

Comunicaciones de innovación curricular en Educación Matemática

<http://ued.uniandes.edu.co>

@uedUniandes

La desorientación epistemológica en un programa de formación de profesores de matemáticas en Uruguay

Autor. Jimena Lemes

Institución. Consejo de Formación en Educación (Uruguay) Universidad de Lille y IREM de Lille (Francia)

02.04.2022

Literatura internacional

1. La integración de la historia de las matemáticas (hm) :

- motiva y despierta la curiosidad de los estudiantes
- humaniza las matemáticas
- ayuda a cuestionarse las nociones establecidas (ICMI Study, 2000)

Literatura internacional

1. La integración de la historia de las matemáticas (hm) :

- motiva y despierta la curiosidad de los estudiantes
- humaniza las matemáticas
- ayuda a cuestionarse las nociones establecidas (ICMI Study, 2000)

2. Investigación sobre la formación de profesores :

- Los futuros docentes aprenden modelos de sus formadores (Ernest, 1989 ; Carrillo et Contretas, 1995)

Literatura internacional

1. La integración de la historia de las matemáticas (hm) :

- motiva y despierta la curiosidad de los estudiantes
- humaniza las matemáticas
- ayuda a cuestionarse las nociones establecidas (ICMI Study, 2000)

2. Investigación sobre la formación de profesores :

- Los futuros docentes aprenden modelos de sus formadores (Ernest, 1989 ; Carrillo et Contretas, 1995)

Para que un futuro docente integre la hm es sus clases, es conveniente que él lo viva durante su escolarización.

En esta presentación me centraré en dos puntos:

- « atacar » una concepción
- « vivir la experiencia » de hm en la clase

Público de profesores en ejercicio

“Atacar” una concepción puede producir un choque epistemológico.

El *dépaysement épistémologique* es una experiencia que provoca el cuestionamiento de los conocimientos y procedimientos que se dan por supuestos (Barbin, 2010).

“Atacar” una concepción puede producir un choque epistemológico.

El *dépaysement épistémologique* es una experiencia que provoca el cuestionamiento de los conocimientos y procedimientos que se dan por supuestos (Barbin, 2010).

**Esto produce una sensación de incertidumbre,
una especie de shock.**

Mi objetivo en esta presentación es :

Mostrar una experiencia en la que se « ataca » una concepción que existe en un grupo de profesores de matemáticas utilizando hm:

« en matemáticas, siempre es posible decidir si un enunciado es verdadero o falso, y para justificar este resultado, es necesario presentar una prueba »

Mi objetivo en esta presentación es :

Mostrar una experiencia en la que se « ataca » una concepción que existe en un grupo de profesores de matemáticas utilizando hm:

« en matemáticas, siempre es posible decidir si un enunciado es verdadero o falso, y para justificar este resultado, es necesario presentar una prueba »

Producir un *dépaysement épistémologique* para cambiar una concepción.

Plan de la presentación

1. Participantes
2. Objetivos de la experiencia
3. Desarrollo de la experiencia
4. Resultados obtenidos
5. Consideraciones finales

1. Curso y participantes

1. Seminario *Historia de las Matemáticas: Abordajes para la enseñanza superior*, Diploma en Matemáticas (2020) - ANEP-UdelaR
2. Una actividad obligatoria por semana durante ocho semanas (lectura de artículos, participación en foros y entrega de trabajos de reflexión)
3. Los estudiantes poseen el diploma de profesor de matemáticas y tienen varios años de experiencia en secundaria (14 estudiantes)

2. Objetivos de la experiencia

- El objetivo específico de esta actividad es provocar el cuestionamiento de dicha concepción.

Guillemette (2015) afirma que a través de la experiencia del *dépaysement épistémologique*, el profesor puede desarrollar empatía por sus alumnos.

2. Objetivos de la experiencia

1. Acercar un episodio histórico del siglo XX a un público de profesores de matemáticas uruguayos en ejercicio.

2. Objetivos de la experiencia

1. Acercar un episodio histórico del siglo XX a un público de profesores de matemáticas uruguayos en ejercicio.
2. Explicar la evolución del pensamiento matemático de David Hilbert (1862-1943), donde se aprecia la búsqueda de la justificación de los fundamentos matemáticos.

