frac{14}{26}$						
	$\frac{5}{60}$	$\frac{4}{56}$						

Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Percebemos que as alunas Jaqueline, Beatriz e Camila encontraram apenas duas possibilidades de compra e, para descobrirem qual era a “mais barata” entre ambas as opções, elas realizaram a operação de multiplicação. Ambas erraram a resposta do item b), e atribuímos esse erro à quantidade de possibilidades que elas encontraram, ao resolverem o item a). André afirmou existirem 9 maneiras distintas para comprar as 20 latas, porém ele não deixou registrado quais seriam essas possibilidades. O único dado constatado corresponde a duas maneiras possíveis, 5 pacotes com 4 latas e 4 pacotes com 5 latas, nas quais ele utilizou o algoritmo da multiplicação, para descobrir qual dessas duas era a “mais barata”.

Percebemos que os alunos possuem dificuldades em realizar agrupamentos, pois apenas cinco alunos encontraram todas as possibilidades e apenas uma aluna, entre os cinco alunos, conseguiu responder corretamente qual era a possibilidade “mais barata”.

Apresentamos, no quadro 16, algumas considerações acerca da tarefa realizada.

Quadro 16: Comentários dos alunos sobre a tarefa 1

Comentário dos alunos do 6º ano	Comentário dos alunos do 7º ano
<p>Na Primeira Questão ^{6º ano} nós multiplicamos e somamos a conta.</p> <p>Na Segunda questão fizemos a prova real da letra A e na B diminuímos 5 de 7 para chegar ao resultado.</p> <p>Na terceira questão somamos e multiplicamos os cálculos da letra A e B.</p>	<p>Nós resolvemos todos os dados usando calculo mental e depois alguns nós provamos fazer um calculo mais complexo e explicamos como resolvemos, e fizemos que achar outro jeito de resolver as equações.</p>
Comentário dos alunos do 8º ano	Comentário dos alunos do 9º ano
<p>Usamos a mente e os ensinamentos da professora e do Sabio Se bem entenderem.</p>	<p>Nossa grupo, alunos do 9º ano, utilizamos as três operações básicas: adição, multiplicação, divisão e raciocínio lógico. Consideramos a atividade fácil porém sentimos dificuldades na multiplicação com 0.</p>

Fonte: Dados da pesquisa (2019)

grupos de quatro discentes cada um, e foram entregues a cada grupo as regras do jogo. Apresentamos as regras do jogo no quadro 20.

Quadro 20: Regras do jogo “Hexágono de adição e multiplicação”

REGRAS	
1.	No início do jogo, o marcador deverá ser colocado no ponto de PARTIDA;
2.	Cada dupla começara da PARTIDA e iniciará com 100 pontos cada;
3.	Os jogadores decidiram qual dupla irá iniciar a partida e, as jogadas serão feitas de forma alternada, ou seja, a Dupla 1 iniciou a partida e logo após será a vez da Dupla 2, e assim por diante;
4.	Cada dupla deverá deslocar o seu marcador para um dos pontos próximos, o qual será de escolha da própria dupla. O percurso poderá ser feito em qualquer direção e em qualquer sentido, mas cada um dos percursos não pode ser percorrido pela mesma dupla mais de uma vez;
5.	Para que cada jogada seja concluída, será necessário que efetuem as operações indicadas no percurso. <u>CADA JOGADA DEVE SER REGISTRADA NA FOLHA DE REGISTRO JUNTO COM OS CÁLCULOS</u> , caso a dupla erre ao resolver os cálculos, a mesma não poderá avançar com o marcador. OBS.: Cada dupla será responsável por vigiar se os cálculos da outra dupla estarão corretos ou não;
6.	Cada resultado obtido deverá ser “guardado”, pois ele deve ser utilizado para efetuar o próximo cálculo e assim sucessivamente;
7.	O jogo acaba quando a primeira dupla alcançar a posição de CHEGADA e GANHA A DUPLA QUE TIVER ACUMULADO O MAIOR NÚMERO DE PONTOS.

Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Depois de os alunos terem lido as regras, foi pedido que eles jogassem algumas partidas para verificar se entenderam as regras do jogo.

Durante cada “jogada” realizada pela dupla, eles anotavam os cálculos efetuados em uma folha de registros, além de comentar quais estratégias foram utilizadas durante o jogo. Apresentamos, no quadro 21, os registros de jogada e comentários de cada grupo.

