Contribuições do campo conceitual multiplicativo para a formação inicial de professores com suporte das tecnologias digitais

Conceptual field multiplicative contributions for teacher formation with initial support of digital technologies

RODRIGO LACERDA CARVALHO[1]

JOSÉ AIRES DE CASTRO FILHO[2]

DENNYS LEITE MAIA[3]

JOSERLENE LIMA PINHEIRO[4]

Resumo

A cada vez que os computadores chegam nas escolas, fica evidente que o ponto crucial é a formação de professores para que possam integrar as tecnologias aos processos pedagógicos. Nesta pesquisa utilizaremos estes recursos no ensino do campo conceitual das estruturas multiplicativas. Assim, o nosso objetivo é analisar o conhecimento matemático dos futuros professores, para o ensino de estruturas multiplicativas com suporte das tecnologias digitais. Para tanto, elegemos a pesquisa colaborativa para conduzir os passos metodológicos deste trabalho. Na análise dos dados constatamos as contribuições do campo conceitual das estruturas multiplicativas para a compreensão do conceito de função linear e evidenciamos que o objeto de aprendizagem "Equilibrando Proporções" é relevante para o entendimento do conceito de grandezas diretamente proporcionais e de função linear.

Palavras-chave: *Formação de Professores, Tecnologias Digitais, Estruturas Multiplicativas.*

Abstract

Each time the computers arrive in schools, it is clear that the crucial point is to train teachers to integrate technology into educational processes. In this research we use these resources in teaching the conceptual field of multiplicative structures. So our goal is to analyze the mathematical knowledge of future teachers for teaching multiplicative structures with support of digital technologies. To this end, we elected to conduct collaborative research for the methodological steps of this work. In analyzing the data found the contributions of the conceptual field of multiplicative structures for understanding the concept of linear function and evidenced that the learning object "Balancing Proportions" is relevant to understanding the concept of directly proportional magnitudes and linear function.

Keywords: *Teacher Formation, Digital Technologies, Multiplicative Structures.*

[1] Universidade Federal do Cariri (UFCA) – rodrigo.lacerda@ufca.edu.br

[2] Universidade Federal do Ceará (UFC) – aires@virtual.ufc.br

[3] Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN) – dennys@imd.ufrn.br

[4] Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira (Unilab) – lenopinheiro@unilab.edu.br

Introdução

A utilização pedagógica do computador na Educação Básica iniciou no Brasil por volta da década de 1980. Desde então, o poder público tem informatizado as escolas brasileiras, visando melhorias para os processos de ensino e aprendizagem (MAIA; BARRETO, 2012). Como exemplos, mencionamos algumas experiências realizadas em nosso país, tais como: o Projeto Computadores na Educação (EDUCOM); o Projeto Formar, o Programa Nacional de Informática Educativa (PRONINFE); o Programa Nacional de Informática na Educação (PROINFO); Mídias na Educação e o Projeto Um Computador por Aluno (UCA). Esses projetos remontam ao desenvolvimento da Informática Educativa, na escola pública brasileira, nos últimos 30 anos.

Apesar do crescente investimento para a chegada das Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC) nas escolas, em 2013, o Comitê Gestor da Internet no Brasil (CGI.br), entidade oficial que coordena serviços da *web* no País, divulgou que alguns professores que usam tecnologias em sala de aula se limitam, na maior parte do tempo, a ensinar aos estudantes como utilizar o computador, em vez de desenvolver práticas pedagógicas.

Nessa perspectiva, evidenciamos que a apropriação e integração das TDIC na prática pedagógica não podem estar apoiadas apenas na disponibilidade dos equipamentos. A presença desses recursos nas aulas não garante mudanças no cenário educacional. De acordo com Almeida e Prado (2011), a cada experiência, torna-se evidente que o ponto crucial é a formação de professores para que possam integrar essas tecnologias aos processos pedagógicos. Dessa maneira, nossa proposta é que este trabalho seja realizado desde a formação inicial com os futuros professores vivenciando e refletindo sobre a prática de ensino com tais ferramentas.

As TDIC podem favorecer professores e alunos a superem obstáculos no processo de ensino e aprendizagem. Nesta pesquisa pretendemos utilizar as potencialidades destes recursos integrados ao ensino de Matemática. Borba e Penteado (2010), afirmam que as TDIC podem proporcionar mudanças significativas na prática escolar, criando condições favoráveis para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Bittar (2010), relata que pesquisas apontam para a melhoria da qualidade do ensino e da aprendizagem da Matemática com o uso de recursos digitais. Nestes casos, as TDIC oportunizaram diferentes formas de representar o conhecimento matemático ou propõem o trabalho colaborativo entre pessoas com suporte do recurso computacional.

A partir de nossa experiência como docentes de cursos de Licenciatura (em Matemática e em Pedagogia), percebemos que estes contextos de formação permanecem com a visão de que Matemática se aprende somente com lousa, pincel, papel e caneta e com ênfase excessiva na aplicação de algoritmos. Assim, acabam deixando de lado debates relevantes que estão acontecendo na sociedade, que elencamos como exemplo, o uso das TDIC. Nesse sentido, atuaremos na formação inicial, para que essa discussão já comece desde cedo fazer parte da prática docente. Ademais, os cursos de licenciatura representam o principal componente formativo e de maior duração na preparação dos professores para a prática pedagógica.

As Diretrizes Curriculares Nacionais (DCN) para a formação inicial em nível superior (cursos de licenciatura, cursos de formação pedagógica para graduados e cursos de segunda licenciatura) e para a formação continuada que foram lançadas em junho de 2015 orientam que durante a formação inicial os futuros docentes devem: I) fazer o uso competente das TDIC para o aprimoramento da prática pedagógica; II) desenvolver projeto formativo que assegure o domínio dos conteúdos específicos da área de atuação, fundamentos e metodologias, bem como das tecnologias; e III) utilizar recursos pedagógicos como biblioteca, laboratórios, videoteca, entre outros, além de recursos de tecnologias da informação e da comunicação, tendo em vista a melhoria dos processos de ensino e aprendizagem da Matemática (BRASIL, 2015).

A partir da realização de diversas pesquisas e de iniciativas do poder público em relação ao avanço da qualidade no ensino da disciplina supracitada, os resultados oficiais da última avaliação do Programa Internacional de Avaliação de Alunos (PISA), apontam que o Brasil foi o país que mais cresceu em Matemática. Todavia, nosso país permanece abaixo da média em relação a diversos países participantes do programa (OCDE, 2013). Nesse contexto, evidenciamos que uma boa formação inicial de professores pode melhorar ainda mais a realidade brasileira.

Apesar de todos os esforços empreendidos em diversas esferas de ação no campo da Educação Matemática, seu ensino e aprendizagem ainda constituem uma temática que demanda atenção. Ressaltamos que o Relatório Anual do Movimento Todos pela Educação, ao avaliar diretrizes e metas para a educação, divulgou que a Matemática é o ponto mais fraco de alunos concludentes do Ensino Médio. No estado do Ceará, 91% desses estudantes terminam os estudos sem conhecimento adequado na área. Assim, pretendemos contribuir para as discussões da temática, visando principalmente à formação inicial dos docentes de Matemática.

Tendo em vista a abrangência da Matemática, neste artigo iremos trabalhar com o campo conceitual das estruturas multiplicativas (VERGNAUD, 1994). O referido campo oportuniza o contato com diferentes situações de multiplicação, divisão e a combinação de tais operações. Além disso, este trabalho compõe uma pesquisa maior, financiada pelo Projeto Observatório da Educação (OBEDUC) que visa uma formação em rede colaborativa, cujo título é: Um estudo sobre o domínio das Estruturas Multiplicativas no Ensino Fundamental (SANTANA; LAUTERT; CATRO FILHO, 2012), este fato também justifica a escolha deste campo conceitual que foi trabalhado junto com os licenciandos durante o processo formativo.

