Artigo Teórico

O Ensino Integrado da Matemática: Um Estudo em Escola Participante do PIBID-UNIMONTES

Maria Rachel Alves[5]
Mauricio Soares Barbosa
Fernanda Alves Maia
Maria Tereza Carvalho Almeida
Silvana Diamantino França
Jeane Farias Franco

Resumo

A Geometria é um ramo importante da Matemática, por servir principalmente de instrumento para outras áreas do conhecimento. Este trabalho objetiva diagnosticar a capacidade dos alunos do 9º ano do ensino fundamental, de uma escola participante do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID), em integrar a Geometria com a Álgebra e a Aritmética em situações diversas. Esta pesquisa foi realizada em uma escola da rede municipal localizada na cidade de Montes Claros/ Minas Gerais. Utilizou-se a pesquisa hipotético-dedutiva. Os pesquisadores elaboraram o instrumento de coleta de dados que constava de três questões abertas com diferentes níveis de complexidade. Este estudo revelou que os pesquisados apresentam dificuldades em integrar a Geometria com a Álgebra e a Aritmética em diversas situações. Observou-se também fragilidade nesta integração no livro didático adotado. Acredita-se que estas dificuldades perpassam a maioria dos estudantes e professores do ensino fundamental. Entretanto, fazem-se necessários novos estudos com uma população maior, com outras escolas públicas com notas melhores no IDEB e também com escolas da rede privada.

Palavras-chave: Matemática, Geometria, Álgebra, Integração, Metodologia.

Introdução

A Geometria é um ramo importante da Matemática, por servir principalmente de instrumento para outras áreas do conhecimento. Entretanto, não há concordância quanto à seleção e à organização dos conteúdos a serem ensinados tanto no ensino fundamental como no ensino médio (SADOO et al, 2004).

Uma forma de amenizar esta deficiência é trabalhá-la de forma integrada, tal qual é proposto com o objetivo de buscar uma associação entre os conteúdos matemáticos. Segundo

[5]Universidade Estadual de Montes Claros – Unimontes. E-mail: rachelalves.moc@hotmail.com

Lorenzato (2006), para fazer essa integração é preciso identificar pontos de conexão entre os campos da Matemática, pois esta elimina a fragmentação, valoriza a semelhança entre os diferentes nomes dos conceitos e amplia a compreensão da ideia fundamental.

0s estudos de Geometria do 6º ao 9º ano devem favorecer as oportunidades para os alunos realizarem suas primeiras explorações de modo sistemático e integrado. É nessa fase que as primeiras deduções lógicas são construídas; os resultados e os processos devem ser discutidos, embora sem a preocupação com sua formalização (LORENZATO, 1995). Este trabalho visa diagnosticar a capacidade dos alunos do 9º ano do ensino fundamental, pertencentes a uma escola participante do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID), em integrar a Geometria com a Álgebra e a Aritmética em situações diversas.

2. Metodologia

Esta pesquisa foi realizada em uma escola da rede municipal localizada na cidade de Montes Claros/Minas Gerais. Nas duas últimas avaliações realizadas pelo Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) sua nota foi 3,4. Os estudantes dessa escola são considerados de baixa renda e, na maioria das vezes, não possuem acompanhamento familiar. Nesse contexto, ela foi escolhida para participar como escola colaboradora do PIBID, cujo objetivo foi despertar o interesse pelo ensino/aprendizagem da Matemática.

Utilizou-se a pesquisa hipotético-dedutiva, que consiste em três pontos: detectar um problema no ambiente de estudo; conjecturar hipóteses para tentar justificar este problema e verificar quais dessas hipóteses foram validadas.

Através de um diagnóstico, realizado por bolsistas do PIBID, foram identificadas várias fragilidades. Dentre elas, destacou-se a dificuldade no ensino/aprendizagem da Geometria. Os pesquisadores, docentes da Unimontes e bolsistas do PIBID, realizaram essa pesquisa para diagnosticar quais eram as dificuldades dos alunos do 9º ano em integrar a Geometria com a Álgebra e a Aritmética. Acreditava-se que os alunos não conseguiam associar esses conteúdos por falta de formação dos professores regentes e porque o livro didático não trabalha a geometria de forma integrada.

Partindo do problema detectado, os pesquisadores elaboraram o instrumento de coleta de dados que consistiu numa avaliação diagnóstica. Primeiramente, essa avaliação foi aplicada ao professor regente das turmas A e B do 9º ano. Em seguida, ela foi aplicada aos alunos individualmente, sem direito a consulta, na sala de aula, sob a orientação do acadêmico pesquisador e da professora regente de turma, ambos participantes do PIBID. Os alunos tiveram 50 minutos para resolverem as questões propostas. Foram incluídos nesse estudo todos os alunos que estavam presentes no dia da aplicação do instrumento e que concordaram em participar. O instrumento de coleta de dados foi aplicado a um total de 46 alunos de uma população de 55, ou seja, 83,63% dos estudantes.

