

# Competências dos alunos em atividades de modelagem matemática

## Competences of the students in mathematical modeling activities

---

LOURDES MARIA WERLE DE ALMEIDA<sup>1</sup>

ANA PAULA LORIN ZANIN<sup>2</sup>

### Resumo

*Este artigo apresenta resultados de uma pesquisa que investigou competências requeridas ou desenvolvidas pelos alunos com o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática. Nossas argumentações estão fundamentadas na análise de atividades de modelagem desenvolvidas por alunos de um curso de Licenciatura em Matemática. A opção metodológica para as análises está baseada na Teoria Fundamentada em Dados. A partir das análises concluímos que é possível considerar dois grupos de competências dos alunos: competências intra-modelagem e competências extra-modelagem. Podemos também inferir que as competências dos alunos estão associadas a sua familiarização com o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática.*

**Palavras-chave:** Modelagem Matemática; Competências em Modelagem Matemática; Educação Matemática.

### Abstract

*This article presents results of a survey investigating competencies required or developed by the students with the development of mathematical modeling activities. Our arguments are based on the analysis of modeling activities by students of a Degree in Mathematics. The methodological approach for the analysis is based on the Grounded Theory. From the analysis we concluded that it is possible to consider two groups of students' competencies: intra-modeling competencies and extra-modeling competencies. We can also infer that students' competencies are associated with their familiarization with the development of mathematical modeling activities.*

**Keywords:** Mathematical Modeling; Competencies in Mathematical Modeling; Mathematics Education.

---

<sup>1</sup> Universidade Estadual de Londrina (UEL) – lourdes@uel.br

<sup>2</sup> Universidade Estadual de Londrina (UEL) - aninha\_pz@hotmail.com

## Introdução

Em pesquisas da área de Educação Matemática um aspecto que tem interessado professores e pesquisadores diz respeito ao desenvolvimento de competências dos alunos. De modo geral, segundo Niss e Højgaard (2011), podemos dizer que uma pessoa é competente em determinada área ou em determinada atividade quando ela é capaz de dominar aspectos essenciais da área ou da atividade, tem capacidade para argumentar e apresentar julgamento com relação a estes aspectos.

No âmbito da Educação, segundo Dias (2010), competência tem sido associada à capacidade, aptidão, potencialidade e à possibilidade do aprendiz enfrentar e regular tarefas em diferentes situações educativas. Nesse sentido, a competência é específica para cada pessoa e manifesta-se pela adequação da pessoa à situação.

Niss e Højgaard (2011), ao pesquisar competências de alunos em Matemática, afirmam que elas dizem respeito a “conhecimento, compreensão e capacidade de opinar sobre a Matemática e seu uso em contextos onde ela desempenha ou pode desempenhar papel relevante” (p.49).

Segundo Kaiser (2007), o desenvolvimento de competências está associado ao envolvimento com atividades não rotineiras e com viés investigativo. A modelagem matemática, nesse contexto, tem sido caracterizada como uma atividade que é essencialmente investigativa e, em geral, também requer do aluno procedimentos específicos e pouco comuns nas tarefas escolares das aulas de matemática (BLUM e FERRI, 2009; ALMEIDA, SILVA e VERTUAN, 2012).

Em âmbito internacional professores/pesquisadores, como é o caso de Maaß (2005 e 2006), Mischo e Maaß (2012), Jensen (2007), Blomhøj e Jensen (2003), Henning e Keune (2011), Blum e Ferri (2009), Kaiser (2007), têm realizado estudos a respeito do desenvolvimento de competências dos alunos quando desenvolvem atividades de modelagem matemática. O que estes autores indicam é que o desenvolvimento e/ou a demanda por competências associadas às atividades de modelagem favorece a compreensão de fenômenos por meio de modelos e dá suporte à aprendizagem matemática.

Já no contexto brasileiro, pesquisas associadas às competências dos alunos em atividades de modelagem matemática ainda têm sido pouco disseminadas. Em trabalho recente, Bisognin e Bisognin (2014), entretanto, indicam que o desenvolvimento de competências

matemáticas, como também competências relativas à compreensão da vida em sociedade, foi observado com alunos envolvidos em atividades de modelagem matemática.

Levando em consideração elementos evidenciados por estes autores, investigamos em uma universidade brasileira como os alunos lidam com as atividades de modelagem matemática, mais especificamente, quais competências desenvolvem ou quais competências lhes são requeridas quando desenvolvem esse tipo de atividades.

Nossas reflexões nesse artigo são subsidiadas na análise de alunos do 4º semestre do curso de Licenciatura em Matemática cursando a disciplina de Modelagem Matemática em uma universidade pública e envolvidos com atividades de modelagem matemática. Os dados que analisamos foram coletados por meio de gravações em áudio e vídeo, de registros escritos produzidos pelos estudantes, questionários, entrevistas e anotações em caderno de campo. A análise das atividades foi realizada à luz da Teoria Fundamentada em Dados, segundo as indicações de Charmaz (2009).

## **Competências**

O termo competência (do latim *competentia*) teria sido usado pela primeira vez na língua francesa (*compétence*) ainda no século XV e com a finalidade de designar a legitimidade e a autoridade de algumas instituições públicas para a abordagem de alguns tipos de problemas (NISS e HØJGAARD, 2011). Segundo Dias (2010), somente no século XVII o seu uso teria sido reconhecido para se referir a um indivíduo e associado à sua capacidade para algumas ações decorrentes do seu conhecimento e/ou de sua experiência. Considerando a competência como característica pessoal e específica de cada indivíduo particular, o dicionário de Filosofia da Educação refere-se ao termo assim: “normalmente, quando alguém é capaz de fazer alguma coisa de maneira que satisfaça minimamente certo padrão ou nível de exigência, diz-se dessa pessoa que é competente naquela dada atividade” (WINCH; GINGELL, 2007, p.41).

No âmbito da área de Educação o conceito de competência vem vinculado à ideia de capacidade, aptidão, conhecimento de uma pessoa. Nesse sentido, Dias (2010), afirma que:

Competência é um constructo teórico que se supõe como uma construção pessoal, singular, específica de cada um. É única e pertence exclusivamente à pessoa, exprimindo-se pela adequação de um indivíduo a uma situação (p.10).

## Competências e modelagem matemática

No âmbito da Educação Matemática existe uma pluralidade de perspectivas e concepções a respeito de modelagem matemática (KAISER; SRIRAMAN, 2006). No que se refere à modelagem na sala de aula, segundo Almeida e Silva (2012), ela pode ser entendida como uma alternativa pedagógica em que problemas não matemáticos são resolvidos por meio da matemática. De modo geral, uma atividade de modelagem tem sua origem em uma situação inicial (problemática) e visa obter uma solução para essa situação, sendo essa obtenção mediada por um conjunto de procedimentos. Esses procedimentos, segundo Almeida e Silva (2012), referem-se à busca de informações, identificação e seleção de variáveis, elaboração de hipóteses, simplificações, construção de um modelo matemático e interpretação da solução bem como a sua comunicação para outros.

As indicações de possíveis caminhos para os alunos ao desenvolverem atividades de modelagem estão expressas nos ciclos de modelagem. Estes ciclos são esquemas que pretendem indicar o caminho que modeladores podem percorrer para desenvolver uma atividade de modelagem matemática, explicitando procedimentos associados a este desenvolvimento. Segundo Almeida e Silva (2015), a ideia de ciclo pretende indicar o aspecto dinâmico da atividade de modelagem de modo que etapas anteriores podem ser retomadas sempre que isto for adequado. Bassanezi (2002) refere-se a este aspecto dinâmico, ponderando que

... o mais importante não é chegar imediatamente a um modelo bem sucedido, mas caminhar seguindo etapas em que o conteúdo matemático vai sendo sistematizado e aplicado....” (BASSANEZI, 2002, p.38).

