Avaliação e currículo: o caso da trigonometria[1]

Assessment and curriculum: the case of trigonometry

ANDRÉ LUIS TREVISAN[2]
REGINA LUZIA CORIO DE BURIASCO[3]

Resumo

Este artigo tece aproximações entre as temáticas avaliação e currículo, recorte de uma pesquisa que investigou a utilização de um instrumento diferenciado de avaliação (uma prova em fases) em aulas de Matemática. Tomando por base uma perspectiva de avaliação como prática de investigação e como oportunidade de aprendizagem, o texto retrata o movimento de repensar a prática avaliativa, tendo por foco a análise dos itens que compuseram a prova e do conteúdo matemático subjacente a esses itens (a Trigonometria). Uma autorreflexão acerca da própria prática avaliativa evidencia inclusive resultados envolvendo estratégias e procedimentos limitados à memorização e reprodução de algoritmos, que tolhiam qualquer possibilidade dos estudantes mostrarem-se como sujeitos ativos de seus processos de aprendizagem.

Palavras-Chave: *Educação Matemática; Avaliação da aprendizagem escolar; Tarefas Matemáticas.*

Abstract

This article discusses approximations between assessment and curriculum, an excerpt of a research that investigated a different assessment instrument (stage test) in Math classes. Based on a perspective of assessment as an investigation practice and learning opportunity, the text depicts an assessment practice rethinking movement, focused on the analysis of the items included and the Math content underlying these items (Trigonometry). A self-reflection about one's own practice evaluative evidence included issues involving strategies and procedures limited to memorization and reproduction algorithms that eliminate any possibility of students themselves as active subjects of their learning processes.

Keywords: *Math Education; School Learning Assessment; Math Tasks.*

---

[1] Artigo resultante de projeto financiado pela Fundação Araucária (Convênio 386/2012).
[2] Doutor em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Professor do Departamento de Matemática e do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da UTFPR – Londrina/PR. E-mail: andrelt@utfpr.edu.br.
[3] Doutora em Educação pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho. Docente da Universidade Estadual de Londrina e Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Bolsista Produtividade do CNPq. E-mail: reginaburiasco@gmail.com.

Introdução

É fato que os currículos tradicionais deixaram de cumprir as exigências da atualidade e, juntamente com a avaliação, precisam mudar. Novos pontos de vista acerca dos objetivos do ensino de Matemática, na perspectiva de contribuir para que os estudantes tornem-se matematicamente letrados, tornam necessária uma discussão tanto em relação aos métodos de avaliação quanto aos

> conteúdos considerados básicos ou mínimos para cada uma das séries ou ciclos e que se encontram presentes nos inúmeros programas das secretarias dos ensinos municipal e estadual [...] ou, ainda aqueles presentes nos inúmeros planos de curso de professores e professoras das redes pública e privada de todo o país que, não esporadicamente, orientam suas práticas educativas priorizando e avaliando os conteúdos sugeridos no livro didático adotado (OLIVEIRA; PACHECO, 2008, p. 124).

Currículo e avaliação são temas indissociáveis, ainda que estudos acerca deles assumam uma grande especificidade. No âmbito da Educação Matemática, é incipiente a necessidade de reflexões em torno tanto das questões curriculares quanto em relação às tendências de mudanças dos mecanismos e instrumentos clássicos de avaliação.

Enquanto processo social, Sacristán (1998) aponta o currículo "cria-se" a partir de múltiplos contextos que interagem entre si: os documentos curriculares (currículo previsto e regulado); os livros-textos, os guias-didáticos e materiais diversos (currículo para ser consumido); as programações ou planos que as escolas fazem (currículo no contexto das práticas organizativas); as tarefas de aprendizagem que os estudantes realizam (currículo em ação); e, por fim, o que os professores exigem em seus exames ou avaliações, como exigem e como o valorizam (o currículo avaliado, ou posto em prática pelo professor). Para o autor, são os dois últimos níveis de análise que caracterizam o "conteúdo real da prática educativa, porque é onde o saber e a cultura adquirem sentido na interação e no trabalho cotidianos" (SACRISTÁN, 1998, p. 138).

Tomando por base uma perspectiva de avaliação como prática de investigação e como oportunidade de aprendizagem[4], a tese do primeiro autor (TREVISAN, 2013) ilustra uma experiência de análise desse "conteúdo real da prática educativa". Em nosso trabalho, propusemos a utilização de um instrumento de avaliação (o qual denominamos prova em

[4] Perspectiva adotada em trabalhos do GEPEMA. Maiores informações em www.uel.br/grupo-estudo/gepema.

fases), em aulas de Matemática de uma turma do 2º ano do Ensino Médio de uma instituição pública de ensino, na qual atuávamos como professor. Nossa experiência fundamentou-se nas ideias da RME[5], que apresenta a prova em duas fases como proposta de instrumento de avaliação (uma prova escrita realizada em dois momentos: após ser resolvida pela primeira vez na escola, a prova é comentada pelo professor e, posteriormente, devolvida ao estudante para o trabalho adicional). No nosso caso, optamos por desenvolver a prova não em duas, mas em seis fases, como descreveremos mais adiante.

Propomos neste artigo apresentar uma autorreflexão acerca do currículo que "se criou" nesse contexto. Para tal, dialogamos com alguma literatura que explora os temas avaliação e currículo, buscando tecer aproximações entre essas temáticas. Em seguida, apresentamos uma caracterização da pesquisa, no caso, uma investigação acerca da própria prática (avaliativa). Assumindo que a componente reflexiva teve um papel decisivo na realização do trabalho, apresentamos uma autoanálise dos itens que compuseram a prova e do conteúdo matemático subjacente a esses itens (no caso, trigonometria). Por fim, trazemos considerações finais que ilustram a adoção de uma atividade crítica frente às próprias ações enquanto professor-avaliador, o que justifica, em nosso entendimento, um ineditismo da discussão aqui apresentada.