O instrumento constava de três questões abertas com níveis de complexidade diferentes para confirmar ou refutar as hipóteses levantadas. Exigiu-se que os pesquisados resolvessem cada uma das três questões utilizando pelo menos duas estratégias diferentes e que escrevessem os procedimentos utilizados. Todas as questões utilizadas no instrumento de coleta de dados foram retiradas do livro “Para aprender Matemática” (LORENZATO, 2006). Elas poderiam ser resolvidas utilizando conhecimentos algébricos, aritméticos ou geométricos:

Questão1: calcule o produto das frações $1/2 \times 2/3$.

Questão 2: encontre a soma da seguinte progressão $1/2+1/4+1/8+1/16+...$

Questão 3*:* na equação $x^2+4x-45=0$, ache o valor positivo de x que satisfaça essa equação.

Os pesquisadores realizaram também uma análise do livro didático adotado pela escola pesquisada, cujo objetivo foi avaliar se nele a Aritmética, a Álgebra e a Geometria eram abordadas de forma integrada.

3. Resultados e discussão

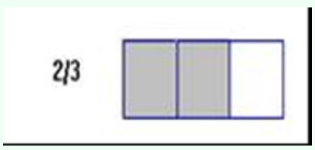
As questões utilizadas nesta pesquisa foram escolhidas por possibilitar um ensino integrado e tiveram como objetivo verificar se a professora e os alunos eram capazes de resolvê-las, utilizando raciocínio geométrico.

A questão 1 corresponde a uma multiplicação de fração, que os alunos normalmente resolvem automaticamente multiplicando numerador por numerador e denominador por denominador sem compreender o seu significado. Nos problemas com frações não faltam situações em que temos de calcular a fração de outra fração a partir da pergunta: quanto é 1/2 de 2/3? Uma pergunta que, quando bem interpretada, conduz à regra da multiplicação de frações (NETO, 2011).

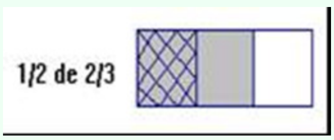
Na multiplicação de naturais, o primeiro termo indica quantas vezes o segundo será tomado. Na multiplicação de natural por fração, o número natural indica quantas vezes a fração será tomada. Na multiplicação de fração por fração, a primeira indica que parte ou fração da segunda será tomada. No entanto, fração de uma outra fração gera multiplicação entre os denominadores e entre os numeradores (NETO, 2011) e, portanto, esse processo pode ser tomado para multiplicar frações.

Uma forma de facilitar a compreensão do significado da multiplicação de frações é resolvê-la utilizando raciocínio geométrico. Desta forma, o estudante compreende o significado da operação e constrói seu próprio conhecimento conforme as instruções abaixo.

1. Fazer um desenho e dividi-lo em três partes iguais e hachurar duas partes.



2. Tomar a metade da parte hachurada



Conclui-se então que a metade de 2/3 é igual a 1/3.

Observou-se que a maioria dos estudantes (36/46) responderam 2/6 e apesar de não simplificarem, obtiveram, por Aritmética, a resposta correta, multiplicando numerador por numerador e denominador por denominador. O que nos leva questionar se eles compreenderam o significado da operação. As regras são elaboradas para facilitar o cálculo. No entanto, é necessário compreendermos o significado de cada uma delas para que possamos aplicá-las com segurança (NETO, 2011).

Dos estudantes que acertaram a questão, dois procuraram uma representação geométrica associada à solução, porém, eles não utilizaram a geometria para a resolução da operação, conforme exemplificado nas figuras 1 e 2. Cinco estudantes deixaram a questão em branco, fato preocupante, uma vez que se trata de um conteúdo básico da Aritmética, estudado nas séries iniciais do ensino fundamental.