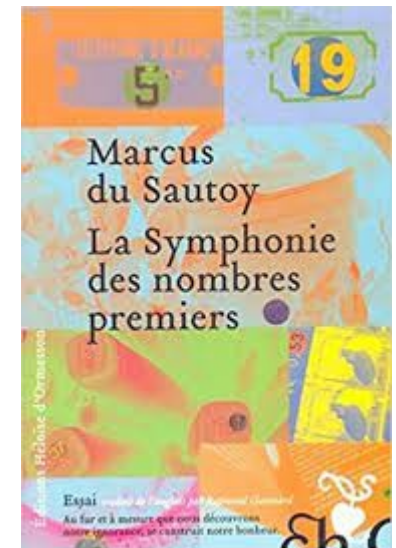
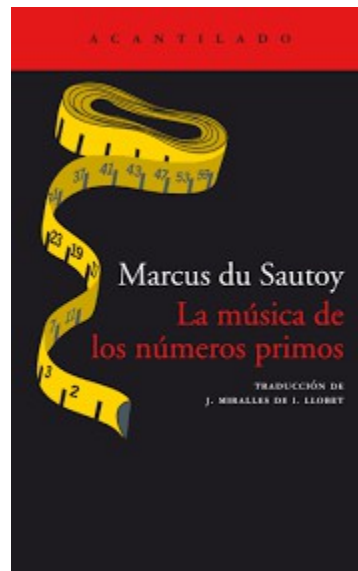
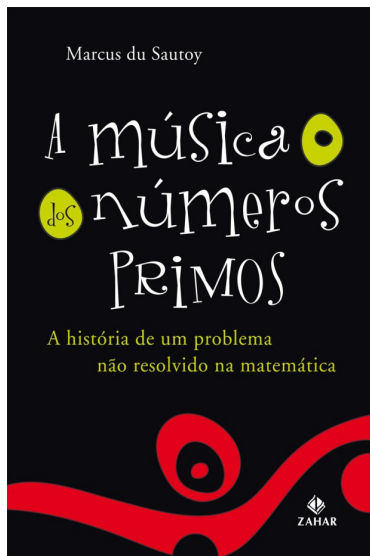
2. Objetivos de la experiencia

1. Acercar un episodio histórico del siglo XX a un público de profesores de matemáticas uruguayos en ejercicio.
2. Explicar la evolución del pensamiento matemático de David Hilbert (1862-1943), donde se aprecia la búsqueda de la justificación de los fundamentos matemáticos.
3. Presentar el contexto y el significado del teorema de incompletitud de Kurt Gödel (1906-1978), tratando de provocar un *dépaysement épistémologique* en relación a la concepción mencionada.

3. Desarrollo de la experiencia

Etapa 1

Abordar el episodio histórico para apreciar la posición de David Hilbert en relación con los fundamentos de las matemáticas y la aparición del teorema de incompletitud de Gödel.



3. Desarrollo de la experiencia

Etapa 2

Presentar la fuente *De las proposiciones formalmente indecidibles de los Principia Mathematica y sistemas afines I*, tratando de identificar un cierto « espíritu matemático » de la época.

**Über formal unentscheidbare Sätze der Principia
Mathematica und verwandter Systeme I¹⁾.**

Von Kurt Gödel in Wien.

1.

Die Entwicklung der Mathematik in der Richtung zu größerer Exaktheit hat bekanntlich dazu geführt, daß weite Gebiete von ihr formalisiert wurden, in der Art, daß das Beweisen nach einigen wenigen mechanischen Regeln vollzogen werden kann. Die umfas-

Source : Kurt Gödel (1931, p. 173)

3. Desarrollo de la experiencia

Como es bien sabido, el progreso de la matemática hacia una exactitud cada vez mayor ha llevado a la formalización de amplias partes de ella, de tal modo que las deducciones pueden llevarse a cabo según unas pocas reglas mecánicas. Los sistemas formales más amplios construidos hasta ahora son el sistema de Principia Mathematica y la teoría axiomática de conjuntos de Zermelo-Fraenkel (desarrollada aun más por J. von Neumann). Estos dos sistemas son tan amplios que todos los métodos usados hoy en la matemática pueden ser formalizados en ellos, es decir, pueden ser reducidos a unos pocos axiomas y reglas de inferencia. Resulta por tanto natural la conjetura de que estos axiomas y reglas basten para decidir todas las cuestiones matemáticas que puedan ser formuladas en dichos sistemas. En lo que sigue se muestra que esto no es así, sino que, por el contrario, en ambos sistemas hay problemas relativamente simples de la teoría de los números naturales que no pueden ser decididos con sus axiomas (y reglas). (Gödel, 2006, p. 53-54)