Currículo e avaliação: alguns pontos de convergência

Em sua etimologia, a palavra currículo remete à ideia de "curso", o que, no contexto educacional, pode ser entendido como o conteúdo subjacente a uma etapa de estudo. Essa noção mais geral de currículo, associada a uma lista de conteúdos e objetivos ou questões relativas a procedimentos, técnicas e métodos, tem sido bastante contestada, uma vez que a própria definição de currículo varia segundo a perspectiva na qual é formulada (COSTA, 2011).

---

[5] Essa abordagem tem origem na Holanda no final da década de 1960 e é inspirado pelas ideias do matemático Hans Freudenthal. Opondo-se ao formalismo da Matemática Moderna, Freudenthal entende matemática como uma atividade natural e social cuja evolução acompanha a do indivíduo e a das necessidades de um mundo em expansão, uma atividade de organização (ou matematização). Para maiores detalhes ver Trevisan e Buriasco (2015a).

Enquanto as chamadas teorias tradicionais aceitam o status quo acerca dos conhecimentos e saberes (escola como reprodutora dos valores da classe dominante), dando por respondida a questão "o que ensinar?", as teorias críticas (que concebem o currículo como uma construção social, cuja finalidade se dá a partir da ideia de universalização) e pós-críticas (baseadas numa discussão a respeito do multiculturalismo) focam primordialmente na questão "por que ensinar?".

Fernandes e Freitas (2007) lembram que a abordagem curricular como objeto de atenção do MEC não é recente. São diversos os documentos que buscam fornecer indicativos acerca de um "currículo" para a Educação Básica. Destacam-se aqui o artigo 210 da Constituição Federal de 1988 (que determina ser dever do Estado a fixação dos "conteúdos mínimos"), os Parâmetros Curriculares Nacionais, os Referenciais Curriculares para o Ensino Médio e as Diretrizes Curriculares para a Educação Básica. Hoje, transcorridos quase 30 anos da promulgação da Constituição Federal, a questão dos "conteúdos mínimos" continua ainda em aberto, e a sociedade é "convidada" por meio de ampla consulta pública, a contribuir para a constituição de uma Base Nacional Comum Curricular[6].

Nesse contexto, um desafio que se coloca é "pensar a avaliação e seus processos no âmbito das reflexões acerca do currículo escolar", bem como "questionar conceitos já arraigados no campo da avaliação, bem como despertar para novas e possíveis práticas na avaliação escolar" (FERNANDES; FREITAS, 2007, p. 17 – 18). Nessa mesma direção, Eyng (2010) lembra que "as políticas de avaliação em vigor, no contexto contemporâneo fortemente marcado pela perspectiva econômica neoliberal, repercutem nas decisões e práticas escolares". Aponta também que são os resultados dessa avaliação externa, os índices a partir delas produzidos, que passam a atuar como "agentes do currículo", induzindo nele mudanças na busca por alcançar melhores resultados nos exames, movimento que se dá na contramão do que apontam as teorias críticas.

Acerca dessa questão, Oliveira e Pacheco (2008) pontuam que um desafio que se coloca hoje para as escolas é superar a restrição do trabalho pedagógico àquilo que será avaliado pelas provas elaboradas pelo próprio professor e pelos sistemas de avaliação externo. Segundo eles, o que se observa no Brasil atualmente é a "implementação de processos de avaliação generalizados para todos os níveis de escolarização, bem como o uso desses

[6] Para maiores detalhes, consultar http://basenacionalcomum.mec.gov.br/. Acesso em 11 maio 2016.

processos como mais uma forma de controle do trabalho pedagógico". Isso tem "levado professores, escolas e alunos a se preocuparem buscando adaptação às exigências dos exames nacionais para evitar o fracasso e as inúmeras consequências dele sobre todos" (OLIVEIRA; PACHECO, 2008, p. 123).

Ao investigar o trajeto histórico dos processos de avaliação no ensino de Matemática, Valente (2008) oferece-nos subsídios que permitem compreender como esses processos influenciam na própria organização dos sistemas escolares e como contribuem para que esse conteúdo "mínimo" acabe por se tornar o único trabalhado nas salas de aula "reais".

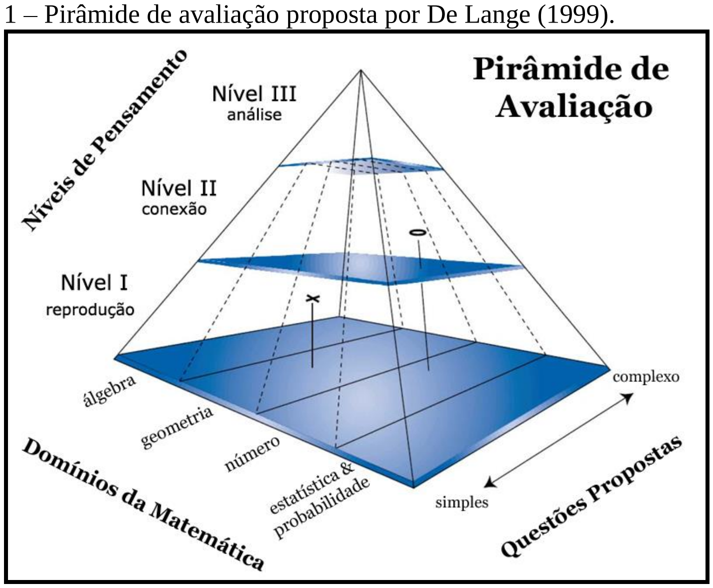
Recuando a 1827, ano da criação dos Cursos Jurídicos no Brasil, tem-se o surgimento dos ditos cursos preparatórios e com eles os "pontos do exame", editados pelo Colégio Pedro II em 1828. Foram esses pontos dos exames parcelados que organizaram toda a Matemática escolar e seu ensino, tornando-se referência para a elaboração da própria literatura escolar. Nesse sistema, essa preparação se dava por meio de apostilas elaboradas a partir das listas de pontos, e "saber de cor" cada um deles era o modo de ser bem-sucedido no ingresso aos cursos superiores. Assim, "o trabalho pedagógico do professor de matemática consistia, então, em fazer com que seus alunos fixassem os pontos". O professor de matemática assim "permaneceu e sedimentou sua prática por mais de cem anos!" (VALENTE, 2008, p. 16), prática essa que se arrasta até os dias atuais.

