

## Relato de Experiência

# Curso Semipresencial Promove Reflexão Sobre a Prática no Ensino de Álgebra



Cassius T. C. Mendes  
Gilda Maria Q. Portela  
João Rodrigo E. Statzner  
Karen de A. Waltz  
Kelly R. Motta Moura  
Letícia G. Rangel  
Maria Palmira da C. Silva  
Tatiana Cardoso Maia  
Lucia A. de A. Tinoco<sup>11</sup>

### Resumo

Este artigo tem origem na satisfação do grupo de Álgebra, do Setor Matemática, do Projeto Fundão, ao terminar duas edições de um curso semipresencial sobre ensino de Álgebra para professores e futuros professores do Estado do Rio de Janeiro. Durante três anos, o grupo realizou um estudo sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico que teve como resultado a publicação de um livro, em 2008, para servir de subsídio a professores interessados em inovar sua prática nas aulas de Álgebra, do 6º ano do ano, do Ensino Fundamental ao 3º ano do Ensino Médio. Como o conhecimento pedagógico do conteúdo (Shulman, 1986) desenvolvido ao longo do trabalho foi rico e significativo, o grupo resolveu compartilhá-lo com outros professores, por meio do curso. O seu sucesso em 2010 fez com que o repetíssemos, em 2011, para outros professores. Registramos aqui as ideias fundamentais sobre as quais giraram as reflexões do curso e observações, considerações e constatações possíveis a partir dele.

**Palavras-chave:** ensino de álgebra; formação continuada; curso semipresencial.

### O grupo de álgebra e o livro *Álgebra: pensar, calcular, comunicar*.

O Grupo de Álgebra do Projeto Fundão formou-se a partir da inquietude de seus elementos em relação aos baixos índices de interesse e de aprendizagem dos estudantes no estudo de Álgebra. Seu trabalho teve como base estudos anteriores da equipe do Projeto Fundão (TINOCO, 1993, 1996; NASSER; TINOCO, 2001), a

proposta de Usiskin (1994), segundo a qual a Álgebra no ensino básico tem quatro dimensões: Álgebra como aritmética generalizada, Álgebra funcional, Álgebra das equações e Álgebra estrutural, bem como aspectos do *sentido do símbolo*, destacados por Arcavi (1995). Propostas no sentido de possibilitar uma aprendizagem significativa de Álgebra foram, então, desenvolvidas pelo Grupo,

<sup>11</sup>Projeto Fundão/Matemática – Universidade Federal do Rio de Janeiro. E-mail: [ltinoco@skydome.com.br](mailto:ltinoco@skydome.com.br)

publicadas no livro *Álgebra: Pensar, Calcular, Comunicar,...* (TINOCO, 2008), e amplamente divulgadas em todo o Brasil. Sobre aprendizagem significativa, o Grupo confirma o que diz Moreira (2000, p. 4 e 5):

Sabemos que a aprendizagem significativa caracteriza-se pela *interação cognitiva* entre o novo conhecimento e o conhecimento prévio. Nesse processo, que é não literal e não arbitrário, o novo conhecimento adquire significados para o aprendiz e o conhecimento prévio fica mais rico, mais diferenciado, mais elaborado em termos de significados, e adquire mais estabilidade.

[...] Em contraposição à aprendizagem significativa, em outro extremo de um contínuo, está a *aprendizagem mecânica*, na qual novas informações são memorizadas de maneira arbitrária, literal, não significativa.

A construção de conhecimento do Grupo de Álgebra foi pautada em orientação geral do Projeto Fundão, que, à medida que produz material e propicia o desenvolvimento profissional de professores, envolvidos em oficinas, palestras e experiências realizadas pelo Grupo, desenvolve Conhecimento Pedagógico do Conteúdo. A esse respeito, levamos em conta o que afirma Rangel (2012, p.2):

[...] Distingue o *saber sobre o conteúdo*, que é relativo exclusivamente à matéria a ser ensinada, sem compromissos com o ensino, do *saber pedagógico do conteúdo*. Esse último indica uma construção cognitiva do professor que extrapola o saber do conteúdo disciplinar por si só, contemplando a dimensão do saber do conteúdo voltado para o ensino, percebido

como um saber que congrega conteúdo e estratégias pedagógicas de forma indissociável e articulada.

