

El valor absoluto: una mirada desde la metodología de la ingeniería didáctica

*Luis Fernando Olaya Q.**
*John Edward Forigua P.***

RESUMEN

En esta comunicación se darán a conocer los resultados parciales de una investigación realizada por los autores sobre la noción del valor absoluto; se usará como metodología de investigación la ingeniería didáctica en su primera fase, enunciando los elementos relevantes de las consideraciones de tipo epistemológico, cog-

nitivo y didáctico del valor absoluto, en docentes en formación y otros en ejercicio de último año de Educación Media.

Palabras clave: investigación experimental- análisis cognitivo- expectativas de aprendizaje – valor absoluto.

* Docente SED Bogotá. Dirección electrónica: luixolaya1@gmail.com

** Docente SED Bogotá; DCBFULL. Dirección electrónica: jed_mth@yahoo.com

PROBLEMÁTICA Y JUSTIFICACIÓN

La noción de valor absoluto se ha abordado a lo largo de varios años en los currículos escolares de matemáticas en Colombia. Tomando como referencia las últimas reformas curriculares y haciendo una revisión de los estándares de matemáticas propuestos por el MEN, es posible identificar dentro de las matrices planteadas para los grados de la Educación Básica Secundaria y Media procesos muy relacionados con el desarrollo de la noción de valor absoluto en donde se propone: "Identifico relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas (...) Construyo expresiones algebraicas equivalentes a una expresión algebraica dada (...) Analizo las relaciones y propiedades entre las expresiones algebraicas y las gráficas de funciones polinómicas y racionales y de sus derivadas" (MEN. 2006. pp. 87,89).

Los libros de texto de diferentes grados, en especial de undécimo, que se basan en las reformas curriculares actuales siguen abordando el valor absoluto desde diversas perspectivas. Cañas, Forigua & Olaya (2009)¹ afirman a partir del análisis de algunos libros de texto, que la noción de valor absoluto es abordada a partir de definiciones como:

La distancia de un punto a otro, desde su representación en la recta numérica entera o real desde un contexto geométrico- analítico (...) La función en el plano cartesiano.

La descripción y definición de algunas propiedades necesarias para la resolución de desigualdades (...) El concepto de límite. (p.24)

Con base en el estudio de los libros de texto es posible identificar que hay un tratamiento indiscriminado de la conversión entre las representaciones del concepto de valor absoluto, pasando rápida y fácilmente de la representación algebraica a la representación tabular, y de esta a la de tipo cartesiano de la función; presentado el objeto de estudio de esta forma, se propone posteriormente un listado de ejercicios que siguen trivializando esta conversión entre representaciones, proceso bastante complejo documentado por varios autores como Duval (1999) y Sfard (1991), donde esta última afirma que el desarrollo de un concepto consta de las fases de interiorización, condensación y reificación. En la etapa de interiorización, el estudiante se empieza a familiarizar con el nuevo concepto que puede llevarse a cabo a través de las

¹ Para profundizar en el estudio de la revisión de los libros de texto consultar el trabajo de grado no publicado de Cañas, Forigua & Olaya (2009) para optar al título de especialistas en Pedagogía y Didáctica de las Matemáticas de La Universidad La Gran Colombia sede Bogotá

representaciones que él genera, en donde abstrae las propiedades fundamentales del mismo, hasta llegar a la siguiente etapa que es la condensación, en la cual nace oficialmente el nuevo conocimiento, permitiendo combinar procesos, comparar y hacer generalizaciones; esta etapa se manifiesta cuando el estudiante puede transitar entre distintas representaciones de un concepto. Posteriormente pasa a una tercera etapa de reificación como un objeto abstracto separado de los procesos, e interioriza totalmente el concepto y aumenta su capacidad de resolver problemas. Estas tres etapas son de tipo jerárquico: no se puede llegar a una sin alcanzar la otra.

En consecuencia, el porcentaje de éxito que alcanzaron los estudiantes cuando se enfrentaron a este tipo de situaciones de conversión de representaciones de un concepto como el de valor absoluto, tal como aquellos a quienes se les aplicó el test de Engler et al. (2007) fue considerablemente bajo para una población con grado de escolaridad similar a los estudiantes de grado once de la Educación Media, por lo que no es ingenuo pensar que la noción de valor absoluto es tratada de forma operativa y no de forma comprensiva, en donde verdaderamente se haga una mirada más compleja, se posibiliten situaciones y otro tipo de herramientas que favorezcan la adquisición y desarrollo de esta noción.

