

Relato de Experiência



O Desenvolvimento do Pensamento Aritmético a Partir de Experiência Matemática

João Bosco Laudares²⁵

José Ricardo de Medeiros Leite²⁶

Resumo

Este artigo apresenta questões e resultados de uma pesquisa de Mestrado sobre o desenvolvimento do pensamento aritmético, por meio de experiência matemática com a realização de atividades. Com o referencial teórico baseado em Lins e Gimenez (2006), Centurion (2006), Schliemann (1998), Carraher (1998), Pavanello (2004) foram determinados alguns tipos de pensamento aritmético, a partir do sentido numérico com a exploração de conceitos aritméticos. Foram escolhidos quatro tipos de pensamentos aritméticos: valorização do raciocínio intuitivo com a exploração de referentes; cálculo numérico com estimativas; raciocínio estruturado aditivo e o cálculo mental; cálculo numérico proporcional e aproximação. Para cada tipo de pensamento, uma atividade foi elaborada e aplicada aos estudantes dos sexto e sétimo anos, do ensino fundamental. Os resultados alcançados comprovam a possibilidade do ensino de Aritmética de forma significativa para o desenvolvimento do pensamento aritmético, com atividades.

Palavras-chave: Pensamento Aritmético; Experiência Matemática; Atividades de Aritmética.

Introdução

Neste artigo, são apresentados recortes de questões e resultados de uma pesquisa realizada em curso de Mestrado. O objeto de estudo foi o pensamento aritmético, desenvolvido a partir de experiência matemática, com a realização de atividades. A investigação foi realizada, a partir de resolução de problemas, na busca do sentido numérico.

Foram elaboradas e aplicadas atividades de Aritmética, a partir de problemas da realidade e do cotidiano, para exploração de situações por estudantes do sexto e sétimo anos do ensino fundamental.

O pensamento aritmético e o sentido numérico

O pensamento aritmético pode ser atrelado a certo sentido numérico, isto é,

²⁵PUCMinas. E-mail: jblaudares@terra.com.br

²⁶Universidade Severino Sombra/Vassouras-RJ. E-mail: jricardomedeiros@ig.com.br

**O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ARITMÉTICO
A PARTIR DE EXPERIÊNCIA MATEMÁTICA**

um trabalho com números por percepções e intuições, construídas com base em vasta e ampla variedade de experiências.

Pensar aritmética é buscar os significados que números e suas operações podem ter na legitimidade de questões da matemática e da não matemática. Uma proposta da educação matemática para a Aritmética é um tratamento do conteúdo que não se justifica somente pela sua existência, mas como instrumental da organização da atividade social.

Desta forma, Lins e Gimenez (2006, p. 28) afirmam que a escola diminui as possibilidades cognitivas dos estudantes, na perspectiva dos significados matemáticos serem absolutamente superiores aos significados não matemáticos:

[...] pois o fato de que significados matemáticos sejam mais gerais ou mais “poderosos” não é o que está em jogo aqui: o que queremos é que nossos alunos sejam também capazes de trabalhar com significados matemáticos, mas não apenas com eles (LINS; GIMENEZ, 2006, p. 28).

Schliemann (1998, p. 19), quanto a referentes concretos, traz que “fora da escola usamos matemática para refletir e decidir sobre situações que envolvem quantidades ou medidas de objetos e não é comum a referência a números puros ou a exploração das relações entre números”.

Enquanto materiais concretos tornam as quantidades fisicamente manipuláveis, os referentes facilitam a manipulação das quantidades mentalmente com o auxílio de gráficos e diagramas. Entretanto, a compreensão matemática e a criação dos significados não acontecerão apenas com a mera presença de objetos e sua manipulação.

Tipos de pensamentos escolhidos

Os tipos de pensamentos escolhidos, como objeto deste estudo da Aritmética com produção de significados, foram:

- ◆ valorização do raciocínio intuitivo, com exploração de referentes;
- ◆ cálculo numérico com estimativas;
- ◆ raciocínio estruturado aditivo e o cálculo mental;
- ◆ cálculo numérico proporcional e aproximação.

Valorização do raciocínio intuitivo com exploração de referentes

Valorizar o raciocínio intuitivo é dar oportunidade aos estudantes de vivenciar situações nas quais se tem um processo de ensino-aprendizagem baseado em conjecturas e não somente em aspectos

**O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ARITMÉTICO
A PARTIR DE EXPERIÊNCIA MATEMÁTICA**

formais. No início do raciocínio, o professor pode se apressar e mudar o núcleo do intuitivo ao formal sem um envolvimento do estudante. Assim, é colocada a questão:

Como gerenciar na classe a passagem da descoberta de certas regras e o uso de certas estratégias (o intuitivo) a um explícito o mais corretamente expresso e matematizado (o formal). Chegando aí, a tentação é evidente: o professor muda o núcleo usado, instituindo o formal como núcleo em si mesmo e diz aos estudantes “o que tem de saber” (LINS; GIMENEZ, 2006, 57).