### **O curso – *Álgebra: pensar, calcular, comunicar,...***

A aceitação do trabalho realizado sobre as ideias e propostas veiculadas no livro fez o Grupo decidir pela realização de um curso sobre ensino de Álgebra para professores e futuros professores de Matemática, de nível fundamental e médio, com o objetivo principal de provocar a discussão e a reflexão de mais professores em torno dessas ideias.

Diante das condições de tempo livre e da possibilidade de deslocamento dos professores do Estado do Rio de Janeiro, o Grupo optou por um curso semipresencial, com seis encontros presenciais, em manhãs de sábados, e intervalos de aproximadamente um mês entre eles.

A falta de familiaridade de parte da equipe com ambientes virtuais de aprendizagem e o conseqüente temor de que o uso do disponível na Universidade - a Plataforma Moodle - representasse uma dificuldade a mais para os professores cursistas, tornou a decisão de adotá-lo um desafio especial. Sobre esta decisão, vale citar Palis (2010, p.439): “O processo de tomada de decisão em relação a uma

inovação é uma atividade de busca e processamento de informações, na qual o indivíduo procura obter dados de forma a diminuir o nível de incerteza relacionado à inovação”.

Os processos de decisão pelo uso da Plataforma Moodle, de elaboração do curso, e de suas constantes avaliações constituem exemplos de construção de *Conhecimento Tecnológico, Pedagógico e do Conteúdo* (CTPC) pelo Grupo, segundo descrito por Palis (2010, p.436):

O conhecimento tecnológico, pedagógico e do conteúdo vai além dos três componentes que o compõem quando considerados isoladamente e emerge da interação entre eles. É a base para um ensino efetivo com tecnologia incluindo a compreensão de representações de conceitos usando tecnologia, técnicas pedagógicas que empregam tecnologia para ensinar conteúdos, de como uma tecnologia pode ajudar a lidar com as dificuldades dos alunos (p. 436).

A adoção dessa plataforma no curso levou em conta o fato de ela permitir, entre muitos outros recursos: tornar disponíveis aos participantes questões, atividades e artigos, em qualquer data e hora, incentivar e acompanhar a discussão entre os cursistas e a interação entre estes e equipe. Essa interação permitiu controle do cumprimento das atividades realizadas por eles, nos intervalos entre os encontros, um dos requisitos para a obtenção do certificado.

Foi observada a participação de cada cursista, seus acessos à Plataforma e suas tentativas para realizar as atividades, o que, sem essa ferramenta, não seria viável. Isso era feito de modo a sempre incentivar os cursistas e dar-lhes as melhores condições de realizar as atividades, e, por outro lado, permitir aos responsáveis, pelo curso, avaliar o seu andamento e identificar necessidades de reformulação do planejamento.

Ao desenvolver o trabalho colaborativo, com igual possibilidade de todos os seus membros para opinar e decidir e propiciando crescimento significativo de todos, a equipe enfrentou desafios como: familiarização com o ambiente virtual utilizado, seleção dos tópicos a serem abordados, de modo a possibilitar um nível satisfatório de reflexão e respeitar as condições dos cursistas; e a criação de uma metodologia que permitisse tal reflexão sobre atividades realizadas presencialmente ou via Plataforma. Essa postura embasou a escolha das atividades, a elaboração das questões sobre elas, o material do curso, bem como a sua organização. Tal orientação confirma o que dizem Boavida e Ponte (2002, p.45):

A colaboração não é um fim em si mesmo, mas sim um meio para atingir certos objetivos. [...] No entanto, convém