De acordo com Vergnaud (2001), o campo conceitual das estruturas multiplicativas é um conjunto de situações cujo tratamento implica em uma ou várias multiplicações ou divisões, e o conjunto dos conceitos e teoremas que permitem analisar as situações quaternárias, como as de proporção simples e múltipla, e ternárias, presentes em problemas de comparação multiplicativa e produto de medidas. Problemas do campo conceitual multiplicativo envolvem conceitos de função linear e não-linear, relação escalar direta e inversa, quociente e produto de dimensões, combinação linear e aplicação linear, fração, relação, número racional, dentre outros conceitos. Para a presente pesquisa, teremos como foco o conceito de função.

Nosso artigo almeja, portanto, analisar o conhecimento matemático dos futuros professores, para o ensino de estruturas multiplicativas com suporte das TDIC. Neste contexto, exploraremos diferentes situações para trabalhar os problemas do referido campo conceitual.

Para tanto, elegemos a pesquisa colaborativa para conduzir os passos metodológicos deste trabalho. Segundo Teles e Ibiapina (2009), este método de pesquisa é um modelo de investigação pautado na abordagem da mediação social. Nessa perspectiva, pesquisadores e professores trabalham conjuntamente, em busca de conhecimentos voltados para a melhora da cultura escolar e para o desenvolvimento profissional dos envolvidos na pesquisa.

Esclarecidos a problemática, justificativa e objetivo da pesquisa, apresentamos a proposta de estruturação do trabalho no que diz respeito ao quadro teórico. Este artigo será organizado da seguinte maneira: 1) Formação Inicial de Professores de Matemática e Estruturas Multiplicativas; 2) Tecnologias Digitais na Educação; 3) Metodologia; 4) Análise dos dados; e 5) Conclusões.

Formação Inicial de Professores de Matemática e Estruturas Multiplicativas

A deficiência na aprendizagem de conceitos matemáticos é uma temática que tem causado preocupação em diversos setores da sociedade, em especial, aqueles ligados à educação. Em função disto, se tem buscado alternativas para superar os problemas existentes no processo de ensino e aprendizagem da Matemática. No âmbito acadêmico, pesquisadores têm se debruçado sobre a investigação de novas práticas e estratégias, baseadas em teorias, capazes de propiciar a superação das dificuldades.

Entendemos que a formação é um processo de articulação entre o trabalho docente, o conhecimento e o desenvolvimento profissional do professor, enquanto possibilidade de postura reflexiva dinamizada pela *práxis* (LIMA, 2012). Ou seja, é um momento em que podemos refletir sobre a Matemática como uma construção humana na sua interação com o contexto natural, social e cultural. Esta visão opõe-se àquela presente na sociedade, inclusive na Universidade, que considera a Matemática como um corpo de conhecimento imutável e verdadeiro.

Nesse contexto, é imperioso repensar o ensino da Matemática. Esta mudança exige não somente uma análise nos currículos escolares, como destacam os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática, mas sobretudo uma análise da formação docente (BRASIL,1998). Nesse sentido, discutiremos sobre as contribuições da formação inicial para os futuros professores de Matemática.

Fiorentini (2003), ao abordar a questão da formação dos docentes de Matemática, afirma que, apesar de todos esses novos encaminhamentos nas discussões, a principal mudança que se observa encontra-se apenas no âmbito do discurso. O autor complementa que prevalece o modelo de uma racionalidade técnica que separa teoria e prática. Ponte (2009), afirma que o domínio do conhecimento matemático e pedagógico torna o professor de Matemática mais preparado em sala de aula, capaz de escolher tarefas mais apropriadas ao desenvolvimento de discussões matemáticas significativas.

Segundo Cury et al (2002), os cursos de Licenciatura Plena em Matemática, além da importância que atribuem aos conteúdos matemáticos, devem discutir as possibilidades e metodologias para o ensino e a aprendizagem desta disciplina. Os autores complementam, afirmando que uma das maneiras de formar um professor de Matemática crítico e consciente das dificuldades que vai encontrar na sua prática é desenvolver, desde a graduação, atividades práticas paralelamente à teoria, para que, por meio delas, esses futuros docentes possam trabalhar em prol da melhoria das condições do ensino e aprendizagem da Matemática.

Ponte (1992), já afirmava que na formação inicial um dos problema é a inexistência de uma prática que possibilite (re)formular objetivos de intervenção na sala de aula e de vivências diretas de reflexão. Um dos desafios é que as concepções dos futuros professores sejam colocadas em questionamento, criando hábitos de refletir sobre a Matemática como uma construção social e não como algo pronto e acabado.

Fiorentini et al (2002), investigaram com base em um levantamento de 25 anos da pesquisa brasileira sobre formação de professores, que os futuros professores tendem a reproduzir os procedimentos didáticos de seus formadores e que a formação acadêmica dos formadores foi com ênfase quase exclusiva na formação matemática. Ou seja, provavelmente os licenciandos irão dar ênfase ao conhecimento de Matemática Pura, que é fundamental para o ensino, entretanto não é suficiente, é preciso também que os futuros professores tenham o conhecimento pedagógico.

Nesse sentido, Mendes (2009) afirma que as experiências na formação inicial de professores de Matemática evidenciaram a necessidade de se investir cada vez mais na organização de cursos de licenciatura com uma proposta metodológica de ensino que se caracterize por subsidiar os licenciandos com alternativas que os levem à busca de conhecimento matemático, por meio de atividades que valorizem o saber produzido pela sociedade.

O futuro professor de Matemática precisa se apropriar de conhecimentos de diferentes naturezas, tais como os conhecimentos específicos dos conteúdos a serem trabalhados em sala de aula e os significados que os conceitos podem assumir, bem como as relações e propriedades destes conceitos e as formas de representação simbólica que podem ser utilizadas para registro e operacionalização dos mesmos e seu desenvolvimento (VERGNAUD, 2001).

Segundo Mandarino (2006), muitos dos licenciados participantes de sua pesquisa vão para a sala de aula sentindo-se despreparados para enfrentar as realidades pertinentes a compreensão dos conteúdos matemáticos. A multiplicação e a divisão poderiam ser citadas como um dos pontos que não estão totalmente compreendidos pelos professores, pois é observado que estes conceitos ainda são trabalhados isoladamente, e não dentro de um campo conceitual, qual seja, o das estruturas multiplicativas.

Nesse sentido, percebemos a importância de maiores investimentos na formação inicial de professores para que os mesmos possam apropriar-se de outras perspectivas para o ensino de conceitos que envolvam multiplicação e divisão, ou a combinação entre estas operações.

A Teoria dos Campos Conceituais das Estruturas Multiplicativas visa possibilitar uma base consistente às pesquisas sobre atividades cognitivas, especificamente, com referência ao conhecimento matemático. Permite, ainda, situar e estudar as filiações e as rupturas entre conhecimentos, na perspectiva de seu conteúdo conceitual, isto é, estudar as relações existentes nos conceitos matemáticos. Trata-se de uma teoria cognitivista que oferece princípios para o estudo do desenvolvimento e da aprendizagem de competências matemáticas (VERGNAUD, 1990).

Segundo Vergnaud (1990, p. 135), "um conceito não pode ser reduzido à sua definição se estamos interessados na sua aprendizagem e no seu ensino. É por meio de situações e de problemas que um conceito adquire sentido para o aluno." Nas Estruturas Multiplicativas, o indivíduo desenvolve um campo de conceitos que lhes dão sentido num campo de problemas de multiplicação e divisão.