4. Resultados obtenidos

1er objetivo « acercar el episodio histórico a los alumnos » :

[...] me hizo pensar en la relevancia de la historia de las matemáticas. Aunque conocía algunas de estas ideas, ya sea a través de un artículo o de un video, nunca había leído un relato de este tipo en el que se muestre la evolución de las ideas matemáticas a lo largo del tiempo y cómo influyen en los distintos matemáticos, según las preocupaciones de la época. Esta perspectiva histórica muestra claramente cómo los prejuicios, la cultura y la tecnología de la época influyen en la construcción de las matemáticas. (LI)

4. Resultados obtenidos

1er objetivo « acercar el episodio histórico a los alumnos » :

[...] me hizo pensar en la relevancia de la historia de las matemáticas. Aunque conocía algunas de estas ideas, ya sea a través de un artículo o de un video, nunca había leído un relato de este tipo en el que se muestre la evolución de las ideas matemáticas a lo largo del tiempo y cómo influyen en los distintos matemáticos, según las preocupaciones de la época. Esta perspectiva histórica muestra claramente cómo los prejuicios, la cultura y la tecnología de la época influyen en la construcción de las matemáticas. (LI)

Una aproximación al contexto desconocido que nos permite percibir otros aspectos de la construcción de la disciplina

4. Resultados obtenidos

2do objetivo « explicitar la evolución del pensamiento de Hilbert » :

Esta propuesta [de Gödel] sacudió el “edificio matemático”, porque resultó que lo que hasta entonces había sido una ciencia consolidada, coherente e impecable no lo era. Me parece fabuloso y extraño al mismo tiempo que se pueda elaborar una teoría libre de contradicciones pero no se pueda demostrar que no hay contradicciones dentro de esa teoría. La verdad es que no sabía nada de esta propuesta y me dieron ganas de seguir leyendo para ver cómo continuaba esta historia, qué otros descubrimientos generaba. (MC)

4. Resultados obtenidos

2do objetivo « explicitar la evolución del pensamiento de Hilbert » :

Esta propuesta [de Gödel] sacudió el “edificio matemático”, porque resultó que lo que hasta entonces había sido una ciencia consolidada, coherente e impecable no lo era. Me parece fabuloso y extraño al mismo tiempo que se pueda elaborar una teoría libre de contradicciones pero no se pueda demostrar que no hay contradicciones dentro de esa teoría. La verdad es que no sabía nada de esta propuesta y me dieron ganas de seguir leyendo para ver cómo continuaba esta historia, qué otros descubrimientos generaba. (MC)

Reflexión sobre una matemática en evolución

4. Resultados obtenidos

3er objetivo « provocar un *dépaysement épistémologique* » :

Mi cabeza explotó, ¡fue tan duro! Todavía no estoy seguro de haberle entendido bien [...]. Si lo que hizo fue revolucionario y controvertido, en nuestra propia educación seguimos estudiando las matemáticas como una estructura que se apoya en fundamentos sólidos y seguimos transmitiendo la idea (o al menos no la negamos) de que las matemáticas lo explican todo y que todo se puede demostrar a partir de un buen sistema axiomático. (LP)

4. Resultados obtenidos

3er objetivo « provocar un *dépaysement épistémologique* » :

Mi cabeza explotó, ¡fue tan duro! Todavía no estoy seguro de haberle entendido bien [...]. Si lo que hizo fue revolucionario y controvertido, en nuestra propia educación seguimos estudiando las matemáticas como una estructura que se apoya en fundamentos sólidos y seguimos transmitiendo la idea (o al menos no la negamos) de que las matemáticas lo explican todo y que todo se puede demostrar a partir de un buen sistema axiomático. (LP)

Cuestionamiento de la concepción

4. Resultados obtenidos

1. Varios estudiantes experimentan un *dépaysement épistémologique*.

4. Resultados obtenidos

1. Varios estudiantes experimentan un *dépaysement épistémologique*.
2. También activan la *empatía* hacia sus alumnos:

[...] mientras leía estos textos, se me ocurrieron varias cosas para llevar al aula, pero probablemente por falta de tiempo, no lo conseguiré [...]. Reflexionar sobre la importancia de las demostraciones y su papel en el aula, presentando problemas abiertos, hace que los alumnos sientan “incertidumbre” sobre las matemáticas, algo que muchos sentimos al leer estos documentos. (ES)