É por meio da incorporação de outros conteúdos, de tarefas mais abrangentes para além dos conteúdos mínimos e, "sobretudo, o desenvolvimento de processos de aprendizagem não restrita aos 'mínimos'" que se pode "evitar que conteúdos clássicos tornem-se não um mínimo, mas os únicos a serem trabalhados" (OLIVEIRA; PACHECO, 2008, p. 124-125). Pensar um currículo de Matemática na contramão desse movimento implica um repensar das formas de ensino e avaliação já institucionalizadas no contexto escolar.

Para De Lange (1999), enquanto ensinam, os professores precisam saber a respeito dos problemas de aprendizagem de seus estudantes, seus progressos e o nível de formalidade com que estão operando. Segundo ele, para fazer matemática, é necessário recorrer simultaneamente a muitas habilidades, que não podem ser avaliadas independentemente. O autor organiza as competências a serem mobilizadas nas tarefas matemáticas em três níveis.

Os três níveis de competências mobilizadas em tarefas matemáticas (tarefas essas que serão propostas tanto no contexto "da aula" quanto "da avaliação"[7]) podem ser visualmente representados em uma pirâmide, mostrada na Figura 1 (versão traduzida do original apresentado por De Lange (1999)). Além dos três níveis, outros dois aspectos são mostrados no esquema: os quatro "grandes domínios" da matemática (álgebra, geometria, aritmética e probabilidade e estatística), e o nível de dificuldade das questões (que vão, continuamente, do simples ao complexo, ou do informal para o formal).

Figura 1 – Pirâmide de avaliação proposta por De Lange (1999).



Fonte: Ferreira e Buriasco (2015).

Os itens de tarefas de Nível 1 envolvem conhecimentos de fatos e representações, reconhecimento de equivalências, recordação de objetos matemáticos e propriedades, realização de procedimentos de rotina, aplicação de algoritmos padrão e desenvolvimento de habilidades técnicas.

As tarefas de Nível 2 exigem que o estudante comece a fazer conexões entre diferentes vertentes e domínios da Matemática e a integrar informações para resolver problemas simples em que se deve fazer escolha de estratégias e se utilizar ferramentas matemáticas. Espera-se também que os estudantes lidem com diferentes formas de representação, e que

[7] Embora entendamos esses dois processos (a aula de Matemática e a avaliação na aula de Matemática) como processos indissociáveis, as práticas reais de sala de aula e os contextos que as circunscrevem tornam-os objetos distintos.

sejam capazes de distinguir e relacionar diferentes elementos matemáticos (definições, exemplos, provas).

Por fim, no Nível 3, os estudantes devem matematizar situações, analisando, interpretando, desenvolvendo seus próprios modelos e estratégias e apresentando argumentos matemáticos, incluindo provas e generalizações. Esse último nível incorpora habilidades e competências, normalmente, associadas com os outros dois níveis.

Pensar uma prática pedagógica que almeja a formação do estudante matematicamente letrado deve considerar seu crescimento em “todos os domínios da matemática e em todos os níveis de pensamento” (DE LANGE, 1999, p. 17), e as tarefas que a ele serão propostas devem preencher toda a pirâmide, envolvendo todos os níveis de pensamento, sob diferentes graus de dificuldade e em todos os domínios do conteúdo.

Caracterização da pesquisa

Nossa experiência com a utilização da prova em fases remete ao ingresso no Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina, no primeiro semestre de 2010. Naquele momento, nossa concepção de currículo era muito próxima da caracterização tradicional (uma lista de conteúdos “a cumprir”), e avaliação resumia-se em “fazer prova”. Portanto, reconceitualizar a avaliação implicaria, basicamente, modificar o instrumento de avaliação (a prova).

Como descrevemos em Trevisan (2014), a ideia de “experimentar” a prova escrita como instrumento de avaliação em minhas aulas, em moldes parecidos com a prova em duas fases, surgiu nesse momento de ingresso no doutorado. Em princípio, pensamos essa proposta apenas como um piloto. A partir da leitura de alguns relatos que descreviam experiências similares àquela que pretendíamos desenvolver e sem muito (ou sem nenhum!) embasamento teórico, selecionamos um rol de questõest típicas, provenientes de livros didáticos e provas aplicadas em anos anteriores, e partimos para o campo.

A prova que organizamos foi preparada para ser resolvida em seis fases, todas em sala de aula e contemplando o conteúdo previsto para um semestre letivo. Para tal, selecionamos um rol de 28 questões típicas[8], provenientes de livros didáticos e materiais apostilados (o

[8] Algumas questões da prova serão analisadas na sequência deste texto. A prova pode consultada em Trevisan (2013).

currículo para ser consumido) e listas de exercícios (o currículo em ação) e provas aplicadas pelo professor-pesquisador em anos anteriores (o currículo avaliado), questões que possivelmente muitos outros professores escolheriam para compor uma prova. Ao elaborar a prova em fases, propiciando aos estudantes resolvê-las ao longo de um semestre, alterando suas resoluções sempre que julgassem necessário, imaginávamos estar tomando a avaliação como uma prática de investigação e oportunidade de aprendizagem.

Entretanto, embora o instrumento prova escrita tenha sido modificado, sua própria "estrutura" carregava uma visão tradicional de avaliação. Nesse movimento, a "frustração" frente à experiência com a utilização desse instrumento (TREVISAN; BURIASCO, 2011, 2013) motivou a busca por elementos que permitissem compreender e analisar criticamente nossa própria experiência. Por se tratar de uma investigação acerca da própria prática profissional, a componente reflexiva teve um papel decisivo em todas as etapas do trabalho. Segundo Ponte (2002, p.6), a investigação acerca da própria prática é

> um processo fundamental de construção do conhecimento sobre essa mesma prática e, portanto, uma actividade de grande valor para o desenvolvimento profissional dos professores que nela se envolvem activamente. E, para além dos professores envolvidos, também as instituições educativas a que eles pertencem podem beneficiar fortemente pelo facto dos seus membros se envolverem neste tipo de actividade, reformulando as suas formas de trabalho, a sua cultura institucional, o seu relacionamento com o exterior e até os seus próprios objectivos.