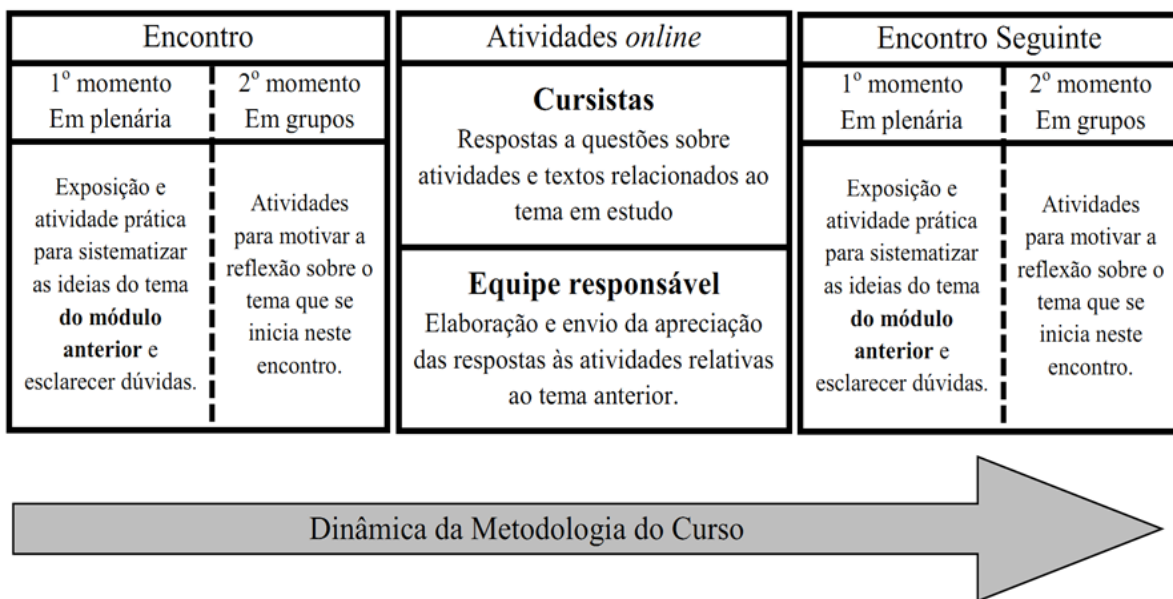
## CURSO SEMIPRESENCIAL PROMOVE REFLEXÃO SOBRE A PRÁTICA NO ENSINO DE ÁLGEBRA

assinalar, desde já, que o simples fato de diversas pessoas trabalharem em conjunto não significa que se esteja, necessariamente, perante uma situação de colaboração. Na nossa perspectiva, a utilização do termo colaboração é adequada nos casos em que os diversos intervenientes trabalham conjuntamente, não numa relação hierárquica, mas numa base de igualdade de modo a haver ajuda mútua e a atingirem objetivos que a todos beneficiem.

Os temas explorados no curso foram quatro, a saber: *relação Aritmética-Álgebra; generalização; variação de grandezas e equações.*

Na busca de metodologia adequada, a equipe confirmou sua convicção do valor da troca de

experiências e da reflexão sobre a prática, para o desenvolvimento profissional do professor, com base na valorização dos saberes docentes dos cursistas e da equipe. Certos de que um assunto não deveria ser tratado em um só momento, cada tema era apresentado em um encontro, explorado em atividades a distância, no intervalo entre um encontro e o próximo, e sistematizado no outro. Foi, então, adotada uma dinâmica em que três etapas se repetiam para cada um dos quatro temas abordados, como mostra o Quadro 1, apresentado a seguir:



Quadro 1: Dinâmica da Metodologia do curso..  
Fonte: Relatório da pesquisa.

Cada encontro constituía-se de dois momentos: no primeiro, havia a sistematização do tema proposto no encontro anterior e, no segundo, os cursistas eram divididos em salas para

discutir em grupos atividades que provocassem a reflexão de um novo tema, orientados por duplas da equipe. O aprofundamento posterior desse novo tema era realizado, por meio de atividades

## CURSO SEMIPRESENCIAL PROMOVE REFLEXÃO SOBRE A PRÁTICA NO ENSINO DE ÁLGEBRA

enviadas e respondidas, via Plataforma, entre os encontros, com o uso dos recursos: envio de arquivo, resposta a questionários e fóruns. Eram tarefas dos cursistas: relacionar trechos de artigos com a sala de aula, analisar erros de alunos, opinar sobre adequação de determinadas atividades para diferentes níveis escolares, reconhecer objetivos de atividades, etc.