O intuitivo é, então, um dos níveis do pensamento aritmético a ser valorizado tendo em vista que o estudante está numa fase de reconhecimento e produção de imagens. A noção de número, por exemplo, transpõe ideias de representação, ampliando-se para a significação de quantificações e outras relações, com o uso de referentes, como facilitador.

Cálculo numérico com estimativas

O pensamento aplicado às estimativas envolve o aluno para uma visão mais sistêmica de uma situação, a qual é avaliada, estimando os resultados sem preocupação de se ter valores exatos, mas aproximações coerentes com as condições dadas. Desta forma “diversas pesquisas demonstram que, em geral, os

estudantes tendem a atuar com base em manipulações sobre a situação apresentada e não com uma concepção preestabelecida fora dela” (LINS E GIMENEZ, 2006, p.51).

Por isso, a situação, apresentada no contexto escolar, pode ser trabalhada de modo que o educando amplie seu horizonte de referências, sem se ater, apenas, ao cálculo em algum problema. Desta forma, a utilização de um algoritmo pode não trazer referência para o educando, quando se restringe apenas ao cálculo. Ao se promover o significado de tal procedimento da Aritmética escolar, busca-se a interpretação de outras relações possíveis para aquele cálculo ou em situações.

A capacidade de estimativa

O desafio está em proporcionar reflexões acerca da base aritmética, com referentes ou com uso de estratégias próprias do estudante, a fim de se ter a estimativa como uma habilidade desenvolvida, a qual é construída de forma gradativa: “A capacidade da estimativa é adquirida lentamente pela criança” (CENTURION, 2006, p. 194).

Raciocínio estruturado aditivo e o cálculo mental

O raciocínio estruturado aditivo é uma parte da ideia de arquitetura dos números, concernente a um sentido estrutural operativo, que promove significação diferente da usual praticada em sala de aula.

Um sentido estrutural operativo dos números é muito mais do que saber calcular muitos resultados, ou pretender saber o porquê deles. A arquitetura implica o desenvolvimento da aplicação de projetos ou de estruturas conceituais e procedimentais complexas que somente podem surgir do trabalho de reflexão e teorização com base em produções dos próprios estudantes (LINS; GIMENEZ, 2006, p.73).

Uma técnica que facilita a promoção deste tipo de raciocínio é o cálculo mental, mas ele possui utilização restrita em sala de aula quando comparado ao uso de algoritmos. Esse tipo de técnica tem um aspecto de construção individual pelos estudantes, produzindo significados, por vezes, não tão valorizados pelos professores.

Em geral, no ensino escolar, não se prioriza o cálculo mental. Algumas pessoas praticam o cálculo mental porque desde pequenas foram estimuladas para isto, ou porque tem necessidade de calcular sem lápis e papel, usando um algoritmo próprio (CENTURION, 2006, p.151).

Cálculo numérico proporcional e aproximado

O pensamento proporcional remete a uma ideia de comparação envolvendo partes e todo, frações e inteiros, relação de proporcionalidade.

Pensamento proporcional é aquele que corresponde a uma estrutura de comparação entre partes ou entre todos, ou entre as partes e um todo, ou como um esquema instrumental que resolve algumas situações especiais de comparação em forma multiplicativa e não aditiva (LINS; GIMENEZ, 2006, p. 52).

No âmbito escolar, depara-se com o isolamento desse tipo de pensamento, numa única série ou ano de escolaridade, reduzido ao conteúdo de razões e proporções. Esta visão é limitada “em vez de constituir um tópico isolado, como levam a pensar os livros de matemática para a sexta série, razões e proporções estão presentes na maior parte dos conteúdos matemáticos” (CARRAHER, 1998, p. 76).

Apresentação das atividades e sua avaliação

A pesquisa realizada constou de 4 (quatro) atividades referenciadas aos tipos de pensamento aritmético, levantados no item anterior, e expressos logo após cada atividade apresentada a seguir.

**O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ARITMÉTICO
A PARTIR DE EXPERIÊNCIA MATEMÁTICA**

A aplicação constou de dois momentos: um primeiro do trabalho dos alunos, individualmente, ou com consulta aos colegas; e um segundo com a participação do professor-pesquisador, que se constituiu de um momento de socialização dos processos, ideias, conjecturas e resultados obtidos pelos estudantes para melhor reflexão dos tipos de pensamentos aritméticos presentes em cada atividade.