4. Resultados obtenidos

1. Varios estudiantes experimentan un *dépaysement épistémologique*.
2. También activan la *empatía* hacia sus alumnos:

[...] mientras leía estos textos, se me ocurrieron varias cosas para llevar al aula, pero probablemente por falta de tiempo, no lo conseguiré [...]. Reflexionar sobre la importancia de las demostraciones y su papel en el aula, presentando problemas abiertos, hace que los alumnos sientan “incertidumbre” sobre las matemáticas, algo que muchos sentimos al leer estos documentos. (ES)

[...] leyendo estos artículos me he imaginado un montón de cosas que podría trabajar con mis alumnos.... Probablemente hay muy pocas cosas que se puedan hacer. Pero creo que lo importante es cambiar de opinión y pensar en otro tipo de actividades con ellos. Igual que nos hizo pensar a nosotros, me imagino lo que podrían pensar los alumnos de secundaria si les presentamos algunas de estas cosas. (NF)

5. Consideraciones finales

1. Visión general sobre el seminario: esta fue la actividad que más los movilizó.

5. Consideraciones finales

1. Visión general sobre el seminario: esta fue la actividad que más los movilizó.
2. Se pueden identificar los tres objetivos generales.

5. Consideraciones finales

1. Visión general sobre el seminario: esta fue la actividad que más los movilizó.
2. Se pueden identificar los tres objetivos generales.
3. Los alumnos han tenido la oportunidad de utilizar la hm como herramienta de aprendizaje de las matemáticas y también de su historia.
→ *perspectiva alentadora* sobre la posibilidad de integrar la hm en sus cursos.

5. Consideraciones finales

1. Visión general sobre el seminario: esta fue la actividad que más los movilizó.
2. Se pueden identificar los tres objetivos generales.
3. Los alumnos han tenido la oportunidad de utilizar la hm como herramienta de aprendizaje de las matemáticas y también de su historia.
 - *perspectiva alentadora* sobre la posibilidad de integrar la hm en sus cursos.
4. No puedo decir que la hm produce cambios medibles, pero :
 - *experimentan un cuestionamiento* sobre la naturaleza de las matemáticas
 - *la inestabilidad provocada por este cuestionamiento induce una activación de la empatía* hacia sus alumnos

6. Referencias bibliográficas

Gödel, K. (1931). Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme I. Monatshefte für mathematik und physik, 38(1), 173-198.

Mosterín, J. (2006). Kurt Gödel: obras completas. Alianza. pp. 53-87

Barbin, E. (2010). Epistémologie et histoire dans la formation mathématique. Reperes-IREM, 80, 74-86. Récupéré sur <https://numerisation.irem.univ-mrs.fr/WR/IWR10021/IWR10021.pdf>

Du Sautoy, M., & de Imperial Llobet, J. M. (2007). La música de los números primos: el enigma de un problema matemático abierto. Acantilado.

Ernest, P. (1989). Ernest, P. (1989). The knowledge, beliefs and attitudes of the mathematics teacher: A model. Journal of education for teaching, 15(1), 13-33. <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/0260747890150102>

Guillemette, D. (2015). L'histoire des mathématiques et la formation des enseignants du secondaire : sur l'expérience du dépaysement épistémologique des étudiants (Thèse en Didactique des mathématiques). Université du Québec, Canada. Récupéré sur <https://archipel.uqam.ca/7164/1/D-2838.pdf>

6. Referencias bibliográficas

Lemes, A. J. (2019). L'histoire des mathématiques dans la formation des enseignants : éléments pour la construction d'une compétence historique. (Thèse en didactique des mathématiques). Université de Lille, France. Récupéré sur <http://theses.fr/24518953X>

NCTM (1991). Professional standards for teaching mathematics. Reston: Va. National Council of Teachers of Mathematics.

Siu, M. (2004). No, I don't use history of mathematics in my class: Why?. In F. Furinghetti, S. Kaijser, & C. Tzanakis (Eds.) Proceedings HPM 2004 & ESU 4 – Revised edition, 268–277. Iraklion, Greece: University of Crete. Recuperado de <https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/docs/HPM2004Proceedings.pdf>

Torres, L., Guacaneme, E., & Arboleda, L. (2014). La Historia de las Matemáticas en la formación de profesores de Matemáticas. *Quipu*, 16(2), 203–224.

Muchas gracias por su atención