METODOLOGÍA DE INVESTIGACIÓN

Artigüé (1995) describe la metodología de la ingeniería didáctica por medio de un proceso de investigación experimental, delimitado en cuatro fases: "(...) *la fase 1 de análisis preliminar, la fase 2 de concepción y análisis a priori de las situaciones didácticas de la ingeniería, la fase 3 de experimentación y finalmente la fase 4 de análisis a posteriori y evaluación*" (p. 38). Teniendo en cuenta la metodología enunciada anteriormente, se documentará en esta comunicación la implementación de la primera fase de la ingeniería didáctica, caracterizada de la siguiente manera:

La primera fase permite concebir un marco teórico general adquirido a partir de un determinado número de análisis preliminares, que nosotros de ahora en adelante denominaremos como *consideraciones*. Dado que esta fase de la metodología abarca consideraciones de orden epistemológico, cognitivo y didáctico, según Artigüé (1995) debe tener las siguientes dimensiones:

La dimensión epistemológica asociada a las características del saber en juego; la dimensión cognitiva asociada a las características cognitivas del público al cual se dirige la enseñanza; la dimensión didáctica asociada a las características del funcionamiento del sistema de enseñanza. (p. 40).

Para reportar los datos encontrados en esta investigación retomaremos los apartes más relevantes de las consideraciones epistemológicas y cognitivas, para finalizar con las posibilidades de profundización de este estudio.

ANÁLISIS DE DATOS

Análisis de las consideraciones de tipo epistemológico. Para la construcción de las situaciones problemáticas del valor absoluto se retomaron las cuatro fases propuestas por Gagatsis (1995), en la evolución de la noción de valor absoluto de un número real: fase uno, el valor absoluto como un concepto implícito; fase dos, el concepto de valor absoluto en el álgebra de inecuaciones; fase tres, transición a un nuevo contexto conceptual; fase cuatro, el valor absoluto en el camino de la notación y la formalización.

En relación con estas fases, la aceptación del valor absoluto como un concepto independiente, el establecimiento de una notación particular y la formalización de las propiedades requirieron un largo tiempo y un cambio en el significado conceptual. Para Gagatsis (1995), el proceso histórico del concepto de valor absoluto se reconoció en las nuevas concepciones de los números negativos, la introducción de definiciones rigurosas, las profundizaciones en el cálculo y en una interacción cerrada entre los números complejos y los reales.

Análisis de las consideraciones de tipo cognitivo. Desde las ideas de Sfard (1991) expuestas anteriormente, podemos describir las etapas referidas a la formación del concepto del valor absoluto a través del siguiente cuadro:

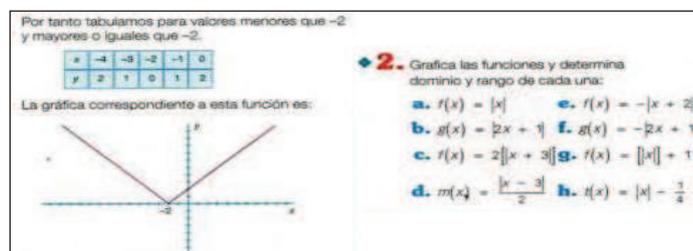
<i>Etapas en la formación del concepto de valor absoluto</i>	
Interiorización	El estudiante se familiariza con la noción de valor absoluto, como un número sin signo que inicia su desarrollo con los números enteros y posteriormente lo plantea como una distancia entre dos números, reconoce de forma algebraica o de forma gráfica (usando la recta real), la definición:
Condensación	<p>En esta etapa combina los procesos que realiza para definir el concepto de Valor Absoluto y sus respectivas propiedades:</p> <p>a) (con x), es equivalente a: $x = x$ ó $x = -x$.</p> <p>b) (con x), es equivalente a: $x = y$, es decir,</p> <p>c) $x = y$ es equivalente a $x = y$ ó $x = -y$</p> <p>Transitando entre representaciones gráficas, algebraicas y verbales y puede resolver ejercicios como $x = 5$, $x = -5$, que además le permita hacer generalizaciones para resolver desigualdades de este tipo en donde deba utilizar los procesos propios de la definición de valor absoluto y de sus propiedades.</p>

Etapas en la formación del concepto de valor absoluto	
Reificación	Reconoce el concepto del valor absoluto como una entidad abstracta, resuelve problemas con desigualdades y situaciones que deban ser modeladas a través de ecuaciones con valor absoluto, sus propiedades y por medio de la función valor absoluto, concibiéndola como la métrica usual en. Además, conecta la noción con otros conceptos matemáticos como el número real, la función, la distancia, la variable, el límite, la derivada e integrales.