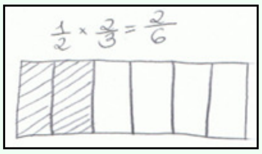


Figura 1 – aluno A

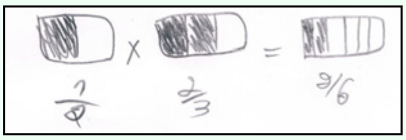


Figura 2 – aluno B

Fonte: Relatório da Pesquisa

A segunda questão, aparentemente, exigia um conhecimento aritmético mais avançado por se tratar de uma progressão geométrica, normalmente trabalhada no ensino médio. Esta adição é composta de infinitas parcelas, o que leva muitas pessoas a desistirem de obterem a soma (LORENZATO, 2006). No entanto, poderia ser facilmente resolvida se o estudante tivesse a habilidade e a criatividade de associar a Geometria à Aritmética, conforme exemplificado abaixo:

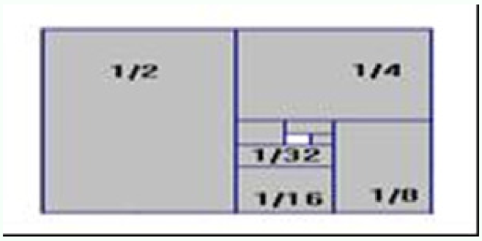


Figura 3 – Resolução da segunda questão
Fonte: relatório da pesquisa

Na figura 3, a partir do inteiro foi representada a fragmentação infinita: 1/2, 1/4, 1/8, 1/16 e assim sucessivamente. Dessa forma fica claro que esta soma converge para 1.

Outra forma de resolver esta questão, em nível de estudantes de 9º ano, público alvo desta pesquisa, é exemplificada na figura 4. Apesar de ser mais difícil a visualização, eles também concluiriam que a soma converge para um.

1/2 + 1/4 + 1/8 + 1/32 .... =
0,5 + 0,25 + 0,125 + 0,03125 ... =
0,90625...
aproximadamente 1

Figura 4 – Segunda forma de resolver a questão

Dos 46 estudantes, 35 tentaram resolver esta questão, porém nenhum conseguiu acertá-la e os outros onze a deixaram em branco. Dos 35 que tentaram resolvê-la, oito esboçaram uma tradução geométrica somente dos termos da operação, entretanto, sem demonstrar uma compreensão do significado da operação, conforme exemplificado nas figuras 5 e 6.

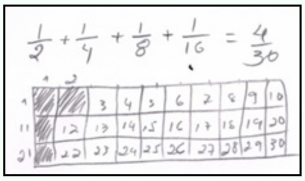


Figura 5 – tentativa A

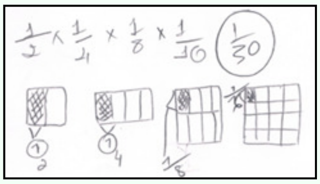


Figura 6 – tentativa B

Fonte: Relatório da Pesquisa

A questão três trata de uma equação do segundo grau, já trabalhada com os alunos pesquisados. Normalmente, este tópico é ensinado utilizando a fórmula de Báskara, mas pode ser resolvido geometricamente sem a utilização de fórmulas, conforme exemplificado na figura 7.

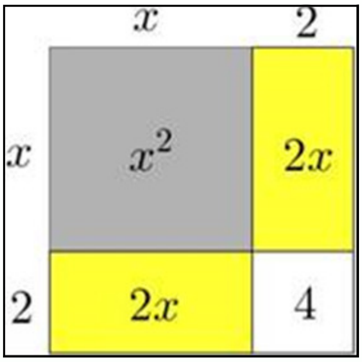


Figura 7 – resolução da questão três
Fonte: relatório da pesquisa

Na equação $x^2+4x-45=0$, proposta na questão três, o x^2 pode ser associado à área de um quadrado de lado x e o 4x pode ser associado à soma das áreas de dois retângulos de dimensões 2 e x. Diante destes dados, a área em branco representa um quadrado de lado 2. A área em destaque (sombreada) na figura corresponde a 45 ($x^2+4x=45$). Dessa forma, a área total do quadrado (representação sombreada + branco) é igual a 49 (45+4). Portanto se a área total do quadrado é 49 implica que o valor do lado deste quadrado é igual a 7. Assim, o valor de x+2=7 e x=5.

Em relação a esta questão, 22 estudantes tentaram resolvê-la utilizando o raciocínio algébrico (fórmula de Báskara), porém, apenas um obteve, por esse processo, a resposta correta. Dentre estes, 21 não interpretaram satisfatoriamente o enunciado, que pedia o número positivo da equação, o que resultou no erro. Segundo Gomes et al (2011) os alunos apresentam dificuldades na resolução de problemas, especialmente, na tradução da linguagem presente no enunciado para a linguagem Matemática. Outros 13 utilizaram o raciocínio geométrico, sendo que apenas cinco utilizaram este raciocínio como 1ª estratégia, no entanto, todos eles foram capazes de fazer somente a tradução como demonstrado na figura 8 e na tentativa de resolver, buscaram recursos algébricos, não acertando e cometendo inúmeros erros na resolução da equação . Os 11 restantes deixaram a questão em branco.