Vergnaud (1990), afirma ainda que diferentes conceitos matemáticos estão relacionados a estas situações, como: função linear, bilinear e não-linear, espaço vetorial, análise dimensional, fração, razão, proporção, taxa, número racional, combinação, produto cartesiano, área, volume, isomorfismo, entre outros.

Vergnaud (1994), destaca que as relações multiplicativas têm várias classes de problemas, onde é importante distinguir tais classes e analisá-las cuidadosamente, ajudando deste modo o estudante a reconhecer as diferentes estruturas de problemas, encontrando procedimentos apropriados para sua solução. Assim, para organizar as possíveis situações, os problemas de estruturas multiplicativas foram classificados conforme as relações estabelecidas entre os entes envolvidos. Os problemas do campo conceitual multiplicativo são classificados em duas classes: isomorfismo de medidas e produto de medidas (VERGNAUD, 2009).

O isomorfismo de medidas é caracterizado por uma relação quaternária em que duas quantidades possuem um tipo de dimensão diferente das outras duas. A esta classe, elencamos como exemplo: preço constante (mercadorias e custos), grupo, pertencem problemas elementares, que estabelecem relações de proporção velocidade média constante (duração e distância), entre outras situações.

Os problemas de produtos de medidas envolvem uma relação ternária em que uma quantidade é o produto das outras duas. Esta estrutura consiste em uma composição cartesiana de duas medidas dentro de uma terceira. Vergnaud (1983), descreve nesta categoria os problemas referentes a área, volume, produto cartesiano, entre outros.

Diante das reflexões que foram debatidas até aqui e de posse de alguns princípios de base da Teoria do Campo Conceitual Multiplicativo de Vergnaud (2009); Magina, Merlini e Santos (2012) elaboraram um esquema adaptando as ideias centrais desse campo. O esquema desenvolvido pelos autores, está dividido em duas relações, quais sejam, quaternárias e ternárias (VERGNAUD, 2009). A primeira relação, é formada por dois eixos: proporção simples e proporção múltipla, e a segunda também é formada por dois eixos: o de comparação multiplicativa e o de produto de medidas. Cada eixo encontra-se subdivido em duas classes, um para muitos e muitos para muitos, relação desconhecida, referido desconhecido, configuração retangular e combinatória.

Para o presente artigo, abordamos a relação quaternária, eixo de proporção simples, ou seja, problemas com uma dupla relação entre duas quantidades e classes um para muitos.

Estes são problemas que integram o isomorfismo de medidas descrito por Vergnaud (2009) como a classe básica das estruturas multiplicativas. Neste tipo de situação há uma relação quaternária em que duas quantidades possuem um tipo de dimensão diferente das outras duas. Entre elas há uma taxa de proporcionalidade. Problemas de proporção simples envolvem a correspondência um-para-muitos e dizem respeito a situações e relações cotidianas. Podem ser problemas de multiplicação ou de divisão, considerando ainda divisão por partição e cota.

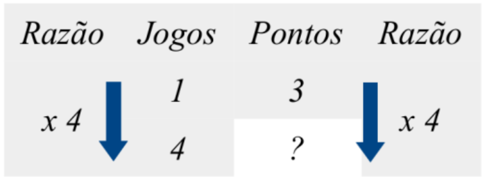
Vergnaud define um conceito como um conjunto de três subconjuntos, C=(S, I, R), em que: S é o conjunto das situações que dão sentido ao conceito (a referência); I é o conjunto dos invariantes operatórios, conceitos-em-ação e teoremas-em-ação que intervêm nos esquemas de tratamento das situações (o significado); e R é o conjunto das representações linguísticas e simbólicas que permitem a representação do conceito e de suas propriedades, das situações às quais ele se aplica e dos procedimentos de resolução destas situações (o significante).

Para problemas de proporção simples, Vergnaud apresenta uma representação em que se evidencia o operador escalar e operador funcional. Estes procedimentos são considerados invariantes operatórios, portanto, constituintes do campo conceitual, conforme a trinca de Vergnaud, e influenciam na compreensão e solução do problema. Para ilustrar esse tipo de problemas, tomemos o seguinte problema:

Problema 1:
Em um campeonato universitário de futsal, a cada vitória, os times somam três pontos. Se algum time vencer todos os quatro jogos da primeira fase da competição, quantos pontos atingirá?

De acordo com o diagrama proposto por Vergnaud, este problema seria assim representado tomando como estratégia de resolução o operador escalar (Figura 01):

Figura 01: Diagrama de Vergnaud, aplicado o operador escalar

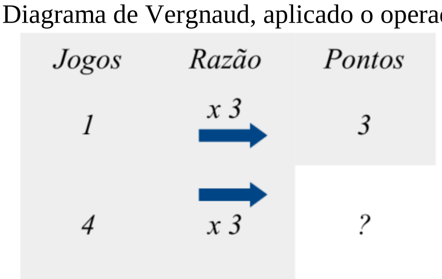


Fonte: elaborada pelos autores

A partir desta representação é possível identificar as quatro dimensões envolvidas, sendo cada par de uma grandeza. Assim, temos dois valores para a dimensão “jogos” e outros dois para “pontos”. A razão, um conceito de número característico do campo conceitual multiplicativo, surge como um valor sem dimensão (*x4*) que representa a quantidade de replicações (NUNES, BRYANT, 1997). Neste caso, o invariante operatório – fator escalar – explicita a replicação ocorrida entre ambas as quantidades, nesta representação apresentada na vertical, portanto em mesma escala.

Outro invariante operatório presente, e menos usual nas crianças, é o fator funcional. Este conceito, embora parte integrante dos conteúdos trabalhados nos anos finais do Ensino Fundamental, pode ser inserido ainda nos primeiros anos de escolarização. Esse invariante é fundamental na compreensão e tratamento de funções, do campo da Álgebra. Se no operador escalar a relação está entre os termos de mesma dimensão, no operador funcional a relação é estabelecida entre as dimensões diferentes. Tomemos o mesmo problema apresentado anteriormente:

Figura 02: Diagrama de Vergnaud, aplicado o operador funcional



Fonte: elaborada pelos autores

Observamos que, neste caso, o número de pontos está relacionado a razão entre o número de jogos ganhos. Diferente do fator escalar, o invariante operatório funcional, leva consigo uma dimensão composta pela razão *jogos x pontos*. Convém ressaltar que o operador funcional da proporção simples é o nosso foco da pesquisa, pois esta relação é uma lei de formação da função linear. No próximo tópico debateremos sobre as tecnologias digitais na formação docente.

Tecnologias Digitais na Formação de Professores

Geralmente os cursos de formação de professores têm se concentrado no conhecimento do conteúdo do professor. Sentindo necessidade de ampliar essa visão, as licenciaturas começaram a olhar também para a pedagogia, enfatizando as práticas de sala de aula (SHULMAN, 1992). Entretanto, algumas abordagens na formação de professores ainda enfatizam o conhecimento do conteúdo separado do conhecimento pedagógico. Com o objetivo de acabar com essa dicotomia foi que o autor propôs a ideia de conhecimento pedagógico do conteúdo (*Pedagogical Content Knowledge*). Segundo Mishra e Koehler (2006), a partir da década de 1980 um novo componente tem estado presente nas escolas, qual seja, as TDIC.