Mais especificamente, conforme analisamos em Trevisan e Buriasco (2015b), procuramos efetivar uma articulação entre o conhecimento teórico, os dados do contexto escolar e da prática docente, por meio da reflexão na ação avaliativa, da reflexão sobre a ação avaliativa e da reflexão sobre a reflexão na ação avaliativa. Reconhecemo-nos, então, não como investigadores da própria prática (segundo Ponte (2002)), mas investigadores da própria prática avaliativa.

Reflexões acerca do currículo evidenciadas a partir da prova em fases

Essa autorreflexão na ação, sobre a ação e sobre a ação na reflexão avaliativa apontou, dentre outros aspectos, que as questões que compuseram a prova, além de refletir uma concepção equivocada de currículo, traziam problemas em sua formulação. Na maioria delas, a resolução priorizava mecanismos, ao invés da compreensão dos conceitos matemáticos, e refletiam uma preocupação excessiva em “cumprir o programa”. No momento de sua formulação, não tínhamos clareza dos objetivos que pretendíamos atingir ao explorar os diferentes tópicos que compunham a ementa da disciplina. Eram apresentados simplesmente porque estavam lá, sem qualquer análise crítica quanto à sua pertinência, relação com as recomendações presentes nos documentos oficiais ou embasados enquanto uma construção social, na contramão de “uma perspectiva de avaliação cuja vivência seja marcada pela lógica da inclusão, do diálogo, da construção da autonomia, da mediação, da participação, da construção da responsabilidade com o coletivo” (FERNANDES; FREITAS, 2007, p. 20).

Embasamos no referencial teórico discutido, apresentamos a seguir uma autoanálise do instrumento de avaliação sob dois aspectos: (i) os itens que o compuseram e (ii) o conteúdo matemático subjacente a esses itens (no caso, trigonometria). No caso de (ii), apresentamos sua análise à luz dos níveis de competências apresentados por De Lange (1999), incluindo em nossa discussão propostas de reformulação das questões. Para (ii) trazemos reflexões, suscitadas pela autorreflexão da prova em fases, acerca da trigonometria, enquanto tema presente nas Diretrizes Curriculares de Matemática para a Educação Básica.

Dos itens que compuseram a prova

Nenhuma das 28 questões que compuseram a prova pode ser categorizada como pertencente ao Nível 3, uma vez que não ofereceram aos estudantes a possibilidade de matematizar situações, condição essencial quanto se almeja a formação do estudante autônomo, crítico e matematicamente letrado. Em nenhuma delas foi possível que desenvolvessem seus próprios modelos.

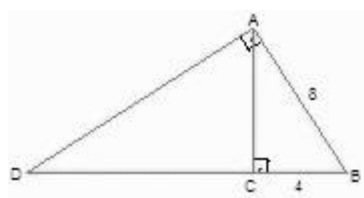
Reconhecemos em apenas quatro das questões a possibilidade de diferentes abordagens de resolução, integrando informações fornecidas no enunciado, escolhendo uma estratégia e, em seguida, identificando e utilizando as ferramentas matemáticas mais adequadas. Tomemos, a título de exemplo, uma delas, mostrada na Figura 2, cuja resolução envolve o cálculo da medida do segmento $\overline{CD}$ e do ângulo $B\hat{A}C$. Algumas estratégias possíveis para resolução seriam:

- calcular a medida do segmento $\overline{AC}$ e de um dos ângulos agudos do triângulo ACD;
- calcular a medida do ângulo $A\hat{B}C$ e do segmento $\overline{DB}$;
- calcular os ângulos $B\hat{A}C$ e $A\hat{D}C$;

Escolhida a estratégia, o procedimento de resolução poderia contemplar diferentes ferramentas matemáticas: razões trigonométricas no triângulo retângulo, relações métricas no triângulo retângulo, Teorema de Pitágoras, relações de proporcionalidade e relações entre as medidas dos ângulos internos de um triângulo.

Figura 2 – Questão 9 da prova.

Determine:



a) a medida do segmento $\overline{CD}$

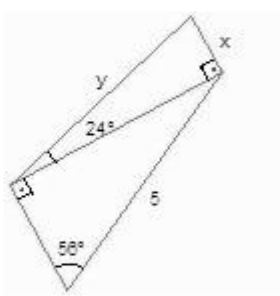
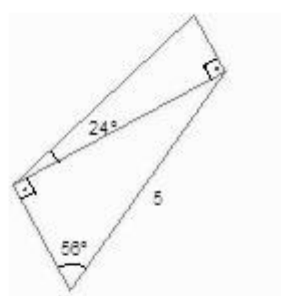
b) o valor de cos $B\hat{A}C$

Fonte: Autor.

As outras 24 questões da prova pertencem ao Nível 1, pois envolvem procedimentos de rotina, sendo bastante similares àquelas propostas nas aulas. Trata-se de tarefas rotineiramente apresentadas pelo professor para serem resolvidos sempre da mesma maneira, seguindo o mesmo procedimento passo a passo. Em seis dessas questões, por exemplo, os estudantes deveriam determinar uma ou mais medidas de um ou mais lados de triângulos, sendo conhecidas algumas das medidas de lados e ângulos. Sua resolução envolvia basicamente a mesma estratégia: o reconhecimento da razão trigonométrica adequada e a aplicação de uma ou mais regras de três simples. A resolução de outras seis questões exigia que o estudante recordasse alguns conceitos de simetria no ciclo trigonométrico e a definição das chamadas razões trigonométricas recíprocas (secante, cossecante e cotangente). Apesar de algumas diferenças em sua formulação, em essência permitem avaliar uma mesma habilidade: calcular os valores de funções trigonométricas para arcos notáveis e seus simétricos, medidos em graus e radianos.