A aplicação das atividades teve como público alvo, estudantes do sexto e sétimo anos do ensino fundamental do Colégio de Aplicação da Universidade Severino Sombra, em Vassouras, Rio de Janeiro. As atividades foram aplicadas pelo pesquisador que também era professor dos alunos, sujeitos da pesquisa.

A avaliação das atividades foi realizada agregando-se valor a cada item de resposta dos estudantes. Na Dissertação, são apresentados maiores detalhamentos da análise das habilidades e dos procedimentos desenvolvidos pelos estudantes, qualificando as suas respostas.

Neste artigo, são apresentados alguns dos itens dos problemas da pesquisa, o número de alunos que realizaram e o número daqueles que acertaram cada item da atividade com as justificativas coerentes às perguntas feitas em cada uma delas.

1ª Atividade – O sentido dos números e as intuições.

Pensamento Aritmético explorado na atividade: “A valorização do raciocínio intuitivo com exploração de referentes”. A atividade contemplou a noção de número por meio de representações, de quantificações e outras relações (ordem, cotidiano, grafia, operações, etc.), buscando a valorização do raciocínio intuitivo. Nesta atividade, foi promovida a produção de afirmações e de justificativas sem a necessidade de formalizações.

◆ Descrição:

O enunciado das atividades, bem como uma síntese quantitativa da avaliação foram apresentados dentro de um quadro.

Leia o texto seguinte e depois responda o que se pede:
“A imprensa muitas vezes utiliza formas diferentes de escrita na publicação de suas notícias”. Leia duas notícias divulgadas recentemente:
“... Uma famosa cantora internacional tem um patrimônio de 25 milhões de dólares...”
“... Uma bolsa de uma grife de luxo pode custar até 40 mil reais...”
Ao ler as notícias você pode informar:
I – Se o patrimônio da cantora tem valor muito alto?
II – Se um automóvel importado da montadora alemã Audi é vendido por 250.000 reais, você acha que ela poderá comprar muito desses veículos? Justifique
III – Quando a notícia foi editada e publicada o dólar estava cotado em R\$2,00, qual o valor do patrimônio da cantora em reais?
IV – Quantos dólares custam a bolsa de grife pela cotação do item anterior?

**O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ARITMÉTICO
A PARTIR DE EXPERIÊNCIA MATEMÁTICA**

Número de participantes da atividade: 09 alunos.

Itens	I	II	III	IV
Nº de alunos que acertaram	08	03	07	06

Nota-se que os alunos não foram bem no segundo item, quando foi solicitada uma justificativa, pois apresentaram dificuldades para explicar

suas respostas. Isto foi evidenciado na socialização realizada pelo professor com os alunos para análise das respostas.

2ª Atividade: Estimar ações tem significados

Pensamento Aritmético explorado na atividade: “o cálculo numérico com estima”.

Um professor propôs aos alunos o cálculo da seguinte raiz quadrada $\sqrt{961}$, mas que explicassem como acharam a resposta. Um aluno tentou fazer o cálculo da raiz quadrada por decomposição em fatores primos e não conseguiu. Seu colega fez o cálculo por tentativas e chegou à resposta.

Veja o que o professor observou no rascunho de cada aluno:

1º. aluno

961 não divide por 2, pois não é par

961 não divide por 3, pois a soma de seus algarismos não é um número divisível por 3

961 não divide por 5, pois não termina em 5 e nem em zero

961 não divide por 7, fez a conta e viu resto

961 não divide por 11, fez a conta e viu resto

961 não divide por 13, fez a conta e viu resto

961 não divide por 17, fez a conta e viu resto E assim o aluno desistiu...

2º. aluno

10 . 10 = 100

20 . 20 = 400

30 . 30 = 900

Vou tentar 31 . 31 ... como a unidade do produto dá 1, ele estimou que o resultado seria certo... armou a conta e viu que 31.31 dava 961 então escreveu que a resposta seria 31.

l) Você acha que o 2º. aluno fez a questão corretamente? Você acha que ele fez uma estimativa do resultado? Justifique a sua resposta.

Esta questão foi acertada por 8(oito) alunos em 11(onze).

3ª Atividade: Números e operações - Pensando e raciocinando

Pensamento Aritmético explorado na

atividade: “O raciocínio estruturado aditivo e o cálculo mental”.

A atividade procurou desenvolver o pensamento estruturado aditivo, propondo-se ao estudante pensamentos e raciocínios passíveis de experimentação, promovendo

**O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ARITMÉTICO
A PARTIR DE EXPERIÊNCIA MATEMÁTICA**

reflexões e sugerindo pensamento autônomo.

