

**ELEMENTOS TEÓRICOS Y PRÁCTICOS PARA LA ENSEÑANZA Y/O
APRENDIZAJE INICIAL DE RAZONES Y PROPORCIONES**

ANDRÉS AMADO ORDUZ

**UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
BOGOTÁ, 2012**

**ELEMENTOS TEÓRICOS Y PRÁCTICOS PARA LA ENSEÑANZA Y/O
APRENDIZAJE INICIAL DE RAZONES Y PROPORCIONES**

ANDRÉS AMADO ORDUZ

**DIRECTOR
LUIS ORIOL MORA VALBUENA**

**Trabajo de grado presentado como requisito para optar al título de
Especialista en Educación Matemática**

**UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
BOGOTÁ, 2012**

*“Para mis dos grandes motivaciones,
quienes sacrificaron su tiempo al lado mío
para permitirme la elaboración de este trabajo
mis hijas Oriana y Emily ”*

TABLA DE CONTENIDO

1. JUSTIFICACIÓN Y PLANTEAMIENTO.....	5
1.1 OBJETIVOS.....	6
1.1.1 <i>Objetivo General.....</i>	<i>6</i>
1.1.2 <i>Objetivos Específicos.....</i>	<i>6</i>
2. REFERENTES TEÓRICOS	9
2.1 PLANTEAMIENTOS EN LO TEÓRICO MATEMÁTICO	9
2.1.1 PLANTEAMIENTOS EN LOS ELEMENTOS DE EUCLIDES	9
2.2 PLANTEAMIENTOS EN LO TEÓRICO DIDÁCTICO	12
2.2.1 PLANTEAMIENTOS DE FREUDENTHAL (1983).....	12
2.2.2 PLANTEAMIENTOS EN LLINARES Y SÁNCHEZ (1988).....	13
2.2.3 PLANTEAMIENTOS EN MAZA Y ARCE (1991).....	16
2.3 OTROS REFERENTES.....	18
2.3.1 GARCÍA Y MAYORGA (1997).....	18
2.3.2 GAVIRIA, C. (1998).....	18
2.3.3 BELTRÁN, O. CHAMORRO, A.(2002).....	18
2.3.4 SECUENCIA DIDÁCTICA DE THOMPSON.....	19
2.3.5 PLANTEAMIENTOS EN INVESTIGACIÓN-ACCIÓN.....	19
3. PRÁCTICA DE AULA.....	20
3.1 POBLACIÓN	20
3.2 PRUEBA INICIAL	20
3.3 ACTIVIDADES.	23
3.3.1 <i>Actividad 1: Trazado de márgenes. Medidas de longitud</i>	<i>24</i>
3.3.2 <i>Actividad 2: Rectángulo dividido en cuatro partes iguales Magnitudes de Área</i>	<i>26</i>
3.3.3 <i>Actividad 3: Rectángulo dividido en tres partes iguales</i>	<i>27</i>
3.3.4 <i>Actividad 4 (Refuerzo): Rectángulo dividido en tres partes iguales</i>	<i>29</i>
3.3.5 <i>Actividad 5 : Rayado de Thales.....</i>	<i>32</i>
3.3.6 <i>Actividad 6 : División de Círculos en partes iguales</i>	<i>34</i>
3.3.7 <i>Actividad 7 : Técnica para dividir círculos en partes iguales</i>	<i>36</i>
3.3.8 <i>Actividad 8: Dividiendo Círculos en partes iguales (Adicional).....</i>	<i>37</i>
3.3.9 <i>Actividad 9: Hacia la notación</i>	<i>39</i>
3.3.10 <i>Actividad 10: La fracción como proporción.....</i>	<i>40</i>
3.3.11 <i>Actividad 11: Prueba de salida.....</i>	<i>42</i>
4. CONCLUSIONES	43
5. BIBLIOGRAFÍA	44

1. JUSTIFICACIÓN Y PLANTEAMIENTO

Son varios los motivos que llevaron al autor a plantear este trabajo, entre los cuales se nombran tres elementos que se consideran importantes. Por un lado, las dificultades que presentan los niños en el aula con respecto al aprendizaje de las razones y proporciones; por otro lado, el desarrollo de la práctica docente del autor de este trabajo en especial respecto al tema de razones y proporciones y también lo que tiene que ver con los conocimientos del docente en razones y proporciones.

Después de hacer una revisión de algunos trabajos de grado ([9], [10] y [11]) realizados por estudiantes de la universidad distrital “Francisco José de Caldas” sobre fracciones, razones y/o proporciones, se puede evidenciar que muchos de los problemas que motivaron a la realización de estos trabajos coinciden con los que el autor ha enunciado anteriormente. Los estudiantes, en general, muestran una gran apatía por estos temas, algunos de ellos logran aprender los algoritmos de las operaciones o la resolución de las proporciones que se les plantean, en general muy pocos estudiantes y de ellos, muchos las olvidan en poco tiempo.

Los profesores cuentan que enseñaban fracciones de la manera que las aprendieron, más o menos de la siguiente forma “Se les dice qué significa un número fraccionario, qué es el numerador, qué es el denominador y rápidamente se pasa a las operaciones” y “que dos fracciones son iguales si el producto de extremos es igual al producto de medios”, es decir una práctica centrada en la enseñanza de algoritmos numéricos de operaciones entre números fraccionarios, descuidando lo que representan o modelan las fracciones en las relaciones entre magnitudes y que es el caso de la práctica docente que el autor de este trabajo venía realizando.

De igual manera al revisar bibliografía referente a estos temas en los trabajos leídos se observan referentes teóricos que involucran propuestas alternativas de enseñanza de fracciones como en ([3],[5] y [6]), las cuales pueden dar alternativas

didácticas al docente para que los alumnos puedan incursionar y permanecer en el tema de las fracciones con algún éxito.

En cuanto a los conocimientos del profesor en razones y proporciones a lo largo de la especialización se pudo observar que en general las nociones matemáticas que se tienen con respecto al tema son en algunos casos imprecisas, en otros confusas y muy restringidas en el mundo de las magnitudes o simplemente el constructo mental hecho por el profesor a través de la operatividad numérica.

Lo anterior motivó al autor a plantear un trabajo que apunte a mejorar en el conocimiento de razones y proporciones tanto en lo matemático como en lo didáctico. En este sentido se propone los siguientes objetivos.

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 Objetivo General. Describir elementos teóricos y prácticos necesarios para la enseñanza “inicial” de razones y proporciones.

1.1.2 Objetivos Específicos

- 1.1.2.1 Hacer un estudio teórico de razones y proporciones en relación con su enseñanza.
- 1.1.2.2 Realizar un estudio de razones y proporciones desde el punto de vista de la matemática.
- 1.1.2.3 Implementar una práctica de aula que contenga elementos del estudio teórico hecho.

Se propone una metodología para el desarrollo de esos objetivos, la cual se presenta adelante en el capítulo (3) en el que se distingue una aproximación a unas propuestas teóricas; se plantea una práctica de aula en la que intervengan elementos de la propuesta teórica, la cual se desarrolla con una metodología de aula, se obtienen conclusiones de la práctica de aula y del estudio teórico hecho.

Este escrito se encuentra organizado de la siguiente manera. En primer lugar la introducción que estamos desarrollando en la cual se explica el plan de trabajo y los objetivos del mismo. En segundo lugar los referentes teóricos que sustentan esta propuesta: Hans Freudenthal (1994), Llinares y Sánchez (1988), Maza y Arce (1991). En tercer lugar se describe la práctica de aula y se explica los criterios de clasificación de la prueba de entrada y de salida que se eligió para iniciar este trabajo. Además, relata cómo se determinaron las actividades propuestas para desarrollar la investigación y en el diario de campo se reportan las actividades realizadas. La cuarta parte del trabajo son las conclusiones obtenidas. La quinta parte es la bibliografía y la sexta parte son los anexos.

Con respecto a los problemas que presentan los niños frente al tema de razones y proporciones debemos tener claro que no se puede hablar de dificultades en los estudiantes sin antes realizar una prueba de entrada o prueba inicial (García y Mayorga, 1997), la cual mostrara como estaban los niños en la relación parte todo.

La prueba fue aplicada a alumnos de grado séptimo y por medio de ella se puede observar el desarrollo de fracciones en estos llegando así a la conclusión de que este es bastante incipiente como lo mostraré a continuación con ciertos ejemplos del desarrollo de la prueba de algunos de ellos.

1) Escriba en palabras y en número a que parte de área corresponde la región sombreada.

a.  Cuatro partes negradas 4
Escriba en palabras En números

b.  Dos partes negradas 2
Escriba en palabras En números

c.  de ocho partes hay cuatrome $\frac{4}{8}$
Escriba en palabras En números

d.  3 partes negradas de uno $\frac{3}{3}$
Escriba en palabras En números

e.  tres partes negradas 3
Escriba en palabras En números

En segundo lugar se analizó el desarrollo de mi práctica docente en especial respecto al tema de razones y proporciones. A través del cual considero que los

docentes tenemos poco dominio sobre este tema y más aún sobre las diferentes interpretaciones de la fracción. Algunas de las cuales nos llevan a entender mejor este concepto.

Sumado a esto se encuentra que por lo general en el desarrollo de la malla curricular de grado séptimo, este tema es encontrado al final de la programación del grado, motivo por el cual en muchas ocasiones hace que no se trabaje y cuando se hace, simplemente es visto superficialmente o tratado de manera tangencial.

En tercer lugar se consideró en esta investigación el elemento matemático ya que el tema de razones y proporciones es fundamental dentro del desarrollo de las matemáticas escolares. Las razones y proporciones tienen su fundamento en el desarrollo de las fracciones, ya que en la medida que el estudiante tenga una muy buena construcción de la fracción a través de las diferentes interpretaciones como lo plantean las ideas de Kieren, (1981) será más fácil que entienda los procesos de generalización de estas hasta llegar a la construcción del concepto de razón y proporción. Desde el punto de vista epistemológico, las razones y proporciones son el fundamento del álgebra, como lo plantea Euclides en el libro V, a través de las propiedades de las proporciones es que surgen los primeros planteamientos algebraicos, los cuales vistos desde la aritmética son la materia prima del pensamiento multiplicativo y algunas operaciones como la multiplicación.

2. REFERENTES TEÓRICOS

Los referentes teóricos que servirán para fundamentar esta propuesta, se eligen después de hacer la revisión bibliográfica de diversos autores que estudian las razones y proporciones tanto en lo teórico matemático como en lo teórico didáctico. Para ello el autor, con ayuda del director, escogieron los siguientes. Respecto a lo teórico matemático, teniendo en cuenta que en general todas las culturas antiguas trabajaron las fracciones, pero que la cultura griega hizo un estudio más avanzado y completo de las mismas, por ello se eligen los libros 1, 2 y 5 de los elementos de Euclides, los dos primeros porque en ellos se definen los conceptos de magnitud longitud en rectas y magnitud área en polígonos, en cada uno de ellos se establecen propiedades “aritméticas” y se desarrollan algoritmos de comparación (con regla y compas); y el libro 5 porque en él se definen y se establecen propiedades de razones y proporciones entre magnitudes.

Por otra parte en lo teórico didáctico se hizo el estudio de los siguientes referentes, para empezar: Freudenthal, H. (1983). “Fenomenología didáctica de las estructuras matemáticas”; Llinares, S. y Sánchez, V. (1.997). “Fracciones la relación parte todo”; Maza, C. y Arce, C. (1.991). “Ordenar y clasificar”. A continuación se hace una pequeña descripción de algunos planteamientos incluidos en estos textos.

2.1 PLANTEAMIENTOS EN LO TEÓRICO MATEMÁTICO

2.1.1 PLANTEAMIENTOS EN LOS ELEMENTOS DE EUCLIDES

Elementos de Euclides (1994), Podríamos decir que de todos los libros alguna vez escritos, de temas no religiosos, sin duda uno de los más leídos ha sido “Elementos” de Euclides. Escrito hacia el año 300 AC, que se ha mantenido como uno de los libros de texto de geometría más exitoso de la historia. Algunos autores afirman que este libro es el trabajo de un genio. *En los primeros libros se desarrolla el concepto de magnitud longitud, amplitud y área, tres grandes*

espacios para poder formular las razones y proporciones, en los libros VII y VIII se trabaja el número pero donde se describe por primera vez y para el mundo occidental el concepto matemático de razón como la relación entre dos magnitudes homogéneas y arquimedianas es en el libro V. Del cual haremos uso y citaremos algunas definiciones importantes que sirven como base para la construcción de esta secuencia didáctica.

Las definiciones que se citan a continuación son tomadas de *Elementos de Euclides* (1994).

Definición 1. Una magnitud es parte de una magnitud, la menor de la mayor, cuando mide a la mayor.

Definición 2. Y la mayor es múltiplo de la menor cuando es medida por la menor.