Tarefas desse tipo apresentam uma única resposta correta (resposta de construção fechada), e sua resolução envolve a aplicação de algoritmos padrão. Envolvem, portanto, apenas habilidades de reprodução. Com vistas a torná-los bons problemas de avaliações, poderiam ser reformulados para, por exemplo, incluir itens que tenham mais de uma resposta e envolvam habilidades presentes nos três níveis da pirâmide de De Lange (1999). A título de exemplo, apresentamos nas Figuras 3 e 4 propostas para reformulação (à direita da figura) de duas dessas questões, juntamente com a questão original (à esquerda da figura), no sentido de potencializar as discussões que dela porém ser geradas. Na questão reformulada da Figura 3, por exemplo, além das medidas de lados e ângulos, a questão oferece ao estudante a oportunidade para cálculo de outros elementos do triângulo, como, por exemplo, a altura, a mediana, a mediatriz, e também oferece ao professor pontos de apoio para a elaboração de questionamentos nas diversas fases da prova. O mesmo acontece com a questão na Figura 4: ao ser reformulada, sua resposta deixa de ser única (podendo anteriormente ser fornecida por uma calculadora) e permite ao estudante fazer conexões e a integrar informações utilizando ferramentas matemáticas, características de uma questão do Nível 2.

Figura 3 – Questão 5 da prova (esquerda) e proposta de reformulação (direita).

Determine as medidas de x e y indicadas na figura. 	Determine todas as medidas possíveis dos triângulos representados na figura abaixo. 

Fonte: do autor.

Figura 4 – Questão 15 da prova (esquerda) e proposta de reformulação (direita).

Use os valores notáveis do seno e cosseno para calcular: **a)** $\cos\frac{5\pi}{6}$ b) $\cos\frac{2\pi}{3}$ c) $\cos\ 240°$ **d)** $\cos\frac{5\pi}{4}$ e) $\cos\ 315°$ f) $\cos\ 330°$	Nessa questão, considere os arcos notáveis e seus simétricos. Sempre que possível, forneça o que for pedido. Caso contrário, apresente argumentos que justifiquem a impossibilidade. a) Um par de arcos, medidos em graus, localizados em quadrantes pares e cujo seno seja o mesmo. b) Um par de arcos, medidos em graus, localizados em quadrantes vizinhos e cujo seno seja o mesmo. c) Um par de arcos, medidos em radianos, localizados em quadrantes ímpares e cujo valor do cosseno seja o mesmo. d) Um par de arcos, medidos em radianos, localizados em quadrantes vizinhos e cujos cossenos tenham o mesmo valor em módulo, mas sinais opostos.

Fonte: Autor.

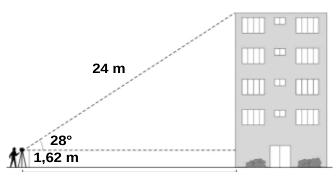
Para a RME, o contexto matemático[9] subjacente a tarefas matemática é um elemento fundamental para a ação de matematizar, podendo apresentar situações realísticas, fantasiosas ou puramente matemáticas. Em qualquer um desses casos, é desejável que essas tarefas envolvam situações que possibilitem os estudantes possam imaginá-las, torná-las reais em suas mentes, realizá-las, é o que dá o nome à abordagem realística da educação matemática preconizada por Hans Freudenthal (FERREIRA; BURIASCO, 2015). Das 28 questões que compuseram a prova, 19 delas apresentam um contexto puramente matemático (como a apresentada na Figura 2). As demais apresentam alguma situação realística ou fantasiosa; porém, em quatro delas esse contexto mostrou-se artificial e desprezível ao entendimento da questão. Assim, por exemplo, na questão apresentada na Figura 5 (à esquerda), não faz muito sentido que se forneça a medida do segmento que “liga” os olhos da pessoa ao topo do prédio, inacessível na prática, mas, sim, a distância horizontal que a pessoa posiciona-se em relação ao prédio.

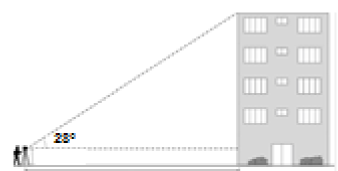
Uma proposta de reformulação (Figura 5, à direita) pode aumentar sua acessibilidade e ainda incitar alguma reflexão nos estudantes, desde que considere dados reais para a situação proposta. Destacamos aqui que a apresentação dos dados do problema por meio de uma figura faz com que os estudantes sejam “direcionados” a utilizar relações métricas e

[9] Para maiores detalhes sobre o papel e as possíveis caracterizações do contexto que circunscreve uma tarefa matemática, ver Ferreira e Buriasco (2015).

trigonométricas no triângulo retângulo em sua resolução. Caso tivéssemos a intenção de avaliar a capacidade dos estudantes em representar os dados do problema, essa mesma figura poderia ser "limpada", excluindo o segmento pontilhado que "liga" os olhos da pessoa ao topo do prédio, e também "ampliando" a largura da rua (deixando a cargo do estudante identificar o segmento horizontal que "liga" a pessoa ao prédio). Nesse caso, o enunciado deveria ser reformulado com vistas a apresentar de forma descritiva o ângulo de medida igual a 28 graus.

Figura 5 – Questão 1 da prova (esquerda) e proposta de reformulação (direita).

<table>
<tr>
<td>
Usando as razões trigonométricas pode-se calcular distâncias e a altura de edifícios sem precisar subir neles. Para isso, uma pessoa de 1,62 m de altura se posiciona a certa distância do prédio e vê o seu topo a um ângulo de 28°.


a) Usando as medidas que constam no desenho, qual é a altura aproximada do edifício?
b) A que distância essa pessoa encontra-se do prédio?
</td>
<td>
Uma pessoa deseja estimar a medida da altura de um prédio, e para isso posiciona-se a 20 metros de distância do mesmo.


a) A partir dos dados, que estimativa essa pessoa encontrará?
b) É possível que outra pessoa dispondo do mesmo equipamento e posicionando-se à mesma distância do prédio obtenha uma estimativa diferente? Explique.
</td>
</tr>
</table>

Fonte: Autor.

