Enseñanza de la suma y la resta desde la propuesta para el desarrollo natural del pensamiento matemático en la primera infancia

Carlos Alberto Díez Fonnegra[*]
Oscar Leonardo Pantano Mogollón[**]

RESUMEN

El taller Enseñanza de la suma y la resta desde la propuesta para el desarrollo natural del pensamiento matemático en la primera infancia pretende enseñar a los participantes los procesos y estadios asociados al pensamiento numérico implicados en la comprensión de la suma y la resta. Además, busca presentar el "Método para el Aprendizaje Natural de las Matemáticas", propuesta de innovación que replica el orden del proceso histórico de desarrollo del pensamiento del ser humano, permitiendo el establecimiento de proceso y estadios por los cuales los estudiantes atraviesan para construir los objetos matemáticos. Lo anterior posibilita que se fomente el aprendizaje significativo y estructurado, promoviendo la obtención de resultados favorables en los niños que han sido sujetos de este.

Palabras clave: Desarrollo del pensamiento matemático, educación infantil, resta, suma y metodología de enseñanza.

[*] Fundación EDP. Dirección electrónica: carlosd@fundacionedp.org
[**] Fundación EDP. Dirección electrónica: leonardop@fundacionedp.org

PRESENTACIÓN

Este taller estará orientado a la enseñanza y aprendizaje de los procesos y estadios asociados al desarrollo del pensamiento numérico en la primera infancia.

Este taller es el resultado de una propuesta curricular y didáctica para la enseñanza de las matemáticas en la primera infancia, denominada **M**étodo para el **A**prendizaje **N**atural de las **M**atemáticas (MANM), que pretende mejorar las formas de desarrollo del pensamiento matemático, promoviendo una buena actitud de los niños hacia este proceso y fomentando la construcción de bases y aprendizajes sólidos para afrontar los aprendizajes posteriores.

El MANM replica el proceso evolutivo del desarrollo del pensamiento matemático en la historia. De este modo, se construyen las matemáticas en la primera infancia, reconstruyendo las condiciones evolutivas que el ser humano ha seguido en el perfeccionamiento de su pensamiento, logrando que los estudiantes recorran las etapas que dieron origen al desarrollo de este. Esta reproducción se logra, además, haciendo que los tiempos utilizados por los niños sean proporcionales a los tiempos que el ser humano utilizó para el desarrollo histórico de sus procesos de pensamiento, garantizando así un desarrollo sólido y significativo del pensamiento matemático de los estudiantes.

La propuesta ha sido construida de tal manera que cuenta con una estructura coherente que posibilita a los profesores reconocer una ruta o línea de trabajo para promover el aprendizaje de las matemáticas y un desarrollo natural del pensamiento; además, permite orientar su labor docente, guiándolos en el orden en que se deben enseñar los objetos matemáticos y proponiéndoles sugerencias didácticas para esta labor.

El método se basa en la división del pensamiento matemático en cuatro ejes; numérico, variacional, geométrico y métrico. Cada uno de estos ejes está dividido, a su vez, en procesos que están establecidos en estrecha coherencia con las condiciones evolutivas que el ser humano ha tenido en el desarrollo de su pensamiento matemático y la construcción de los objetos matemáticos a través de su historia[1]. Estos procesos, a su vez, están divididos

[1] Para una mayor descripción del MANM véase Camargo, S. P., Díez, C. A., & Pantano, O. L. (2012). El desarrollo del pensamiento matemático en la primera infancia; Método para el Aprendizaje Natural de las Matemáticas. Bogotá. Colombia. Fundación para el Desarrollo Educativo y Pedagógico.

en estadios, que son indicadores observables por los cuales van atravesando los estudiantes para pasar de un proceso a otro.

En el caso del eje de pensamiento numérico, que es el tema central de este taller, el aprendizaje de cada uno de los procesos y estadios se realizará a través de una serie de actividades que involucraran el uso de material concreto como: fichas de conteo, tablas (de conteo, agregación y diferencia) y hojas de papel, con el propósito de realizar la transición de lo concreto a lo abstracto. En estas actividades, los asistentes tendrán la oportunidad de reconocer y aprender los procesos y estadios, y, además, identificar las posibles actividades que se pueden desarrollar en el aula de clase de la primera infancia.

Este taller pretende, de igual forma, presentar la propuesta de innovación "Método Natural para el Aprendizaje de las Matemáticas" a los asistentes. Una propuesta pedagógica que ha sido implementada en varios colegios tanto privados como públicos de Colombia, en los que se han evidenciado resultados favorables en los aprendizajes de los niños, reflejando que se está desarrollando un trabajo de innovación, coherente y de calidad.