Na sistematização de cada tema, com exposição seguida de atividade em plenária, eram destacados aspectos considerados essenciais e questões sobre as quais as respostas dos cursistas

indicavam dúvidas ou falta de compreensão.

São apresentados a seguir exemplos de atividades desenvolvidas em cada etapa do tema *Generalização*.

1ª ETAPA – Atividades disparadoras realizadas presencialmente. O importante nessas atividades eram as discussões das questões propostas no final da atividade.

Segue-se exemplo simples do uso da linguagem algébrica para generalizar situação do cotidiano, envolvendo regularidade e conteúdo familiar aos alunos.

Na tabela temos a quantidade de ovos (em dúzias) e o preço a pagar. Complete-a.

Quantidade de ovos (em dúzias)	Preço a pagar (R\$)
1	1,90
2	3,80
3	
	7,60
X	
	1,90y

Copie da tabela uma expressão que permite determinar o valor do preço a pagar por uma quantidade de qualquer de ovos.

Questões:

- Em que o ensino de proporcionalidade pode ajudar no desenvolvimento do pensamento algébrico?
- Você vê alguma intenção especial no que está proposto nas duas últimas linhas da tabela?

2ª ETAPA - Questões para serem respondidas virtualmente, sobre textos e atividades relacionadas ao tema.

Relacione as atividades realizadas em sala no terceiro encontro com o trecho:

“[...] uma das vias privilegiadas para promover o pensamento algébrico é o estudo de padrões e regularidades” (Ponte, 2005, p.37).

Exemplos de respostas: “As atividades desenvolvidas no terceiro encontro exploram de uma maneira investigativa como o aluno pode ir construindo a generalização. Favorece a observação de regularidades, e faz com que as letras apareçam de modo natural. É uma inversão da ordem tradicional”.

3ª ETAPA - Exposição e atividade, em plenária, para sistematizar as ideias do tema, com questões a serem discutidas presencialmente, sem exigência de apresentação por escrito.

*Eduardo, professor de Matemática, prendeu no mural as respostas dos*

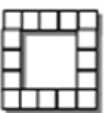
*grupos dos alunos da turma ao seguinte desafio.*

*Henrique ficou com as explicações dos grupos (fichas abaixo) e deveria completar o mural, colocando abaixo de cada expressão o nome do grupo que deu a explicação correspondente.*

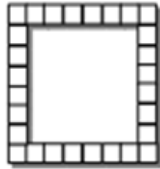
**MURAL DA ESCOLA ALUNO BRILHANTE**

**DESAFIO**

Na figura estão representadas “cercas” quadradas, formadas por quadradinhos 1 x 1.



5 x 5



8 x 8

Escreva em linguagem matemática o número de quadradinhos necessários para construir uma cerca quadrada qualquer, explicando a sua resposta.

$4x - 4$ Gr .....	$y + y + (y - 2) + (y - 2) = x$ Gr .....	$2(n + n - 2)$ Gr .....	$2n + 2(n - 2)$ Gr .....
$n + n - 1 + n - 1 + n - 2$ Gr .....	$4(n - 2) + 4$ Gr .....	$a^2 - (a - 2)^2$ Gr .....	$(x - 1) \cdot 4$ Gr .....

*Enquanto fazia isso, as fichas com as explicações caíram e uma se estragou. Ajude*

*ao Henrique, escrevendo esses nomes e a explicação que faltou.*



## CURSO SEMIPRESENCIAL PROMOVE REFLEXÃO SOBRE A PRÁTICA NO ENSINO DE ÁLGEBRA

Grupo da Cecília: Nós diminuímos um do lado do quadrado e multiplicamos 4 vezes.

Grupo do André: Soma lado de cima com o lado direito, tirando 2 quadradinhos e multiplica tudo isso 2 vezes.