O conhecimento do conteúdo é o conhecimento sobre o assunto real que importa e que deve ser ensinado e aprendido em Matemática. Os futuros professores devem compreender a natureza do conhecimento e da investigação em diferentes campos. O conhecimento pedagógico é o entendimento sobre os processos e práticas de ensino e aprendizagem da Matemática. O referido conhecimento requer a compreensão das capacidades cognitivas, social, e teorias do desenvolvimento da aprendizagem e como se aplicam em sua sala de aula. Já o conhecimento de tecnologia é o conhecimento sobre as tecnologias analógicas, tais como livros, pincel e quadro branco, e as tecnologias digitais, tais como a internet, os sistemas operacionais e *hardware* de computador, bem como a utilização de ferramentas de *softwares*.

No entanto, ao invés de tratar estes conhecimentos de forma separada, a proposta é a articulação das relações entre conteúdo, pedagogia e tecnologia. Segundo Mishra e Koehler (2006), isto significa que, para além de olhar para cada um destes componentes em isolamento, nós também precisamos olhar para eles em pares: conhecimento pedagógico e do conteúdo, conhecimento do conteúdo e tecnologia, conhecimento da pedagogia e tecnologia, e todos os três em conjunto como conhecimento pedagógico e tecnológico do conteúdo (TPACK – *Technological Pedagogical Content Knowledge*). Este conceito é a base da organização do ensino com tecnologia e requer uma compreensão de trabalhos pedagógicos que utilizem tecnologias de maneira construtiva para ensinar o conteúdo específico (MISHRA; KOEHLER, 2006).

Segundo Almeida (2008), apesar do significativo aumento de laboratórios de informática nas escolas brasileiras, após alguns anos, verificou-se que muitos dos computadores foram subutilizados. Parte das escolas não teve acesso à Internet e os objetivos pedagógicos não foram levados em consideração, secundarizando a utilização do computador como potencializador do ensino. Ainda de acordo com a autora, os computadores foram subutilizados por distintos motivos que dependem menos da presença da tecnologia na escola e mais de aspectos políticos pedagógicos e de uma adequada formação dos educadores que propicie conhecer tanto as características e principais propriedades intrínsecas das tecnologias, como suas potencialidades pedagógicas e formas de integrá-las ao currículo.

Especificamente para o ensino da Matemática, existem diversos recursos digitais disponíveis que podem auxiliar na construção de conhecimentos matemáticos, e que os futuros professores precisam conhecê-los. O uso de *softwares* educativos, objetos de aprendizagem (OA), ambientes virtuais de aprendizagem e ferramentas colaborativas da *web* podem ser integrados ao currículo das licenciaturas, e se tornarem instrumentos e espaços favoráveis para o desenvolvimento de competências matemáticas para os futuros professores. Pesquisas de Mendes (2009); Borba e Penteado (2010) e Bittar (2010), retratam as TDIC, em especial o computador, como uma ferramenta para ampliar as possibilidades de ensino e aprendizagem da Matemática.

De acordo com Borba e Penteado (2010), os *softwares* quando utilizados pedagogicamente, podem fomentar o levantamento, a troca, a experimentação e a partilha de ideias pelos aprendizes. Ao compartilhar e articular ideias, os alunos da licenciatura podem ensinar uns aos outros e assim construírem e compreenderem os conceitos matemáticos.

Convém ressaltar, que o modelo de informática educativa que almejamos nas licenciaturas é utilizando "a tecnologia integrada ao que acontece na sala de aula, auxiliando o desenvolvimento de conteúdos disciplinares" (ALMEIDA; VALENTE, 2011, p. 5). Diante desta realidade, observam-se esforços no sentido de garantir um bom uso pedagógico deste equipamento, o que implica na necessidade da formação inicial aos atores do processo. Nesse contexto, entendemos a formação inicial como um espaço privilegiado para esses debates, pois os futuros professores serão responsáveis por dinamizar e inovar as aulas e os projetos na escola, por meio de práticas pedagógicas que possibilitem novas estratégias de utilização da tecnologia, favorecendo a qualidade da aprendizagem aos estudantes.

Consideramos, que estamos na sociedade da produção e do compartilhamento, pois vivenciamos novas formas de aprender e de nos relacionar com o conhecimento. A aprendizagem ocorre nos mais diversos contextos sejam eles formais ou informais, o que hoje é relevante amanhã estará obsoleto e descontextualizado. Por isso devemos a todo instante está em processo de formação.

Para definir esta nova era que vivenciamos, nos apoiaremos no conceito de *Web* 2.0, que podemos caracterizar como ferramentas que facilitam uma conexão mais social da *web* e onde as pessoas podem adicionar e editar informações. Em relação as licenciaturas, com a *Web* 2.0 os futuros professores podem ser co-autores e co-produtores de conteúdos, compartilhando a sua produção com os demais indivíduos imersos na cultura digital. Elencamos como exemplo o *Youtube* como um espaço que pode potencializar estas práticas. Nessa experiência, a aprendizagem dos licenciandos será produto de trocas de ideias, discussões, compartilhamento de informação e construção social dos conceitos.

Estas transformações da sociedade implicam em reconfigurações adequadas por parte dos cursos de licenciaturas. Dessa maneira, esta instituição precisa (re)pensar em como constituir uma comunidade de aprendizagem e implementar modelos organizacionais que valorizem o papel dos diferentes atores envolvidos no processo educativo.

Nas licenciaturas, as TDIC podem ampliar os espaços de formação, pois possibilitam uma reflexão colaborativa. Com o suporte destes recursos, os futuros professores podem compartilhar e discutir sobre sua prática, numa perspectiva de desenvolvimento profissional. Com acesso à internet, os licenciandos podem buscar inúmeras fontes de informação, tais como laboratórios de Matemática virtuais, grupos de estudo e de pesquisa no Ensino de Matemática, bibliotecas, dentre outros. Além disso, com essa prática os licenciandos podem interagir com diversas pessoas dentro e fora da Universidade. Nessa perspectiva, os licenciandos têm as possibilidades de compartilhar fatos sobre sua prática nas redes sociais ou comunidades virtuais específicas, em espaços onde seus pares poderão ver, comentar e contribuir para uma discussão e reflexão.

No próximo tópico, expõe-se a metodologia deste trabalho, o que se constitui como aspecto essencial para garantir a viabilização de todo o desenvolvimento da investigação.

Metodologia

Em relação a metodologia, nosso objeto de estudo nos levou a optar por trabalhar com base na pesquisa colaborativa. Neste contexto, a prática se volta para a resolução dos problemas sociais, especialmente aqueles vivenciados na Escola ou na Universidade, contribuindo com a disseminação de atitudes que motivam pesquisadores e educadores a trabalharem conjuntamente, em busca de conhecimentos voltados para a melhora da cultura escolar e para o desenvolvimento profissional dos docentes (IBIAPINA, 2008).

De acordo com Loiola (2004), o papel do pesquisador também é de formador. Nesse contexto de trocas, assumimos também o papel de formador e realizamos uma mediação dialética entre os futuros professores e suas práticas. A colaboração entre o pesquisador e os futuros professores apoiou-se no princípio de que cada um necessita da participação do outro para a realização do trabalho e para seu crescimento profissional.

Nessa perspectiva, Desgagné (2001) afirma que a pesquisa colaborativa investiga determinado objeto que frequentemente é proposto pelo pesquisador universitário, entretanto interessa e motiva os futuros professores a refletirem sobre a prática docente. Para Ibiapina (2008), no âmbito da educação, esse método de pesquisa é uma produção de conhecimentos científicos e desenvolvimento profissional, por meio da atividade de formação e reflexão.

Três caminhos distintos que se complementam se encontram na operacionalização metodológica da pesquisa colaborativa: a co-situação, a co-operação e a co-produção. Fiorentini e Lorenzato (2009) salientam que o prefixo co significa ação conjunta. Neste artigo, abordaremos um momento da co-situação e outro da co-operação.