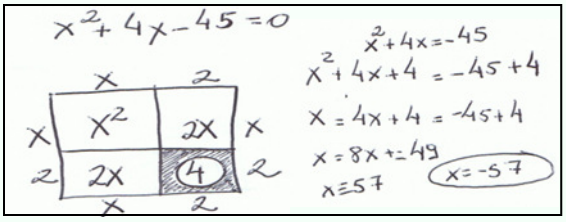


Figura 7 – tradução do enunciado para a linguagem matemática
Fonte: relatório da pesquisa

Quanto à análise das questões respondidas pela professora regente, foi observado que ela obteve respostas corretas para todas elas e soube apresentar duas estratégias diferenciadas para as soluções. Na primeira questão, ela demonstrou conhecer a interpretação da multiplicação de frações como cálculo de fração de fração (conforme mostra a figura 9). Na questão 2, ela apresentou uma solução algébrica (soma dos termos de uma progressão geométrica) e uma solução geométrica de cunho próprio, mais relacionada à representação de frações em seu cotidiano escolar: na unidade representada por um retângulo, representa, os valores 1/2, 1/4, 1/8 e 1/16, percebendo que, prosseguindo no processo, a soma dos infinitos valores tende a preencher a unidade (figura 10). Ela inicia a resolução da última questão utilizando o raciocínio geométrico (figura 11).

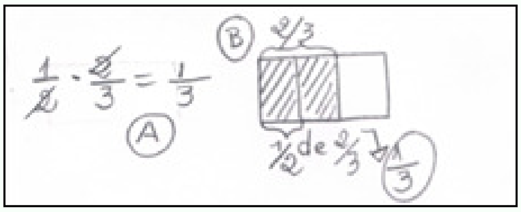


Figura 9 – interpretação da multiplicação de frações

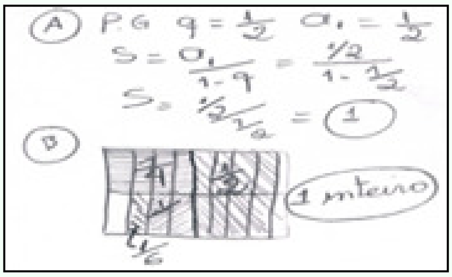


Figura 10 – solução geométrica de cunho próprio

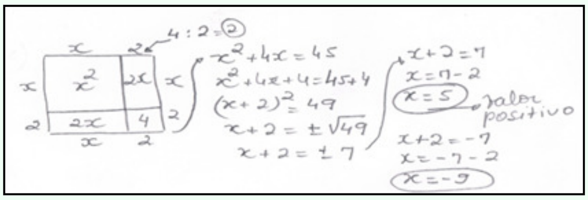


Figura 11 – resolução utilizando o raciocínio geométrico

A professora mostrou raciocínio geométrico suficiente e adequado para resolver as questões propostas, porém o mesmo não foi observado nos alunos. O que nos leva a questionar: por que a professora não conseguiu estimular suficientemente o raciocínio geométrico dos alunos? Em parte, isso poderia ser explicado pelos conteúdos envolvidos nas questões. Nas questões 1 e 2 (nas quais os alunos desenvolveram menos o raciocínio geométrico) os conteúdos dizem respeito a séries anteriores (frações) e, provavelmente, a professora não retomou esse conteúdo com seus alunos. Na terceira questão, em que o conteúdo é específico do 9º ano, 13 alunos utilizaram o raciocínio geométrico. Entretanto, vale ressaltar que na tentativa de resolver, buscaram recursos algébricos, não acertando e cometendo inúmeros erros na resolução da equação.

A figura 8, que ilustra uma das resoluções feitas por um aluno, mostra uma associação clara da equação a um esquema geométrico correto, mas também a inabilidade em relacionar esse esquema à equação, o que possibilitaria atribuir valor numérico à área total do quadrado. Nessa tentativa, é possível ver de modo acentuado os erros algébricos:

- Na primeira linha, erro algébrico no sinal do 2º membro.
- Na segunda linha: procedimento correto, baseado no esquema geométrico de completar o quadrado,

mas que porta o erro oriundo da primeira linha.

- Na terceira linha: sem nexo e sem conjectura sobre a razão de ter transformado $x^2 + 4x + 4$ da segunda linha em $x = 4x + 4$.
- Na quarta linha: Erro ao escrever $4x + 4$ como $8x$; erro ao escrever $-45 + 4$ como 49.
- Na quinta linha: Erro ao obter de $x - 8x + = 49$ como 57, destacando, em seguida, $x = -57$.