Mesmo questões que apresentam contexto puramente matemático podem ser reformuladas com vistas a possibilitar que os estudantes lidem com diferentes formas de representação, integrem informações e mesmo matematizem situações. No caso da questão apresentada na Figura 6 (à esquerda), por exemplo, é fornecido o valor do seno de arco não notável e uma informação do quadrante a que ele pertence, e pede-se o valor de sua tangente. Uma resolução possível, para um estudante que não dispõe de calculadora, é fazer uso da relação Fundamental da Trigonometria (um procedimento de rotina).

Por outro lado, dispondo de calculadora científica pode-se recorrer à tecla "arco-seno" e obter o arco do primeiro quadrante cujo seno vale $\frac{12}{13}$ (no caso, $x = 67{,}38$ graus).

Entretanto, é necessário integrar a informação que ele pertence ao segundo quadrante e, portanto, vale $x = 180 - 67{,}38 = 102{,}62$ graus. Enfim, ainda com auxílio da calculadora, tomar a tangente desse arco, chegando ao valor $-2{,}4$. Um estudante que desenvolva essa estratégia de solução, não está apenas aplicando um algoritmo padrão, mas estabelecendo conexões entre a informação fornecida pela calculadora e as relações de simetria no ciclo trigonométrico. Na reformulação dessa questão, incluímos um pedido explícito dessa diferença de procedimentos, como mostrado na Figura 6 (à direita). Sob esse ponto de vista, essa questão poderia ser classificada como sendo do Nível 2.

Figura 6 – Questão 2 da prova (esquerda) e resolução e proposta de reformulação (direita).

Dado $senx = \frac{12}{13}$, com $\pi/2 \le x \le \pi$, determine o valor da tgx.	É dado um arco $\pi/2 \le x \le \pi$ tal que $senx = \frac{12}{13}$. Explique o modo mais eficiente para o cálculo da tgx em duas situações: dispondo e não dispondo de uma calculadora científica.

Fonte: Autor.

Situação similar ocorre com a questão mostrada na Figura 7 (à esquerda). Em princípio, essa questão é classificada como do Nível 1, uma vez que pode ser resolvida pela aplicação da fórmula do seno de um arco duplo ($sen(2x) = 2sen(x)\cos(x)$), usualmente apresentada em qualquer livro didático do Ensino Médio.

Figura 7 – Questão 13 da prova (esquerda) e resolução e proposta de reformulação (direita).

Dados $\text{sen x} = \frac{2}{3}$ e $\cos \text{x} = \frac{-\sqrt{5}}{3}$ calcule $sen\ 2\text{x}$.	Pode-se obter valores das funções trigonométricas a partir da medida de arcos cujos valores trigonométricos são conhecidos. Uma dessas fórmulas é $\text{sen}(\text{x}+y) = \text{sen}(\text{x})\cos(y) + \text{sen}(y)\cos(\text{x})$. a) A partir da tabela de valores trigonométricos dos arcos notáveis, determine o valor de $\text{sen}\,75^o$. b) Além da fórmula acima, dispondo do valor $sen20^o = 0{,}34$ e utilizando relações trigonométricas vistas em aula, encontre, sem auxílio da calculadora, outros valores de funções trigonométricas. c) Explique como encontrar o valor de $sen\,2\text{x}$, dispondo dos valores de $sen\,\text{x}$ e $\cos \text{x}$.

Fonte: Autor.

Como possibilidade para reformulação dessa questão, trouxemos no corpo da questão uma apresentação da fórmula para a soma de dois arcos e, na sequência, itens que poderiam levar o estudante a “reinventar” a fórmula para o seno de um arco duplo (assumimos aqui que nenhuma dessas fórmulas seja conhecida pelos estudantes no momento da apresentação da tarefa). Os estudantes teriam a oportunidade de se envolver com o contexto do problema respondendo itens abertos de complexidade crescente (DE LANGE, 1999). Ao primeiro item deve-se fornecer uma resposta de construção fechada, proveniente da aplicação da fórmula dada. Nesse caso, cabe ao estudante tomar $x = 45^o$ e $y = 30^o$ (ou vice-versa) e, a partir dos valores do seno e do cosseno desses arcos, fazer as devidas substituições da expressão. Trata-se de uma tarefa do Nível 1.

No segundo item, é esperado que os estudantes lidem com diferentes relações da trigonometria e relacionem esses elementos. No caso, a partir dos valores do seno e do cosseno de um arco de 20^o, pode-se, por exemplo:

- fazendo uso da relação fundamental da trigonometria ($sen^2 x + \cos^2 x = 1$), obter o valor de $\cos 20^o$;
- utilizando a relação $tgx = \dfrac{senx}{\cos x}$ e a definição das razões trigonométricas recíprocas, calcular o valor de $tg\, 20^o$, $\sec 20^o$, $\text{cossec}\, 20^o$ e $\cot g\, 20^o$;
- tomando $x = y = 20^o$ na fórmula dada do enunciado, obter o valor de $sen\, 40^o$;
- de modo análogo ao que foi feito com o arco de 20^o, calcular os valores de $\cos 40^o$, $tg\, 40^o$, $\sec 40^o$, $\text{cossec}\, 40^o$ e $\cot g\, 40^o$;
- sucessivamente, pode-se obter valores de todas as funções trigonométricas para arcos da sequência $20^o, 40^o, 60^o, \cdots$;
- utilizando relações de simetria, é possível obter os valores das funções trigonométricas para os simétricos dos arcos em tela;
- utilizando redução à primeira volta, é possível obter valores das funções trigonométricas para arcos de outras voltas, simétricos dos arcos em tela.