En el taller se persigue que los asistentes alcancen tres propósitos que les permitan entender el Método e integrarlo a su labor docente. El primero de ellos es comprender cada uno de los procesos que conforman el desarrollo del pensamiento numérico, para que reconozcan las implicaciones de enseñarlos en el orden establecido; el segundo propósito es aprender a pensar numéricamente, es decir, que entiendan, para cada proceso, los objetos matemáticos que están inmersos y sus implicaciones cognitivas. Y finalmente, que aprendan a enseñar a través de esta propuesta, es decir, que sean capaces de reconocer cómo estos procesos y estadios pueden ser implementados en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

MARCO TEÓRICO

Como afirma Castro, Castro & Rico (1995), la educación matemática en la primera infancia tiene enorme influencia en el desarrollo del pensamiento matemático posterior, porque en esta etapa se construyen las bases y estructuras básicas para afrontar todo el aprendizaje. Por esta razón, no se pueden construir aprendizajes frágiles, memorísticos y abstractos. Al contrario, es indispensable en la educación de la primera infancia desarrollar en los niños procesos asociados al desarrollo del pensamiento matemático que evolucionen desde lo concreto hasta lo más abstracto.

Además, la educación matemática en la primera infancia debe aprovechar las estructuras intelectuales naturales que los niños adquieren antes del ingreso a la escuela, con el propósito de identificarlas y aprovecharlas como punto de partida para el aprendizaje de esta. Como afirma Baroody (1988), si no se tienen en cuenta las matemáticas informales, la forma de pensar y de aprender de los niños, se puede cometer el gran error de promover el aprendizaje de las matemáticas de manera mecánica, haciendo que los niños no piensen en lo que hacen sino que simplemente imiten una serie de prácticas compartidas sin mayor sentido, impidiendo que se lleve a cabo un aprendizaje significativo.

Por esta razón, los profesores deben tener en cuenta y comprender el proceso de aprendizaje de los niños, en el momento de construir métodos, establecer material y definir un currículo para la enseñanza de las matemáticas en la educación inicial. De la misma manera, es necesario tener en cuenta el desarrollo histórico de las matemáticas porque el proceso de construcción de los objetos matemáticos por parte de los estudiantes tiene estrecha relación con el proceso que se desarrolló a través de la historia.

Por ejemplo, en los niños, como en las culturas primitivas, los procesos de construcción del sistema del sistema de numeración avanzan paulatinamente consolidando cada vez más las estructuras intelectuales de estos (Bassedas & Sellares, 1982). Baroody (1988), a su vez, afirma que la construcción y comprensión del sistema de numeración posicional en los niños es un proceso que implica una lenta evolución tal y como ocurrió en la historia.

El desarrollo matemático en los niños tiene estrecha relación con el desarrollo histórico de las matemáticas; así como en los primitivos, el pensamiento de los niños cada vez va haciéndose más preciso y abstracto a partir de ideas intuitivas, y que están guiadas por lo concreto. Además, existe una gran similitud entre las primeras nociones numéricas de los niños y las de los primitivos.

Los antepasados prehistóricos, con el propósito de satisfacer la necesidad de llevar la cuenta del tiempo y de sus pertenencias, acudieron a métodos rudimentarios como la correspondencia biunívoca, por ejemplo, para contabilizar la cantidad de pieles de animales con las que contaban, tallaban muescas en un palo o hueso, una muesca por cada piel añadida al montón. De este modo, para comprobar si estaban todas las pieles acudían al estableciendo de una correspondencia biunívoca asignando a cada piel una marca en el palo o hueso (Baroody, 1988).

Estas acciones realizadas por los antepasados hacen referencia al primer proceso del eje del pensamiento numérico denominado ***proceso de asignación.*** Este consiste en relacionar un objeto más concreto que se va contar con uno más abstracto que lo representa; es decir, se establece una correspondencia biunívoca entre los objetos concretos y los objetos más abstractos que serán representados con fichas de conteo.

Como afirman Dickson, Brown & Gibson (1991), la utilización de la correspondencia biunívoca en el conteo es una habilidad fundamental que hay que promover en los niños en la educación infantil. En este proceso, los niños aprenden a contar despacio, asignan únicamente una ficha a cada objeto a contar y movilizan cada ficha cerca al objeto contado, lo que permite diferenciar entre los elementos contados de los no contados.

No obstante, este principio de correspondencia biunívoca presentaba inconvenientes al momento de contar grandes cantidades de objetos; por esta razón, las sociedades y economías que se fueron haciendo cada vez más complejas, se vieron en la necesidad de emplear sistemas de representación y de cálculo que les permitieran manipular sin mayor inconveniente cantidades cada vez más grandes, surgiendo así la idea de agrupamiento.