Infere-se que o aluno tinha base em como encaminhar geometricamente a questão, mas não tinha poder de leitura dos dados do problema para identificar $x^2 + 4x$ como 45, nem conhecimentos básicos de aritmética e álgebra para prosseguir no problema.

Outro fator importante a ser ressaltado se refere à avaliação da forma como os conteúdos são abordados no livro didático, adotado pela escola no 9º ano. O autor distribui os capítulos que trabalham Geometria entre os demais conteúdos e faz a introdução dos conteúdos de raiz, de números irracionais e de equação do 2º grau abordando a Geometria. Ele demonstra, dessa forma, um avanço no ensino da Geometria, uma vez que anteriormente, os capítulos referentes à Geometria só eram colocados no final do livro e o conteúdo, quando trabalhado, não apresentava uma integração com os outros conteúdos.

No capítulo referente à equação do 2º grau, o autor inicia fazendo uma integração da Geometria com a Álgebra. Isto explica, em parte, os resultados encontrados na questão 3 que envolve a equação do 2º grau. Nesta, alguns estudantes e a professora regente iniciaram a resolução com o raciocínio geométrico e em seguida deram sequência na resolução utilizando raciocínio algébrico, repetindo os mesmos passos adotados pelo autor do livro. Partindo destas observações, acredita-se que se os autores dos livros didáticos investissem mais na integração matemática, os professores e os alunos se sentiriam mais motivados e preparados para trabalharem de forma integrada.

De acordo com Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997), as práticas na sala de aula têm como referência os livros didáticos que, muitas vezes, são de qualidade insatisfatória e a implantação de propostas inovadoras esbarra, por sua vez, na falta de formação profissional qualificada e na existência de concepções pedagógicas inadequadas.

4. Conclusão

Este estudo mostrou que a professora tem capacidade para resolver questões matemáticas utilizando de forma integrada o raciocínio Geométrico com Aritmética e Álgebra. Observou-se também que o livro didático adotado preocupa-se em fazer esta integração. Porém, os alunos pesquisados apresentam dificuldades em integrar a Geometria com a Álgebra e a Aritmética em diversas situações. Uma possibilidade é que essa integração não tenha sido suficientemente trabalhada em sala de aula e/ou em anos anteriores.

Acredita-se que as dificuldades encontradas pelos pesquisados perpassam a maioria dos estudantes do ensino fundamental. Entretanto, fazem-se necessários novos estudos com uma população maior, com outras escolas públicas com notas melhores no IDEB e também com escolas da rede privada.

Referências

GOMES, GP; ALVES, MR; MAIA, FA; ALMEIDA, MTC; FRANÇA, SD; FRANCO, JF. **Programa Institucional de Incentivo e Apoio à Docência:** Reflexões e Contribuições da Unimontes na Formação de Professores para a Educação Básica. Montes Claros: Unimontes, 2011

LORENZATO, S. Por que não Ensinar Geometria? **A Educação Matemática em Revista**–SBEM–Nº4–1ºSem, 1995.

LORENZATO, S. **Para aprender matemática**. – Campinas, SP: Autores Associados, 2006. (Coleção Formação de professores)

NETO, AR. Fração-multiplicação, fração de uma outra fração. Especial para a Página 3. **Pedagogia & Comunicação**. Disponível em http://educacao.uol.com.br/matematica/fracoes-multiplicacao.jhtm. Acesso em 11 de dezembro de 2012.

BRASIL, Ministério da Educação /SEF. **Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: Introdução aos PCN**. Brasília: MEC/ Secretaria de Educação Fundamental, 1998, Pág. 15.

SADOO et al . A geometria no ensino fundamental: reflexões sobre uma experiência de formação envolvendo professores e alunos. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. **Revista Brasileira de Educação**, Set/ out/ nov/ dez, n° 27, p.p. 94-108, 2004. Disponível em: https://docs.google.com/viewer?a=v&q=cache:zA4aKxUrj6wJ:www.scielo.br/pdf/rbedu/n27/n27a06.pdf+ensino+de+geometria&hl=pt-BR&gl=br&pid=bl&srcid=ADGEESjnlYh4QhANxO5LKbnfXC8rWTyQlzjcfh5nbi59b3AnexwU7Ri5cP7x5DARTa8MX5bHaZP8E6U5vz_Cx3lpc0oqwiOvD_2tkGVKTYz7grDU507Btezwv0tB_da609pXK7B2nsx4&sig=AHIEtbS5HAAfTIN2ZRLYSFOwxJQpvOpc6Q. Acesso em onze de janeiro de 2013.