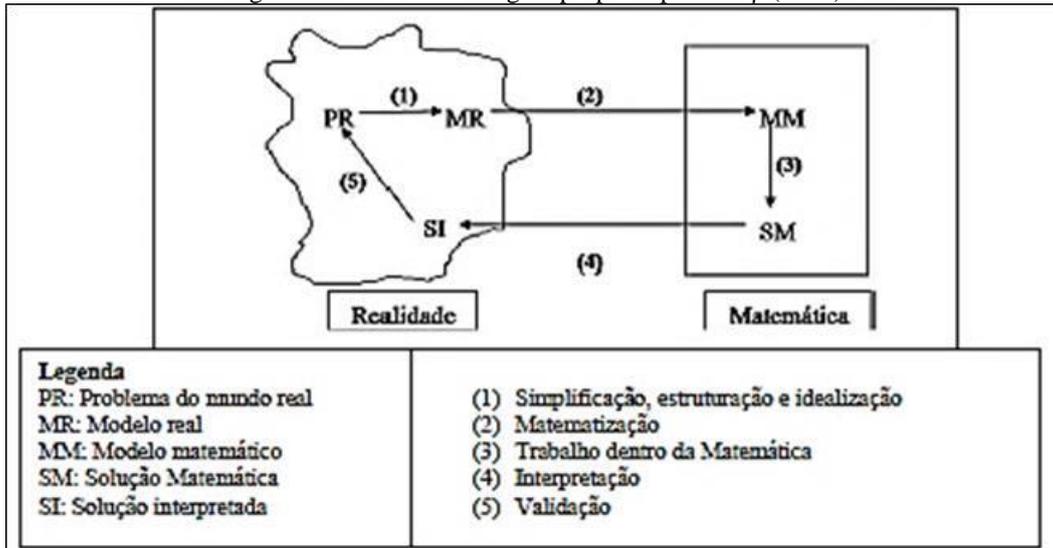
A menção a estes ciclos de modelagem matemática tem sido frequente na literatura e vem tendo diferentes finalidades<sup>3</sup>. Neste artigo, em particular, referimo-nos ao ciclo estruturado em Maaß (2006), conforme indica a Figura 1.

O ciclo caracterizado por Maaß (2006) apresenta elementos que indicam competências requeridas para a realização de ações específicas identificadas no ciclo de modelagem. Além disso, segundo a autora, são requeridas competências que não são específicas de uma etapa particular de modelagem, mas que são necessárias em todo o desenvolvimento da atividade.

---

<sup>3</sup> Patrocínio Júnior (2007) e Perrenet e Zwaneveld (2012) são exemplos de pesquisas que tratam desta temática.

Figura 1: Ciclo de modelagem proposto por Maaß (2006)



Fonte: traduzido de MAAß (2006, p.2)

De acordo com Maaß (2006) a competência para fazer modelagem inclui habilidades e capacidades para definir encaminhamentos adequados para a resolução do problema, e ainda, a pré-disposição dos alunos em colocar essas habilidades e capacidades em ação.

De acordo com a autora as competências de modelagem dizem respeito à:

- A. Competências para realizar os passos individuais do processo de modelagem;
- B. Competências metacognitivas de modelagem;
- C. Competências para estruturar problemas do mundo real e definir encaminhamentos adequados para a resolução do problema;
- D. Competências para argumentar em relação aos procedimentos e para escrever esta argumentação;
- E. Competências para ver o que a matemática oferece de possibilidades para a solução de problemas do mundo real e considerar essas possibilidades como positivo (MAAß, 2006, p.139).

As pesquisas a que nos referimos colocam o foco em competências requeridas para o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática. Nossa investigação visa olhar também para o desenvolvimento destas competências por meio da realização de atividades de modelagem matemática. Assim, estamos interessados em investigar “Quais competências são desenvolvidas ou são requeridas pelos alunos com o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática?”

## Aspectos metodológicos e contexto da pesquisa

As atividades que subsidiam nossas análises foram desenvolvidas com uma turma de alunos do 4º semestre do curso de Licenciatura em Matemática na disciplina de Modelagem Matemática em uma universidade pública. A pesquisadora, uma das autoras desse texto, conduziu as aulas em que as atividades de modelagem matemática foram desenvolvidas. A professora da disciplina também esteve presente nessas aulas. As atividades foram inseridas de forma gradativa, considerando os três momentos de familiarização propostos por Almeida e Vertuan (2011):

Em um primeiro momento, o professor coloca os alunos em contato com uma situação problema, juntamente com os dados e as informações necessárias. A investigação do problema, a dedução, a análise e a utilização de um modelo matemático são acompanhadas pelo professor, de modo que as ações como definição de variáveis e de hipóteses, a simplificação, a transição para linguagem matemática, obtenção e validação do modelo bem como o seu uso para a análise da situação, são em certa medida, orientadas e avaliadas pelo professor.

Posteriormente, em um segundo momento, uma situação é sugerida pelo professor aos alunos, e estes, divididos em grupos, complementam a coleta de informações para a investigação da situação e realizam a definição de variáveis e a formulação de hipóteses simplificadoras, a obtenção e validação do modelo matemático e seu uso para a análise da situação. O que muda, essencialmente, do primeiro momento para o segundo é a independência do estudante no que se refere à definição de procedimentos extramatemáticos e matemáticos adequados para a realização da investigação.

Finalmente, no terceiro momento, os alunos divididos em grupos, são responsáveis pela condução de uma atividade de modelagem, cabendo a eles a identificação de uma situação-problema, a coleta e análise dos dados, as transições de linguagem, a identificação de conceitos matemáticos, a obtenção e validação do modelo e seu uso para a análise da situação, bem como a comunicação desta investigação para a comunidade escolar (ALMEIDA, VERTUAN, 2011, p14)

Apresentamos nesse texto a análise realizada com cinco alunos que desenvolveram atividades. O critério que utilizamos para a escolha desses alunos foi a sua participação em atividades nos três momentos de familiarização, a entrega de todos os questionários, a participação na entrevista e a entrega dos registros de todas as atividades desenvolvidas. Os dados coletados consistem em registros escritos, fala dos alunos, gestos que foram obtidos por meio de gravações em áudio e vídeo, realização de entrevistas, questionários e anotações em caderno de campo.

A opção metodológica para a análise está fundamentada na Teoria Fundamentada em Dados (*Grounded Theory*) baseada, principalmente, nas indicações de Kathy Charmaz (2006, 2009).

Segundo Charmaz (2009), os dados formam a base da teoria, e a análise que o pesquisador faz dos dados origina a teoria, ou pelo menos alguns aspectos dessa teoria, contrariamente às estratégias habituais em que os dados são analisados a partir de uma base teórica. Nesse sentido, precisamos elaborar análises teóricas desde o início da investigação.

Os métodos da teoria fundamentada favorecem a percepção dos dados sob uma nova perspectiva e a exploração de ideias sobre os dados por meio de uma redação analítica já na fase inicial. Ao adotar os métodos da teoria fundamentada, você poderá conduzir, controlar e organizar a sua coleta de dados e, além disso, construir uma análise original dos seus dados. (CHARMAZ, 2009, p. 15)

Na Teoria Fundamentada em Dados o pesquisador começa a separar, classificar e sintetizar os dados por meio da codificação.

A codificação é o elo fundamental entre a coleta dos dados e o desenvolvimento de uma teoria emergente para explicar esses dados. Pela codificação, você define o que ocorre nos dados e começa a debater-se com o que isso significa (CHARMAZ, 2009, p.70).

O processo de codificação envolve: *codificação inicial*, *codificação axial* e *codificação focalizada*.