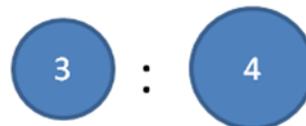
Definición 3. Una razón es determinada relación respecto a su tamaño entre dos magnitudes homogéneas.

Razón: La comparación de magnitudes homogéneas y arquimedianas y la relación entre ellas respecto a su tamaño es lo que Euclides define como razón entre esas dos.

Ejemplo en longitud



Ejemplo en superficie



La interpretación e ilustración de la definición de razón es un aporte del autor de este trabajo.

Definición 4. Se dice que las magnitudes guardan razón entre sí cuando, al multiplicarse, puedan exceder la una a la otra.

Definición 5. Se dice que una primera magnitud guarda la misma razón con una segunda magnitud, que una tercera magnitud con una cuarta

magnitud, cuando cualquier equimúltiplo de la primera y la tercera exceden a la par, sean iguales a la par o sean inferiores a la par, que cualquier equimúltiplo de la segunda y la cuarta, respectivamente y cogidos en el orden correspondiente.

Definición 6. Se llaman proporcionales las magnitudes que guardan la misma razón.

Proporción: Se llaman proporcionales las magnitudes que guardan la misma razón.

$$\frac{1}{\quad} : \frac{2}{\quad} :: \boxed{3} : \boxed{4}$$

La interpretación e ilustración de la definición de proporción es un aporte del autor de este trabajo.

Definición 7. Entre los equimúltiplos, cuando el múltiplo de la primera excede al múltiplo de la segunda pero el múltiplo de la tercera no excede al múltiplo de la cuarta, entonces se dice que la primera guarda con la segunda una razón mayor que la tercera con la cuarta.

Definición 8. Una proporción entre tres términos es la menor posible.

Definición 9. Cuando tres magnitudes son proporcionales, se dice que la primera guarda con la tercera una razón duplicada de la que guarda con la segunda.

Definición 10. Cuando cuatro magnitudes son proporcionales, se dice que la primera guarda con la cuarta una razón triplicada de la que guarda con la segunda, y así siempre, sucesivamente, sea cual sea la proporción.

Además de las definiciones citadas es importante aclarar que se realizó un estudio cuidadoso de muchas de las proposiciones planteadas en *Elementos de Euclides* (1994) que permiten construir las razones y proporciones.

2.2 PLANTEAMIENTOS EN LO TEÓRICO DIDÁCTICO

2.2.1 PLANTEAMIENTOS DE FREUDENTHAL (1983)

Fenomenología didáctica de las estructuras matemáticas Freudenthal (1983), traducción realizada por Luis Puig, que en su capítulo quinto plantea que para la comprensión y manejo de las fracciones se debe llevar al aula una buena didáctica, puesto que su aprendizaje es un proceso lento, pausado y escalonado, ya que para la enseñanza y aprendizaje de las fracciones se debe tener en cuenta la experiencia de los niños y el contacto de ellos con el mundo que los rodea.

Para Freudenthal, (1983), “las fracciones son el recurso fenomenológico del concepto matemático de número racional”, es decir con la palabra fracción entra el concepto de número racional, el problema está en la abundancia de fenómenos que se dominan con fracciones y razón.

Para su época Freudenthal (1983) identifica los siguientes problemas:

1. La separación que existe entre el objeto mental fracción y el concepto matemático, razón por la cual es importante la construcción mental del objeto fracción en vez de la adquisición del concepto(.) *“el hecho de que manipular objetos mentales preceda hacer los conceptos explícitos me parece más importante que la división de las representaciones en activas cónicas y simbólicas”* (...) como lo escribe Luis Puig en la traducción del libro, *“para Freudenthal los objetos matemáticos se construyen en la práctica matemática como medios de organización de objetos del mundo”* (...) Freudenthal (1983:6-11).
2. *“La didáctica de las fracciones está caracterizada por tendencias unificadoras, por regla general, los números naturales se enfocan desde varias perspectivas, cuando llega el turno de las fracciones, se supone que los alumnos están lo suficientemente avanzados como para quedarse satisfechos con único enfoque desde la realidad. Desde mi punto de vista este supuesto es erróneo, es la razón por lo que las fracciones funcionan*

mucho peor que los números naturales y por la que mucha gente nunca aprende fracciones". Freudenthal (1983:8).

3. *"Los estudiantes con el don de digerir algoritmos aprenden a operar con fracciones de todos modos; los estudiantes menos o nada dotados en este sentido específico lo aprenden por ensayo y error o no lo aprenden en absoluto. Después de uno o dos años de fracciones algunos estudiantes dominan los algoritmos aunque no tengan ni idea de las fracciones, ni lo que hacer con ellas y otros no conocen ni siquiera el nombre de fracciones particulares"* Freudenthal (1983:20).

Freudenthal afirma: La pobreza fenomenológica al enseñar fracciones es la gran responsable de muchos problemas, uno de ellos el fallo didáctico del cual concluye que para enseñar fracciones no se debe empezar desde los números naturales sino que se debe habituar al estudiante desde los fenómenos de su entorno, desde su contexto cultural que lo vayan involucrando en un lenguaje verbal, su representación gráfica y representación simbólica.

Por otro lado la adquisición del concepto es, según Freudenthal, un objetivo educativo secundario, que al menos en la enseñanza obligatoria puede posponerse a una sólida constitución de los objetos mentales, y, en todo caso, es posterior a ésta.

2.2.2 PLANTEAMIENTOS EN LLINARES Y SÁNCHEZ (1988)

Otro referente a tener en cuenta es el de Llinares y Sánchez (1988) "Las fracciones en su relación parte todo" texto dentro del cual encontramos los siguientes temas que se desarrollan en cada capítulo: En primer lugar "*Creencias sobre las Fracciones*", en segundo lugar "*las fracciones en la escuela*", en tercer lugar "*las fracciones; diferentes interpretaciones*", en cuarto lugar "*la relación parte-todo y las fracciones*", en quinto lugar "*las operaciones con fracciones. Los algoritmos*" y por último "*errores y estimación*".

En Linares y Sánchez (1988) se identifican y caracterizan los contextos que resultan ser más significativos en la enseñanza, aprendizaje y uso de las fracciones y para ello toman como base las investigaciones de algunos autores como Kieren (1976), Behr (1983), y Dickson (1984), fundamentados en estos proponen la siguiente estructura de interpretación de las fracciones:

1. *Relación parte-todo y la medida.*
 - a. *Representaciones en contextos continuos y discretos*
 - b. *Decimales*
 - c. *Recta numérica*
2. *Las fracciones como cociente*
 - a. *División indicada*
 - b. *Como elemento de un cuerpo cociente*
3. *Fracción como razón*
 - a. *Probabilidades*
 - b. *Porcentajes*
4. *La fracción como operador.*

Los autores centran la mayor parte del libro a la interpretación Parte-Todo de la fracción, la cual consiste en que un todo continuo o discreto se debe dividir en partes iguales las cuales pueden ser iguales en área como en el caso de una figura plana o igual cantidad de objetos cuando se reparten por ejemplo canicas. La fracción indica la relación que existe entre un cierto número de partes y el número total de partes del que se toman. Linares y Sánchez (1988).

En la relación Parte-Todo el todo recibe el nombre de unidad, esta relación depende de la habilidad que se tenga para dividir un objeto en partes iguales, esta habilidad estudiada por Piaget, Inhelder y Szeminska (1960) los cuales se apoyan en los siete atributos citados por Suydam (1979), en Linares y Sánchez (1988) en “Fracciones Relación Parte-Todo”. Según el cual una persona podría alcanzar los siguientes atributos sin ir a la escuela:

1. *Un todo está compuesto por elementos separables, una región o superficie es vista como divisible.*
2. *La separación se puede realizar en un número determinado de partes. El todo se puede dividir en el número de partes pedido.*
3. *Las subdivisiones cubren el todo; ya que algunos niños cuando se les pide dividir un pastel en tres muñecos cortaban tres trozos e ignoraban el resto.*
4. *El número de partes no coincide con el número de cortes.*
5. *Los trozos o partes son iguales. Las partes tienen que ser del mismo tamaño (iguales).*
6. *Las partes también se pueden considerar como totalidad (un octavo de un todo se puede obtener dividiendo los cuartos en mitades).*
7. *El todo se conserva. Llinares y Sánchez (1988)*

A estos atributos Payne (1976), citados en Llinares y Sánchez (1988), adiciono cuatro más puesto que él considera que eran esenciales para el aprendizaje de fracciones, y estos son muy relacionados con la actividad escolar.

8. *“Control simbólico de las fracciones, es decir, el manejo de los símbolos relacionados a las fracciones.*
9. *Las relaciones parte-todo en contextos continuos y discretos.*
10. *Las fracciones mayores que la unidad.*
11. *Subdivisiones equivalentes”. Llinares y Sánchez (1988:81)*

Los autores recomiendan que al realizar secuencias didácticas para el aprendizaje de las fracciones desde la concepción parte-todo se debe iniciar por el contexto continuo en primer lugar, e ir integrando actividades que involucren contextos discretos con el fin de desarrollar los atributos que conforman la primera idea básica que es la relación parte-todo; una segunda recomendación nos indica que la clase se debe propiciar en ambientes donde el estudiante construya la concepción de fracción desde la relación parte-todo, estas situaciones pueden ser repartir o dividir objetos, también se debe adecuar el lenguaje del estudiante desde el conocimiento informal asociado a (mitades, tercios, cuartos,...., repartir,...

dividir), situaciones que no necesariamente se deben propiciar en la hora de matemáticas, sino en otras asignaturas.

Es importante que el docente presente al estudiante diferentes situaciones donde se represente la fracción, con el fin de que él pueda hacer sus propias traslaciones entre las diversas representaciones; las traslaciones se representan en el siguiente diagrama. (Lesh, 1983), Llinares y Sánchez (1988:88).

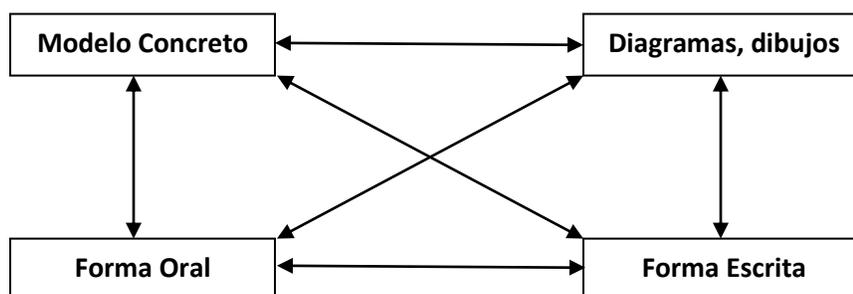


Figura N°1 Traslaciones que se pueden hacer en fracciones

Las flechas en doble sentido del modelo de la figura N° 1 indican que se deben buscar actividades para que los estudiantes puedan pasar de una representación a otra en ambos sentidos.

2.2.3 PLANTEAMIENTOS EN MAZA Y ARCE (1991)

Un último referente para tener en cuenta es “Ordenar y clasificar”, Maza y Arce (1991) en el capítulo cinco, “El contexto numérico de las fracciones”, los autores hacen un análisis histórico desde diferentes investigadores donde determinan los problemas que tienen los estudiantes al momento de aprender fracciones, la equivalencia y el orden en ellas, y nos plantean dos propuestas como solución a las dificultades de los estudiantes en el aprendizaje de las fracciones, la primera de ellas desde Ellerbruch y Payne (1978) y la segunda construida por ellos fundamentada en el recorrido histórico que hacen en su libro y experiencia.

Las dificultades de los estudiantes que mencionan Maza y Arce (1991) fundamentados en Behr, Lesh, Post y Silver (1983) y Bell, Costello y Kucheman (1983) y como consecuencia por la que los estudiantes no aprenden fracciones son:

1. La naturaleza del concepto que comparte algunas propiedades numéricas con los números racionales.
2. La tergiversación del concepto entre una parte y el todo, razón entre dos cantidades, o una descripción de una función operador entre dos cantidades.
3. La enseñanza de esta, que pasa con suma rapidez a la parte algorítmica. Maza y Arce (1991)

Como interpretaciones previas al concepto de fracción, los autores mencionan a Novillis (1976) que construye una jerarquía del aprendizaje de las fracciones centrándose en la relación parte-todo y la comparación que se expresaba a través de la razón; en los años ochenta Kieren (1981) distingue 5 ideas básicas para la concepción de fracción tomando como base estudios anteriores, estas son:

1. *“La fracción como expresión de una relación entre una parte y un todo.*
2. *La fracción como expresión de una medida.*
3. *La fracción como resultado de una división.*
4. *La fracción como una razón.*
5. *La fracción como operador.”*

Behr, Lesh, Post y Silver (1983) hacen un refinamiento a estas ideas, la primera idea y la segunda se reducen a una por la estrecha relación que tienen, en la fracción como razón distinguen dos tipos: Cuando hay comparación de cantidades de la misma magnitud o de distinta magnitud; añaden además dos sub construcciones más: la decimal y la lineal. Maza y Arce (1991)

A raíz de las interpretaciones anteriores los autores enfatizan que para el aprendizaje de la fracción es necesario conocer las diferentes interpretaciones del concepto de fracción, estas pueden tener origen (epistemológico, psicológico,

matemático, entre otros), y hacen una división del concepto de fracciones, colocándolo al mismo nivel; estas son:

- a. “**Comparación**”: Trata el concepto de fracción como porcentaje, probabilidad, proporción (operador y función lineal) y relación parte-todo.
- b. **Partición**: Trata el concepto de fracción como relación parte-todo.
- c. **Agrupamiento**: Trata el concepto de fracción como relación parte-todo y medida (decimales).
- d. **Combinación**”

A la pregunta ¿Para qué sirven las fracciones? Los autores contestan: “Se ha dicho tradicionalmente que son dos sus funciones en el currículum escolar. La definición posterior de número racional como conjunto de fracciones equivalentes y la facilitación que permiten de la suma y resta de fracciones” Maza y Arce (1991).