Segundo Loiola (2004), a co-situação é a etapa da pesquisa colaborativa que responde às preocupações do contexto dos futuros professores e do contexto da pesquisa. Nessa fase, o papel principal do pesquisador consiste em procurar a mediação entre esses dois contextos. É nessa etapa que se dão as negociações e a inserção em um projeto que visa contribuir para a produção e compartilhamento de saberes docentes (TELES; IBIABINA, 2009).

Antes de efetivamente iniciarmos a co-situação, fizemos a definição do lócus da pesquisa. Optamos pela Instituição de Ensino Superior (IES) onde somos professor efetivo da área de Ensino de Matemática. A referida IES oferece o curso de Licenciatura Interdisciplinar em Ciências Naturais e Matemática, que permite uma formação geral interdisciplinar e específica nas áreas de Biologia, Física, Matemática e Química.

Para pesquisa selecionaremos três sujeitos, tratados pelos códigos D2-I3-J4 para garantir o anonimato, que atendessem aos seguintes critérios: I) Ser bolsista em um dos quatro pilares que sustentam esta Universidade: Ensino, Pesquisa, Extensão e Cultura; II) Ter disponibilidade para participar da pesquisa; e III) Permitir e participar da análise e publicação dos dados colhidos no momento em que acontecerá a formação.

A etapa da co-situação, ocorreu nos meses de maio e junho de 2015. Foram realizados 5 encontros nos quais conversamos com os futuros professores acerca da proposta da pesquisa e formamos um grupo de estudos que abordou os elementos do campo conceitual multiplicativo. Os dados colhidos nesta fase foram registrados em diário de campo. Para o presente artigo, abordaremos na análise dos dados o debate de um texto que demonstra o conhecimento dos participantes acerca da teoria dos campos conceituais das estruturas multiplicativas.

Consideramos que o momento da co-situação foi importante para a nossa pesquisa, pois, a partir dessa atividade, iniciamos efetivamente a busca em torno de um objetivo comum, qual seja, a articulação entre o desenvolvimento profissional dos futuros docentes e a produção do conhecimento científico.

A etapa da co-operação, aconteceu nos meses de agosto e setembro de 2015, onde foram realizados 5 encontros. Nesta fase ocorreu o processo de formação, de explicitação dos diálogos entre o pesquisador e os futuros professores. Nesse momento pesquisador e licenciandos refletiram sobre a prática (LOIOLA, 2004) de ensinar embasados teoricamente no campo conceitual das estruturas multiplicativas, com suporte das tecnologias digitais. Estes dados foram coletados em gravações de áudio.

Além disso, realizamos uma formação com os licenciandos no que se refere a este referencial teórico com suporte das TDIC. Para o presente artigo, abordaremos na análise dos dados o debate sobre a exploração do OA "Equilibrando Proporções"[5].

O referido OA explora os conceitos de razão, proporção e grandezas diretamente proporcionais simples, diretamente proporcionais compostas, inversamente proporcionais simples e inversamente proporcionais compostas. Consideramos esta relação entre grandezas um dos aspectos fundamentais para a compreensão do conceito de função, fato que justifica a escolha do recurso digital. A seguir analisaremos os dados obtidos nas etapas da co-situação e co-operação.

[5] O referido OA faz parte do Projeto Condigital da Universidade Cruzeiro do Sul. Acessível em: http://www.projetos.unijui.edu.br/formacao/_medio/Matematica/EquilibrandoProporcoes/index.html

Análise dos dados

Neste tópico estão apresentados e analisados os dados que foram construídos durante o período em que ocorreu o nosso processo de formação, nas etapas de co-situação e co-operação. A primeira etapa correspondeu ao estudo da teoria dos campos conceituais das estruturas multiplicativas, partindo de proporção simples até chegar no conceito de função linear. Na segunda etapa abordamos o objeto de aprendizagem "Equilibrando Proporções" no estudo dos conceitos supracitados.

1ª fase da pesquisa: A co-situação

Nesta fase, debatemos com os futuros professores de Matemática acerca da Teoria dos Campos Conceituais das Estruturas Multiplicativas e suas contribuições para a compreensão do conceito de função linear. Em relação ao estudo da teoria, a primeira categoria que emergiu na pesquisa foi a discussão sobre a ruptura do campo conceitual aditivo com o multiplicativo. A segunda foi a relação das estruturas multiplicativas e o conteúdo de função linear. A seguir, debateremos ambas categorias.

1) Ruptura do campo conceitual aditivo com o multiplicativo

Para este debate foi escolhido o texto: "O raciocínio de estudantes do ensino fundamental na resolução de situações das estruturas multiplicativas", de autoria de Magina, Santos e Merlini (2014). Nesta discussão a ruptura do campo aditivo com multiplicativo era um aspecto considerado de pouca relevância entre os futuros professores e a partir deste embasamento teórico passaram a dedicar mais atenção ao assunto.

Ao longo da leitura do texto evidenciamos que nos primeiros anos do Ensino Fundamental o raciocínio dos estudantes tende a ser aditivo e mais adiante passa a ser multiplicativo. Este último campo é percebido como uma maneira mais rápida da soma de parcelas iguais. De acordo com Magina, Santos e Merlini (2014), como o processo de adição repetida seria muito exaustivo, introduz-se a multiplicação. Nas falas abaixo, constatamos um diálogo sobre a referida ruptura.

> ***Pesquisador*** *– Vocês falaram que a multiplicação pode ser uma adição de parcelas sucessivas, mas haverá o momento da ruptura. Vocês se lembram que momento é esse?*
> ***D2*** *– Quando o resultado de uma multiplicação der menor do que esperado!*
> ***J4*** *– Multiplicação de decimais! Se a gente estiver trabalhando com o conjunto dos naturais pode até ser verdade, mas quando a gente passa para os racionais tem essa*

ruptura, multiplicar dois números vai diminuir, então é importante que os alunos entendam todo esse contexto.

***D2** – Essa ideia de que somar sempre aumenta, só é válida no território dos naturais, porque no dos racionais é furada! Por exemplo 0,2 x 0,3 é igual a 0,06. A gente mostrou um caso em que multiplicamos dois números e obtemos um número menor. Nesses casos que acontecem a ruptura do campo aditivo para o multiplicativo.*

A partir do estudo da teoria dos campos conceituais das estruturas multiplicativas percebemos o avanço no ponto de vista dos estudantes da licenciatura. No início do debate, estas questões eram praticamente desconhecidas e no atual momento os futuros professores já se mostram familiarizados com a teoria de Vergnaud. Podemos considerar um aspecto positivo na prática docente, pois estes alunos já sairão de sua graduação para a sala de aula com boas reflexões teóricas e práticas.

Além disso, convém destacar que a fala dos licenciandos vai ao encontro dos pressupostos teóricos de Magina, Santos e Merlini (2014). Os referidos autores destacam que do ponto de vista didático restringir multiplicação à adição de parcelas iguais repetidas implica considerar que multiplicação sempre aumenta, o que não é verdade no campo dos números racionais. A seguir debateremos um problema do texto para continuarmos refletindo sobre a ruptura do campo conceitual aditivo para o multiplicativo.