Para a análise dos dados, foi realizada, inicialmente, uma análise específica dos dados provenientes dos registros das atividades desenvolvidas em cada momento de familiarização. Essa análise viabilizou a codificação inicial. Em seguida, a fim de que os códigos pudessem ser agrupados em categorias provisórias, realizamos uma análise específica dos dados provenientes dos ciclos de modelagem organizados pelos alunos em cada momento de familiarização. Também realizamos uma análise específica dos questionários, entrevistas considerando os três momentos, visando à codificação focalizada, a fim de que as categorias que emergiram na codificação axial fossem confirmadas ou que novas categorias fossem identificadas.

### **A trajetória dos alunos e suas competências identificadas nos três momentos de familiarização com a modelagem matemática**

Levando em consideração que os alunos a que nos referimos nessa pesquisa não haviam tido nenhum contato anterior com atividades de modelagem matemática, o envolvimento deles com atividades desse tipo foi realizado conforme os três momentos de familiarização a que nos referimos em seção anterior. Os alunos analisados

desenvolveram uma atividade referente ao primeiro momento, uma do segundo momento e duas do terceiro momento.

Na análise, em consonância com a Teoria Fundamentada em Dados, a codificação inicial dos dados se deu a partir da análise dos registros das atividades desenvolvidas nos três momentos de familiarização dos alunos com atividades de modelagem.

O desenvolvimento da atividade relativa ao primeiro momento de familiarização, Para o lanche: vai uma pipoca aí?, iniciou com a leitura de um texto conforme indica o Figura 2. O texto foi construído pela pesquisadora considerando a descrição da atividade no livro Modelagem Matemática na Educação Básica (Almeida, Silva e Vertuan, 2012).

Figura 2: Atividade de modelagem “Para o lanche: Vai uma pipoca aí”?

As embalagens de milho de pipoca para serem estouradas no forno micro-ondas apresentam, em geral, a seguinte informação: “o tempo ideal para retirar a pipoca do forno micro-ondas varia entre 2 e 5 minutos, dependendo da potência do forno de micro-ondas. Mas em geral, o instante ideal para tirar o pacote do micro-ondas é quando o tempo entre um estouro e outro for superior a 2 segundos”.

Os fornos de micro-ondas geralmente possuem um botão para programar o tempo de preparo das pipocas. Com a finalidade de observar a adequação, desse tempo, considerando que o fabricante deve ter feito um trabalho empírico para implementar esse tempo nos fornos de micro-ondas fabricados, foram estourados quatro pacotes de 100g de milho de pipoca de mesma marca em um forno de micro-ondas cujo tempo programado da pipoca é de 2 minutos e 50 segundos, ou seja, 170 segundos.

Utilizando uma balança digital mediu-se a massa de 100 grãos de milho de pipoca. Obtendo a medida aproximada de 14gramas. Então um pacote de pipoca de 100gramas contém 715 grãos de milho de pipoca, aproximadamente. Os dados coletados constam na tabela.

Tabela: Dados obtidos com o preparo de quatro pacotes de pipoca

Pacote de pipoca	Quantidade inicial de milho (grãos)	Instante do primeiro estouro	Instante em que o pacote foi retirado do micro-ondas (em segundos)	Grãos que não estouraram
Pacote 1	715	96	170	52
Pacote 2	715	97	170	75
Pacote 3	715	92	170	63
Pacote 4	715	98	170	40

Fonte: Almeida; Silva; Vertuan, 2012, p. 83.

Após a leitura e a socialização das ideias os alunos, com a colaboração da professora da turma, definiram o seguinte problema: *Qual é o tempo ideal para retirar o pacote do micro-ondas visando minimizar a quantidade de grãos que não estouram?*

Visando obter resposta a este problema, foram identificadas as variáveis:

$t$  – tempo em segundos;  $P(t)$  – número de grãos que não se transformaram em pipoca no instante  $t$ .

A interpretação da situação do estouro das pipocas, visando a obtenção de um modelo matemático para responder ao problema formulado, foi mediada pela hipótese: a variação do número de grãos que se transformam em pipoca em cada instante é proporcional ao número de grãos que ainda não se transformaram em pipoca.

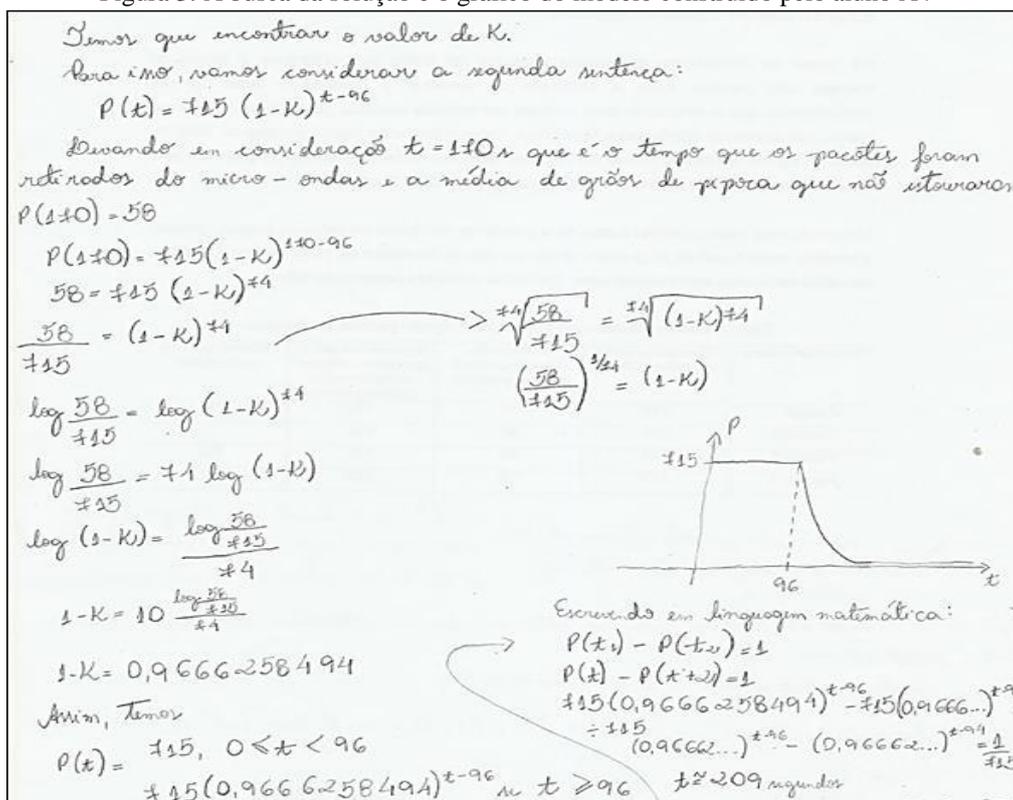
Em linguagem matemática e usando o tempo como variável discreta, considerando que  $P_n$  é o número de grãos que ainda não se transformaram em pipoca no instante  $n$ , e  $P_{n+1}$  o número de grãos que ainda não são pipoca no instante  $n + 1$ , então  $P_n - P_{n+1}$  corresponde ao número de grãos que estouram no intervalo entre  $n$  e  $n + 1$ . Assim, esta hipótese corresponde a:  $P_n - P_{n+1} = k \cdot P_n$ . O modelo matemático obtido a partir dessa hipótese [construindo um modelo matemático] é dado por:

$$P(t) = \begin{cases} 715 & \text{se } 0 < t < 96 \\ 715(1 - k)^{t-96} & \text{se } t \geq 96 \end{cases}$$

Para encontrar a resposta ao problema, os alunos usaram a segunda sentença desse modelo, conforme indicam seus registros na figura 3.