2.3 OTROS REFERENTES

Dentro de estos referentes ubicamos aquellos documentos que de una u otra forma también han servido para la elaboración de este trabajo, ellos son:

2.3.1 **García y Mayorga (1997)**. La prueba planteada por estos autores se implementó como prueba inicial o prueba de entrada y sirvió para determinar en qué nivel se encontraban los estudiantes tanto en la escritura en la relación parte todo como en el manejo de áreas.

2.3.2 **Gaviria, C. (1998)**.

Con su clasificación según escritura y área de la prueba García y Mayorga (1997) por medio de la cual se describen unos niveles para interpretar el manejo de área que tienen los alumnos.

2.3.3 **Beltrán, O. Chamorro, A.(2002)**.

De la secuencia de actividades planteada por estos autores se adaptaron algunas de las actividades iniciales aplicadas en esta secuencia didáctica ya que estas buscan el manejo de la relación parte todo en los alumnos.

2.3.4 **Secuencia didáctica de Thompson.**

De la cual se realizó un estudio y se tomaron algunas actividades las cuales fueron adaptadas a la práctica de aula propuesta en este trabajo.

2.3.5 **Planteamientos en Investigación-Acción**

Dentro de la Investigación-Acción se puede realizar un estudio concienzudo de la forma como el estudiante comprende la noción de fracción, más aun el de razón y proporción, y de qué forma se deben ambientar estos conceptos. La metodología de Investigación-Acción nos permitirá lograr un auto reflexión en el docente respecto a la práctica docente (que es quien enseña). La Investigación-Acción propone alcanzar avances teóricos, concientización y cambios sociales ya que es participativa, transformadora y comprometida con la praxis. La Investigación-Acción pretende ir más allá de la simple información estadística de cómo el estudiante aprende y se adentra en la parte explicativa para lograr un proceso de concientización, es decir, en este caso, darse cuenta de ¿Qué cambiar y como cambiar mi acción docente?, para lograr la modelación de situaciones cotidianas matematizables con razones y proporciones.

Las características de la Investigación-Acción se pueden resumir en cuatro etapas básicas que son: observación, planificación, acción y reflexión.

Por otra parte se debe tener en cuenta la forma en que de manera “tradicional” se ha venido trabajando el tema de razones y proporciones en la escuela, por lo general este tema se aborda desde lo numérico y no se tiene en cuenta su esencia, ni la relación que este representa entre magnitudes, por esto se hace necesario revisar un poco más allá para retomar el origen mismo de estas nociones.

En los elementos de Euclides se puede observar claramente que el número fraccionario está representando una relación entre magnitudes homogéneas (entre longitudes, entre áreas, entre cantidades numéricas, etc.) allí las relaciones entre el tamaño de las magnitudes son primero que las relaciones entre números, posteriormente en Euclides mismo se encuentran las relaciones numéricas (entre números enteros positivos) como representantes de las razones conmensurables (las razones numéricas son proporcionales a las razones conmensurables, libro 10).

3. PRÁCTICA DE AULA

En este capítulo se hace un informe de la experiencia de aula en la aplicación de las actividades de la secuencia didáctica, con los estudiantes.

3.1 POBLACIÓN

Para esta secuencia de actividades se trabajó con estudiantes de grado séptimo de un colegio oficial de Bogotá. Para la investigación de aula se eligió al azar uno de los tres séptimos en los cuales oriento los procesos de matemáticas. En el curso hay 27 niños y 13 niñas, cuyas edades varían entre los 11 y los 15 años, los niños en su gran mayoría viven cerca del colegio en barrios de estrato 1 y 2.

3.2 PRUEBA INICIAL

Análisis prueba diagnóstica (anexo 01). Luego de haberse aplicado la prueba planteada por García y Mayorga (1997) se encontró los siguientes resultados de acuerdo a la siguiente clasificación.

El primer análisis lo haremos en cuanto al tipo de escritura, para ello se utilizó la clasificación propuesta por Gaviria (1998), la cual categoriza la escritura utilizada por los estudiantes en situaciones relacionadas con las fracciones teniendo en cuenta la congruencia en área.

Las categorías a utilizar son:

1. Números Naturales. Cuando mediante el conteo dicen el número de partes sombreadas.
2. Parte – parte. Los números utilizados expresan el número de partes señaladas y el número de partes restantes que completan la unidad, en ocasiones escritos de la forma (a/b) .
3. Todo – parte. Los estudiantes utilizan dos números enteros, donde uno de ellos expresa el número de partes en que se ha dividido la unidad y el otro, expresa el número de partes señaladas; sin embargo, el estudiante no posee la sintaxis usual de la fracción y escribe todo – parte.

4. Parte – todo. Con las subcategorías: Sin área y con área. En este caso, el estudiante posee la sintaxis usual. Se clasifica con área, sin tiene en cuenta la congruencia de trozos y sin área en caso contrario.

En la siguiente tabla se puede observar el resultado de los estudiantes a los cuales se les aplico la prueba:

ESCRITURA	N° De estudiantes
Conteo (Números Naturales)	9
Relación Parte – Parte	4
Relación Todo – Parte	3
Relación Parte – Todo	22
Escrituras Extrañas	2

Un segundo análisis que se tendrá en cuenta es la clasificación por área planteado por Gaviria (1998) el cual presenta el siguiente cuadro para su clasificación.

NIVEL DE ÁREA	CRITERIOS DE CLASIFICACIÓN
CERO	El estudiante no representa adecuadamente una fracción solicitada sobre un rectángulo sin subdivisiones. Es decir no realiza el ejercicio 2 ^a
UNO	Se presenta un área sin subdivisiones y se solicita formar una parte fraccionaria. Es decir realiza el ejercicio 2A.
DOS	Se dan partes sombreadas de figuras rectangulares y se pide determinar el área a que corresponde la región sombreada. Es decir responde correctamente la pregunta 1 (A,B,C,D) y 2A, pero no

	realiza la 1E y la 2B
TRES	Se dan partes no congruentes, algunas de ellas no sombreadas y se solicita determinar la parte sombreada. Es decir responde correctamente la pregunta 1 (A,B,C,D), 2A y realiza la 1E ó la 2B exclusivamente.
CUATRO	Se da un área con cortes y se solicita determinar una parte de ella. Es decir responde correctamente la pregunta 1 (A,B,C,D,E) y el numeral 2(A y B)

Los resultados obtenidos por los estudiantes en cuanto al análisis de área en la prueba fueron los siguientes:

NIVEL DE ÁREA	N° De estudiantes
CERO	18
UNO	15
DOS	0
TRES	6
CUATRO	1

Por lo observado en la prueba de entrada se puede decir que el curso en su mayoría muestra que no se han apropiado de una escritura precisa de fracciones y está en un nivel muy bajo en el manejo de áreas y congruencia de estas. Se puede ver que en cuanto a la escritura un gran número, cerca al 50% del curso, no escriben de la forma parte-todo, muchos de estos, el 25 %, lo hacen como conteo, otros emplean escritura parte-parte, otros más todo- parte u otro tipo de

escritura. En cuanto a lo que se refiere al área se observa que la mayoría del grupo, más del 75 %, se encuentran en los niveles más bajos de la clasificación hecha por Gaviria (1998), se confunden con partes desiguales, no mantienen una unidad o cambia la relación de equivalencia de área por conteo, solo un niño del curso logra responder adecuadamente los niveles de área propuestos en la prueba.

3.3 Actividades.

Dado lo anterior en acuerdo con el director de trabajo y con los referentes teóricos estudiados se quiere hacer una propuesta de trabajo donde el estudiante pueda realizar partes iguales a la vez que mejore su expresión y que se aproxime al lenguaje usual de las fracciones para poder expresar las relaciones que se construyen de un todo, que ellos aprenda el manejo de los símbolos relacionados con las fracciones, además que reconozcan atributos en ellas como: Ver una región como divisible, el todo se puede dividir en el número de partes pedido, las subdivisiones cubren el todo, y la congruencia de las partes.

Para ello se revisaron varios trabajos realizados en la universidad Cruz, J. González, F. Rodríguez, V. Torres, J. “*Un estudio teórico práctico en enseñanza y aprendizaje de fracciones*”.(1997) y otros de los que se adaptaron algunas de las actividades teniendo en cuenta el grado con el que se iba a trabajar y las dificultades evidenciadas, para que el desarrollo de estas actividades, los refuerzos y técnicas planteadas estén acorde con el marco teórico aquí descrito; así se proponen las siguientes actividades:

- Trazado de márgenes.
- Rectángulos divididos en cuatro partes iguales.
- Rectángulos divididos en tres partes iguales.
- Rayado de Thales.
- División de círculos en partes iguales.

- Técnica de división de círculos.
- División de círculos en partes iguales refuerzo.
- Hacia la notación fraccionaria.
- La fracción como proporción.

Las primeras ocho actividades fueron tomadas y adaptadas de algunos trabajos hechos en la universidad como *Beltrán, O. Chamorro, A.(2002)*. En el caso de las dos actividades finales fueron diseñadas por el autor de este trabajo con la asesoría del director y en las cuales se busca que haya un acercamiento directo con el manejo al lenguaje de la razón y la proporción.

En el desarrollo de cada actividad se mostraran los trabajos de dos estudiantes para poder así evidenciar el progreso que tuvo cada uno de ellos durante la aplicación de esta secuencia de trabajo.

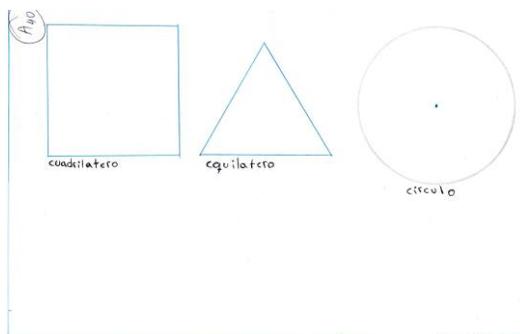
3.3.1 **Actividad 1: Trazado de márgenes. Medidas de longitud**

Fase Preactiva. El objetivo de esta actividad es observar si los alumnos miden bien con regla, según las indicaciones dadas en la guía, además hacen buen uso de los instrumentos de medida que se tienen en el salón de clase. Como la hoja suministrada para esta actividad está en blanco, el estudiante puede manifestar problemas sobre la orientación en la cual debe tomar la hoja, si a lo largo o a lo ancho y de acuerdo a esto poder identificar la parte superior e inferior, la izquierda y la derecha. Se intentara observar que errores evidencia a la hora de realizar las medidas. .

Fase Interactiva. Algunos estudiantes preguntan en qué sentido deben tomar la hoja si horizontal o vertical, a lo se le respondió, se les respondió que debían tomarla en el sentido que ellos pensaran era correcto, para ubicar las medidas y poder trazar la margen un gran número de ellos ubica puntos en la hoja y luego traza, la gran mayoría evidencia problemas al trazar ya que no tienen bien afilado

el lápiz y las marcas hechas son muy gruesas lo cual hace que sus trazos en momento no conserven la medida tomada.

Al cabo de 15 minutos entrega el primer estudiante y los demás lo hacen seguidamente, el último lo hace al cabo de 25 minutos, un estudiante hace un comentario acerca de una sombra que se ve en uno de los extremos de la hoja, para saber si la margen se debe tomar desde ahí o desde el borde de esta. Cuatro estudiantes tomaron la hoja en sentido horizontal y el resto en sentido vertical, además dos estudiantes toman la hoja en sentido vertical para las márgenes y en sentido horizontal para ubicar las figuras. (Ver imagen)



Fase Posactiva. En reunión con el director de trabajo se analizó el desarrollo de la actividad y las respuestas de los alumnos, Se pudo evidenciar que algunos de ellos miden de manera incorrecta, otros muestran problemas de lateralidad, confunden la izquierda con la derecha, los resultados en general los reporto en la siguiente tabla.