Grupo da Bia: Nós somamos os lados esquerdo e direito, e somamos o de cima e o de baixo, mas sem somar os cantos, e depois somamos 4 para fechar.

Grupo do Felipe: Encontramos esses números colocando no lado direito e esquerdo o lado do quadrado, e no superior e inferior colocamos esse lado menos 2, e somamos.

Grupo da Ana: Somamos 2 linhas horizontais com as duas colunas verticais, sendo que estas perdem 2 quadradinhos.

Grupo do Paulo: Eu e meu colega calculamos a área do quadrado e tiramos todos os quadradinhos de dentro.

Grupo da Lígia: Nós somamos um lado com o seguinte menos um quadradinho, mais o seguinte tirando um quadradinho, mais o último lado tirando dois quadradinhos.

Grupo do Arthur:

Para analisar, comentar e resumir as respostas dos cursistas às questões propostas virtualmente e sanar suas possíveis dúvidas, o Grupo se dividiu em duplas, cada uma responsável por cerca de vinte cursistas. O objetivo da análise e da apreciação não era assinalar acertos ou erros, ou fornecer respostas fechadas, e, sim, so-

cializar as ideias expostas, contrapondo-as entre si ou comparando-as com conteúdos sistematizados da área da educação matemática. Um resumo dessa análise era divulgada na Plataforma. É apresentada abaixo, exemplo de apreciação das respostas à seguinte atividade.

*Um prêmio de loteria de 120 000 reais será dividido igualmente entre os ganhadores.*

*a. Complete a tabela na qual  $n$  representa o número de ganhadores e  $Q$  a quantia que cada um receberá.*

$n$	1	2	3	4	5	5
$Q$						

*b. Observando a tabela, escreva a relação entre os números de cada coluna.*

*c. Escreva uma fórmula que possibilita o cálculo do prêmio que cada jogador receberá, dependendo do número de acertadores.*

*d. É possível cada ganhador receber 16 000 reais? Por quê?*

*e. Questão*

*1) Essa atividade também envolve proporcionalidade? Em que ela difere da anterior?*

Apreciação - Não houve muitas respostas observando o fato de que esta atividade envolve a **proporcionalidade inversa**, enquanto a anterior envolve

**proporcionalidade direta.**

Ambas propiciam o trabalho com as noções de variável e de função; na anterior, o novo salário é função do antigo

salário e, nesta, a quantia que cada ganhador recebe é função do número de ganhadores. Na resposta a seguir, o autor destaca que o uso de tabela pode ajudar a análise da relação entre as grandezas.

*A visualização através da tabela da relação existente entre o número de ganhadores e a quantia a ser dividida.*

Algumas respostas salientaram, ainda que de modo incompleto, a existência de constante na situação. De fato, nesta situação e na anterior há uma constante.

Na atividade do salário, o que é constante é o número 1,27, pelo qual qualquer salário deve ser multiplicado para obter o novo (a razão entre o salário novo e o antigo correspondente).

Observamos novamente respostas em que se afirma, **erroneamente**, que a situação envolve proporcionalidade inversa, porque quando uma variável aumenta, a outra diminui. **Não basta isso**. É preciso que **o produto das duas variáveis seja constante**, o que equivale a dizer que **quando uma é multiplicada por um número, não nulo, a outra fica dividida por esse mesmo número**.

Em relação à estrutura geral dos encontros, salientamos algumas exceções: a apresentação do curso e seus responsáveis no primeiro encontro e atividades em laboratórios, para a familiarização dos cur-

sistas com os computadores e com a Plataforma Moodle, nos dois primeiros. Além disso, os últimos encontros de cada edição se encerraram com palestra de professora especialista no assunto, confraternização e entrega do livro *Álgebra: Pensar, Calcular, Comunicar...* a cada aluno inscrito no curso.