Quadro 21: Registro de jogadas e comentários

Registro de jogadas e comentários do 6º ano		Registro de jogadas e comentários do 7º ano	
Dupla 1	Dupla 2	Dupla 1	Dupla 2
1ª rodada	1ª rodada	1ª rodada	1ª rodada
$100 + 202 = 302$ $302 + 543 = 845$ $845 + 255 = 1100$ $1100 \times 3 = 3300$ $3300 + 200 = 3500$	$100 \times 2 = 200$ $200 \times 3 = 600$ $600 \times 5 = 3000$ $3000 \times 3 = 9000$ $9000 + 52 = 9052$	$100 + 202 = 302$ $302 + 543 = 845$ $845 + 255 = 1100$ $1100 \times 3 = 3300$ $3300 + 200 = 3500$	$100 \times 2 = 200$ $200 \times 3 = 600$ $600 \times 5 = 3000$ $3000 \times 3 = 9000$ $9000 + 52 = 9052$
Tentamos calcular uma multiplicação errada. O jogo é legal e necessita de muita estratégia.	Tentamos de nos números em que dava o maior resultado de da operação.	$100 + 202 = 302$ $302 + 543 = 845$ $845 + 255 = 1100$ $1100 \times 3 = 3300$ $3300 + 200 = 3500$	$100 \times 2 = 200$ $200 \times 3 = 600$ $600 \times 5 = 3000$ $3000 \times 3 = 9000$ $9000 + 52 = 9052$
Registro de jogadas e comentários do 8º ano	Registro de jogadas e comentários do 9º ano	Registro de jogadas e comentários do 8º ano	Registro de jogadas e comentários do 9º ano

Dupla 1		Dupla 2	
1ª rodada		1ª rodada	
$100 + 202 = 302$	$100 \times 3 = 300$	100×202	100×3
$302 + 108 = 410$	$300 \times 4 = 1.200$	302×543	300×4
$410 \times 3 = 1.230$	$1.200 \times 2 = 2.400$	845×4	1.200×2
$1.230 \times 5 = 6.150$	$2.400 + 57 = 2.457$	3.380×2	2.400×5
$6.150 \times 3 = 18.450$	$2.457 \times 0 = 0$	6.760×3	12.000×3
$18.450 + 200 = 18.650$	0	20.280×5	$36.000 + 100$
		101.400×3	36.100×1
		$304.200 + 108$	$36.100 + 3$
		304.308	36.103
Alunos bem interessados! É porque gostamos de matemática		A gente perdeu porque foi no caminho errado	

Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Constatamos que todos os grupos utilizaram os algoritmos da adição e da multiplicação, ao realizarem os cálculos.

A dupla 1, do grupo do 6º ano, comentou que a estratégia utilizada por eles visava a “números maiores”, seguindo pelos caminhos que tinham as operações de adição, além de destacarem que era preciso muita estratégia para vencer o jogo. Percebemos que a dupla 2 escolheu seguir pelo caminho que tivesse a maior quantidade de operações de multiplicação. Elas justificaram essa escolha, pois queriam conseguir os maiores resultados das operações. Nos cálculos registrados, percebemos a existência de equívocos nos cálculos da dupla 2, a qual calculou $600 \times 5 = 30.000$, cuja resposta correta é 3.000. Como a outra dupla não observou o equívoco cometido pela dupla concorrente, tal procedimento proporcionou que a equipe que efetuou uma multiplicação errada fosse a vencedora.

Nos registros da dupla 1, do grupo do 7º ano, percebemos o erro de cálculo na operação de adição $302 + 543$, em que responderam o resultado 847, porém o resultado correto para essa operação é 845. Além disso, eles escolheram como estratégia seguir pelos caminhos que tivessem a operação de multiplicação, que é a melhor estratégia para esse jogo, porque a multiplicação resulta, quando nenhum dos fatores é zero, em valores maiores do que a operação de adição.

A dupla 2 registrou que a estratégia utilizada por eles foi a de acabar o jogo o mais rápido possível, utilizando os percursos com multiplicação. Percebemos que essa estratégia só será viável se utilizada pela dupla que iniciar a partida, pois, como o jogo encerra quando a primeira dupla “alcança” a chegada, pois vencerá quem tiver acumulado o maior número de pontos. A primeira dupla a jogar terá uma “rodada” a mais do que a outra, o que é fundamental para ter vantagem em relação ao seu adversário.

O grupo do 8º ano não comentou quais foram as estratégias utilizadas durante o jogo, e, assim, não foi possível analisar o uso do cálculo mental. Percebemos que a dupla 2 “seguiu por um caminho” que tinha a operação de multiplicação por zero e, dessa forma, a dupla zerou os seus pontos. Quando foram indagados por que seguiram esse caminho, a dupla respondeu que “foi falta de atenção”.

Assim como o grupo do 8º ano, o 9º ano não comentou quais foram as estratégias utilizadas por eles para realizar o jogo, tendo apenas uma justificativa da dupla 2, que afirmou ter perdido o jogo, pois escolhera caminhos errados. Embora os dois grupos não tenham comentado na atividade, percebemos que eles utilizaram principalmente a multiplicação em seus cálculos. Diante disso, entendemos que as estratégias utilizadas por eles envolviam “seguir os caminhos” que tivessem as operações de multiplicação.

Considerações finais

Nesta pesquisa, buscamos investigar como os alunos utilizam o cálculo mental no trabalho com jogos de matemática. Foram organizadas estratégias de tarefas com esse intuito e na tentativa de verificar possíveis avanços no uso do cálculo mental.