Posibilidades	# de Estudiantes	Porcentaje
No traza márgenes	0	0
Traza márgenes con otras medidas	5	12,5
Confunde Izquierda con Derecha	5	12,5
No Traza Paralelas	2	5

Traza Correctamente	28	70
Total	40	100

3.3.2 Actividad 2: Rectángulo dividido en cuatro partes iguales Magnitudes de Área

Fase Preactiva. En esta actividad se espera que los estudiantes dividan rectángulos en cuatro partes cuyas áreas sean iguales de tal forma que de rectángulo a rectángulo la manera de hacerlo sea diferente, se espera que hagan uso de algunos elementos de medida para tales divisiones. Es posible que no todos los alumnos puedan hacer las divisiones en todos los rectángulos propuestos o que las divisiones hechas queden mal o que dividan en más partes de las pedidas.

Fase Interactiva. Durante la actividad el estudiante (A22) realizó una misma división para los doce rectángulos y procedió a entregar, se le pidió que leyera de nuevo las instrucciones, al leer de nuevo el alumno se dio cuenta de su error corrigiendo la actividad, la gran mayoría de los estudiantes parece entender bien la actividad y realizarla correctamente, el estudiante (A11) realizó divisiones mediante curvas que trazo a mano alzada y sin tomar medida alguna por lo cual obtiene una división errada, el estudiante (A37) saco un trozo de papel cuadriculado y dibujo un rectángulo similar a los puestos en la guía, luego empezó a hacer las divisiones sobre este buscando que tuvieran la misma cantidad de cuadritos de tal forma que las áreas fueran iguales para luego dibujarlas en la guía, el estudiante (A26) cambio el instrumento de medición regla por una escuadra.

El estudiante que entrego en primer lugar tardo aproximadamente 35 minutos y sobre los 65 minutos entrego el último estudiante, en general la actividad fue del agrado de los niños los cuales mostraron gran interés y agrado por la prueba. (Ver imagen)

CURSO: 402 FECHA: 20/10/14

FORMA DE TRABAJO: Individual

MATERIALES: Guía, lápiz, escuadra o regla en centímetros y milímetros.

ACTIVIDAD 2: Rectángulos divididos en cuatro partes iguales.

- En esta hoja dibuje imágenes en los cuatro lados con las siguientes medidas: margen superior dos centímetros, margen inferior un centímetro y medio, margen derecha un centímetro y cinco milímetros, margen izquierda dos centímetros y medio.
- Dados doce rectángulos iguales, divida cada uno de ellos en cuatro partes iguales en área, de tal manera que la forma de las partes sea distinta de rectángulo a rectángulo.

- Responde las siguientes preguntas:
 - ¿En un mismo rectángulo, las partes son iguales en área?
 - ¿Una parte de un rectángulo, es igual a otra parte de otro rectángulo?

0) Pasa que todos se divide en las mismas cantidades y todos se dividen
 b) Si sea que los sectores son de la misma medida.

103

CURSO: 008 FECHA: 20/10/14

FORMA DE TRABAJO: Individual

MATERIALES: Guía, lápiz, escuadra o regla en centímetros y milímetros.

ACTIVIDAD 2: Rectángulos divididos en cuatro partes iguales.

- En esta hoja dibuje imágenes en los cuatro lados con las siguientes medidas: margen superior dos centímetros, margen inferior un centímetro y medio, margen derecha un centímetro y cinco milímetros, margen izquierda dos centímetros y medio.
- Dados doce rectángulos iguales, divida cada uno de ellos en cuatro partes iguales en área, de tal manera que la forma de las partes sea distinta de rectángulo a rectángulo.

- Responde las siguientes preguntas:
 - ¿En un mismo rectángulo, las partes son iguales en área?
 - ¿Una parte de un rectángulo, es igual a otra parte de otro rectángulo?

Solución 0: Si todos los rectángulos son iguales.

Fase Posactiva. En el análisis de la actividad, con el director de trabajo observamos que la gran mayoría de los estudiantes realizan un gran número de divisiones de manera correcta en algunas ocasiones realizan una misma división solo pero empezando desde lados diferentes del rectángulo, algunos de ellos luego del sexto rectángulo parecen agotar las posibilidades y proceden a hacer divisiones bastante raras, en algunos casos las áreas no son iguales, en otros se aproximan bastante pero el empleo de líneas no rectas, curvas en algunos casos o en otros trazando una forma de zig-zag irregular, pero que por su trazo no regular no nos permite encontrar áreas iguales.

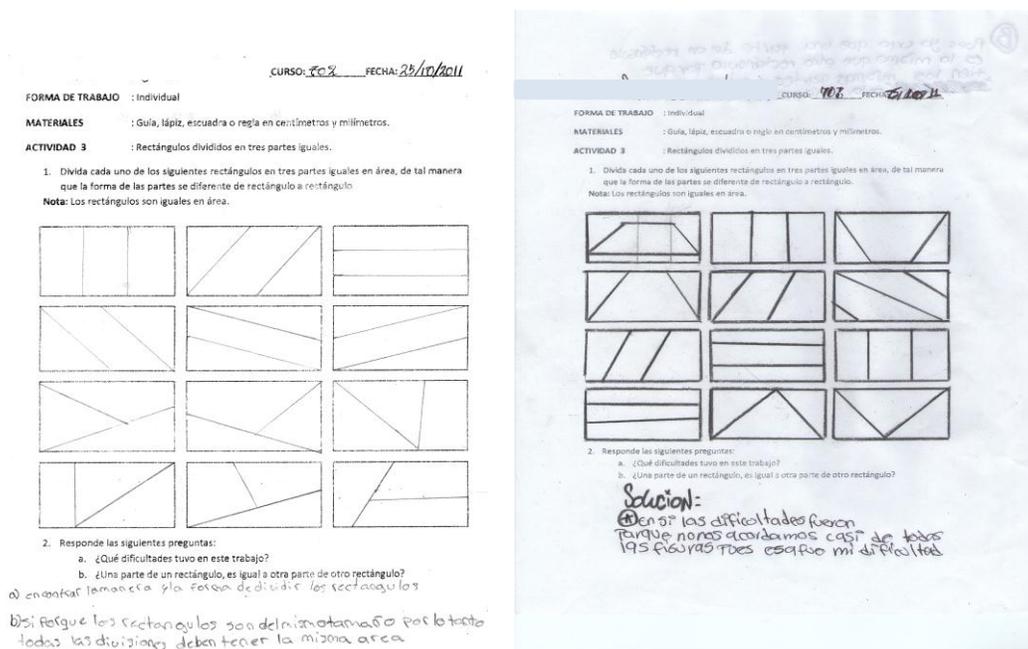
Una vez evaluada la actividad y establecidos los alumnos que muestran dificultad procedemos a aplicar la siguiente actividad de división de rectángulos, esta vez en tres partes.

3.3.3 Actividad 3: Rectángulo dividido en tres partes iguales

Fase Preactiva. Para esta actividad se espera que los estudiantes dividan rectángulos en tres partes cuyas áreas sean iguales de tal forma que de

rectángulo a rectángulo la manera de hacerlo sea diferente, se espera que hagan uso de algunos elementos de medida para tales divisiones. Se puede presentar que traten de llevar algunas de las divisiones de la actividad anterior donde debían dividir los rectángulos en cuatro partes para hacerlo en tres partes. Es posible que no todos los alumnos puedan hacer las divisiones en todos los rectángulos propuestos o que las divisiones hechas queden mal, también que dividan en más partes de las pedidas.

Fase Interactiva. En esta actividad algunos estudiantes optaron por sacar hojas cuadriculadas para copiar los rectángulos en ellas y realizar las posibles divisiones, el alumno (A2) tiene muy en cuenta el concepto de área para realizar sus divisiones, muchos estudiantes manifiestan no encontrar posibles divisiones para el rectángulo, a pesar de disponer de instrumentos de medida algunos hacen trazos muy irregulares, a mano alzada y sin ningún tipo de medición, muchos durante la actividad algunos estudiantes manifiestan que las divisiones deben tener la misma forma para que sus áreas sean iguales. (Ver imagen)



Fase Posactiva. La gran mayoría de los estudiantes muestran gran dificultad para hacer las divisiones y solo lo hacen acertadamente en dos o tres rectángulos, el estudiante (A 26) es quien tiene mayor número de aciertos hizo 6 divisiones bien,

muchos emplean líneas quebradas para esto en tanto que una gran mayoría lo hace con curvas que no reflejan ningún tipo de medida, es de aclarar que muchos toman medidas de forma correcta pero que no las emplean para hacer las divisiones solicitadas, por lo general las particiones más que conservar el área lo que conservan es la forma, son muy pocos los estudiantes que cambian de formas en la división de un mismo rectángulo, en general la actividad nos sirvió para darnos cuenta que muchos de los estudiantes aun poseen problemas para hacer divisiones de rectángulos en partes iguales, por lo que debemos realizar una actividad de refuerzo para mostrar los errores que se pudieron cometer.

3.3.4 Actividad 4 (Refuerzo): Rectángulo dividido en tres partes iguales

Fase Preactiva. En esta actividad de refuerzo esperamos que el estudiante mediante el coloreado, el corte y la sobre posición de formas pueda determinar cuándo dos o tres áreas son iguales o no, para ello se hace necesario que el estudiante haga buen uso de los instrumentos de medida, se pueden presentar problemas en el corte de las figuras o en la identificación de las áreas, pero la actividad es de carácter dirigido y por ello se espera que los estudiantes puedan superar las deficiencias mostradas en las dos actividades anteriores.

Fase Interactiva. Para el desarrollo de la actividad lo primero que se hizo fue una puesta en común acerca de la importancia que tiene realizar divisiones en partes iguales, luego se mostraron algunas de las divisiones hecha por los estudiantes en la actividad anterior algunas bien hechas y otras que evidenciaban errores, se discutió cuales estaban bien, cuales no y porque, luego de esto se les entrego el material de la guía de refuerzo el cual se componía de la guía, dos rectángulos de color del tamaño de los que estaban en la guía, tijeras, reglas y escuadras. Lo primero que se les pidió fue medir cada uno de los rectángulos y luego colorearlo de acuerdo a la siguiente disposición en el rectángulo 1. (Ver imagen).

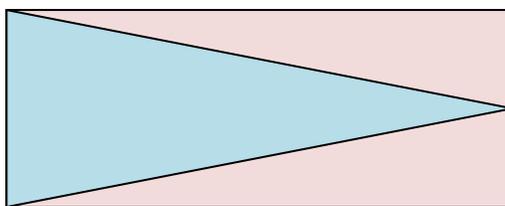


Fig. 1 Rectángulo 1

Después de coloreado el rectángulo se les pregunto a los estudiantes que de acuerdo al tiempo de coloreado con cada color, como eran las áreas a lo que algunos estudiantes dijeron que eran diferentes y otros dijeron que eran iguales, para poder concluir se les pidió cortar el rectángulo entregado de acuerdo a la figura dada y comparar las áreas para determinar si las tres partes eran iguales, un grupo de estudiantes encontró una relación de tamaño entre los dos triángulos de los extremos (rectángulos) los cuales son más pequeños y el triángulo del centro (isósceles) el cual es más grande, además pudieron establecer que uniendo los dos triángulo pequeños de la forma que se muestra en la figura 2 obtenían el triángulo grande. (Ver imagen)

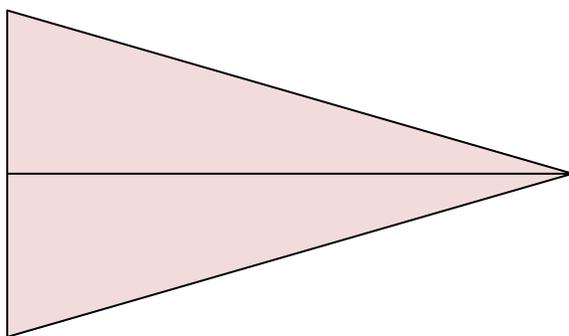


Fig. 2

Después de encontrar esta relación y socializarla con todo el grupo se concluyó que este tipo de división no partía el rectángulo en tres partes iguales.