Os códigos que emergiram a partir dessa atividade foram: transformando a hipótese em linguagem matemática; construindo o modelo matemático; resolvendo questões matemáticas; representando o modelo graficamente; encontrando uma solução para o problema; interpretando resultados e validando.

Figura 3: A busca da solução e o gráfico do modelo construído pelo aluno A4



Fonte: relatório do aluno entregue

A atividade relativa ao segundo momento de familiarização dos alunos com a modelagem matemática tem como tema o *Índice de motorização no Estado do Paraná*. Nesse caso, foi entregue aos alunos um texto, conforme indica a Figura 4. A atividade foi desenvolvida pelos alunos e orientada pela professora e pela pesquisadora em três encontros, nos quais os alunos foram organizados em grupos. Os alunos A1, A2 e A5 foram os integrantes de um grupo (grupo 1) e os alunos A3 e A4 faziam parte de outro grupo (grupo 2).

Figura 4: Atividade de modelagem sobre Índice de Motorização no Estado do Paraná

**Índice de Motorização no Estado do Paraná**

Segundo dados do Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (IPEA), o estado do Paraná encontra-se na 2ª posição com relação aos domicílios brasileiros com pelo menos um veículo particular (automóvel ou motocicleta), conforme aparece na figura. Em 2009, 61,7% dos municípios paranaenses já contavam com pelo menos um veículo particular. A exemplo do que ocorre no Brasil, todo o crescimento do setor automobilístico tem mudado o padrão de mobilidade urbana. No âmbito nacional, o IPEA apontou que quase metade dos municípios brasileiros (47%), em 2009, já possuía automóvel ou motocicletas para o deslocamento de seus moradores. De 2008 para 2009, por exemplo, o percentual de domicílios com automóvel ou motocicleta subiu de 45,2% para 47%. No entanto, isso não inviabiliza a utilização de transporte coletivo. Segundo dados do IBGE, a população de quase metade dos domicílios do país ainda é muito dependente dos sistemas de transporte público.

UF	2008 (%)	2009 (%)	UF	2008 (%)	2009 (%)
Santa Catarina	70,5	70,5	Rio Grande do Norte	41,2	58,8
Paraná	64,7	61,7	Acre	39,8	66,2
Distrito Federal	97	49,3	Paraná	38,7	61,3
São Paulo	99,1	40,9	Rio de Janeiro	38,5	51,5
Roraima	56,1	41,9	Sergipe	35,2	64,8

Em consonância com as informações apresentadas pelo IPEA, dados obtidos do Departamento de Trânsito do Paraná (DETRAN/PR), mostra que o índice de motorização, ou seja, o número de pessoas que possuem veículos providos de motor tem aumentado no estado do Paraná. Esse índice é obtido dividindo-se a frota de veículos do estado pela população estadual e multiplicando-se o resultado por 100. Quanto maior o índice de motorização, maior a quantidade de pessoas que possuem veículos com motor e, dessa forma, maiores são as possibilidades de ocorrer problemas referentes à circulação de veículos nos municípios, nos estados e no país.

A tabela apresenta o crescimento do Índice de motorização (veículos/ 100 habitantes) no estado do Paraná entre os anos de 2001 e 2010.

ANO	FROTA	POPULAÇÃO	VEÍC. / 100 HAB.
2001	2.532.257	9.606.435	26,36
2002	2.718.779	9.718.001	27,98
2003	2.929.662	9.827.936	29,81
2004	3.182.172	9.936.549	32,02
2005	3.432.367	10.043.918	34,17
2006	3.675.703	10.150.139	36,21
2007	3.999.483	10.284.503	38,89
2008	4.358.093	10.590.169	41,15
2009	4.683.631	10.686.247	43,83
2010	5.041.846	10.439.601	48,30

FONTE: DETRAN - Coordenadoria de Veículos

Fonte: elaborada pela professora

A partir da leitura e discussão do texto, os alunos, investiram na definição do problema que pretendiam estudar [definindo o problema a ser solucionado], conforme indica o diálogo a seguir.

*A4: Qual é o problema?*

*Aluno: Não é o crescimento de automóveis?*

A4: *Ah, não sei, ainda não sei qual é o problema. É alguma coisa do crescimento de automóveis.*

Registro escrito do grupo 2

A2: *O que você acha que é o problema?*

A5: *Eu acho que tem a ver com o índice, quanto maior o índice maior o número de pessoas que possuem automóveis, agora transformar isso num problema....*

A2: *Ah, eu acho que aqui está falando que o problema é as pessoas ter muito, tipo assim, a quantidade de carro, por exemplo, por localidade, entendeu, está falando aqui ó (quanto maior o índice de motorização, maior a quantidade de pessoas tem veículo...), eu acho que o problema é tipo assim, qual que seria o índice, está falando Paraná aqui né, por exemplo, o índice apropriado de pessoas com carro no Paraná, tipo pessoas motorizadas, alguma coisa assim, eu acho, que é o problema. O que você acha?*

Aluno: *Estou lendo o texto agora. Não sei ainda. Eu acho que deve ser alguma coisa assim.*

A5: *Pode ser assim, quantos anos, em quanto tempo levará para que o número de veículos seja igual ao número de habitantes?*

Registro escrito do grupo 1

Além do código [definindo o problema a ser solucionado], outros códigos que emergiram nessa atividade foram: buscando semelhança com algum modelo conhecido; estudando os dados; falando do modelo matemático; definindo as variáveis; formulando hipóteses; representando graficamente; deduzindo o modelo matemático; trabalhando com a matemática; solucionando o problema; interpretando os resultados e validando o modelo. Nas atividades do terceiro momento de familiarização dos alunos com a modelagem matemática a codificação inicial se deu a partir da análise dos registros escritos dos alunos nas atividades: *Cuidado com o bafômetro* (grupo 1) e *Todo cuidado é pouco! O número da Aids* (grupo 2). Nessas atividades os alunos A1, A3 e A4 formaram um grupo e os alunos A2 e A5 outro grupo e foram eles os responsáveis por toda condução da atividade, escolhendo a situação para estudar bem como realizando todas as ações e tomando as decisões no âmbito do grupo. A pesquisadora e a professora da disciplina ficaram a disposição dos alunos para orientá-los quando eram solicitadas e, por vezes, “validar”

decisões ou opções dos alunos com relação ao desenvolvimento das atividades. Os alunos A1, A3 e A4 propuseram a situação inicial conforme indica a Figura 5.

Figura 5: Situação inicial da atividade Cuidado com o bafômetro

**Cuidado com o bafômetro!**

O principal ingrediente das bebidas alcoólicas é a molécula de etanol. Assim que uma pessoa “toma um gole”, estas moléculas rapidamente começam a entrar na corrente sanguínea, e se espalham pelo corpo, onde aproximadamente 90% são metabolizadas pelo fígado, e o restante pelos pulmões, rins e pele, para sua eliminação. Este processo ocorre lentamente, eliminando em média 0,10g/L de álcool do sangue do indivíduo por hora.

O consumo de bebidas alcoólicas é um assunto que envolve desde festas e comemorações até riscos. Mesmo com a lei seca aprovada em 19 de junho de 2008, Julia Greve médica fisiatra que trabalha no Instituto de Ortopedia e Traumatologia da Universidade de São Paulo afirma que, os números do IML indicam que 50% dos mortos no Brasil vítimas de acidente de trânsito estavam embriagados no momento do acidente. Evidenciando que o hábito de conduzir automóveis após ingerir bebidas alcoólicas continua.