No decorrer da pesquisa, percebemos que, para os alunos, o cálculo mental estava ligado apenas aos processos de cálculo de cabeça, ou seja, sem o auxílio do cálculo escrito. Todavia, eles se utilizavam de elementos que compõem o cálculo mental, como o cálculo por meio do algoritmo da adição e do algoritmo da multiplicação e das relações entre as operações. Esses tipos de elementos são vistos pelos alunos como “fórmulas matemáticas”

para resolver os cálculos. Por isso, não conseguem fazer a distinção entre o cálculo mental realizado apenas com a cabeça e o cálculo mental por meio do cálculo escrito.

Embora não tenha sido identificada nenhuma nova estratégia de cálculo mental durante a aplicação dos jogos, observamos que os alunos tiveram maior comprometimento em realizar as tarefas, além de mostrar ter maior facilidade para a sua realização. As principais estratégias de cálculo mental, com auxílio do cálculo escrito, identificadas foram a utilização do algoritmo da adição e do algoritmo da multiplicação. Esse tipo de estratégia é comum a todos, portanto é uma estratégia “padrão” que possui aplicação imediata.

Constatamos que o desenvolvimento do cálculo mental é um processo lento e demanda planejamento das tarefas a serem propostas, pois as estratégias de cálculo mental podem ser elaboradas por qualquer indivíduo, visto que elas surgem das necessidades da vida cotidiana. Desse modo, sugerimos que o professor trabalhe situações que permitam o desenvolvimento do cálculo mental, de modo que os estudantes criem estratégias que favoreçam esse tipo de cálculo, proporcionando a seus alunos o desenvolvimento e o aperfeiçoamento das estratégias elaboradas por eles e potencializando, assim, o aprendizado matemático desses sujeitos.

Referências

- Brasil. (2017). Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular (BNCC)*. Brasília, DF.
- Brasil. (1997). Secretarias de Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais – (PCN): Matemática*. Brasília: MEC/SEF.
- Carvalho, Renata. (2011). *Calcular de cabeça ou com a cabeça?* 22º Seminário de Investigação em Educação Matemática. Recuperado em 04 de outubro, 2018, de http://www.apm.pt/files/_Conf01_4e7132d6a08f8.pdf
- Fiorentini, Dario & Miorim, Maria Ângela. (1990). *Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no Ensino da Matemática*. SBEM-SP. Recuperado em 06 de outubro, 2018, de http://www.pucrs.br/ciencias/viali/tic_literatura/jogos/Fiorentini_Miorin.pdf

- Lorenzato, Sergio. (2012) Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: (org.). *O laboratório de ensino de matemática na formação de professores*. Campinas: Autores associados, p. 3-37.
- Kishimoto, T. M. (2017). Jogo, brinquedo e brincadeira. In: KISHIMOTO, T. M. (Org.). *Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação*. São Paulo: Cortez. cap. 1. Disponível em:
<<https://play.google.com/books/reader?id=On02DwAAQBAJ&pg=GBS.PT2.w.0.0.0.3>>. Acesso em: 02 nov. 2018.
- Moura, Pula Cristina & Viamonte, Ana Júlia. (2005). *Jogos Matemáticos como recurso didático*. Lisboa: APM.
- Parra, Cecília. (1996). Cálculo mental na escola primária. In: PARRA, Cecília. et al. *Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas*. Porto Alegre: Artes Médicas, 186-235.
- Ponte, João Pedro da. (2006). *Estudos de caso em educação matemática*. Lisboa.
- Santos, Rejane Costa dos & Gualandi, Jorge Henrique. (2016). *Laboratório de Ensino de Matemática: O uso de materiais manipuláveis na formação continuada dos professores*. In: XII ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática, São Paulo. Anais do XII ENEM, 1-12.
- Sedu. *Programa Bolsa Estágio*. Recuperado em 16 de novembro, 2019, de <https://sedu.es.gov.br/programa-bolsa-estagio>.
- Smole, Kátia Stocco; Diniz, Maria Ignez & Milani, Estela. (2007). *Cadernos do Mathema: jogos de matemática de 6º a 9º ano*. Porto Alegre: Artmed.
- Stein, Mary Kay & Smith, Margaret Schan. (2009). Tarefas matemáticas como quadro para a reflexão. *Revista Educação e Matemática*. Lisboa, 105, p. 22-28.

Contribuições dos autores

1º autor: conceitualização; investigação; metodologia; organização das tarefas; aplicação das tarefas; curadoria de dados; análise formal; redação – rascunho original.

2º autor: orientação; conceitualização; investigação; metodologia; organização das tarefas; análise formal; redação – revisão e edição.



e-ISSN: 2595-0967

3º autor: co-orientação; conceitualização; investigação; metodologia; organização das tarefas; análise formal; redação – revisão e edição.

Tangram – Revista de Educação Matemática, Dourados - MS – v.3 n.3, pp. 60-86 (2020)



Este obra está licenciada com uma Licença [Creative Commons Atribuição-NãoComercial-CompartilhaIgual 3.0 Brasil](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/br/).