Para el rectángulo dos se pidió colorear cada una de las tres áreas en las cuales estaba dividido el rectángulo de un color diferente, como se muestra en la figura tres. (Ver imagen)

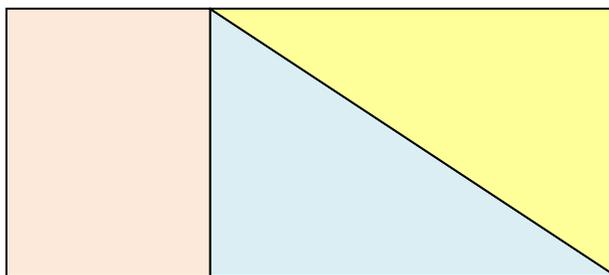


Fig. 3

Se les pregunto en cual se habían demorado más y si podían de acuerdo a esto comparar las áreas, un grupo de estudiantes manifestó que podían ser iguales y otro grupo dijo que no porque eran figuras diferentes, para poder establecer si la división hecha partía el rectángulo en tres partes iguales se les indico a los jóvenes que primero debían doblar únicamente el rectángulo dado en tres partes iguales y la mayoría lo hizo de la forma mostrada en la figura 4. (Ver imagen)

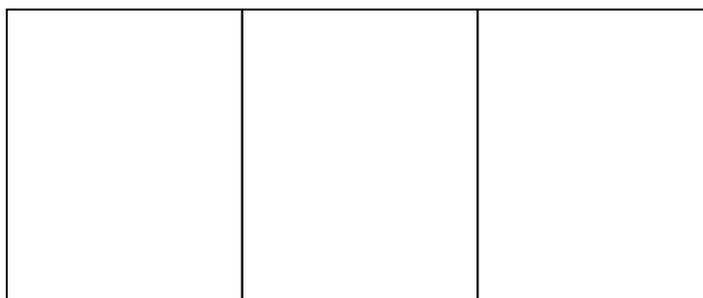


Fig. 4

Luego de los dobleces hechos los estudiantes encuentran que el cuadrilátero coincide con uno de las caras de los pliegues hechos por lo que algunos dicen que la división inicial si parte el rectángulo en tres partes iguales y para poder comprobar esto se procedió a cortar el rectángulo en las tres partes indicadas en la figura 3, los dos triángulos quedan con un dobles y ahora se les pide cortar cada triangulo por el dobles que tienen y como con ese dobles pueden obtener la forma del cuadrilátero, concluyendo así que el área del cada triangulo y del cuadrilátero pequeño son iguales. (Ver imagen)

NOMBRE: _____ CURSO: For2 FECHA: 21/10/11

FORMA DE TRABAJO: Individual

MATERIALES: Guía, lápiz, escuadra o regla en centímetros y milímetros, tijeras, pegante.

ACTIVIDAD 4: Rectángulos divididos en tres partes iguales.

1. A Oriana se le pidió dividir unos rectángulos en tres partes iguales en área y luego de haber trazado las divisiones, Oriana duda de haberlo hecho bien. Usted debe aclararle a Oriana si las divisiones que dibujo están bien o no. Utilice las tijeras, el pegante y los rectángulos de color que se le entregan con esta guía para establecer si Oriana hizo bien el trabajo pedido.

Trazos del primer rectángulo

Trazos del segundo rectángulo

2. En la parte posterior de esta hoja describe los argumentos y conclusiones del trabajo realizado para poder aclarar las dudas de Oriana.

que en el segundo rectángulo todo es igual y que sabemos que en el primer rectángulo lo A+B+C es igual a L por H total, así que para poder responder dudas al realizar la actividad.

NOMBRE: _____ FECHA: 21/10/11

FORMA DE TRABAJO: Individual

MATERIALES: Guía, lápiz, escuadra o regla en centímetros y milímetros, tijeras, pegante.

ACTIVIDAD 4: Rectángulos divididos en tres partes iguales.

1. A Oriana se le pidió dividir unos rectángulos en tres partes iguales en área y luego de haber trazado las divisiones, Oriana duda de haberlo hecho bien. Usted debe aclararle a Oriana si las divisiones que dibujo están bien o no. Utilice las tijeras, el pegante y los rectángulos de color que se le entregan con esta guía para establecer si Oriana hizo bien el trabajo pedido.

Trazos del primer rectángulo

Trazos del segundo rectángulo

2. En la parte posterior de esta hoja describe los argumentos y conclusiones del trabajo realizado para poder aclarar las dudas de Oriana.

Solución

@en el primer ejercicio esternal porque no hay la misma área aunque se se puede unir las partes inferiores y se construye un triángulo

@en el segundo está bien porque hay se puede formar las tres partes iguales.

Fase Posactiva. Para la gran mayoría de los estudiantes poder tener el rectángulo físico y cortar las partes le fue una gran ayuda para poder determinar cuándo las áreas son iguales, que dos formas distintas pueden tener la misma área y para hacer construcciones de figuras por medio de otras, es también de aclarar que un número muy pequeño de estudiantes (2), a pesar de ser una actividad guiada tuvo algunos errores en la construcción de áreas, luego de esta puesta en común y de las aclaraciones hechas con respecto a la división de rectángulos en partes iguales se hace necesario la explicación de una técnica que nos permita realizar este tipo de divisiones.

3.3.5 Actividad 5 : Rayado de Thales

Fase Preactiva. Para realizar la división de un rectángulo en partes iguales podemos aplicar una técnica llamada el *Rayado de Thales*, a través de la cual podemos hacer distinto número de divisiones a un mismo rectángulo, esta actividad se compone de dos etapas, una primera en la cual el profesor explicara

mediante un ejemplo (división de un rectángulo en tres partes), el modo de empleo de la técnica y en segunda instancia se le entregara a cada estudiante una guía, un *Rayado de Thales* (una hoja blanca con rayas paralelas a igual distancia) y cuatro rectángulos de 12 cm de largo por 8 cm de ancho, para que cada estudiante los divida por cada cara comenzando con la división en dos partes y así sucesivamente hasta llegar a dividir la segunda cara del 4 rectángulo en 11 partes iguales, una vez realizadas las divisiones proponemos comparar algunas de estas y si el estudiante es capaz de nombrar la división de un rectángulo cualquiera, para esto los estudiantes contarán con reglas, escuadras, lápices bien afilados que les serán suministrados por el profesor.

Fase Interactiva. En el desarrollo de la actividad la mayoría del grupo manifestó haber comprendido el ejemplo hecho por el profesor y procedió a realizar la actividad, sin embargo luego de intentar hacer las divisiones muchos de ellos preguntaron, por lo que de nuevo se hizo la explicación para poder corregir los errores y solucionar las dudas, ya en la practica el estudiante (A4) no ubica de manera correcta el rectángulo sobre el *Rayado de Thales*, lo que hace que al cambiar de lado para tomar la otra medida esta quede mal respecto a la primera y por lo tanto al trazar las líneas que dividen le queden en diagonal, los estudiante (A3) y (A6) entendieron bien la técnica y realizan las divisiones muy acertadamente, el estudiante (A4) realiza las marcas de las divisiones muy grandes y a la hora de unir las con las del lado opuesto se le dificulta, hay estudiantes que muestran dificultad para encontrar las rectas que debe utilizar para la división que necesita. (Ver imagen)

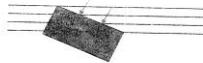
NOMBRE: _____ CURSO: 5ºB FECHA: 11/10/16

FORMA DE TRABAJO : Individual
MATERIALES : Guía, *Mpiz bien afilado*, regla, hoja rayada, rectángulos de cartón.
ACTIVIDAD 4 : RAYADO DE THALES – Técnica para dividir en partes iguales.

Rectas paralelas a igual distancia. Si trazamos rectas de tal manera que dos rectas consecutivas estén a la misma distancia, a dichas rectas se les llama *Rayado de Thales*.
Ejemplo: *La líneas de un cuaderno.*

1. Tome los 5 rectángulos dados y haciendo uso del rayado de Thales dividir la cara del primer rectángulo en dos partes iguales, la otra cara de esta tarjeta en tres partes iguales, tome la segunda tarjeta y divida una cara en cuatro partes iguales y la otra en cinco partes iguales, ahora tome la tercera tarjeta y divida una de las caras en seis partes iguales y la otra cara en siete partes iguales, para la cuarta tarjeta divida una de las caras en ocho partes iguales, la otra cara en nueve partes iguales y la quinta tarjeta se debe dividir una cara en diez partes iguales y la otra en once partes iguales.

Nota: En el tablero el profesor indicara como aplicar la técnica del rayado para las Divisiones.



2. Que nombre se le puede dar a una parte de la cara de una de las tarjetas.
3. Una de las partes de la cara dividida en dos como es con respecto al tamaño de una de las partes divididas en tres, ahora una de las partes de la cara dividida en tres como es con respecto al tamaño de una de las partes divididas en cuatro

2) $\frac{1}{6}$ ya que como se dio
2) es $\frac{1}{2}$ ya que como se dio
3) es $\frac{1}{3}$ ya que como se dio



Fase Posactiva. Se evidencia que la mayoría del grupo realizo de forma correcta la actividad, sin embargo hay algunos pocos estudiantes que no realizaron las divisiones bien, la gran mayoría parece haber entendido y estar dominando la técnica de *Rayado de Thales* para dividir rectángulos, es importante ver en este trabajo que el alumno (A39) no realizo la división en seis partes y al final la hizo en la cara sobrante de la división en once partes, pero en términos generales quedo claro el manejo de esta técnica, lo que nos permite pasar a la siguiente actividad.

3.3.6 Actividad 6 : División de Círculos en partes iguales

Fase Preactiva. Esta actividad se cambia el tipo de figura con el que veníamos trabajando, esperamos que los estudiantes realicen la división de círculos en partes iguales de acuerdo a los preconceptos que ellos tienen y así poder ver que técnicas manejan, podemos esperar que algunos alumnos intenten aplicar la técnica de dividir con líneas verticales y horizontales en los círculos, los estudiantes dispondrán de instrumentos de medida para poder realizar sus divisiones, entre los que podrán contar con el transportador, siempre y cuando ellos deseen tomarlo.

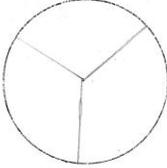
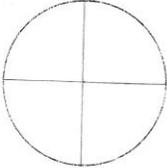
Fase Interactiva. Para desarrollar la actividad se les dio acceso a los estudiantes a instrumentos de trazo como compas y de medida tales como transportador, regla y escuadras, los cuales podrían utilizar si lo deseaban. Muchos de ellos como se esperaba aplicaron la técnica de rectángulos para dividir los círculos, Algunos realizan divisiones a mano alzada y luego reafirman sus trazos con la regla, otros emplean el transportador como medio para ubicar el centro del círculo, un grupo de estudiantes optaron por tomar compases y los emplearon para tratar de ubicar el centro del círculo, un estudiante realiza dobleces a la hoja para ubicar el ella el centro y luego de ubicarlo procede a hacer las divisiones con la ayuda del compás. (Ver imagen)

CURSO: 7o1 FECHA: 28/11/11

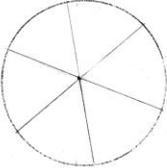
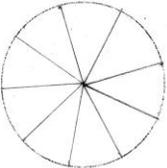
FORMA DE TRABAJO : Individual
 MATERIALES : Guía, lápiz, regla
 ACTIVIDAD 5 : Dividiendo círculos

1. Cada uno de los siguientes círculos representa una torta. Reparta cada torta en partes de igual tamaño de acuerdo al número de personas indicado sobre ella.

Torta 1 : Para usted y dos amigos. Torta 2 : Para usted y tres amigos.

Torta 3 : Para usted y cinco amigos. Torta 4 : Para usted y ocho amigos.

2. Responda las siguientes preguntas:

a. Si se come una parte de la torta 2. ¿Qué parte de la torta se comió?
me comi 1/4 de la torta

b. Si se come una parte de la torta 4. ¿Qué parte de la torta se comió?
me comi 1/9 de la torta

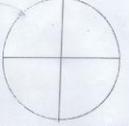
c. Si tiene que escoger la tajada más grande para comer. ¿De cuál torta la escogería? 1 ¿Por qué? me la dividida solo en 3 y las otras en más partes

CURSO: 7o1 FECHA: 8/11/11

FORMA DE TRABAJO : Individual
 MATERIALES : Guía, lápiz, regla
 ACTIVIDAD 5 : Dividiendo círculos

1. Cada uno de los siguientes círculos representa una torta. Reparta cada torta en partes de igual tamaño de acuerdo al número de personas indicado sobre ella.

Torta 1 : Para usted y dos amigos. Torta 2 : Para usted y tres amigos.

Torta 3 : Para usted y cinco amigos. Torta 4 : Para usted y ocho amigos.




2. Responda las siguientes preguntas:

a. Si se come una parte de la torta 2. ¿Qué parte de la torta se comió?
la parte de la tajada que se comi

b. Si se come una parte de la torta 4. ¿Qué parte de la torta se comió?
la parte que me comi fue la de arriba

c. Si tiene que escoger la tajada más grande para comer. ¿De cuál torta la escogería? 2 ¿Por qué? porque es una de las más grandes

Fase Posactiva. En una primera clasificación que podemos realizar en esta actividad vemos que un grupo de treinta (30) estudiantes pudieron establecer el centro del círculo y a partir de allí realizar las divisiones para el círculo, un segundo grupo de nueve (9) alumnos no logra establecer el centro. Entre los treinta alumnos del primer grupo hubo un grupo de nueve (9) estudiantes que realizo divisiones en partes iguales y un total de 21 no realiza las divisiones de

esta forma, de los nueve (9) alumnos no logran ubicar el centro observamos que combinan distintas técnicas, cuatro (4) de ellos realiza las divisiones empleando rectas paralelas a distancias iguales (Técnica empleada para los rectángulos), los otros cinco (5) las trazan a diferente distancia, y algunos realizan cuadrículas para estas divisiones. Lo cual nos lleva a revisar una técnica para dividir círculos en partes iguales.