Fuente: Los autores. 2009

Análisis de las consideraciones de tipo didáctico. Para este análisis se aplicó una serie de encuestas a 119 estudiantes universitarios de licenciaturas, distribuidos en distintas carreras afines al uso de las matemáticas y a 20 docentes de grado 11 de distintos colegios, en la ciudad de Bogotá D. C. en el año 2008. Basados en estos resultados se decidió tomar el libro de texto empleado con mayor frecuencia (*Inteligencia lógico matemática 11*) y analizarlo con base en el instrumento propuesto por González y Sierra (2004), y se encontró que la presentación que hace del concepto de valor absoluto está enmarcada en los aspectos de tipo tecnológico y expositivo utilizando descripciones formales con símbolos matemáticos para la definición del mismo, así como reglas de aplicación, sin tablas y expresiones simbólicas, cuyo significado parte de la definición, dada como una norma de aplicación.

De la misma manera, el libro de texto presenta ejercicios rutinarios que parten de definiciones estructurales y teóricas en donde las gráficas utilizadas tienen como finalidad la visualización y ejemplificación del concepto; además, las tablas presentadas son vistas como un elemento auxiliar de forma estática, lo que denota la ausencia total del aspecto comprensivo en todas las categorías, y trivializa la actividad de resolución de problemas y, por ende, el proceso de enseñanza de las matemáticas, tal y como se puede observar en la siguiente figura:



Fuente: Peña Pinzón, Ángela Julieta. 2003. *Inteligencia lógico matemática 11* (p. 20)

CONCLUSIONES

Al desarrollar un análisis de las consideraciones de tipo didáctico del concepto de valor absoluto en el que se tuvo en cuenta la forma como este se aborda en los libros de texto de grado once, se identificó que por lo general se trivializa el concepto, lo que contribuye a generar en los estudiantes nociones alejadas de contextos reales que les permitan tener una aprehensión de los significados y relaciones que favorecen el aprendizaje.

Uno de nuestros mayores alcances estuvo en que a través del uso de la teoría de Sfard (1991), ante la ausencia de la existencia de categorías con respecto a las etapas de formación del concepto de valor absoluto, fue diseñar y proponer algunas que nos permitieran analizar nuestro objeto de estudio, las cuales presentamos en el cuadro expuesto anteriormente.

Teniendo en cuenta este trabajo, recomendamos que se le dé continuidad al mismo en las posteriores fases de la ingeniería didáctica, es decir, el análisis a posteriori que contempla la intervención en el aula, en donde se implementen y evalúen situaciones problemáticas, para seguidamente analizar los resultados que se obtengan.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Artigue M. (1995). La enseñanza de los principios del cálculo: problemas epistemológicos, cognitivos y didácticos, en P. Gómez (ed): *Ingeniería didáctica en educación matemática* (pp. 97-140). México: Grupo Editorial Iberoamericano/Una empresa docente.
- Cañas, Forigua & Olaya. (2009) *La noción de valor absoluto: consideraciones epistemológicas y didácticas*. UGC trabajo de grado no publicado.
- Duval R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. Universidad del Valle. Colombia.
- Engler, Aquere, Vrancken, Hecklein, Müller & Gregorini (2007) *Nos preparamos para el cálculo trabajando sobre la recta real*, Universidad Nacional del Litoral Esperanza, Argentina.
- Gagatsis A. & Thomaidis I. (1994) *Une Étude multidimensionnelle du concept de valeur absolue. Vingt ans de Didactique des Mathématiques en France*. Pág. 343-348. Ed. La Pensée Sauvage. Francia. Traducción al español por Cañas, O., Forigua, J. & Olaya, L. 2009. No publicada.
- Peña, Pinzón Ángela Julieta. 2003. *Inteligencia lógica matemática* 11. Ed. Voluntad.
- Sfard A. (1991). On the Dual Nature of Mathematical Conceptions: Reflections on Processes and Objects as Different Sides of the Same Coin. *Educational Studies in Mathematics*, 22, 1-36. Traducción al español por Edgar Guacaneme. U. P. N. Bogotá, Colombia.