Dados da Universidade Estadual Paulista informam que uma lata skol de 269ml possui 9,22g de álcool. E um condutor que ingerir qualquer quantidade de bebida alcoólica e for submetido à fiscalização de trânsito estará automaticamente sujeito a multa de R\$ 1915,40, suspensão do direito de dirigir e terá o veículo retido. Na prática, o condutor não poderá ingerir nenhuma quantidade de álcool que já será considerada a infração de trânsito. Se o indivíduo fizer o teste e a concentração for maior do que 0,068g/L (recomendação do Inmetro como margem de segurança do bafômetro) de sangue, será considerado crime de trânsito e o agente o encaminhará à autoridade policial.

Vejam esta tabela que mostra a quantidade de sangue no organismo de alguns indivíduos:

Homens		
Massa (kg)	Altura (m)	Quantidade de sangue (L)
65	1,70	4,499
70	1,70	4,660
75	1,70	4,821

Mulheres		
Massa (kg)	Altura (m)	Quantidade de sangue (L)
65	1,70	4,083
70	1,70	4,248
75	1,70	4,414

**Situação inicial:**  
Concentração de álcool no sangue após ingerir bebida alcoólica.

**Interação:**  
Buscar informações sobre como o álcool contido na cerveja é eliminado do organismo e como funciona a lei que pune quem dirige alcoolizado.

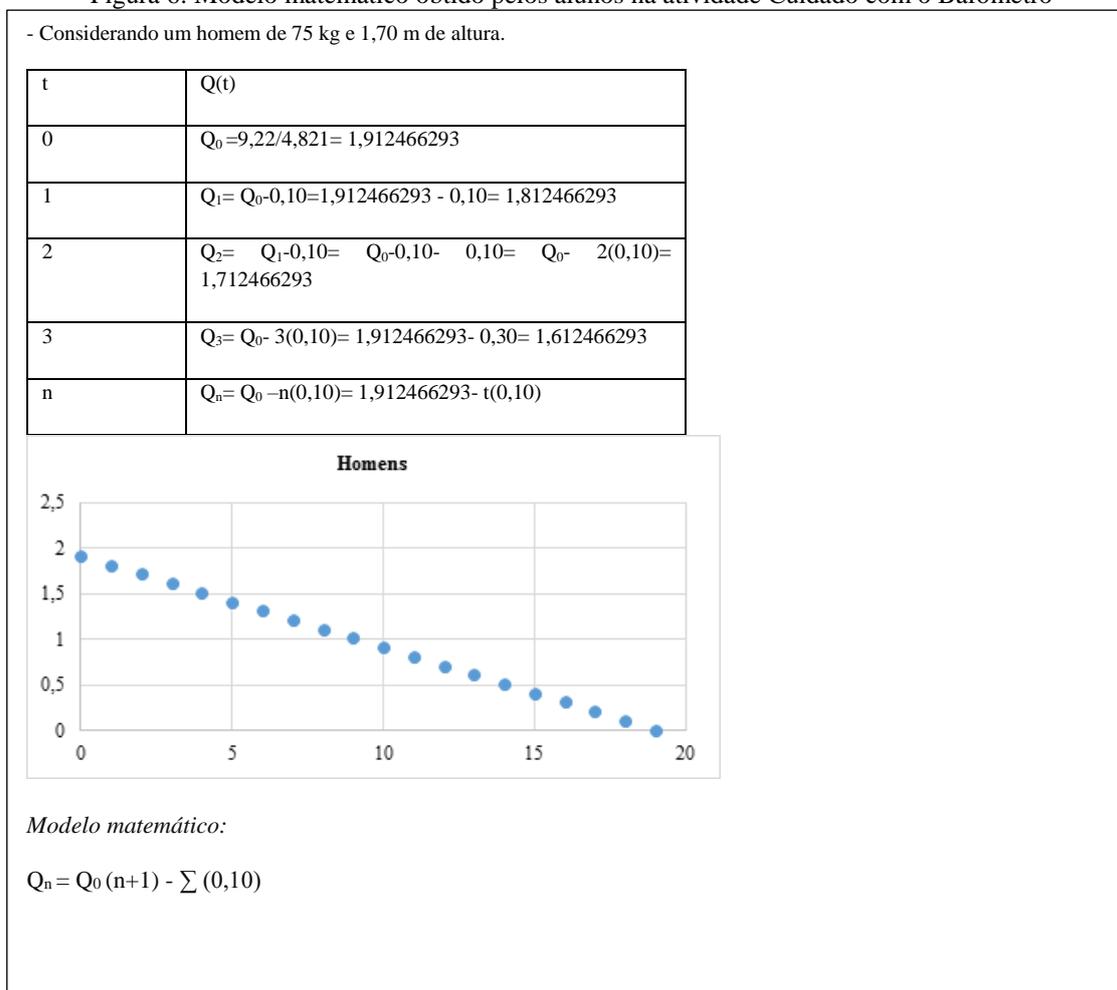
Fonte: relatório da atividade entregue pelos alunos

O problema proposto pelo grupo foi: *Se um motorista ingerir uma lata de cerveja, quanto tempo demora para que a concentração de álcool no organismo não seja superior ao máximo permitido para dirigir, considerando as leis de trânsito vigentes no Brasil?*

O grupo tinha muitas informações a respeito do tema e a dificuldade estava nas informações que seriam importantes para resolver o problema. Assumiram que fatores como metabolismo, sexo, massa corporal, poderiam influenciar na eliminação do álcool

[selecionando dados relevantes para a solução do problema]. Os alunos do grupo construíram os modelos conforme indica a figura 6.

Figura 6: Modelo matemático obtido pelos alunos na atividade Cuidado com o Bafômetro



Fonte: relatório da atividade entregue pelos alunos

Outros códigos que emergiram nessa atividade foram: relacionando com o cotidiano; pesquisando um tema; explicando a situação; elaborando um problema; deduzindo o modelo matemático; utilizando a tecnologia; resolvendo matematicamente; encontrando uma solução para o problema e validando o modelo.

Já os alunos do grupo 2, A2 e A5, propuseram a situação inicial conforme indica a Figura 7.

Figura 7: Situação inicial da atividade: Todo Cuidado é pouco! O número da Aids

### Sobre a Aids

No dia 1º de dezembro é comemorado o dia Mundial de Luta contra a Aids. Uma decisão da Assembleia Mundial de Saúde, adotada no Brasil, a partir de 1988.

AIDS é a Síndrome da Imunodeficiência Humana, e se caracteriza pelo enfraquecimento do sistema de defesa do corpo e pelo aparecimento das doenças oportunistas. Como esse vírus ataca as células de defesa do nosso corpo, o organismo fica mais vulnerável a diversas doenças, de um simples resfriado a infecções mais graves como tuberculose e até alguns tipos de cânceres.

Neste domingo (1/12), Dia Mundial de Luta Contra a AIDS, o Ministério da Saúde divulgou o novo boletim sobre a doença no Brasil. São estimados 718 mil portadores de HIV, dos quais cerca de 150 mil ainda não sabem de sua condição. “São quase três Maracanãs lotados”.

Os números demonstram que a Aids, no Brasil apesar de concentrada em populações vulneráveis está também muito presente no universo feminino. De 1980 a junho de 2011, foram identificados 397.662 (65,4%) casos da doença no sexo masculino e 210.538 (34,6%) no sexo feminino. No entanto, essa diferença vem diminuindo ao longo dos anos. Em 1989, a razão era de seis homens infectados para cada mulher, enquanto em 2010 passou para de seis a cada 1,7. Em 2010, a taxa de incidência entre homens foi de 22,9 casos por 100 mil habitantes e nas mulheres, a taxa foi de 13,2 por 100 mil habitantes. Em 2010, foram registrados mais casos de mulheres entre 13 e 19 anos com Aids do que homens da mesma faixa etária. Segundo dados divulgados pelo Ministério da Saúde, em 2010, foram registrados 349 casos de Aids entre meninas contra 296 notificações do vírus entre meninos. Pelos números, a incidência da doença entre mulheres jovens é de 2,9 para cada 100 mil habitantes, enquanto entre homens a taxa é de 2,5 para cada 100 mil habitantes.