"*Dona Benta faz 35 bolos por mês, e ela gasta 4 ovos em cada bolo, quantos ovos ela gastará no mês?"* A partir do problema proposto gerou os seguintes argumentos:

***I3** – A gente pode resolver somando 35 mais 35 mais 35 mais 35 ou multiplicando 35 vezes 4.*

***J4** – O resultado é o mesmo!*

***Pesquisador** – E as grandezas serão as mesmas?*

***J4** – O 35 representa bolos! E o quatro, ovos!*

***Pesquisador –** O que podemos concluir a partir da fala do J4?*

***I3** – O resultado vai ser o mesmo, mas a grandeza estará diferente.*

***Pesquisador –** Ai vocês podem ver outra ruptura do campo aditivo para o multiplicativo.*

***D2 –** É que no aditivo a gente trabalha só com uma grandeza e no multiplicativo a gente têm duas grandezas.*

Segundo Magina, Santos e Merlini (2014), no raciocínio aditivo as situações podem ser analisadas a partir da relação parte e todo, ou seja as partes têm a mesma grandeza, são conhecidas e se procura o todo ou o todo e uma das partes são conhecidas e se procura a outra parte. Nas situações envolvendo o raciocínio multiplicativo constatamos uma relação entre duas quantidades. A situação multiplicativa envolve duas quantidades, de naturezas iguais ou distintas, e uma relação constante entre elas.

Apesar de os discursos mostrarem uma ampliação da percepção dos estudantes acerca do campo multiplicativo, esse problema não dá conta de todo o debate do referido campo. Constatamos que existem inúmeras situações que precisam ser dominadas pelos estudantes da licenciatura para que eles possam expandir seus conhecimentos sobre esse campo conceitual. Ao interagir com situações que requerem distintos raciocínios acontecerá a apropriação e expansão do campo conceitual multiplicativo (MAGINA; SANTOS; MERLINI, 2014). A seguir argumentaremos sobre a segunda categoria que emergiu na pesquisa durante o estudo da teoria, qual seja, a relação de proporção simples com o conceito de função linear.

2) Relação de proporção simples com função linear

Nesta pesquisa nos debruçaremos sobre o campo conceitual das estruturas multiplicativas. Vergnaud (1991, p. 11) define este campo como,

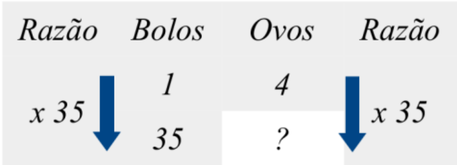
> (…) o conjunto das situações cujo tratamento implica uma ou várias multiplicações ou divisões, e o conjunto dos conceitos e teoremas que permitem analisar as situações: **proporção simples** e proporção múltipla, **função linear** e não-linear, relação escalar direta e inversa, quociente e produto de dimensões, combinação linear e aplicação linear, fração, relação, número racional, múltiplo e divisor, etc. Entre conceitos, é preciso mencionar; as propriedades isomorfismos e da função linear. (Grifos nossos)

Segundo Vergnaud (1990, p. 135), “um conceito não pode ser reduzido à sua definição se estamos interessados na sua aprendizagem e no seu ensino. É através de situações e de problemas que um conceito adquire sentido para o aluno.” Convém ressaltar que de acordo com a teoria vergnaudiana, um conceito não deve ser abordado de forma isolada, mas sim em um campo de conceitos. Na definição abordada anteriormente sobre o campo conceitual das estruturas multiplicativas, o autor considera que os conteúdos de proporção simples e função linear estão dentro deste campo conceitual. Desta maneira, iremos debater sobre as suas relações.

> ***Pesquisador*** *– Vamos continuar o debate do mesmo problema do texto para compreendermos a relação da proporção simples com função linear.*
> “*Dona Benta faz 35 bolos por mês, e ela gasta 4 ovos em cada bolo, quantos ovos ela gastará no mês?”*
> ***Pesquisador*** *– Como poderíamos resolver este problema?*
> ***J4*** *– Multiplicando 35 vezes 4!*
> ***Pesquisador –*** *E em relação as grandezas?*
> ***D2*** *– O resultado seria em ovos!*
> ***Pesquisador –*** *Por que?*
> ***D2*** *– Porque a questão pede em ovos!*
> ***I3*** *– De acordo com a teoria dos campos conceituais das estruturas multiplicativas, isto é uma relação quaternária.*
> ***D2*** *– Agora entendi! A questão é essa, vamos usar a regra de três, mas lembrando que a regra de três não é um conteúdo, é uma forma de resolução, ai a gente pensa:*

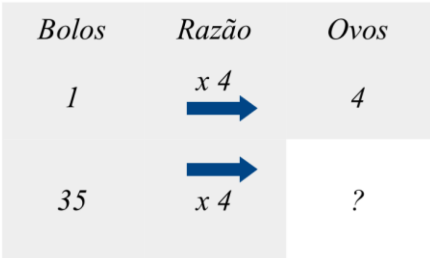
pra fazer 1 bolo são 4 ovos, e 35 bolos levariam quantos ovos? Ai usaremos a regra de três.

Figura 03: Diagrama de resolução com operador escalar



Fonte: Elaborado pelos autores

Figura 04: Diagrama de resolução com operador funcional



Fonte: Elaborado pelos autores

Segundo Gitirana et al (2014), os problemas de proporção simples abordam situações em que se tem uma relação de proporcionalidade entre quatro grandezas duas a duas de mesma espécie que estão relacionadas por um operador escalar multiplicativo e por um operador funcional. O primeiro operador trabalha com as grandezas da mesma espécie, já o segundo entre as grandezas de diferentes espécies. Nosso foco será na abordagem do operador funcional, no exemplo citado acima pelo participante D2 podemos relacionar as grandezas bolos e ovos. A seguir teremos o desfecho deste debate:

Pesquisador *– E se fossemos resolver pelo operador funcional?*
J4 *– É 4!*
Pesquisador *– Por que?*
J4 *– Porque é uma pra 4!*
Pesquisador *– É, 1 vezes 4, coloca uma seta para o 4, de 1 pra chegar em 4, multiplica por quanto?*
D2 *– Por 4!*
Pesquisador *– Então por que que é operador funcional?*
D2 *– Porque trabalha com grandezas diferentes, e o escalar trabalha com a mesma grandeza, mas o nosso foco é no operador funcional. f(x)= 4x.*
Pesquisador *– Vocês podem ver que a vantagem que a gente tem de trabalhar com o operador funcional, é que podemos envolver qualquer padrão, e vai dar certo pra tudo, 100 bolos, 200 bolos, pra gente não precisar ficar usando aquela soma sucessiva, e futuramente iremos trabalhar com gráficos, usando isso aqui, vocês sabem pelo que será representada essa função?*
J4 *– Uma reta que passa pela origem!*
Pesquisador *– Por que?*
J4 *– Porque o coeficiente linear é igual a zero!*

Evidenciamos que a estratégia utilizada pelos futuros professores foi encontrar o operador funcional que correlaciona as duas grandezas, quais sejam, bolos e ovos. Chegamos a conclusão que a relação de proporcionalidade é: $f(x)= ax$, em que a é igual ao valor do operador funcional. Esta generalização é a lei de formação da função linear, caso particular da função afim com $b = 0$ fato que também foi relatado pelo participante *J4* que inclusive abordou que o gráfico seria uma reta por ser uma função afim e passaria pela origem por b ser igual a zero. A partir da discussão acima, constatamos que os participantes da pesquisa partiram do conceito de proporção simples e chegaram ao conceito de função linear e que ambos os conceitos estão intimamente relacionados. Neste contexto, deixamos como reflexão: Será que os estudantes têm dificuldades em funções porque não compreendem a relação entre grandezas de naturezas distintas? A partir desta inquietação, na próxima etapa da pesquisa abordaremos no OA "Equilibrando Proporções" a relação entre grandezas diretamente proporcionais.

2ª fase da pesquisa: A co-operação

Nesta fase, cada momento da pesquisa foi planejado em conjunto entre o pesquisador e os futuros professores. Nosso objetivo foi que os licenciandos se tornassem investigadores do conceito de função linear com suporte das TDIC, sempre tomando por base os pressupostos da teoria dos campos conceituais das estruturas multiplicativas.