◆ Descrição:

Um dia Patrícia foi à padaria com sua mãe e ficou observando como a moça do caixa dava o troco. A máquina registradora já dizia para a moça qual era o troco a ser dado numa tela igual de um computador...primeiro a moça registrou os itens que sua mãe comprou e depois ela registrou o dinheiro que foi dado para pagamento das despesas. Em seguida, no visor apareceu o valor do troco a ser dado. A mãe de Patrícia gastou nas compras com pães R\$3,40, e R\$4,95 com outros produtos, deu uma nota de 10 reais para pagamento.

I – Agora pense e responda:

- a) Qual foi o troco recebido pela mãe de Patrícia?
- b) Que operações você acha que foram feitas pela máquina do caixa nestas compras para apresentar o valor do troco?

Duas maneiras de efetuar um cálculo, sem uso do algoritmo e, pelo cálculo mental são apresentadas a seguir.

Continuando a história ...

Outro dia a Patrícia foi ao barzinho com sua mãe e observou que lá a máquina registradora não informava o valor do troco. A situação da compra foi a seguinte: a mãe de Patrícia comprou refrigerantes por R\$4,15 e outros produtos que custaram R\$2,95, e depois deu uma nota de 10 reais para pagamento dos gastos.

Curiosa, perguntou a moça como ela tinha feito a conta ... A moça explicou:

- peguei R\$2,95 e coloquei R\$0,05 dos R\$4,15... aí, deu R\$3,00 que eu somei com R\$4,10 que sobrou; pronto deu R\$7,10. Na hora de dar o troco para R\$10,00, peguei R\$0,40 centavos em moeda e pensei R\$7,50, depois peguei R\$0,50 e pensei R\$8,00 e depois peguei uma nota de 2 reais e pensei R\$10,00.

Patrícia adorou o jeito da moça de fazer conta ... muito diferente do que ela costuma fazer na escola quando tem um problema desse tipo ...

Patrícia agora observa tudo ... vamos continuar ...

Patrícia agora fica observando a moça do caixa do barzinho e outro dia se deparou com outra situação interessante...

Ela foi comprar 8 pãezinhos que custavam R\$0,15 cada um ... e levou uma nota de 2 reais. Num instante a moça fez as contas e entregou o troco para Patrícia, que olhou para ela e disse:

- sei como você fez as contas ...

A moça abriu um sorriso e perguntou para a menina:

- Como?

A menina respondeu como pensou:

- Você fez R\$0,10 vezes 8 é igual a R\$0,80 centavos, mais R\$0,05 vezes 8 que é igual a R\$0,40 ... depois somou R\$0,80 + R\$0,40, total R\$1,20 ... e o troco você pegou R\$0,30 e pensou R\$1,50, depois pegou R\$0,50 e pensou R\$2,00.

Patrícia olhou para a moça com triunfo de saber fazer contas mentalmente.

**O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ARITMÉTICO
A PARTIR DE EXPERIÊNCIA MATEMÁTICA**

c) Se você tivesse que fazer o cálculo mentalmente para dar o troco, como faria da maneira mais rápida possível?

d) Você acha que a máquina poderia fazer um cálculo igual ao seu? Justifique.

Número de participantes da atividade: 08 alunos.

Itens	I - a	I - b	I - c	I - d
Nº de alunos que acertaram	08	08	08	08

Pelo grande número de acertos, pode-se constatar o reduzido grau de dificuldade da atividade. Os alunos declararam na socialização que a compreensão do problema foi fácil.

4ª Atividade: Proporção e aproximação

Pensamento Aritmético explorado na atividade: “o cálculo numérico proporcional e aproximação”.

◆ Descrição

Dona Giselda gosta muito de Matemática e também entende muito bem como lidar com receitas, entretanto, ela ficou em dúvida com duas receitas:

1ª) - Despejou numa jarra 6 partes de suco concentrado e 8 partes de água e adoçou.

2ª) - Despejou 8 partes de suco e 10 de água e adoçou.

Agora eu não vou lhe contar qual receita Dona Giselda fez, pois você vai ter que pensar..., e muito mais do que escolher a receita, você vai responder algumas questões de Matemática e tirar suas próprias conclusões sobre as receitas e outras situações...

I – O refresco em cada receita ficará com o mesmo sabor? Se você acha que não, diga qual refresco ficará com o sabor mais forte. Justifique sua resposta.