Até 30 de junho de 2011, 137 meninas de 13 a 19 foram infectadas, enquanto 110 jovens do sexo masculino tiveram a doença detectada. "Temos uma grande preocupação com mulheres jovens, de 13 a 19 anos, pelo fato de ter mais mulheres que homens nessa faixa etária e pelo aumento dos casos de Aids entre meninas", disse o ministro da Saúde, Alexandre Padilha, em entrevista coletiva. Por causa do aumento de casos de Aids no sexo feminino, um dos focos da campanha de prevenção do governo federal serão mulheres de 13 a 19 anos.

Quando se leva em consideração tanto homens quanto mulheres, a incidência da enfermidade é maior entre pessoas de 35 a 39 anos. De acordo com o Ministério da Saúde, em 2010, a taxa de incidência da doença entre pessoas dessa faixa etária é de 38,1 para cada 100 mil habitantes. A taxa de incidência da doença entre homens dessa faixa etária passou de 67,8 casos a cada 100 mil habitantes em 1998 para 49,4 em 2010. Já a verificada entre mulheres aumentou de 26,8 casos a cada 100 mil habitantes para 27,4. A segunda faixa etária com maior incidência é entre 30 e 34 anos (37,4 para cada 100 mil habitantes).

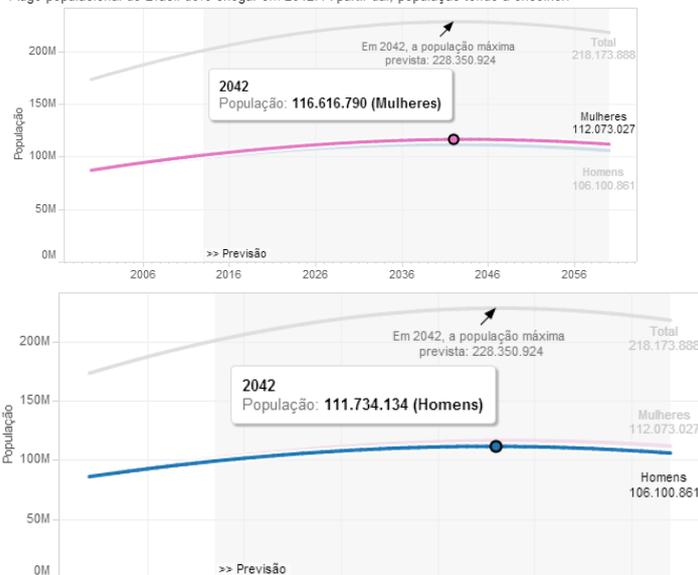
Na faixa etária acima de 50 anos, a taxa entre mulheres aumentou 75,9% em 2010 na comparação com os dados de 1998. Nos homens, a incidência passou de 14,5 casos por 100 mil habitantes em 1998 para 18,8 no ano passado.

### Sobre a população do Brasil:

O Brasil vai parar de crescer em 2042. Uma nova projeção para a população brasileira, divulgada nesta quinta-feira pelo IBGE, mostra que o país vai atingir o seu ápice populacional naquele ano, quando terá 228,4 milhões de habitantes. A partir daí, a população começa a decrescer - em 2060, por exemplo, já estará no mesmo nível de 2025, um total de 218,2 milhões de pessoas. Em 2013, a população é de 201 milhões.

#### A curva populacional

Auge populacional do Brasil deve chegar em 2042. A partir daí, população tende a encolher.



Fonte: relatório entregue pelos alunos

A partir dessas informações os alunos propuseram o problema: *No ano do ápice populacional do Brasil (2042), a incidência de casos de Aids será maior nos homens ou nas mulheres?*

No relatório final do grupo os alunos afirmam que decidiram trabalhar com o tema Aids por ser um assunto que está presente no cotidiano [relacionando com o cotidiano]. Decidido o tema, foram em busca dos dados que precisavam [buscando informações]. Os alunos do grupo construíram os modelos conforme indica a figura 8.

Figura 8: Modelo matemático obtido pelo grupo na atividade Todo cuidado é pouco!

O número da Aids

Modelos matemáticos:

Sexo Masculino:

$$m(t) = \begin{cases} 1,12 \left(\frac{t-1990}{5}\right)^3 + 16,415 \left(\frac{t-1990}{5}\right) + 10,74, & \text{se } 1995 \leq t \leq 2010 \\ 24,20708061(0,986218776)^{\left(\frac{t-1990}{5}\right)}, & \text{se } t > 2010 \end{cases}$$

Sexo Feminino:

$$f(t) = \begin{cases} 1,12 \left(\frac{t-1990}{5}\right)^3 + 16,415 \left(\frac{t-1990}{5}\right) + 10,74, & \text{se } 1995 \leq t \leq 2010 \\ 24,20708061(0,986218776)^{\left(\frac{t-1990}{5}\right)}, & \text{se } t > 2010 \end{cases}$$

Fonte: relatório entregue pelos alunos

Outros códigos que emergiram nessa atividade foram: pesquisando um tema; utilizando tecnologia; levantamento das variáveis e das hipóteses; deduzindo o modelo; validando o modelo e interpretando os resultados.

Nesta codificação inicial realizamos uma codificação incidente por incidente, em que cada incidente foi relacionado às ações dos alunos no desenvolvimento das atividades no decorrer dos três momentos de familiarização. Nessa codificação os dados usados são advindos de registros escritos, falados e gesticulados produzidos pelos alunos no desenvolvimento de cada atividade. Tais dados são os códigos in vivo, que correspondem a termos próprios utilizados pelos alunos e fornecem um vantajoso ponto de partida analítico. Para Charmaz (2009), os “códigos in vivo ajudam-nos a conservar os significados dos participantes da pesquisa” (p. 84). A organização desta codificação inicial está expressa no Quadro 1.

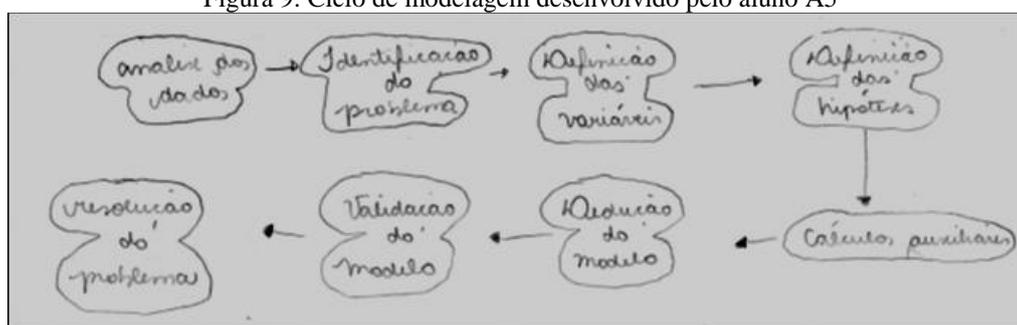
Quadro 1: Códigos gerados na codificação inicial

1º momento	2º momento	3º momento
transformando as hipóteses em linguagem algébrica	definindo o problema a ser solucionado	pesquisando um tema
construindo o modelo matemático	buscando semelhança com algum modelo conhecido	relacionando com o cotidiano
resolvendo questões matemáticas	estudando os dados	buscando informações
representando os modelos graficamente	pensando no modelo matemático	explicando a situação
retornando ao problema	definido as variáveis	elaborando um problema
encontrando uma solução para o problema	formulando hipóteses	selecionando dados relevantes para a solução do problema
interpretando resultados	representando graficamente	definindo variáveis
Validando	deduzindo o modelo matemático	formulando hipóteses
	trabalhando com a matemática	utilizando a tecnologia
	<u>solucionando o problema</u>	deduzindo o modelo matemático
	interpretando resultados	resolvendo o problema matemático
	validando o modelo	encontrando uma solução para o problema
		interpretando resultados
		validando o modelo

Fonte: Construído pelos autores

Com a finalidade de avançar na identificação de elementos para subsidiar nossas reflexões, realizamos a codificação axial a que se refere Charmaz (2009). Para a identificação de códigos nessa fase consideramos os esquemas construídos pelos alunos para caracterizar os ciclos de modelagem matemática. Em todos os momentos de familiarização foi solicitado aos alunos que fizessem um esquema (o ciclo) que representasse o desenvolvimento da atividade, conforme indica a figura 9.