Teles e Ibiapina (2009) afirmam que este momento de operação conjunta viabiliza a formação dos participantes e a produção do conhecimento científico, além de possibilitar, entre outras situações, o envolvimento dos futuros professores e do pesquisador no processo de construção do conhecimento. Dada a profusão de dados coletados, selecionamos para este trabalho a abordagem do objeto de aprendizagem (OA) "Equilibrando Proporções" para o ensino de função linear, que será analisado a seguir.

Para esta fase da pesquisa, selecionamos dois problemas de grandezas diretamente proporcionais do OA "Equilibrando Proporções". O motivo da escolha destes problemas deve-se ao fato de considerarmos que uma melhor compreensão da relação entre grandezas os futuros docentes terão um entendimento efetivo do conceito de função linear. Quanto à escolha do recurso digital deveu-se ao fato de ser um OA que por meio de uma mediação pode levar os licenciandos a uma interação, a experimentação e a simulação de diversas representações.

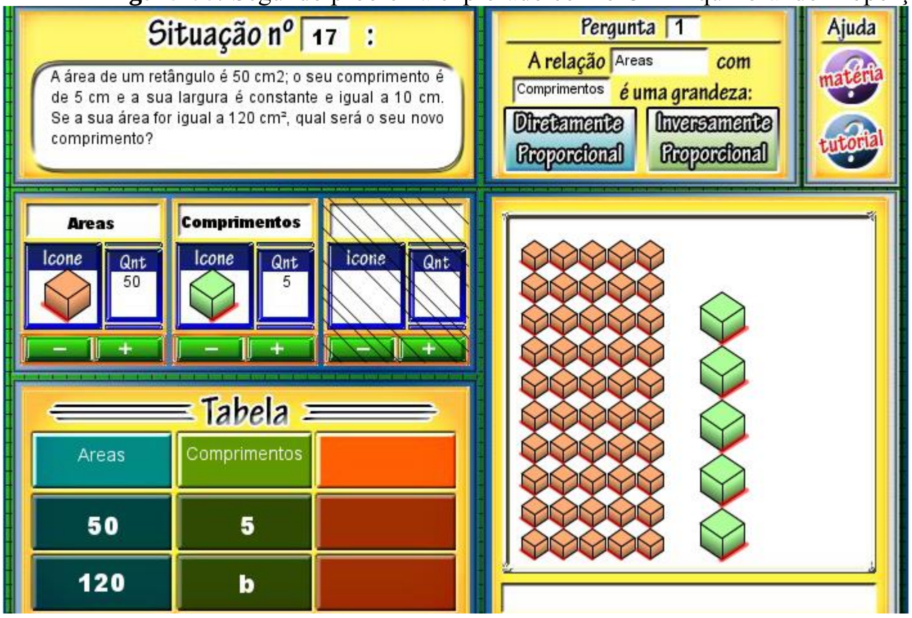
De posse do embasamento da teoria dos campos conceituais das estruturas multiplicativas consideramos que o OA “Equilibrando Proporções” é relevante para o entendimento do conceito de grandezas diretamente proporcionais e de função linear. A seguir detalharemos o debate sobre dois problemas trabalhados na pesquisa e em seguida analisaremos de forma conjunta as situações.

Figura 05: Primeiro problema explorado com o OA “Equilibrando Proporções”

Fonte: autores

Pesquisador: *Neste problema, temos uma grandeza diretamente ou inversamente proporcional?*
J4: *Diretamente.*
Pesquisador: *Por que que é diretamente?*
J4: *Porque quanto mais tempo eu tenho mais a torneira vai encher o tanque.*
D2: *Então se em quinze minutos uma torneira encheu cinco centímetros se aumentar o número de minutos então vai aumentar os centímetros.*
Pesquisador: *Qual seria o nosso operador funcional?*
I3: *Três.*
Pesquisador: *Mas três seria, vezes três ou dividido por três? Como seria pra montar ai?*
J4: *f(x)=3x*
Pesquisador: *Quem seria o f(x) ai? O f(x) seria os centímetros ou os minutos?*
D2: *A variável x seria os centímetros e o f(x) os minutos! f(x) = 3x*
J4: *Mas também a variável x pode ser os minutos e o f(x) os centímetros! f (x) = x/3*

Figura 06: Segundo problema explorado com o OA “Equilibrando Proporções”



Fonte: autores

> ***D2:*** *A área do retângulo é 50 cm² e o seu comprimento é 5 cm e a largura 10 cm. Espera aí deixa eu pensar!*
> ***I3:*** *A largura é uma constante.*
> ***J4:*** *Se a área aumentou e a largura permanece a mesma é sinal que o comprimento vai aumentar! Então, a grandeza é diretamente proporcional.*
> ***Pesquisador:*** *Qual seria o operador funcional?*
> ***D2:*** *f(x)=10x.*
> ***J4:*** *O operador funcional pode ser f(x)=0,1x*
> ***I3:****Vai depender de quem seja o domínio e a imagem.*

Evidenciamos que o debate dos futuros docentes girou em torno de quem seria a variável dependente e independente, ou seja, quem seria o domínio e a imagem da função. Além disso, percebemos que os licenciados chegaram a conclusão que em determinado momento no primeiro problema debatido a imagem poderia ser os minutos e o domínio os centímetros e vice-versa tudo isso fica a depender da lei de formação que estabelecemos. A referida “lei” é uma generalização que vai além de uma simples fórmula.

Consideramos as discussões em ambos os problemas aspectos fundamentais para a compreensão do conceito de função linear, pois para o entendimento deste conceito é necessário que os estudantes tenham clareza das três partes componentes de uma função f: A - B, um conjunto A, chamado o domínio da função, ou o conjunto onde a função é definida. Um conjunto B, chamado imagem da função, ou o conjunto onde a função toma valores, e uma regra que permite associar cada elemento x $\rightarrow$A , um único elemento f(x)$\rightarrow$B, chamado o valor que a função assume em x. A formalização de que em uma função linear existe uma variável dependente e outra independente, é um passo fundamental para a compreensão deste conceito.

Nos problemas debatidos em determinado momento a lei de formação envolvia uma multiplicação em outro momento uma divisão ou uma relação entre ambas. Neste contexto, reforçamos os pressupostos da teoria dos campos conceituais das estruturas multiplicativas que destaca que não devemos separar a multiplicação da divisão.

Conclusões

O avanço constatado na percepção dos futuros professores participantes da pesquisa no decorrer da investigação revela que a formação inicial foi um espaço fundamental para o debate sobre a teoria dos campos conceituais das estruturas multiplicativas e também sobre a utilização das tecnologias no ensino de Matemática. Constatamos que a referida teoria contribuiu para o debate sobre o conceito de função linear com o uso do computador.

Na fase da co-situação verificamos que a teoria dos campos conceituais das estruturas multiplicativas era totalmente desconhecida pelos futuros docentes. Ao estudarmos os elementos da referida teoria gerou uma discussão sobre a ruptura do campo conceitual aditivo com o multiplicativo e a relação com o conteúdo de função linear. Ao final desta etapa os futuros professores já se mostraram familiarizados com a teoria de Vergnaud. Consideramos este momento um diferencial na prática docente, pois estes estudantes sairão de sua graduação para a sala de aula com boas reflexões teóricas.

Na co-operação, evidenciamos a importância da pesquisa ter sido planejada em conjunto com todos os participantes, dessa maneira os licenciandos passaram a investigar e analisar o OA "Equilibrando Proporções" até perceber sua relevância para o entendimento do conceito de grandezas diretamente proporcionais e de função linear. Evidenciamos que o debate dos futuros docentes foi em torno do domínio e da imagem da função, ou seja, da variável dependente e independente que são aspectos fundamentais para a compreensão do referido conceito. Por fim, reforçamos relevância de uma adequada formação para que se possa trabalhar com um campo de conceitos com suporte das TDIC.