Diferentemente do item anterior, ele pode ser respondido em diferentes níveis de competência. Assim, ao contrário de grande parte das questões de contexto puramente matemático da prova, que remetiam a respostas do tipo "tudo ou nada", essa proposta reformulada oferece muitos pontos de apoio para a elaboração de questionamentos ao longo das fases da prova. Assim, mesmo que o estudante tenha obtido alguns valores de funções trigonométricas, sempre é possível confrontá-lo com alguma outra relação já vista em aula na busca de outras possibilidades de resposta.

O terceiro item, por sua vez, oferece ao estudante a oportunidade de desenvolver seu próprio modelo para o cálculo do seno de um arco duplo, apresentando os argumentos matemáticos pertinentes. Novamente, não é possível dizer que este item esteja ligado a um item fixo. Se, em sala de aula, o professor tiver apresentado aos estudantes tal fórmula, esse item resume-se a uma simples tarefa de recordação de objeto matemático (Nível 1). Por outro lado, se, por meios de questionamentos no item anterior, o professor levar o estudante ao cálculo de $sen 40^o$, tomando $x = y = 20^o$ na fórmula dada no enunciado, a resolução do terceiro item possivelmente envolverá um "replicar" desse procedimento, porém em um nível mais elevado (Nível 2). Por fim, se por "mérito próprio" o estudante generalizar essa relação por meio de uma fórmula, sua resolução oferecerá indícios de matematização, e o item poderá ser classificado no Nível 3. Neste modelo de reformulação, cada resposta sucessiva correta exige do estudante um uso mais sofisticado das informações dadas no item anterior.

Do conteúdo matemático subjacente às questões

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (BRASIL, 1997), o estudo da trigonometria deve estar ligado às aplicações, evitando-se o investimento excessivo no cálculo das identidades e equações para enfatizar aspectos importantes das funções trigonométricas e seus gráficos. Esse documento aponta ainda que se deve pautar o trabalho na resolução de problemas que envolvam medições (em especial cálculo de distâncias inacessíveis e na construção de modelos para fenômenos periódicos).

Entendemos, porém, que os conceitos de trigonometria não se resumem apenas às suas aplicações diárias mais imediatas. Lima et al (1997) lembram que as funções trigonométricas constituem um tema importante tanto por suas aplicações como pelo papel central que desempenham na própria Matemática. Embora seu objeto inicial fosse o tradicional problema de resolução de triângulos, posteriormente (com a criação do Cálculo

Infinitesimal, e do seu prolongamento, a Análise Matemática), surgiu a necessidade de atribuir às noções de seno, cosseno e suas associadas tangente, cotangente, secante e cossecante o status de função real de uma variável real. Tais fatos justificam a necessidade de se propor ao estudante do Ensino Médio situações que demandam matematização dentro da própria Matemática.

Enquanto um grande sistema de medidas, a trigonometria pode oferecer ao professor subsídios para a proposição de tarefas que oportunizem de fato a matematização de situações, incluindo o desenvolvimento de modelos e estratégias. Uma possibilidade é resgatar a história da trigonometria por meio da proposição de problemas acessíveis e convidativos, e que possibilitem ao estudante reinventá-la, como preconiza a RME.

Ao apresentar uma discussão quanto às tendências do ensino de trigonometria no Brasil, Nacarato et al (2007, p. 90) apontam para uma manutenção desse caráter propedêutico no Ensino Médio. Para as autoras, tal fato é evidenciado principalmente no ensino privado brasileiro, que "parece desconsiderar todas as orientações curriculares oficiais e centra sua atenção nos vestibulares". Ao produzir seu próprio material, desvinculam-se das orientações oficiais e acabam priorizando procedimentos, em detrimento de conceitos trigonométricos. Nossa (auto) análise crítica apontou para essa direção: as questões da prova (como destacamos anteriormente, provenientes de livros didáticos, materiais apostilados, listas de exercícios e provas aplicadas em anos anteriores – questões que possivelmente muitos outros professores escolhem para propor aos estudantes em sala de aula e para compor uma prova): mobilizam apenas habilidades isoladas e procedimentos de rotina. São desvinculadas das recomendações oficiais, envolvem uma tentativa equivocada de trazer aplicações diárias da trigonometria, não possibilitam a construção de modelos de fenômenos periódicos e não se sustentam enquanto necessidades dentro da própria Matemática.

Considerações finais

Para Sacristán (1998, p. 139), um

> retrato mais real do que é a prática nos darão os planos que as equipes de professores/as elaboram numa escola ou os que estes professores/as fazem em suas aulas para seus alunos/as. Os trabalhos acadêmicos que estes realizam, os exames que o professor/a impõe, nos quais se valorizam certos conhecimentos adquiridos e reproduzidos de forma singular, ou os que se valorizam em provas

> externas, serão um indicador muito decisivo para saber o que se sugere e obriga a aprender e como fazê-lo .

O texto aqui apresentado resulta de um movimento de autorreflexão acerca das próprias práticas, do que fizemos em nossas aulas com nossos estudantes, a partir de uma experiência envolvendo a utilização de uma prova em fases, contendo questões de trigonometria, em uma turma do 2º ano do Ensino Médio de uma escola pública. Destacamos em nossa análise que, praticamente todas as questões que propusemos, envolviam estratégias e procedimentos limitados à memorização e reprodução de algoritmos vistos em aula, tolhendo qualquer possibilidade dos estudantes mostrarem-se como sujeitos ativos de seus processos de aprendizagem.

Em um momento no a sociedade é convidada a contribuir para a constituição de uma Base Nacional Comum Curricular, um desafio que se coloca é superar a restrição do trabalho pedagógico àquilo que será avaliado pelas provas. É por meio da incorporação de outros conteúdos, de tarefas mais abrangentes para além dos conteúdos mínimos e, "sobretudo, o desenvolvimento de processos de aprendizagem não restrita aos 'mínimos' pode evitar que conteúdos clássicos tornem-se não um mínimo, mas os únicos a serem trabalhados" (OLIVEIRA; PACHECO, 2008, p. 124-125).