Figura 9: Ciclo de modelagem desenvolvido pelo aluno A5



Fonte: registro de A5

A partir do estudo analítico dos dados (ou códigos) provenientes dos ciclos apresentados pelos alunos, confirmamos os códigos apresentados no Quadro 1 e realizamos um agrupamento desses códigos em categorias provisórias como indica Charmaz (2009). Apresentamos no Quadro 2 o agrupamento dos códigos.

Quadro 2: Codificação axial: agrupamento dos códigos gerados na codificação inicial

1º momento	2º momento	3º momento
<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ transformando as hipóteses em linguagem algébrica</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• descobrindo um problema a ser solucionado</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• pesquisando um tema;</li> <li>• relacionando com o cotidiano;</li> <li>• buscando informações;</li> <li>• explicando a situação;</li> <li>• elaborando um problema.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>❖ deduzindo o modelo matemático;</li> <li>❖ resolvendo questões matemáticas;</li> <li>❖ representando o modelo graficamente.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ adequando a algum modelo conhecido;</li> <li>✓ estudando os dados;</li> <li>✓ pensando no modelo matemático;</li> <li>✓ definindo as variáveis;</li> <li>✓ formulando hipóteses.</li> </ul>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ retornando ao problema;</li> <li>▪ encontrando uma solução para o problema;</li> <li>▪ interpretando resultados;</li> <li>▪ validando.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>❖ representando graficamente;</li> <li>❖ deduzindo o modelo matemático;</li> <li>❖ trabalhando com a matemática.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ selecionando dados relevantes para a solução do problema;</li> <li>✓ definindo as variáveis;</li> <li>✓ formulando hipóteses.</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ solucionando o problema;</li> <li>▪ interpretando resultados;</li> <li>▪ validando o modelo.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>❖ utilizando a tecnologia;</li> <li>❖ deduzindo o modelo matemático</li> <li>❖ resolvendo o problema matemático.</li> </ul>
		<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ encontrando uma solução para o problema;</li> <li>▪ interpretando resultados;</li> <li>▪ validando o modelo.</li> </ul>

Fonte: Construído pelos autores

A partir da análise e síntese dos códigos que emergiram, foi possível elaborar as seguintes categorias provisórias que indicam a nossa percepção dos dados: a) *Competência para definir um problema*: mobiliza no aluno a elaboração, a justificação e a problematização de uma situação; b) *Competência para definir um problema matemático*: diz respeito ao conjunto de habilidades e/ou capacidades para realizar a matematização de uma situação, identificando variáveis relevantes, definindo hipóteses; c) *Competência para realizar a dedução de um modelo matemático*: diz respeito ao conjunto de habilidades e/ou capacidades para usar conceitos, propriedades, regras e construir uma expressão matemática que incorpora características da situação em estudo; d) *Competência para identificar e interpretar relações entre Matemática e situações reais*: diz respeito ao conjunto de habilidades e/ou capacidades para validar o modelo encontrado, interpretar os resultados com relação à situação inicial.

Com a finalidade de apresentar elementos com relação a nossa questão de pesquisa, com a codificação focalizada realizamos uma revisão e avaliação das categorias já construídas visando a consolidação e/ou a identificação de novas categorias no que se refere ao desenvolvimento de competências dos alunos em atividades de modelagem matemática. Buscamos nas entrevistas e questionários respondidos pelos alunos, durante as atividades dos três momentos de familiarização, a consolidação das categorias provisórias e/ou a identificação de novas categorias no que se refere ao desenvolvimento de competências dos alunos, sejam competências requeridas pelas atividades de modelagem matemática, sejam competências desenvolvidas por meio destas atividades.

Os códigos que se referem, por exemplo, à categoria *Competência para definir um problema matemático* estão presentes também nas entrevistas e questionários dos alunos, como por exemplo, no trecho da entrevista:

Você identifica “passos” ou “etapas” quando desenvolve uma atividade de modelagem matemática? Quais são?

A1 - [...] determinar as hipóteses e as variáveis.

A2 – [...] definimos as variáveis, levantamos as hipóteses.

A3 – [...] dedução da hipótese.

A4 – [...] as variáveis, as hipóteses.

A5 – [...] vê as variáveis e as hipóteses.

Um olhar analítico sobre os códigos do Quadro 2 e sobre os questionários e entrevistas realizadas com os alunos, nos permite validar as categorias provisórias já identificadas bem como evidencia duas novas categorias, quais sejam: a) Competência para realizar os procedimentos necessários para o desenvolvimento das atividades de modelagem, que diz respeito ao conjunto de habilidades e/ou capacidades para realizar idas e vindas nas atividades, estabelecer relações com atividades anteriormente desenvolvidas, autonomia no desenvolvimento da atividade; b) Competência de identificação de possíveis potencialidades da modelagem no que diz respeito ao conjunto de habilidades e/ou capacidades que permite aos alunos identificar nas atividades as possibilidades de relembrar conceitos e propriedades, aprender novos conceitos, negociar significados, estabelecer relações com o cotidiano.

Seguindo as indicações dos dados foi possível identificar seis competências. Levando em consideração o “lugar” dessas competências no desenvolvimento da atividade, nós as caracterizamos como competências intra-modelagem e competências extra-modelagem.

As competências intra-modelagem são aquelas que estão relacionadas com o desenvolvimento das atividades, isto é, aquelas que são requeridas, implícita ou explicitamente, no momento em que os alunos desenvolvem as atividades. Estão neste grupo: competência para definir um problema, competência para definir um problema matemático, competência para realizar a dedução do modelo matemático, competência para estabelecer e interpretar relações entre Matemática e situações reais.

As competências extra-modelagem, por sua vez, são aquelas que estão relacionadas ao modo como os alunos enxergam o próprio desenvolvimento das atividades e as suas possíveis potencialidades. Neste grupo estão: competência para realizar os procedimentos necessários para o desenvolvimento das atividades de modelagem, e a competência de identificação de possíveis potencialidades da modelagem.

O Quadro 3 apresenta a síntese das categorias construídas levando em consideração os diferentes momentos de familiarização e os diferentes dados analisados.