Referências

ALMEIDA, M. E. B. ; VALENTE, J. A. (2011). *Tecnologias e currículo:* trajetórias convergentes ou divergentes? São Paulo: Paulus. – (Coleções Fundamentais da Educação – 10).

______; PRADO, M. E. B. B. (2011). Indicadores para a formação de educadores para a integração do laptop na escola. In Almeida, M. E. B.; Prado, M. E. B. B. (Org.) *O computador portátil na escola:* mudanças e desafios nos processos de ensino e aprendizagem. São Paulo: Avercamp.

______. (2008). Educação e tecnologias no Brasil e em Portugal em três momentos de sua história. *In:* Educação, Formação & Tecnologias, v. 1, n. 1, pp. 23-36.

BITTAR, M. (2010). A parceria Escola x Universidade na inserção da tecnologia nas aulas de Matemática: um projeto de pesquisa-ação. In: DALBEN, A.; DINIZ, J.; LEAL, L.; SANTOS, L. (orgs.). *Convergências e tensões no campo da formação e do trabalho docente:* Educação Ambiental, Educação em Ciências, Educação em Espaços não-escolares, Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, p. 591-609.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. (2010). *Informática e Educação Matemática.* 4a. Ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora.

BRASIL. (1998). Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais:* Matemática. Brasília: MEC/SEF.

______. (2015). Conselho Nacional de Educação. *Diretrizes Curriculares Nacionais para Licenciaturas.* Brasília: MEC/CNE.

CURY, H. N.; BIANCHI, A. S. A.; AZAMBUJA, C. R. J.; MÜLLER, M. J.; SANTOS, M. B. (2002). Formação de Professores de Matemática. Canoas;v.4;n.1;p. 37- 42 jan./jun. *In:* Revista Acta Scientae / Universidade Luterana do Brasil. Área de Ciências Naturais e Exatas - Canoas: Ed. ULBRA.

DESGAGNÉ, S. (2001). *L'aproche collaborative de recherché em education:* um rappot nouveau na établir entre recherché et formation. In: Revue des Sciences de L'education, v.27, n.1, pp.1-48.

FIORENTINI, D.; NACARATO, A. M.; FERREIRA, A. C.; LOPES, C. S.; FREITAS, M. T. & MISKULIN, R. G. S. (2002). Formação de professores que ensinam matemática: um balanço de 25 anos da pesquisa brasileira. *In:* Educação em Revista – Dossiê: Educação Matemática. Belo Horizonte, UFMG, n. 36.

______ (org.). (2003). *Formação de professores de Matemática:* explorando novos caminhos com outros olhares. Campinas, SP: Mercado das Letras.

______; LORENZATO, S. (2009). *Investigação em Educação Matemática:* percursos teóricos e metodológicos. - 3. ed. rev. - Campinas, SP: Autores Associados. – (Coleção formação de professores).

GITIRANA, V.; CAMPOS, T.M.M.; MAGINA, S.; SPINILLO, A. (2014). *Repensando Multiplicação e Divisão:* Contribuições da Teoria dos Campos Conceituais. - 1. ed. - São Paulo: PROEM.

IBIABINA, I. M. L. de M. (2008). *Pesquisa colaborativa:* investigação, formação e produção de conhecimentos. Brasília: Líber Livro Editora.

LIMA, M. S. L. (2012). *Estágio e aprendizagem da profissão docente.* Brasília: Liber Livro, 172 p. - (Coleção Formar).

LOIOLA, L. J. S. L. (2004). *Contribuições da pesquisa colaborativa e do saber prático contextualizado para uma proposta de formação continuada de professores de Educação Infantil.* Fortaleza, 2004. 327f. Tese (Doutorado em Educação). Programa de Pós-Graduação em Educação Brasileira, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza – CE.

MAGINA, S.; MERLINI, V. L.; SANTOS, A. (2012). A estrutura multiplicativa sob a ótica da Teoria dos Campos Conceituais: uma visão do ponto de vista da aprendizagem. *In:* SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Anais. Fortaleza: UFC/UECE.

______. (2014). O raciocínio de estudantes do Ensino Fundamental na resolução de situações das estruturas multiplicativas. **In:** Ciênc. Educ. , Bauru, v. 20, n. 2, p. 517-533.

MAIA, D. L.; BARRETO, M. C. (2012). Tecnologias digitais na educação: uma análise das políticas públicas brasileiras. *In:* Revista EF&T.

MANDARINO, M. C. F. (2006) *Concepções de ensino de matemática elementar que emergem da prática docente.* 273p. Tese (Doutorado em Educação) — PUC-Rio, Rio de Janeiro.

MENDES, I. A. (2009). *Matemática e investigação em sala de aula:* tecendo redes cognitivas na aprendizagem. Ed. rev. e aum. São Paulo: Editora Livraria da Física.

MISHRA, P.; KOEHLER, M. (2006). Technological Pedagogical Content Knowledge: a framework for teacher knowledge. *In:* Teachers College Record, v. 108, n.6, p. 1017 – 1054.

NUNES, T.; BRYANT, P. (1997). *Crianças fazendo Matemática.* Porto Alegre: Artes Médicas.

OCDE. (2013). *PISA 2012 results:* what students know and can do – student performance in Reading, Mathematics and Science. Paris: OECD Publishing.

PONTE, J. P. (1992). Concepções dos Professores de Matemática e Processos de Formação. *In:* Educação matemática: Temas de investigação (pp. 185-239). Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.

______. (2009). *A investigação sobre o professor de Matemática:* Problemas e perspectivas. I SIPEM — Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática. São Paulo, Brasil.

SANTANA, E. R. dos; LAUTERT, S. S.; CASTRO FILHO, J. A. (2012). *Um estudo sobre o domínio das Estruturas Multiplicativas no Ensino Fundamental.* Projeto de pesquisa em rede proposto ao Edital OBEDUC 2012. Brasília: CAPES.

SHULMAN, L. (1992). Renewing the pedagogy of teacher education: the impact of subject-specific conceptions of teaching. In: MESA, L.M.; JEREMIAS, J.M.V. *Las didáticticas específicas em la formación del professorado.* Santiago de Compostela: Tórculo.

TELES, F. P.; IBIAPINA, I. M. L. de M. (2009). A pesquisa colaborativa como proposta inovadora de investigação educacional. *In:* Diversa. Ano 2 - nº 3 : jan./jun.

VERGNAUD, G. (1983). *Multiplicative Structure.* In: LESH, R.; LANDAU, M. (Eds.). Acquisition of Mathematics Concepts and Processes. Academic Press Inc, pp. 127-174.

______. (1990). *La théorie de champs conceptuels.* Recherches en Didactique de Mathématiques, vol 10, n°2.3, pp. 133-170.

______. (1991). *Recherches em didactique des mathématiques.* Vol 10.23. 133-170. Grenoble , La Pensée Sauvage éditions.

______. (1994). Multiplicative Conceptual Field: what and why? In: HAREL, G.; CONFREY, J. *The development of multiplciative reasonig in the learning of Mathmatics.* New York: State of New York Press.

______. (2001). A Teoria dos Campos Conceituais. *In:* BRUN, J. (Ed.). Didáctica das Matemáticas. Lisboa: Instituto Piaget. pp. 155-191.

______. (2009). *A criança, a Matemática e a realidade:* problemas do ensino da Matemática na escola elementar. Curitiba: Ed. da UFPR.

Enviado: 09/10/2015
Aceito: 24/12/2015