### Considerações finais

Vale destacar a grande contribuição dessa experiência para o desenvolvimento profissional da equipe responsável e dos cursistas.

a) Para a equipe:

Do ponto de vista do Conhecimento Pedagógico de Conteúdo, a equipe obteve crescimento destacável. Desde a fase do planejamento do curso, e, particularmente, na escolha e reformulação das atividades e elaboração das questões a serem propostas aos cursistas, bem como no processo de análise e apreciação de suas respostas, em que noções e crenças sobre o ensino de Álgebra foram aprofundadas e reformuladas.

Conforme destacado, a estrutura semipresencial do curso e, mais especialmente, o uso da Plataforma Moodle foram fonte de desenvolvimento de *Conhecimento Tecnológico, Pedagógico e do Conteú-*



do pelo grupo. Essa construção deu-se no seu esforço para criar formas de interagir com os participantes e provocar a interação entre eles, no sentido de que houvesse a reflexão pretendida sobre o ensino de Álgebra, com o uso da Plataforma. Os seguintes fatos indicam esse desenvolvimento.

- As discussões do Grupo sobre a possibilidade de usar a Plataforma Moodle.

- O trabalho de adaptação das atividades, testadas apenas presencialmente, aos recursos da Plataforma.

- Crítica e alteração de atividades, como de fórum, no sentido de torná-las mais instigantes para a discussão.

- O engajamento progressivo de todos do Grupo nas tarefas que exigiam familiaridade com a Plataforma.

Após as duas edições do curso, a equipe se sente mais segura e com postura mais adequada à realidade dos professores e futuros professores, embora venha compartilhando com eles, desde 2006, ideias de ensino-aprendizagem de Álgebra. Particularmente, a metodologia adotada foi fator determinante deste sucesso.

b) Para os Cursistas:

Foi motivo de satisfação o alto índice de frequência aos encontros e de par-

ticipação dos cursistas nas atividades a distância, até mesmo de quem já não teria direito ao certificado. O percentual de cursistas que tiveram presença em cinco dos seis encontros e realizaram 75% das atividades propostas - exigências para obtenção do certificado - foi de 76% e 70%, nas duas edições do curso.

Perguntados, na avaliação final do curso, sobre alterações sofridas em relação a sua visão da Álgebra e ao seu modo de ensinar Álgebra, os cursistas deram respostas que retratam o alcance dos objetivos do curso. Seguem-se três delas.

*- A concepção de Álgebra para os alunos como reflexão, avaliação dos resultados encontrados, ampliação de raciocínio, não apenas como manipulação e resolução de problemas.*

*- [Reconhecer] a existência de um pensamento algébrico que deve ser desenvolvido antes de uma formalização e perceber que fazer pensar é um dos objetivos da Álgebra.*

*- Valorização da Álgebra para o desenvolvimento do raciocínio do aluno; fazer pensar e não apenas manipular símbolos, resolver equações.*

Do ponto de vista dos conteúdos abordados, a importância da construção dos conceitos de variável e de função ao longo do ensino de Álgebra, em nível do Ensino Fundamental, constituiu novidade para muitos cursistas. De fato, apenas três deles, entre 73, indicaram inicialmente,

como essenciais no ensino para esse nível escolar, tópicos relacionados a tais conceitos (variação de grandezas, sequências, generalização). No entanto, esse foi o aspecto mais presente (15 indicações) nas atividades citadas na avaliação final como tendo sido aplicadas em sala de aula, ou que gostariam de aplicar. Entre elas, destacaram-se as de generalização.

Concluimos citando uma das manifestações espontâneas de cursistas, indicando que a experiência foi altamente proveitosa:

*Todo o curso teve aspectos positivos, principalmente as reflexões que o curso nos propõe, o conhecimento que nos oferece, enriquece e nos faz chegar mais próximos de um bom professor, aquele que seu aluno realmente aprende. Não vejo aspectos negativos.*

Esperamos que este relato possa motivar professores e grupos de pesquisa a realizar outras ações do gênero, contribuindo, assim, para o desenvolvimento profissional dos professores de matemática.