3.3.7 Actividad 7 : Técnica para dividir círculos en partes iguales

Fase Preactiva. Para realizar la división de un círculo en partes iguales podemos aplicar dos técnicas la primera una técnica aritmética consiste en realizar la división numérica de 360° entre el número de partes que queremos dividir el círculo y la segunda con el aparato físico explicando cómo se manejan las medidas en el transportador una vez hecho esto y tomando el resultado de la división numérica ubicamos esta medida para con la ayuda del transportador poder realizar la división gráfica planteada. Se realizó la explicación de la técnica por parte del profesor dividiendo un círculo en 12 partes iguales y cada estudiante hará el seguimiento de esta en su hoja, para esto los estudiantes contarán con transportadores, reglas, escuadras, lápices bien afilados que les serán suministrados.

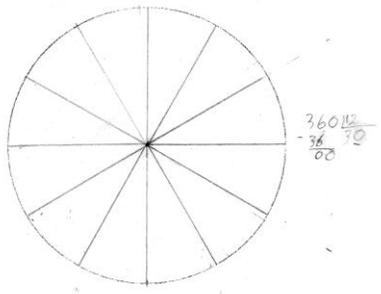
Fase Interactiva. En el desarrollo de la actividad la mayoría del grupo manifestó haber comprendido el ejemplo hecho por el profesor y procedió a realizar la actividad, sin embargo al proceder en la técnica aritmética los estudiantes (A9) y (A19) evidencian problemas al hacer las divisiones numéricas, se les aclaran algunas de las dudas y logran obtener bien el resultado. La mayoría del grupo muestra buen manejo de la técnica aritmética y pasan a tomar las medidas con el transportador, los mismos alumnos que mostraron problemas en la técnica aritmética mostraron dificultades en el manejo de aparato, la gran mayoría del grupo procede primero a hallar el centro del mismo del círculo y luego toman las medidas para realizar sus divisiones. (Ver imagen)

CURSO: 702, FECHA: 11/11/11

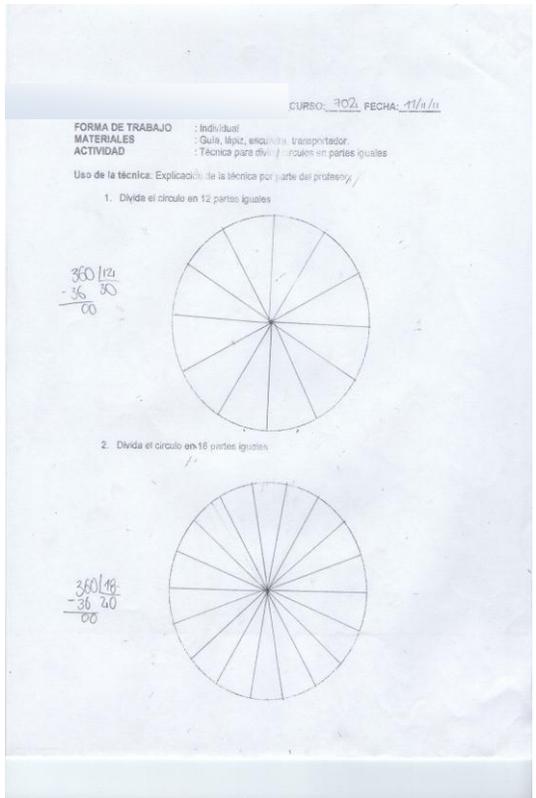
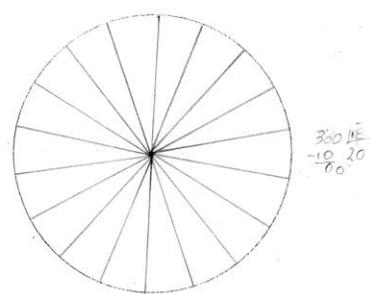
FORMA DE TRABAJO : Individual
 MATERIALES : Guita, lápiz, escuadra, transportador.
 ACTIVIDAD : Técnica para dividir círculos en partes iguales

Uso de la técnica: Explicación de la técnica por parte del profesor.

1. Divida el círculo en 12 partes iguales



2. Divida el círculo en 18 partes iguales



Fase Posactiva. Se evidencia que la mayoría del grupo realizó de forma correcta la primera parte de la actividad, parece haber entendido y estar dominando la técnica aritmética, sin embargo un número de ocho (8) estudiantes no escribieron las operaciones donde se evidencia el proceso, en la técnica de manejo del aparato fijo la gran mayoría maneja adecuadamente la técnica pero hay cinco (5) estudiantes que no realizaron las divisiones bien, muestran dificultades para ubicar el centro del círculo.

3.3.8 Actividad 8: Dividiendo Círculos en partes iguales (Adicional)

Fase Preactiva. Esta actividad se establece como complemento de la actividad anterior, en la que se trabajaron las dos técnicas para efectuar correctamente repartos iguales en figuras geométricas circulares, la técnica aritmética y la técnica de manejo de instrumento fijo (transportador), podemos esperar que el estudiante evidencie problemas en el algoritmo de la división de números naturales al igual

por lo menos dos de las divisiones planteadas en el cual tenemos 10 estudiantes donde salvo en tres casos los demás también tienen mal la técnica de manejo del instrumento de medida, en segundo lugar se tiene a aquellos estudiantes que realizan bien las divisiones exactas y dejan residuo en la que no lo es, en este se tienen 22 niños los cuales realizan bien el manejo del instrumento salvo en el caso de la división inexacta y en último aquellos estudiantes que realizan las 4 divisiones bien que son solo 2 estudiantes del grupo. Es importante hacer ver que cuando el estudiante conoce una técnica apropiada, sus procesos mejoran bastante.

3.3.9 Actividad 9: Hacia la notación

Fase Preactiva. El objetivo de esta actividad es encontrar junto con el estudiante un lenguaje apropiado para poder expresar de diferentes formas la cantidad de partes de un todo, para ello se propone como actividad la repartición de una bebida en un número determinado de vasos (seis vasos) se sirve la gaseosa en los vasos y luego pasar a un estudiante a que se tome el contenido de un vaso luego describir gráficamente lo observado y escribirlo en la lengua vernácula haciendo uso además de expresiones numéricas, se espera que una vez el alumno conozca el lenguaje y su representación gráfica mejore su interpretación de la fracciones.

GRÁFICA	Se ha tomado:	Se ha tomado:	Lo tomado respecto al paquete es:	La parte tomada es:	La parte tomada es:	Lo tomado es:

Fase Interactiva. A través de la situación concreta de servir un número determinado de vasos de gaseosa (seis vasos) e ir tomando uno de ellos y

desocuparlo luego comparar el número de vasos llenos respecto al número total de vasos se logró que la mayoría de los estudiantes escribiera en palabras lo tomado del total y luego vinculara los números para representar la situación, para así expresar la misma de una manera más acertada. En general no hubo mayores inquietudes en el desarrollo de la actividad la cual se realizó muy bien. (Ver imagen)

FORMA DE TRABAJO INDIVIDUAL CURSO: 2022 FECHA: 15/04/21
 ACTIVIDAD 4 MATERIAL: Guía, lápiz, gaseosa, vasos.

GRÁFICA	Se ha tomado:	Se ha tomado:	Lo tomado respecto al paquete es:	La parte tomada es:	Lo tomado es:
	uno de seis	1 de 6	1 de 6 $\frac{1}{6}$	una sexta parte	1/6 parte del paquete
	dos de seis	2 de 6	2 de 6 $\frac{2}{6}$	dos sextas partes	2/6 partes del paquete
	tres de seis	3 de 6	3 de 6 $\frac{3}{6}$	tres sextas partes	3/6 partes del paquete
	cuatro de seis	4 de 6	4 de 6 $\frac{4}{6}$	cuatro sextas partes	4/6 partes del paquete
	cinco de seis	5 de 6	5 de 6 $\frac{5}{6}$	cinco sextas partes	5/6 partes del paquete
	seis de seis	6 de 6	6 de 6 $\frac{6}{6}$	seis sextas partes	6/6 partes del paquete

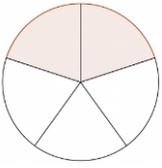
FORMA DE TRABAJO INDIVIDUAL CURSO: 2022 FECHA: 15/04/21
 ACTIVIDAD 4 MATERIAL: Guía, lápiz, gaseosa, vasos.

GRÁFICA	Se ha tomado:	Se ha tomado:	Lo tomado respecto al paquete es:	La parte tomada es:	Lo tomado es:
	uno de 6	1 de 6	1 de 6 $\frac{1}{6}$	una sexta parte	1/6 parte del paquete
	dos de 6	2 de 6	2 de 6 $\frac{2}{6}$	dos sextas partes	2/6 partes del paquete
	tres de 6	3 de 6	3 de 6 $\frac{3}{6}$	tres sextas partes	3/6 partes del paquete
	cuatro de 6	4 de 6	4 de 6 $\frac{4}{6}$	cuatro sextas partes	4/6 partes del paquete
	cinco de 6	5 de 6	5 de 6 $\frac{5}{6}$	cinco sextas partes	5/6 partes del paquete
	seis de 6	6 de 6	6 de 6 $\frac{6}{6}$	seis sextas partes	6/6 partes del paquete

Fase Posactiva. Se observó que la mayoría de los alumnos que realizaron la práctica entendieron la guía y completaron de manera correcta el cuadro propuesto para esta, logrando manejar un lenguaje apropiado para el ámbito de las fracciones, tanto de forma literal como numérica.

3.3.10 Actividad 10: La fracción como proporción

Fase Preactiva. Esta actividad tiene como objetivo que el alumno a partir de un gráfico escriba lo observado haciendo uso del lenguaje de las fracciones, luego interpretar lo visto como razón para luego llegar a la interpretación de proporción a nivel de lenguaje y de allí pasar a lo numérico, para ello se realizara un ejemplo y se le proponen varios ejercicios para que ellos los desarrollen, al final se propone una situación en la cual se espera que el alumno la interprete como una proporción

GRÁFICA	Observación del Todo	Expresión de proporción	Proporción	Expresiones equivalentes que relacionan la parte con el todo
				

Fase Interactiva. En el desarrollo de esta la mayoría de los estudiantes que participaron en ella no mostraron mayor dificultad en el desarrollo de la primera parte, para el ejemplo propuesto en la segunda parte de la actividad se presentaron algunas preguntas referentes a la interpretación de los gráficos pero sin mayores dificultades. (Ver imagen)

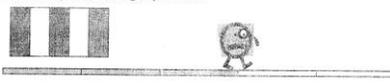
CURSO: 202 FECHA: 21/11/11

FORMA DE TRABAJO: Individual MATERIALES: Guía, lápiz.

ACTIVIDAD 5: LA FRACCIÓN como PROPORCIÓN

GRÁFICA	Observación del Todo	Expresión de proporción	Proporción	Expresiones equivalentes que relacionan la parte con el todo
	Observo un círculo dividido en 5 partes iguales, 2 partes están coloreadas.	La parte coloreada es como 2 es a 5.	$\frac{2}{5}$	2 de 5, 40%, 0.4, 20/50, 4/10, 2/5, 20 partes de 50, 40 partes de 100.
	Observo un círculo dividido en 5 partes iguales, 3 partes están coloreadas.	La parte coloreada es como 3 es a 5.	$\frac{3}{5}$	3 de 5, 60%, 0.6, 30/50, 60/100, 3/5, 30 partes de 50, 60 partes de 100.
	Observo un círculo dividido en 5 partes iguales, 4 partes están coloreadas.	La parte coloreada es como 4 es a 5.	$\frac{4}{5}$	4 de 5, 80%, 0.8, 40/50, 80/100, 4/5, 40 partes de 50, 80 partes de 100.
	Observo un rectángulo dividido en 5 partes iguales, 2 partes están coloreadas.	La parte coloreada es como 2 es a 5.	$\frac{2}{5}$	2 de 5, 40%, 0.4, 20/50, 40/100, 2/5, 20 partes de 50, 40 partes de 100.
	Observo un rectángulo dividido en 5 partes iguales, 3 partes están coloreadas.	La parte coloreada es como 3 es a 5.	$\frac{3}{5}$	3 de 5, 60%, 0.6, 30/50, 60/100, 3/5, 30 partes de 50, 60 partes de 100.
	Observo un rectángulo dividido en 5 partes iguales, 4 partes están coloreadas.	La parte coloreada es como 4 es a 5.	$\frac{4}{5}$	4 de 5, 80%, 0.8, 40/50, 80/100, 4/5, 40 partes de 50, 80 partes de 100.