Los pastores, para contabilizar la cantidad de ovejas que conformaban su rebaño, utilizaban sus dedos para establecer una correspondencia con cada una de sus ovejas; así, por cada oveja que pasaba junto a ellos, asignaban un dedo; al contar diez ovejas y asignar sus diez dedos correspondientes, representaban esta cantidad con un guijarro; de este modo, podían nuevamente utilizar sus dedos para continuar el conteo del rebaño. Así una y otra vez que asignaban diez representaban esta agrupación con un guijarro. La actividad de formar estos agrupamientos y de representar por medio de símbolos (guijarro) cada uno de estos para realizar cada vez conteos más extensos se denomina conteo por agrupación no posicional.

En el MANM, este desarrollo histórico se enmarca en el segundo proceso denominado ***agrupación posicional***. Este consiste en formar grupos del mismo tamaño, y a cada uno de estos asignar un símbolo con el propósito de abreviar el proceso de conteo de una cantidad de elementos. Esta agrupación no posicional se realiza en diferentes bases (agrupaciones de a dos: "binas"; agrupaciones de a tres: "ternas"; agrupaciones de a cinco: "quintas"; y agrupaciones de a diez: "decenas"), con el propósito de que los niños comprendan con mayor facilidad el proceso de agrupamiento en diferentes niveles, es decir, la obtención de binas de binas a partir de binas, la obtención de ternas de ternas a partir de ternas, la obtención de centenas a partir de decenas. La agrupación no posicional exige que se tengan en cuenta dos reglas fundamentales para realizar los diferentes agrupamientos:

- ✓ A cantidades con igual número de elementos se asignan símbolos iguales.
- ✓ Solo se puede tener una cantidad de elementos menor al número de la base, de lo contrario deben agruparse utilizando un nuevo símbolo.

Sin embargo, este sistema de realizar agrupamientos no era eficiente, ni permitía con facilidad desarrollar cálculos aritméticos. Lo anterior solo pudo solucionarse hasta la creación de un sistema de numeración posicional, en el cual el valor de una cifra depende de la posición en que se encuentre, es decir, de la ubicación que tiene con respecto a las demás cifras. Este sistema posicional elimina completamente la necesidad de definir un nuevo símbolo para representar las agrupaciones de diez elementos y sus múltiplos.

El proceso de ***agrupación posicional*** es el tercero del eje de pensamiento numérico. Este permite que los niños comprendan la estructura del sistema de numeración posicional, facilitando que entiendan los diferentes agrupamientos que se pueden realizar para obtener las unidades del orden inmediatamente superior junto con el valor relativo de cada una de las cifras. Con el propósito de que los niños adquieran mayor comprensión de este sistema, es indispensable enseñar otros sistemas numéricos en varias bases.

El mérito de la utilización de diferentes bases numéricas consiste en hacer comprender la relación que hay entre los objetos y la cifra de las unidades, entre los paquetes de primer orden y la primera cifra a la izquierda de la cifra de las unidades, entre los paquetes de segundo orden y la cifra siguiente hacia la izquierda (Vergnaud, 1991, p.141).

La utilización de diferentes bases diferentes a la base diez potencia una mayor comprensión del sistema posicional de numeración debido a que:

- ✓ Incide en el recuento mediante agrupamientos sucesivos en un número de elementos igual al número de elementos de la base.
- ✓ Fortalece el sentido del valor posicional de los dígitos.
- ✓ Potencia el significado de la cifra 0 para indicar la ausencia de unidades de un orden determinado (Gairín & Sancho. 2002, p. 75).

A partir de la agrupación y a través de la reversibilidad de este proceso, es decir, de la capacidad para realizar operaciones o acciones opuestas a la agrupación, se plantea la utilización de la desagrupación, habilidad que permite establecer una relación entre un determinado agrupamiento y las agrupaciones de orden inmediatamente anterior a este. En otras palabras, se trata de descomponer una agrupación de orden superior en agrupaciones de orden inmediatamente anterior; por ejemplo, descomponer una centena en diez decenas.

De este modo, la agrupación y la desagrupación dan origen, respectivamente, al cuarto y quinto proceso establecidos en MANM. El cuarto proceso se denomina ***agregación:*** consiste en convertir dos cantidades en una sola, a partir de la reunión de elementos ya contados. La agregación surge de la necesidad de no tener que contar una y otra vez los elementos de varias colecciones para determinar el total de estos que hay. La ***diferencia,*** el quinto proceso, busca encontrar una cantidad que representa lo que no hay en común entre dos cantidades. Entre la agregación y la diferencia existe un proceso de reversibilidad, dado que estos procesos se hacen con base en la agrupación y desagrupación, respectivamente.

Hasta estos procesos se usan cantidades representadas en forma de elementos concretos o manipulables, con el propósito de crear referente para lograr abstracciones de los objetos matemáticos. Teniendo en cuenta los planteamientos de Roa (2001) para aprender los algoritmos de las operaciones básicas, es indispensable partir de actividades que estén orientadas por la utilización de materiales concretos, que sean fácilmente manipulables y que permitan realizar los diferentes agrupamientos para la obtención de diferentes unidades de orden inmediatamente superior, puesto que esto permite vincular esta representación concreta a una más abstracta que tenga lugar después.