II – Repare que existe uma mudança na quantidade de partes entre a 1ª receita e a 2ª receita, que representa um aumento de 2 partes de suco e 2 partes de água. Isso garante o mesmo sabor? Justifique.

Número de participantes da atividade: 10 alunos.

Itens	I	II
Nº de alunos que acertaram	04	05

A dificuldade do trabalho com proporções prejudicou tanto a reflexão quanto a produção de justificativas. Dois estudantes responderam que as receitas não teriam o mesmo sabor, mas durante a socialização das respostas, justificaram que a resposta dada era baseada no quantitativo de partes da segunda receita, sem a preocupação com o sabor.

Pelo número de acertos, constata-se o alto grau de dificuldade desta atividade. Na socialização, pelos depoimentos dos estudantes verificou-se que o trabalho com proporção e aproximação não foi fácil e ficou ressaltada a dificuldade da compreensão do conceito de proporcionalidade.

Considerações finais

Pavanello (2004) considera que não basta permitir que o aluno expresse suas maneiras de raciocinar, mas sim, que as explicações, justificativas e ações sobre raciocínios utilizados sejam objetos de reflexão e análise para o próprio aluno e por parte do professor.

Desta forma, o professor-pesquisador, como instigador do trabalho do aluno, promoveu o desenvolvimento do sentido numérico em diálogo intensivo com os estudantes. A reflexão e o processo cognitivo aconteceram desde o início da atividade até a socialização das respostas dos alunos, como pode se observar pela síntese apresentada, a seguir.

A valorização do raciocínio intuitivo se processou de maneira natural quando o aluno se colocou à vontade para descrever o que seu raciocínio intuiu, aprendendo com os erros porventura existentes, sem a obrigatoriedade de formalizações imediatas sobre conceitos trabalhados. O uso de justificativas e afirmações corroborou com o processo de valorização do raciocínio intuitivo, por desvincular-se de formalismos matemáticos e relacionar-se ao que se estrutura no raciocínio.

O pensamento relativo, aplicado às estimativas, apresentou-se com dois sentidos: o pensar fora do contexto e a habilidade de estimar. Houve relutância em seu desenvolvimento, em virtude do aluno estar muito envolvido no contexto escolar.

Quanto ao segundo sentido, observou-se que não sendo, às vezes, inerente ao pensamento do educando, torna-se passível de exploração, caso seja apresentado a ele.

O raciocínio estruturado aditivo descreve a necessidade de estabelecimento de estratégias, independente de formalizações matemáticas. O uso de um núcleo, no que preceitua o sentido numérico, ao promover a coexistência da aritmética escolar e da rua, segundo Lins e Gimenez (2006), fez-se como propulsor de uma variedade de pensamentos e raciocínios, por parte do aluno.

O pensamento proporcional, necessário para a construção de comparações entre partes entre si, partes e um todo, pode ser considerado uma base na estrutura de outros pensamentos da Aritmética, bem como da Álgebra e da Geometria.

Finalmente, para que uma melhor efetivação do desenvolvimento do

**O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ARITMÉTICO
A PARTIR DE EXPERIÊNCIA MATEMÁTICA**

pensamento aritmético ocorresse, dois momentos de realização das atividades aconteceram: pelo trabalho exclusivo dos alunos, os quais já conseguiram desenvolver algumas habilidades de trabalho mental e, na socialização, quando o professor-pesquisador pode estabelecer um diálogo mais direto e intenso com os estudantes, por meio de questionamentos, levando-os a refletir sem oferecer soluções prontas, o que contribuiu para o processo de compreensão dos conceitos aritméticos explorados nas atividades.

Referências

CARRAHER, David W. Relações entre razão, divisão e medida. IN: SCHLIEMANN Analúcia; CARRAHER, David (orgs). **A compreensão de conceitos aritméticos: ensino e pesquisa.** Campinas. São Paulo: Papyrus. 1998.

CENTURIÓN, Marília. **Números e operações-conteúdo e metodologia da Matemática.** São Paulo: Scipione. 2006.

LINS, Rômulo C., GIMENEZ Joaquim. **Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o Século XXI.** Campinas- São Paulo: Papyrus, 2006.

PAVANELLO, Regina Maria. A geometria nas séries iniciais do ensino fundamental: contribuições da pesquisa para o trabalho escolar. IN: PAVANELLO, Regina Maria (org.). **Matemática nas séries iniciais do ensino fundamental: A pesquisa e a sala de aula.** São Paulo: Biblioteca do Educador Matemático-Coleção SBEM. Vol.2.2004.



**O site da SBEM está
repleto de recursos
que poderão lhe ajudar em sala de
aula!**

Acesse agora!

Veja mais em www.sbemrasil.org.br