Observe las siguientes figuras, un rectángulo y un camino.



Seleccione la respuesta correcta y justifique la respuesta.

1. ¿Lo caminado es al camino, como lo sombreado es al rectángulo? SI NO

¿Por qué? El camino tiene 5 partes, como los 5 partes del rectángulo, y están divididos en 5 partes.

CURSO: 202 FECHA: 21/11/11

FORMA DE TRABAJO: Individual MATERIALES: Guía, lápiz.

ACTIVIDAD 5: LA FRACCIÓN como PROPORCIÓN

GRÁFICA	Observación del Todo	Expresión de proporción	Proporción	Expresiones equivalentes que relacionan la parte con el todo
	Observo un círculo dividido en 5 partes iguales, 2 partes están coloreadas.	La parte coloreada es como 2 es a 5.	$\frac{2}{5}$	2 de 5, 40%, 0.4, 20/50, 40/100, 2/5, 20 partes de 50, 40 partes de 100.
	Observo un círculo dividido en 5 partes iguales, 3 partes están coloreadas.	La parte coloreada es como 3 es a 5.	$\frac{3}{5}$	3 de 5, 60%, 0.6, 30/50, 60/100, 3/5, 30 partes de 50, 60 partes de 100.
	Observo un círculo dividido en 5 partes iguales, 4 partes están coloreadas.	La parte coloreada es como 4 es a 5.	$\frac{4}{5}$	4 de 5, 80%, 0.8, 40/50, 80/100, 4/5, 40 partes de 50, 80 partes de 100.
	Observo un rectángulo dividido en 5 partes iguales, 2 partes están coloreadas.	La parte coloreada es como 2 es a 5.	$\frac{2}{5}$	2 de 5, 40%, 0.4, 20/50, 40/100, 2/5, 20 partes de 50, 40 partes de 100.
	Observo un rectángulo dividido en 5 partes iguales, 3 partes están coloreadas.	La parte coloreada es como 3 es a 5.	$\frac{3}{5}$	3 de 5, 60%, 0.6, 30/50, 60/100, 3/5, 30 partes de 50, 60 partes de 100.
	Observo un rectángulo dividido en 5 partes iguales, 4 partes están coloreadas.	La parte coloreada es como 4 es a 5.	$\frac{4}{5}$	4 de 5, 80%, 0.8, 40/50, 80/100, 4/5, 40 partes de 50, 80 partes de 100.

Observe las siguientes figuras, un rectángulo y un camino.



Seleccione la respuesta correcta y justifique la respuesta.

1. ¿Lo caminado es al camino, como lo sombreado es al rectángulo? SI NO

¿Por qué? Las partes sombreadas del rectángulo aparecen en lo que camina el muñeco.

Fase Posactiva. Se puede observar que la mayoría de los estudiantes ha asimilado de forma correcta la manera de escribir la parte de un todo definido a partir de un gráfico.

3.3.11 Actividad 11: Prueba de salida

El objetivo de esta actividad es mirar si después de la aplicación de la secuencia didáctica los estudiantes han mejorado en su manera de pensar y trabajar con fracciones tanto en su escritura como en los niveles de área, además de observar que manejo tienen de la razón y la proporción. Una vez analizada la prueba se observan los siguientes resultados.

ESCRITURA	N° De estudiantes
Conteo (Números Naturales)	0
Relación Parte – Parte	1
Relación Todo – Parte	2
Relación Parte – Todo	26
Escrituras Extrañas	1

Los resultados obtenidos por los estudiantes en cuanto al análisis de área en la prueba fueron los siguientes:

NIVEL DE ÁREA	N° De estudiantes
CERO	6
UNO	6
DOS	16
TRES	1
CUATRO	1

4. CONCLUSIONES

El profesor de matemáticas debe conocer las ideas fundantes de razones y proporciones cuando plantea el trabajo con fracciones y desde allí plantear varias propuestas para el trabajo con ellas, entre las cuales es importante que los estudiantes realicen partes iguales en varios espacios de medida, entre otras ya que si a los estudiantes se les propone actividades acorde a sus conocimientos y posibilidades, ellos progresan en las nociones y desarrollos matemáticos que se relacionan con las razones y proporciones.

Es muy importante poder contemplar los diferentes contextos que abarcan las fracciones desde el punto de vista matemático ya que esto le permite al docente tener una mejor posibilidad de trabajo de las mismas.

En la implementación de la práctica de aula se pudo observar la importancia del estudio teórico hecho tanto en lo matemático como en lo didáctico ya que este permitió buscar actividades que permitiesen al estudiante comprender un poco más el vasto mundo de las fracciones y en particular en las razones y proporciones.

Personalmente después de haber realizado este trabajo que concluye con la elaboración de este escrito puedo decir que mi manera de abordar el tema de las fracciones y más aún el de razones y proporciones es totalmente diferente a como lo venía trabajando en mi práctica docente, ya que el estudio teórico hecho cambió mi manera de trabajar estos temas.

5. BIBLIOGRAFÍA

- [1]. Euclides, (1994). “*Elementos*” Libros 1 y 5 Traducción nota de María Luisa Puertas Castaño. Madrid: Gredos.
- [2]. Freudenthal, H. (1983). “*Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*” *Dordrecht: Reidel*. 1 Traducción de Luis Puig, publicada en *Fenomenología Didáctica de las Estructuras Matemáticas. Textos seleccionados*. México: Cinvestav, 2001.
- [3]. Lamon, S. “*Razón y proporción: Fundamentada en Unitización y Normación*” [En: Guershon Harel y Jere Confrey (Eds.)(1994). *The Development Multiplicative reasoning in Learning of Mathematics; pp. 89-120 (Cap. 4)*. New York: State University of New York Press]
Traducción: Pedro Javier Rojas G. y Cecilia Barón P. Universidad Distrital Francisco José de Caldas – Bogotá, 2004.
- [4]. Kieren, T. (1981). Citado en Maza y Arce. 1991
- [5]. Sánchez, V. y Llinares, S. (1.997). “*Fracciones la relación parte todo*”. Madrid, Ed. Síntesis.
- [6]. Maza, C. y Arce, C. (1.991). “*Ordenar y clasificar*” capítulo cinco “El contexto numérico de las fracciones” Madrid, Ed. Síntesis.
- [7]. Llinares, S. (2003): «*Matemáticas escolares y competencia matemática*», en Chamorro, C. (ed.): *Didáctica de las matemáticas*. Madrid. Pearson-Prentice Hall, pp. 3-30.
- [8]. Sánchez, V. y Llinares, S. (1.995). “*Aprender a enseñar, modos de representación y número racional*”.
- [9]. Beltrán, O. Chamorro, A.(2002). Una secuencia didáctica para la enseñanza de la fracción: Relación Parte Todo. Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- [10]. Cruz, J. González, F. Rodríguez, V. Torres, J. “*Un estudio teórico práctico en enseñanza y aprendizaje de fracciones*”. Universidad distrital francisco José de Caldas. Trabajo de grado Especialización en Educación Matemática. Bogotá 1997.

- [11]. García, R. y Mayorga D. *“Dificultades en la comprensión del número fraccionario: La Relación Parte Todo”*. Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Trabajo de grado especialización en educación Matemática. Bogotá 1997.
- [12]. Gaviria, C. *“Elementos para una posible propuesta de trabajo con fracciones”*. Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Trabajo de grado Especialización en Educación Matemática. Bogotá 1998.

TABLA DE ANEXOS

- Anexo 1 Márgenes y formas
- Anexo 2 Rectángulos divididos en cuatro partes iguales
- Anexo 3 Rectángulos divididos en tres partes iguales
- Anexo 4 Rectángulos divididos en tres partes iguales. Profundización
- Anexo 5 Técnica Rayado de Thales. Para dividir rectángulos en partes iguales
- Anexo 6 Dividiendo círculos en partes iguales
- Anexo 7 Técnica para dividir círculos en partes iguales
- Anexo 8 Dividiendo círculos en partes iguales. Refuerzo
- Anexo 9 Hacia la notación fraccionaria
- Anexo 10 La fracción como proporción
- Anexo 11 Prueba García y Mayorga (diagnostica y salida)



ACTIVIDAD 1: MARGENES Y FORMAS

Objetivo

Determinar las habilidades que posee el estudiante para distribuir algunos objetos dentro de una hoja y el seguimiento de instrucciones.

Materiales

Una hoja blanca tamaño carta, lápiz, colores, regla, compas, transportador.

Metodología

1. Coloque la hoja y trace márgenes de la siguiente forma: superior 1 centímetros y 5 milímetros, inferior 2 centímetros, izquierda 1 centímetros y derecha 2 centímetros y 5 milímetros.
2. En la parte inferior derecha de la hoja márquela con nombre y curso.
3. Dibuje en la hoja un cuadrado, un triángulo y una circunferencia del tamaño que quiera.
4. Bajo cada figura coloque el nombre de la misma.

Anexo 02



UNIVERSIDAD DISTRITAL
FRANCISCO JOSE DE CALDAS

UNIVERSIDAD DISTRITAL “FRANCISCO JOSE DE CALDAS”

NOMBRE: _____ **CURSO:** _____ **FECHA:** _____

FORMA DE TRABAJO : Individual

MATERIALES : Guía, lápiz, escuadra o regla en centímetros y milímetros.

ACTIVIDAD 2 : Rectángulos divididos en cuatro partes iguales.

1. En esta hoja dibuje márgenes en los cuatro lados con las siguientes medidas: margen superior dos centímetros, margen inferior un centímetro y medio, margen derecha un centímetro y cinco milímetros, margen izquierda dos centímetros y medio.
2. Dados doce rectángulos iguales, divida cada uno de ellos en cuatro partes iguales en área, de tal manera que la forma de las partes sea distinta de rectángulo a rectángulo.

3. Responde las siguientes preguntas:
 - a. ¿En un mismo rectángulo, las partes son iguales en área?
 - b. ¿Una parte de un rectángulo, es igual a otra parte de otro rectángulo?

Anexo 03



UNIVERSIDAD DISTRITAL
FRANCISCO JOSE DE CALDAS

UNIVERSIDAD DISTRITAL “FRANCISCO JOSE DE CALDAS”

NOMBRE: _____ **CURSO:** _____ **FECHA:** _____

FORMA DE TRABAJO : Individual

MATERIALES : Guía, lápiz, escuadra o regla en centímetros y milímetros.

ACTIVIDAD 3 : Rectángulos divididos en tres partes iguales.

4. Divida cada uno de los siguientes rectángulos en tres partes iguales en área, de tal manera que la forma de las partes se diferente de rectángulo a rectángulo.

Nota: Los rectángulos son iguales en área.

5. Responde las siguientes preguntas:

- ¿Qué dificultades tuvo en este trabajo?
- ¿Una parte de un rectángulo, es igual a otra parte de otro rectángulo?



UNIVERSIDAD DISTRITAL “FRANCISCO JOSE DE CALDAS”

NOMBRE: _____ **CURSO:** _____ **FECHA:** _____

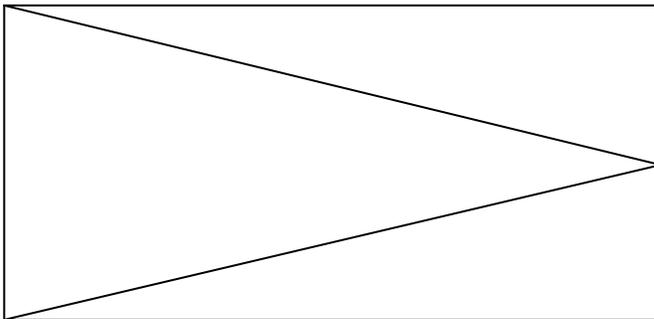
FORMA DE TRABAJO : Individual

MATERIALES : Guía, lápiz, escuadra o regla en centímetros y milímetros, tijeras, pegante.

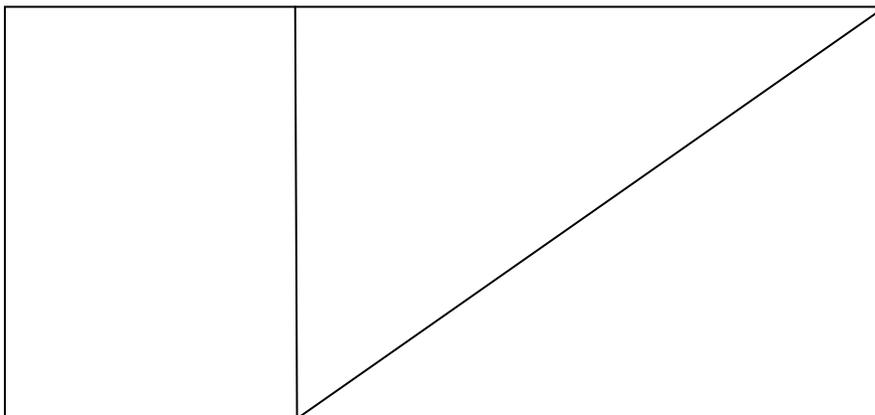
ACTIVIDAD 4 : Rectángulos divididos en tres partes iguales.