Muitos desses conteúdos (no caso da discussão aqui realizada, a Trigonometria que se ensina nas aulas de Matemática do Ensino Médio),

> já se naturalizaram como parte do processo de escolarização [...] não são questionados por nós, professores, que os habituamos a vê-los onde estão, nem tampouco os objetivos que pretendemos atingir ao trabalhá-los com nossos alunos estão claros. Como, então avaliá-los? Acabamos repetindo esquemas de avaliação, apesar de saber que, muitas vezes, esses mecanismos clássicos são inadequados ao que tentamos inovar em nosso trabalho cotidiano (OLIVEIRA; PACHECO, 2008, p. 130).

Repensar as práticas avaliativas e as tarefas que propõem aos estudantes tanto em momentos de aula quanto em situações de avaliação pode ser um primeiro passo na busca de romper com uma cultura escolar de ensino da Matemática que prioriza o cumprir o programa, a "dar todo o conteúdo" e a fazer com que os estudantes "fixem os pontos" para a prova para uma cultura de aprender matemática com compreensão.

Referências

BRASIL. MEC. Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio). Brasília: MEC/SEF, 1997.

COSTA, J.C.O.. O currículo de Matemática no Ensino Médio do Brasil e a Diversidade de Percursos Formativos. 2001. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade de São Paulo, São Paulo. Disponível em < http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/tde-06122011-162114/pt-br.php>. Acesso em 10 maio 2016.

DE LANGE, J.. Framework for classroom assessment in mathematics. Utrecht: Freudenthal Institute and National Center for Improving Student Learning and Achievement in Mathematics and Science, 1999. Disponível em: <http://www.fi.uu.nl/publicaties/literatuur/6279.pdf>. Acesso em 10 maio 2016.

EYNG, A. M.. Políticas de currículo e avaliação: os resultados da avaliação definindo práticas curriculares. Espaço do currículo, v. 3, n. 1, p. 403 – 418, 2010. Disponível em < http://periodicos.ufpb.br/index.php/rec/article/viewFile/9101/4789>. Acesso em 10 maio 2016.

FERNANDES, C. de O.; FREITAS, L. C. de. Currículo e avaliação. In: Beauchamp, J.; PAGEL, S. D.; Nascimento, A. R. (Org.). Indagações sobre Currículo. 1ed. Brasília: Ministério da Educação, 2008, v. 1, p. 1 – 43. Disponível em < http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/Ensfund/indag5.pdf>. Acesso em 10 maio 2016.

FERREIRA, P. E.A.; BURIASCO,R. L. C. de. Enunciados de tarefas de Matemática baseados na perspectiva da Educação Matemática Realística. Bolema: Boletim de Educação Matemática (Online), v. 29, p. 452-472, 2015. Disponível em < http://www.scielo.br/pdf/bolema/v29n52/1980-4415-bolema-29-52-0452.pdf>. Acesso em 10 maio 2016.

LIMA, E. L. et al. A Matemática do Ensino Médio. Rio de Janeiro: SBM, 1997. (Coleção do Professor de Matemática, v. 1).

NACARATO, A. M.; BREDAIOL, C.C.; PASSOS, M.P.F. Tendências presentes no ensino de Trigonometria no Brasil: uma abordagem histórica. In: MENDES, J. R.; GRANDO, R.C. (Org). Múltiplos olhares: matemática e produção de conhecimento. São Paulo: Musa Editora, 2007. p. 65-93.

OLIVEIRA, I.B. de; PACHECO, D. C. Avaliação e currículo no cotidiano escolar. In: ESTEBAN, M. T. Escola, currículo e avaliação. 3.ed. São Paulo: Cortez, 2008. p. 119-136.

PONTE, J. P. Investigar a nossa própria prática. In: GTI (Org.). Reflectir e investigar sobre a prática profissional. Lisboa: APM, 2002. p. 5-28.

SACRISTÁN, J.G. O currículo: os conteúdos do ensino ou uma análise prática? In: SACRISTÁN. J.G; GÓMEZ, A.L.P. Compreender e transformar o ensino. 4. ed. São Paulo: ArtMed, 1998. p. 119-148.

TREVISAN, A. L. Prova em fases e um repensar da prática avaliativa em Matemática. 2013. Tese de doutorado (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013. Disponível em: <http://www.bibliotecadigital.uel.br/document/?code=vtls000182038>. Acesso em 10 maio 2016.

______. De Professor de Matemática a Pesquisador em Educação Matemática: uma trajetória. BOLEMA: Boletim de Educação Matemática (Online), v. 28, p. 762-776, 2014. Disponível em: < http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S0103-636X2014000200762&script=sci_arttext>. Acesso em 10 maio 2016.

TREVISAN, A.L; BURIASCO, R.L.C. de. Algumas reflexões sobre a utilização de um instrumento de avaliação. In: SEMINÁRIO SOBRE OS IMPACTOS DAS POLÍTICAS EDUCACIONAIS NAS REDES ESCOLARES, 2011, Curitiba. Anais... Curitiba: UFPR, 2011. Disponível em <http://www.ppgecm.ufpr.br/ Site_SIPERE/index.html>. Acesso em 10 maio 2016.

______. Retratos de uma prática 'frustrada' de avaliação em aulas de Matemática. In: VII Congresso Iberoamericano de Educación Matemática, 2013, Montevideo. Actas... Congreso Iberoamericano de Educación Matemática, 7. 2013. p. 5939-5946.

______. Educação Matemática Realística: uma abordagem para o ensino e a avaliação em Matemática. Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática, v. 10, p. 167-184, 2015a. Disponível em: < https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/39071>. Acesso em 10 maio 2016.

______. Reflexões a respeito da própria prática avaliativa. Revista Iberoamericana de Educación (Online), v. 69, p. 27-42, 2015b. Disponível em: <http://www.rieoei.org/deloslectores/7067.pdf> Acesso em 10 maio 2016.

VALENTE, W.R. Apontamento para uma história da avaliação escolar em Matemática. In: VALENTE, W.R. (Org.). Avaliação em Matemática: história e perspectivas atuais. Campinas: Papirus, 2008. p.11-38.

Recebido 22/12/2014
Aprovado 11/06/2016