La comprensión adquirida en los procesos de agregación y diferencia da origen a la ***suma*** y a la ***resta,*** sexto y séptimo proceso del MANM, que son resultado de la necesidad de trabajar con los números, separándose de la utilización y manipulación de material concreto, tal como sucedió en la evolución del pensamiento matemático en el ser humano. A partir de este momento el aprendizaje se basa únicamente en elementos abstractos; en este se trabaja con números, que representan a las cantidades. La suma surge de la agregación, y la resta, de la diferencia; en ese sentido hay reversibilidad entre la suma y la resta.

Algunas veces el aprendizaje de las matemáticas y en especial de estos procesos matemáticos (la suma y la resta) suele hacerse de manera formal en la primera infancia, generando que los niños no puedan comprenderlo. Por esta razón, es indispensable la vinculación de estas operaciones con la agregación y la diferencia, que se hacen con material concreto, y en últimas con la agrupación y la desagrupación. Baroody (1988) plantea que una enseñanza abstracta, complicada y poco llamativa para los niños puede generar que ellos la olviden con facilidad, la memoricen, suelan ignorarla o malinterpretarla; por esta razón, los primeros conceptos y destrezas sujetas a estos surgen de actividades ligadas a la utilización de material concreto; a medida que se avanza en el proceso los niños van organizando su conocimiento de manera gradual, haciendo una transición de lo concreto a lo abstracto, permitiéndoles manejar símbolos cargados de significado y sentido.

La transición de lo concreto a lo abstracto, el tránsito de un material a otro o de una representación a otra es un principio didáctico fundamental para una mayor comprensión de los objetos matemáticos. Por esta razón, esta propuesta didáctica está estructurada de tal forma que el aprendizaje de cualquier objeto matemático parta de la manipulación de material concreto, luego siga a la utilización de representaciones gráficas y finalmente dé paso al manejo de los símbolos matemáticos, con el propósito de que estos últimos estén dotados de significado. Como afirma Duval (1999), la comprensión de un concepto se logra a través de la utilización y coordinación de dos o más sistemas de representación.

Esta forma de enseñanza del pensamiento numérico garantiza las bases que permitirán a los niños un correcto acercamiento a procesos más complejos como el pensamiento multiplicativo y la construcción del objeto matemático fracción; además, forma caminos de aprendizaje que parten desde la nocionalización y pasan por procesos paulatinos de abstracción, sentando también las bases de los procesos algebraicos.

METODOLOGÍA

El desarrollo del taller estará orientado por tres momentos esenciales: en el primero de ellos se explicarán las bases teóricas que sustentan y dan sentido al MANM, evidenciando aspectos como el desarrollo evolutivo del pensamiento matemático asociado a lo numérico a través de la historia y algunos elementos didácticos que justifican las acciones metodológicas realizadas en este. En el segundo momento se realizará una serie de actividades orientadas a la comprensión de los procesos asociados al pensamiento numérico y de las implicaciones que tienen en el desarrollo del pensamiento matemático en los niños de la primera infancia. Finalmente, en el tercer momento, se presentarán estrategias didácticas asociadas a los procesos con el propósito de promover la utilización de estas en el quehacer pedagógico de los asistentes.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Baroody, A. (1988). *El pensamiento matemático de los niños: un marco evolutivo para maestros de preescolar ciclo inicial y educación especial.*

Bassedas, M., & Sellarés, R. (1982). La construcción individual del sistema de numeración convencional. Revista iberoamericana de educación, 43, 59-83. Recuperable en: http://redalyc.uaemex.mx/src/inicio/ArtPdfRed.jsp?iCve=80004305

Castro, E., Castro, E., & Rico, L. (1995). *Estructuras aritméticas elementales y su modelación*. Una empresa docente & Grupo Editorial Iberoamérica S.A. de C.V. Colombia.

Dickson, L., Brown, M., & Gibson, O. (1991). *El aprendizaje de las matemáticas*. Barcelona: Editorial Labor.

Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano: registros semióticos y aprendizajes intelectuales.* Universidad del Valle. Colombia.

Gairín, M., & Sancho, J. (2002). *Números y algoritmos.* España: Editorial Síntesis.

Roa, R. (2001). Algoritmos de cálculo. En E. Castro (Ed.), *Didáctica de las matemáticas en la educación primaria* (pp. 231- 254). España: Editorial Síntesis.

Vergnaud, G. (1991). *El niño, las matem*áticas y la realidad: problemas de la enseñanza de las mate*máticas en la escuela primaria.* México: Editorial trillas.