5. A Oriana se le pidió dividir unos rectángulos en tres partes iguales en área y luego de haber trazado las divisiones, Oriana duda de haberlo hecho bien. Usted debe aclararle a Oriana si las divisiones que dibujo están bien o no. Utilice las tijeras, el pegante y los rectángulos de color que se le entregan con esta guía para establecer si ella hizo bien el trabajo pedido.

Trazos del primer rectángulo



Trazos del segundo rectángulo



6. En la parte posterior de esta hoja describa los argumentos y conclusiones del trabajo realizado para poder aclarar las dudas de Oriana.

UNIVERSIDAD DISTRITAL “FRANCISCO JOSE DE CALDAS”



NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____ UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSE DE CALDAS

FORMA DE TRABAJO : Individual

MATERIALES : Guía, **lápiz bien afilado**, regla, hoja rayada, rectángulos de cartón.

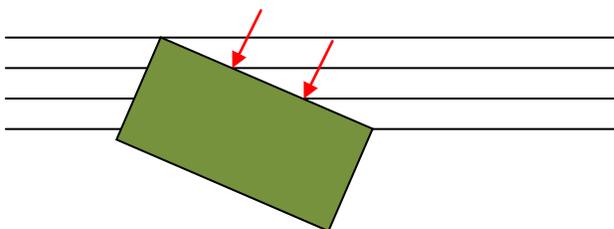
ACTIVIDAD 4 : **RAYADO DE THALES** – Técnica para dividir en partes iguales.

Rectas paralelas a igual distancia. Trazamos rectas de tal manera que dos rectas consecutivas estén a la misma distancia, a dichas rectas se les llama *Rayado de Thales*.

Ejemplo: La líneas de un cuaderno.

1. Tome los 5 rectángulos dados (tarjetas) y haciendo uso del rayado de Thales dividir la cara del primer rectángulo en dos partes iguales, la otra cara de esta tarjeta en tres partes iguales, tome la segunda tarjeta y divida una cara en cuatro partes iguales y la otra en cinco partes iguales, ahora tome la tercera tarjeta y divida una de las caras en seis partes iguales y la otra cara en siete partes iguales, para la cuarta tarjeta divida una de las caras en ocho partes iguales, la otra cara en nueve partes iguales y la quinta tarjeta se debe dividir una cara en diez partes iguales y la otra en once partes iguales.

Nota: En el tablero el profesor indicara como aplicar la técnica del rayado para las Divisiones.



2. Que nombre se le puede dar a una parte de la cara de una de las tarjetas.
3. Una de las partes de la cara dividida en dos como es con respecto al tamaño de una de las partes divididas en tres; ahora una de las partes de la cara dividida en tres como es con respecto al tamaño de una de las partes divididas en cuatro

UNIVERSIDAD DISTRITAL “FRANCISCO JOSE DE CALDAS”

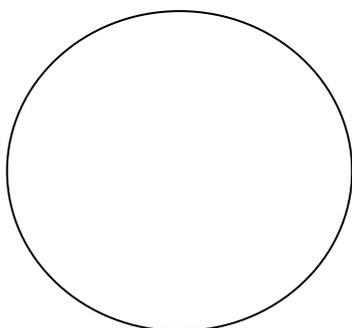


NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____ UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSE DE CALDAS

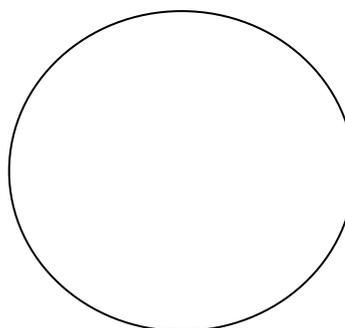
FORMA DE TRABAJO : Individual
MATERIALES : Guía, lápiz, regla.
ACTIVIDAD 5 : Dividiendo círculos

1. Cada uno de los siguientes círculos representa una torta. Reparta cada torta en partes de igual tamaño de acuerdo al número de personas indicado sobre ella.

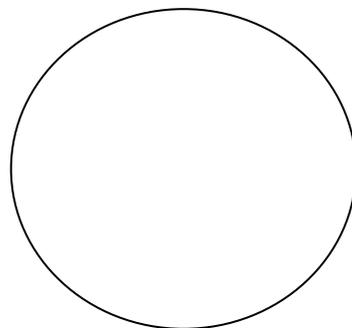
Torta 1 : Para usted y dos amigos.



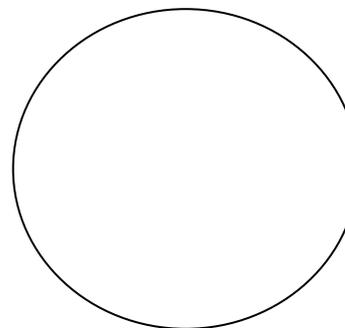
Torta 2 : Para usted y tres amigos.



Torta 3 : Para usted y cinco amigos.



Torta 4 : Para usted y ocho amigos.



2. Responda las siguientes preguntas:

a. Si se come una parte de la torta 2. ¿Qué parte de la torta se comió?

b. Si se come una parte de la torta 4. ¿Qué parte de la torta se comió?

c. Si tiene que escoger la tajada más grande para comer. ¿De cuál torta la escogería? _____ ¿Por qué? _____



UNIVERSIDAD DISTRITAL “FRANCISCO JOSE DE CALDAS”

NOMBRE: _____ **CURSO:** _____ **FECHA:** _____

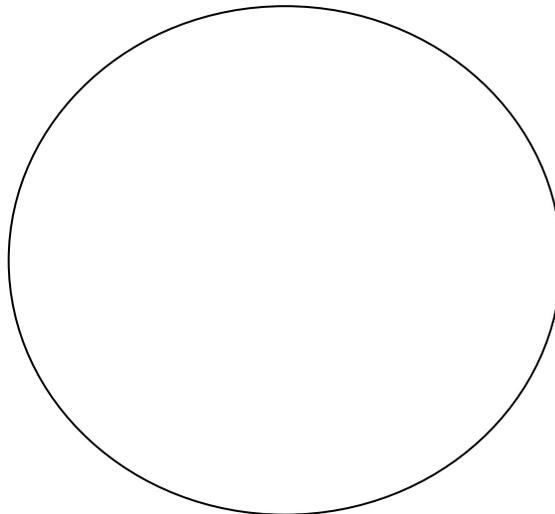
FORMA DE TRABAJO : Individual

MATERIALES : Guía, lápiz, escuadra, transportador.

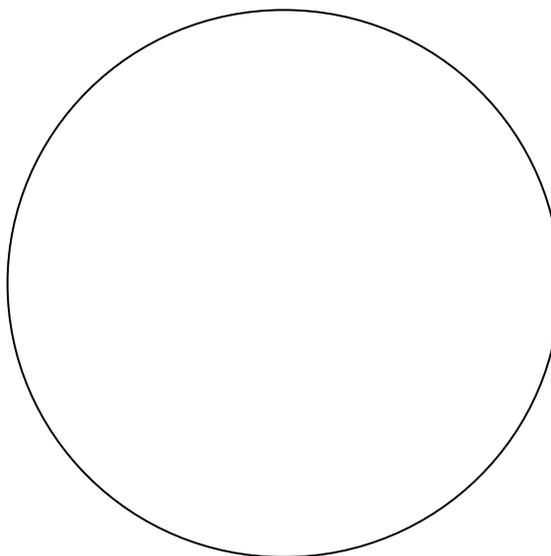
ACTIVIDAD 7 : Técnica para dividir círculos en partes iguales

Uso de la técnica: Explicación de la técnica por parte del profesor.

1. Divida el círculo en 12 partes iguales



2. Divida el círculo en 18 partes iguales





UNIVERSIDAD DISTRITAL “FRANCISCO JOSE DE CALDAS”

NOMBRE: _____ **CURSO:** _____ **FECHA:** _____

FORMA DE TRABAJO : Individual **MATERIALES** : Guía, lápiz,
gaseosa, vasos.

ACTIVIDAD 9 : HACIA LA NOTACIÓN FRACCIONARIA.

GRÁFICA	Se ha tomado:	Se ha tomado:	Lo tomado respecto al paquete es:	La parte tomada es:	La parte tomada es:	Lo tomado es:



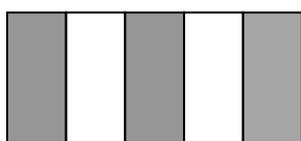
UNIVERSIDAD DISTRITAL “FRANCISCO JOSE DE CALDAS”

NOMBRE: _____ **CURSO:** _____ **FECHA:** _____

FORMA DE TRABAJO : Individual **MATERIALES** : Guía, lápiz.
ACTIVIDAD 10 : LA FRACCIÓN como PROPORCIÓN

GRÁFICA	Observación del Todo	Expresión de proporción	Proporción	Expresiones equivalentes que relacionan la parte con el todo

Observe las siguientes figuras, un rectángulo y un camino.



Selecione la respuesta correcta y justifique la respuesta.

1. ¿Lo caminado es al camino, como lo sombreado es al rectángulo? SI NO

¿Porqué? _____

Anexo 11

El presente cuestionario forma parte de un estudio en el área de la Educación Matemática. Las respuestas suministradas por ustedes constituyen un valioso aporte para el éxito de este trabajo.

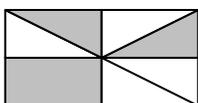
COLEGIO: _____

NOMBRE: _____

GRADO: _____ FECHA: _____ EDAD: _____ Años _____ Meses

1) Escriba en palabras y en número a que parte de área corresponde la región sombreada.

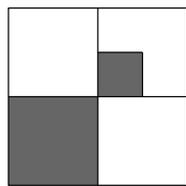
a.



Escriba en palabras

En números

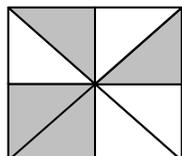
b.



Escriba en palabras

En números

c.



Escriba en palabras

En números

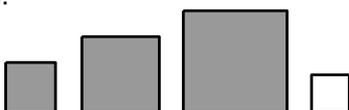
d.



Escriba en palabras

En números

e.



Escriba en palabras

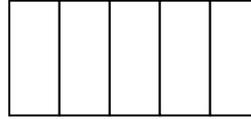
En números

2. En los siguientes rectángulos sombree la superficie que se indica:

a. Un cuarto del rectángulo



b. Un sexto del rectángulo.



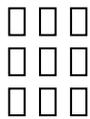
3. Tomando la unidad como un conjunto de objetos, diga a qué parte de la unidad corresponden las figuras sombreadas.



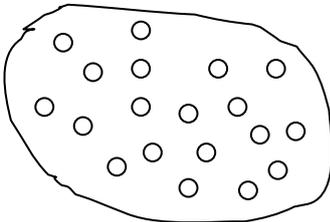
Escribir en palabras

En números

4. En el siguiente conjunto de objetos coloree los **dos tercios (2/3)** de sus elementos:



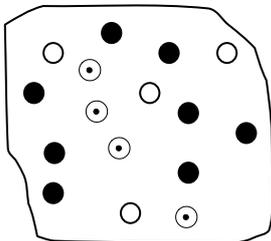
5. Tengo 19 canicas irrompibles para repartirlas a tres estudiantes, diga cuántas canicas le corresponde a cada estudiante e indique qué parte de la unidad es:



Escribir en palabras

En números

6. En el siguiente conjunto de canicas, ¿que parte corresponde a cada color?



En negro: -----
Escribir en palabras

En números

En punteado: -----
Escribir en palabras

En números

En blanco: -----
Escribir en palabras

En números

7. En los siguientes segmentos escriba en palabras y en números la parte que corresponde a la longitud coloreada.

a.  -----
Escriba en palabras ----- En número

b.  -----
Escriba en palabras ----- En número

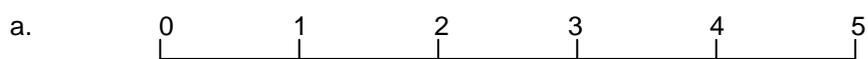
8. Dado el siguiente segmento señale con color la cuarta parte de su longitud.



9. Dado el siguiente segmento señale con color la sexta parte de su longitud.



10. En cada uno de los siguientes segmentos señale los tres quintos de la unidad:



11. Efectúe las siguientes operaciones:

a. $\frac{2}{3} + \frac{3}{4} =$

b. $\frac{5}{6} \times \frac{3}{4} =$

c. $\frac{4}{5} - \frac{2}{3} =$