Quadro 3: Competências identificadas nos momentos, entrevistas e questionários

	Atividades do primeiro momento	Atividades do segundo momento	Atividades do terceiro momento	Entrevistas e questionário nos três momentos
Competência para definir um problema			A1, A2, A3, A4, A5	
Competência para definir um problema matemático		A1, A2, A3, A4, A5	A1, A2, A3, A4, A5	
Competência para realizar a dedução do modelo matemático	A3, A4	A1, A2, A3, A4, A5	A1, A2, A3, A4, A5	
Competência para identificar e interpretar relações entre Matemática e situações reais	A1, A2, A3, A4, A5	A1, A2, A3, A4, A5	A1, A2, A3, A4, A5	
Competência para realizar os procedimentos necessários no desenvolvimento das atividades de modelagem				A1, A2, A3, A4, A5
Competência de identificação de possíveis potencialidades da modelagem				A1, A2, A3, A4, A5

Fonte: Construído pelos autores

O Quadro 3 indica que no primeiro momento de familiarização as competências requeridas dos alunos estão associadas à competência para realizar a dedução do modelo matemático e a competência para identificar e interpretar relações entre Matemática e

situações reais. Reconhecemos que isso ocorre pelo fato de que no primeiro momento as competências estão associadas à capacidade dos alunos realizarem o desenvolvimento de uma atividade de modelagem. No segundo e terceiro momentos outras competências são requeridas. Identificamos que somente no terceiro momento de familiarização é que todas as *competências intra-modelagem* analisadas nesse trabalho são requeridas dos alunos. Com relação às *competências extra-modelagem* que identificamos durante a realização das entrevistas e dos questionários respondidos pelos alunos nos três momentos de familiarização foi possível identificar a forma como os alunos entendem o desenvolvimento da atividade de modelagem e o que eles esperam se tornar capazes de aprender ou de fazer a partir desse desenvolvimento.

### **Considerações finais**

Buscamos elementos que possibilitassem investigar Quais competências são requeridas ou são desenvolvidas pelos alunos com o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática? Assim, consideramos ao final desse artigo, que há competências para fazer modelagem matemática que são requeridas ou que são desenvolvidas pelos alunos.

A análise dos dados permitiu reflexões do *como* os alunos lidam com as atividades de modelagem, o que foi requerido ou desenvolvido por eles durante a realização das atividades. Assim identificamos no desenvolvimento das atividades realizadas pelos alunos as seguintes competências: *Competência para definir um problema*, *Competência para definir um problema matemático*, *Competência para realizar a dedução do modelo matemático*, *Competência para estabelecer e interpretar relações entre Matemática e situações reais*, *Competência para realizar os procedimentos necessários para o desenvolvimento das atividades de modelagem e a Competência de identificação de possíveis potencialidades da modelagem*.

Agrupamos as competências identificadas em dois grupos: *competências intra-modelagem* e *competências extra-modelagem* dos alunos no desenvolvimento das atividades. Acreditamos que as *competências intra-modelagem* estão relacionadas às etapas de modelagem e são competências requeridas pelos alunos. Entendemos como competências desenvolvidas pelos alunos àquelas relacionada às *competências extra-modelagem* em que identificamos a forma como os alunos entendem o processo de modelagem e o que eles esperam de potencialidades desse processo.

As competências requeridas e/ou desenvolvidas pelos alunos com as atividades de modelagem matemática pode enriquecer a formação do aluno no que se refere ao desenvolvimento do *fazer* modelagem e também para que ele possa superar possíveis dificuldades com as atividades, com os conteúdos matemáticos, com o trabalho em grupo. No que diz respeito à familiarização dos alunos com as atividades, reconhecemos que foi possível identificar quais competências foram requeridas e/ou desenvolvidas pelos alunos no decorrer dos diferentes momentos. Em nossa pesquisa, reconhecemos que a habilidade de fazer modelagem foi sendo desenvolvida pelos alunos no decorrer do seu envolvimento com as atividades, conforme sugerem os momentos de familiarização. Assim, consideramos que a familiarização gradativa fez com que nas atividades algumas competências fossem sendo requeridas enquanto outras eram desenvolvidas por meio da atividade.

## Referências

ALMEIDA, L. M. W. ; Silva, K.A. P. Semiótica e as ações cognitivas dos alunos em atividades de modelagem matemática: um olhar sobre os modos de inferência. *Ciência e Educação* (UNESP. Impresso), v. 18, p. 623-642, 2012.

ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. *Modelagem Matemática na educação básica*. São Paulo: Contexto, 2012.

ALMEIDA, L. M. W. ; VERTUAN, R. E. . Discussões sobre como fazer modelagem matemática na sala de aula. In: *Práticas de Modelagem Matemática na Educação Matemática*. Lourdes Maria Werle de Almeida; Eleni Bisognin; Jussara de Loiola Araujo. (Org.) 1ed. Londrina: EDUEL, v. 1, p. 19-44, 2011.

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, H. C. A matematização em atividades de modelagem matemática. *Alexandria*. V 8, n 3, p 207-227, 2015.

BASSANEZI, R. C. *Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia*. 2. ed. São Paulo: Contexto, 2002.

BISOGNIN, E. BISOGNIN, V. Modelagem e competências matemáticas: uma investigação com professores em formação continuada. *Revemat*, v 9, N 2, p 13-144, 2014.

BLUM, W; FERRI, R. B. Mathematical Modelling: Can It Be Taught And Learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application*, Vol. 1, No. 1, p 45-58, 2009.

BLOMHØJ, M. ; JENSEN, T. H. Developing mathematical modeling competence: conceptual clarification and educational planning. *Teaching Mathematics and its applications*. Volume 22, No. 3, p. 123 – 139, 2003.

CHARMAZ, K. *Constructing Grounded Theory: a practical guide through qualitative analysis*. Londres: SAGE Publications, 2006.

CHARMAZ, K. *A construção da teoria fundamentada: guia prático para análise qualitativa*. Tradução de Joice Elias Costa. Porto Alegre: Artmed, 2009.

DIAS, I. S. Competências em Educação: conceito e significado pedagógico. *Revista Semestral da Associação Brasileira de Psicologia Escolar e Educacional, SP*. Volume 14, Número 1, Janeiro/Junho de 2010, p 73-78.

HENNING, H.; KEUNE, M. Levels of modeling competence. In: KAISER, G. et al. (ed.). *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling: International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling (ICTMA 14)*. New York: Springer, p. 225-232, 2011.

JENSEN, T. H. Assessing mathematical modelling competencies. In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, & S. Khan (Eds.), *Mathematical modelling (ICTMA 12): Education, engineering and economics* (pp. 141–148). Chichester: Horwood, 2007.

KAISER, G.; SRIRAMAN, B. A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, Vol. 38 n. 3, pp. 302-310, 2006.

KAISER, G. Modelling and Modelling competencies in school. In: *Mathematical Modelling: Education, Engineering and Economics ( ICTMA 12)*, Horwood Publishing Chichester, UK, 110-119, 2007.

MAAß, K. Barriers and opportunities for the integration of modelling in mathematics classes: results of an empirical study. In: BLOMHOJ, M.; BRANDELL, G.; NISS, M. (Eds). *Teaching mathematics and applications: the 10th ICME*. Copenhagen, p. 61-74, 2005.

MAAß, K. What are modelling competences? *ZDM*, Vol. 38 (2), 2006.

MISCHO, C.; MAAß, K. Which personal factors affect mathematical modelling? The effect of abilities, domain specific and cross domain-competences and beliefs on performance in mathematical modeling. *Journal of Mathematical Modelling and Application*, Vol. 1, No. 7, 3-19, 2012.

NISS, M.; HØJGAARD, T. *Competencies and Mathematical Learning*. English edition, October, 2011.

PATROCÍNIO JÚNIOR, C. A. Os ciclos explicativos e as diversas práticas de modelagem na Educação Matemática. In: *Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática — CNMEM, 5*, Universidade Federal de Ouro Preto/Universidade Federal de Minas Gerais, Ouro Preto. *Anais. Ouro Preto*, p. 843-854, 2007.

PERRENET, J.; ZWANEVEL, D. The Many Faces of the Mathematical Modeling Cycle. *Journal of Mathematical Modelling and Application*. Vol. 1, No.6, 3-21, 2012.

WINCH, C.; GINGELL, J. Dicionário de Filosofia da Educação. Tradução de: Renato Marques de Oliveira – São Paulo: Contexto, 2007.

Recebido 03/02/2016  
Aprovado 26/07/2016