### Referências

- ARCAVI, Abraham. O sentido do símbolo, atribuindo um sentido informal à matemática formal. In: **Série Reflexões em Educação Matemática – Álgebra, História, Representação**, MEM/USU, Rio de Janeiro, 1995, p.38-72.
- BOAVIDA, Ana Maria; PONTE, João Pedro da. Investigação Colaborativa: Potencialidades e Problemas. In: GTI (Org.), **Refletir e Investigar sobre a Prática Profissional**, APM, Lisboa, 2002, p. 43-55.
- MOREIRA, Marco Antônio. **Aprendizagem significativa crítica**, versão revisada e estendida de **Aprendizagem significativa subversiva**, Atas do III Encontro Internacional sobre Aprendizagem Significativa, Lisboa, 2000, pp. 33-45.
- NASSER, Lilian e TINOCO, Lucia A. A. (coord.). **Argumentação e provas no ensino de matemática**, Projeto Fundação, IM/UFRJ, Rio de Janeiro, 2001.
- PALIS, Gilda L. R.. **O Conhecimento Tecnológico, Pedagógico e do Conteúdo do Professor de matemática**. Educação Matemática Pesquisa (Impresso), v. 12, 2010, p. 432-451.
- PONTE, João Pedro da. **Álgebra no currículo escolar**. In: **Revista Educação e Matemática**, nº 85 , AMP, Lisboa, novembro, 2005, p.36-41.
- RANGEL, Leticia. **Matemática Elementar e Saber Pedagógico de Conteúdo –**

**Estabelecendo Relações.** Exame de Qualificação com vistas ao Doutorado. Programa de Engenharia de Sistemas e Computação - PESC/COPPE/UFRJ. Rio de Janeiro, 2012.

SHULMAN, Lee S. Those who understand: knowledge growth in teaching, em **Educational Researcher**, Vol 15, nº 2, p. 4-14, fevereiro de 1986.

TINOCO, Lucia A. A.(coord). **Construindo o conceito de função no 1º grau**, Instituto de Matemática, UFRJ, Projeto Fundão, Rio de Janeiro, 1996.

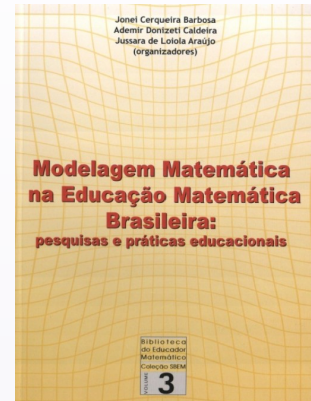
\_\_\_\_\_.(coord.). **Razões e proporções**, Projeto Fundão, IM/UFRJ, Ed. UFRJ, Rio de Janeiro, 1993.

\_\_\_\_\_.(coord.). **Álgebra: pensar, calcular, comunicar,...**, Projeto Fundão, Ed. IM/UFRJ, Rio de Janeiro, 2008.

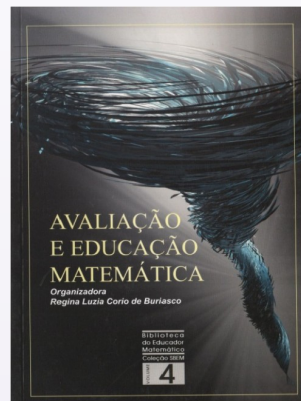
USISKIN, Zulman. Concepções sobre a Álgebra da escola média e utilizações das variáveis. In: COXFORD, A. F. e SHULTE, A. P. (org.) - **As Ideias da Álgebra**, Atual Ed., São Paulo, 1994, p. 09-22.

## Biblioteca do Educador Matemático

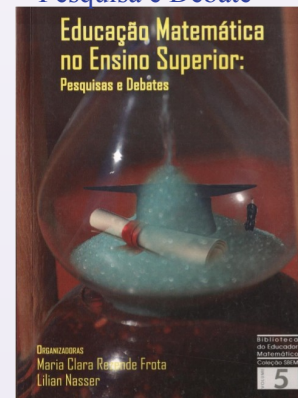
Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais



Avaliação e Educação Matemática



Educação Matemática no Ensino Superior: Pesquisa e Debate



Adquira já o seu!!



Veja mais em [www.sbem.org.br](http://www.sbem.org.br)

SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA