

Avaliação diagnóstica e seu uso no âmbito do projeto Educação Matemática nos Anos Iniciais – EMAI

Diagnostic evaluation and your use under the Mathematics Education project in the Early Years - EMAI

Célia Maria Carolino Pires

celia@pucsp.br

Resumo

No presente artigo nosso objetivo é apresentar algumas reflexões sobre avaliações diagnósticas relativas a números e operações, a partir da produção de alunos dos anos iniciais, por meio de protocolos coletados no início do ano letivo de 2013, no âmbito do Projeto Educação Matemática nos anos Iniciais - EMAI, da Secretaria Estadual de Educação de São Paulo. Contextualiza o projeto EMAI e situa a discussão sobre avaliação com vistas a trazer contribuições para a melhor compreensão das finalidades da avaliação diagnóstica como instrumento que além de ajudar a investigar os conhecimentos dos alunos, permite aos professores rever conceitos e valores sobre a prática, individualmente, e enquanto grupo de educadores de uma escola e de um sistema de ensino. Mostra reflexos de um trabalho centrado em expectativas de aprendizagem relacionadas aos números naturais, ao sistema de numeração decimal e ao campo aditivo e a necessidade de mais atenção aos problemas e cálculos do campo multiplicativo.

Palavras Chave: Educação Matemática. Avaliação Diagnóstica. Anos Iniciais.

Abstract

In this article our object is to present some reflections on diagnostic tests related to numbers and operations, from the production of students in the early years, through protocols collected at the beginning of school year of 2013, under the "Projeto Educação Matemática nos anos Iniciais" - EMAI, of "Secretaria Estadual de Educação de São Paulo". Contextualizes the project EMAI and situates the discussion of race in order to bring contributions to better understanding of the purposes of the test as a diagnostic instrument that besides helping to investigate students' knowledge, allows teachers to review concepts and values on the practice, individually, and as a group of educators from a school and a school system. This reflects work-centered learning expectations related to the natural numbers, the decimal system and the additive field and the need for more attention to the problems and calculations of the field multiplicative.

Keywords: Mathematics Education. Diagnostic Evaluation. Early Years.

Contextualizando o Projeto EMAI

As reflexões apresentadas neste texto têm como cenário um projeto em desenvolvimento na Secretaria Estadual de Educação de São Paulo, denominado Educação Matemática nos Anos Iniciais - EMAI, que concebemos e coordenamos junto à Coordenadoria de Gestão da Educação Básica - CGEB. Compreende um conjunto de ações que articulam o processo de desenvolvimento curricular em Matemática, a formação de professores, a avaliação de

desempenho dos estudantes, elementos chave de promoção da qualidade da educação.

O propósito principal do Projeto, iniciado em fevereiro de 2012, é o envolvimento de todas as escolas da rede estadual que atendem alunos dos cinco anos iniciais do ensino fundamental em discussões que envolvem o processo de construção curricular, das prescrições à sua efetivação em sala de aula. A elaboração de propostas de atividades e o acompanhamento das aprendizagens dos estudantes, para reformulações que se mostrem necessárias, entendendo assim o desenvolvimento curricular como elemento dinâmico da prática educativa.

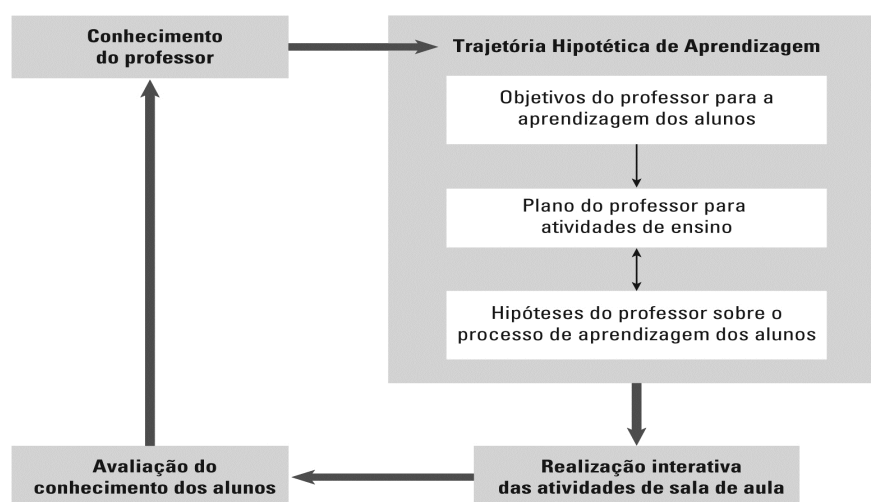
Um diferencial do Projeto é o de propor como sua ação principal, a constituição de Grupos de Educação Matemática em cada escola da rede, usando o horário destinado a aulas de trabalho pedagógico coletivo (ATPC) e atuando no formato de grupos colaborativos, organizados pelo Professor Coordenador (PC) dos Anos Iniciais do ensino Fundamental, com atividades conduzidas com a participação dos próprios professores. A estratégia de organização desses grupos colaborativos tem como finalidade estimular os professores participantes a desenvolverem habilidades comunicativas, relações profissionais interpessoais; relações simétricas e recíprocas e especialmente possibilidades de compartilhar a resolução de sua tarefa de ensinar matemática às crianças, uma responsabilidade individual, mas ao alcance do êxito do grupo. Nas reuniões, a pauta consiste do estudo e do planejamento de trajetórias hipotéticas de aprendizagem a serem realizadas em sala de aula, para posterior avaliação no grupo.

As reuniões nas escolas conduzidas pelos PC têm apoio dos Professores Coordenadores de Núcleos Pedagógicos (PCNP) das Diretorias de Ensino. Por sua vez, os Professores Coordenadores de Núcleos Pedagógicos (PCNP) participam de reuniões mensais organizadas em polos, por uma dupla de PCNP que integram o chamado Grupo de Referência de Matemática (GRM), sendo um deles um especialista em anos iniciais e o outro, um especialista em Matemática, que compartilham seus saberes sobre conteúdos matemáticos e sobre abordagens didáticas e metodológicas.

Os PCNP do GRM participam de reuniões mensais de dois dias, com a assessora do projeto e com a equipe pedagógica do Centro do Ensino Fundamental dos Anos Iniciais (CEFAI) e do Centro do Ensino Fundamental Anos Finais (CEFAF). Nas reuniões do GRM são discutidas as ações do projeto, planejadas as reuniões dos polos e das escolas e também são elaboradas e discutidas as Trajetórias Hipotéticas de Aprendizagem (THA) para cada ano da escolaridade.

O propósito de trabalhar com a ideia de THA inspira-se nas investigações conduzidas por Simon (1995), que defende a ideia de que a consideração do objetivo da aprendizagem, as atividades de aprendizagem e pensamento e conhecimento dos estudantes são elementos importantes na construção de uma trajetória hipotética de aprendizagem – parte chave do que ele denomina Ciclo de Ensino de Matemática (Figura 1), expresso como um modelo de inter-relações cíclicas dos aspectos do conhecimento do professor, pensamento, tomada de atitudes.

Figura 1: Ciclo de Ensino de Matemática abreviado (Simon, 1995)



Para Simon é a meta da aprendizagem do professor para seus alunos que possibilita uma direção para uma trajetória hipotética de aprendizagem:

Usaremos o termo trajetória hipotética de aprendizagem tanto para fazer referência ao prognóstico do professor, como para o caminho que possibilitará o processamento da aprendizagem. É hipotética porque caracteriza a propensão a uma expectativa. O conhecimento individual dos estudantes ocorre de forma idiossincrática, embora freqüentemente em caminhos similares. O conhecimento do indivíduo tem alguma regularidade (cf. Steffe, Von Glaserfeld, Richards e Cobb, 1983), que em sala de aula adquire com atividades matemáticas freqüentes em métodos prognósticos, e que muitos dos alunos em uma mesma sala de aula podem se beneficiar das mesmas tarefas matemáticas. (SIMON, 1995, p. 35).

Além das ideias de Simon (1995), o Projeto orienta-se por fundamentos teóricos relativos à organização curricular (Sacristán, 1998; Pires, 1995), à formação docente (Schön, 2000; Tardif, 2000; Ball, 1991; Ponte, 1998; Elbaz, 1983; Perrenoud, 1999; Garcia, 1999; Shulman, 1987; Fiorentini, 2003; Alarcão, 2003; Serrazina, 2001) e à avaliação (Hoffmann, 1991; Luchesi, 2005).

Para discussão do ensino e aprendizagem dos diversos conteúdos matemáticos envolvidos o

projeto apoia-se nas investigações mais recentes na área de Educação Matemática, trazendo contribuições de autores como Fayol, Lerner, Sadowski, Brousseau, Vergnaud, Kieran entre outros.

O uso das THA em salas de aula pelos professores é avaliado e em cada escola são produzidos relatórios que são consolidados pelos PCNP e chegam às reuniões do GRM. Com base nas análises a partir das sínteses feitas pela rede e consolidadas em relatórios são feitas alterações, complementações e ajustes no material.

Dados coletados em junho de 2012 mostraram adesão bastante significativa ao projeto que nesse período abrangia 82% dos alunos da rede, nos cinco anos iniciais do Ensino Fundamental.

Além da formação realizada nas escolas, na perspectiva de grupos colaborativos, o Projeto EMAI oferece um Curso na modalidade EaD, composto de oito módulos, sobre os diversos blocos de conteúdo trabalhados nos anos iniciais. O público alvo são PCNP envolvidos com o EMAI pedagogos e especialistas em Matemática e Coordenadores Pedagógicos dos Anos Iniciais. Propõe-se ampliar a oferta desse curso, atendendo também aos professores.

Neste artigo, nosso propósito é trazer algumas reflexões sobre a avaliação diagnóstica, especialmente a que foi proposta no mês de fevereiro de 2013, no início do ano letivo, a partir de instrumentos oferecidos pela coordenação do projeto EMAI.

As discussões sobre avaliação

Nas reuniões do GRM é apontado, com frequência, o fato de que a mudança de concepção e de práticas por parte dos professores dos anos iniciais sobre ensino e aprendizagem nas aulas de Matemática vem ocorrendo e que, em muitos casos, é possível observar alguns frutos das reflexões realizadas nos grupos de estudo. No entanto, as concepções e práticas relativas à avaliação ainda são bastante tradicionais. Assim, mostrou-se importante retomar no debate dos grupos, ideias simples, mas fundamentais como a de que avaliar é muito mais do que aplicar uma prova e corrigi-la, mas é um processo essencial para identificar o que faremos em sala de aula com nossos alunos, em que ancoraremos novas aprendizagens, o que é preciso retomar, de onde partiremos.

No artigo "Avaliação da aprendizagem... mais uma vez", o pesquisador em avaliação Cipriano Luckesi faz revelações preocupantes. Ele relata:

Recentemente, tenho acompanhado crianças que saíram de uma escola que atende do maternal ao final da quarta série do Ensino Fundamental, passando para a quinta série em outra escola. Impressiona-me ver a mudança dessas crianças em suas falas e em suas crenças sobre o que, nesse espaço de ensino, denominamos de avaliação. A experiência anterior dessas crianças estava relacionada com uma ação pedagógica que investe no processo da aprendizagem, a atual experiência está comprometida com o investimento no seu produto. Isso faz a diferença. Em pequeno espaço de tempo, as crianças mudaram seu centro de atenção, seus valores, assim como sua expressão. Antes, eu ouvia as crianças dizendo - "Hoje, tivemos uma atividade legal na escola" -, agora, ouço-as dizendo: "Tirei 3.2, valendo 5"; "Tirei 2, valendo 3"; "Tirei 7. Graças a Deus, já passei nessa unidade; com isso é mais fácil chegar ao final do ano com 28 pontos, necessários para a aprovação" (LUCKESI, 2005, p. 28).

No texto "Avaliação Mediadora: Uma Relação Dialógica na Construção do Conhecimento", a pesquisadora Jussara Hoffmann destaca:

Se concebe a aprendizagem do ponto de vista comportamentalista, o professor define como uma modificação de comportamento produzida por alguém que ensina em alguém que aprende. O conhecimento do aluno vem dos objetos e cabe ao professor organizar os estímulos com os quais o aluno entrará em contato para aprender. A prática pedagógica consistirá, então, na transmissão clara e explícita dos conteúdos pelo professor, apresentando exemplos preferentemente concretos (organização de estímulos). Essa situação, por si só, promoverá a aprendizagem, desde que o aluno entre em contato com tais estímulos, esteja atento às situações. Assim, se o professor oferecer explicações claras, textos explicativos consistentes e organizar o ambiente pedagógico, o aluno aprenderá, exceto se não estiver presente, ou não estiver atento às explicações, ou não memorizar os dados transmitidos pelo professor, ou não cumprir as tarefas de leitura solicitadas (HOFFMANN, 1991, p. 54).

E complementa:

A hipótese que anuncio é que uma tal visão de conhecimento positivista vincula-se a uma prática avaliativa de observação e registro de dados. Assim como supervaloriza as informações que transmite ao aluno e exige que ele permaneça alerta a tais informações, o professor também o toma como seu objeto de conhecimento, ou seja, permanece atento aos "fatos objetivos": o aluno passa a ser um objeto de estudo do professor, que o capta apenas em seus atributos palpáveis, mensuráveis, observáveis. Sua prática avaliativa revela intenções de coleta de dados em relação ao aluno, dele registrando dados precisos e fidedignos. Dessa forma, o professor não assume absolutamente a responsabilidade em relação ao fracasso do aluno. Em primeiro lugar, porque representaria assumir sua incompetência na organização do trabalho pedagógico, uma apresentação inadequada de estímulos à aprendizagem. Em segundo lugar, porque aquilo que faz geralmente se traduz em resultados positivos. Ou seja, alguns alunos, ou a maioria, aprendem. Se a ação produz modificação de comportamentos em alguns alunos, então o problema está nos alunos e não na ação do professor (HOFFMANN, 1991, p. 54).

Para Hoffman, sem ultrapassar a visão comportamentalista de conhecimento, nenhuma outra hipótese é levantada pelo professor sobre as dificuldades que os alunos apresentam, senão a sua desatenção e desinteresse. E propõe um paradigma de avaliação que se opõe ao paradigma sentencioso, classificatório e que denomina de "avaliação mediadora".

O que pretendo introduzir neste texto é a perspectiva da ação avaliativa como uma das mediações pela qual se encorajaria a reorganização do saber. Ação, movimento, provocação, na tentativa de reciprocidade intelectual entre os elementos da ação educativa. Professor e aluno buscando coordenar seus pontos de vista, trocando ideias, reorganizando-as (HOFFMANN, 1991. P. 67).

Tal paradigma pretende opor-se ao modelo do "transmitir-verificar-registrar" e evoluir no sentido de uma ação avaliativa reflexiva e desafiadora do educador em termos de contribuir, elucidar, favorecer a troca de ideias entre e com seus alunos, num movimento de superação do saber transmitido a uma produção de saber enriquecido, construído a partir da compreensão dos fenômenos estudados.

Nas discussões com o GRM, chegamos à conclusão de que era necessário retomar a discussão sobre avaliação, na perspectiva de que além de avaliar os conhecimentos dos alunos, nós professores também precisamos rever conceitos e valores sobre nossa prática, individualmente e como grupo de educadores de uma escola, de um sistema de ensino. Em consequência, a avaliação não pode ser entendida apenas como a aplicação de provas no final de alguns conteúdos trabalhados, como tradicionalmente o foi e ainda é. Ela precisa ser realizada em todos os momentos de interação do professor com seus alunos e tem sempre uma função diagnóstica, seja em relação a atitudes, ou a conceitos e procedimentos.

Reflexões sobre o que as crianças revelam

No início do ano letivo de 2013, no âmbito do projeto EMAI foram propostas uma série de atividades para serem realizadas com o objetivo de ajudar os professores a conhecerem seus alunos e, em particular, buscar indícios sobre seus conhecimentos matemáticos. Para cada ano da escolaridade foi proposto um projeto temático com atividades que permitissem ao professor fazer essa exploração inicial. Também foram sugeridas atividades escritas, que foram organizadas em quatro blocos, sendo que no primeiro ano a avaliação se limitou aos dois primeiros, como mostra o quadro a seguir.

Quadro 1: Distribuição dos temas avaliados por ano

	1º ano	2º ano	3º ano	4º ano	5º ano
Produção de escritas numéricas	X	X	X	X	X
Resolução de problemas do campo aditivo	X	X	X	X	X

Resolução de problemas do campo multiplicativo	-	X	X	X	X
Cálculos no campo aditivo e multiplicativo	-	X	X	X	X

Fonte: Quadro elaborado pela autora para este documento.

As atividades diagnósticas foram, de modo geral, bem recebidas pelos professores que as utilizaram com seus alunos. Mas, o importante é que elas desencadearam uma discussão importante nas escolas, nos polos e no próprio GRM. O que fazer com as atividades? Tabular os resultados? Para quê? Como analisá-las? Como usar os resultados?

A proposta de consenso foi então a de realizar o estudo no GRM e nos polos regionais de alguns protocolos de alunos de escolas envolvidas no Projeto, com a finalidade de contribuir para a reflexão a ser feita por professores nos grupos de estudo em suas escolas a respeito da avaliação diagnóstica de seus alunos.

Protocolos foram gentilmente cedidos por escolas estaduais para a realização de análises¹. Alguns exemplos foram selecionados para apresentação neste artigo, por serem bastante representativos de produções realizadas em cada ano da escolaridade.

Revelações de alunos do primeiro ano

Muito se tem dito que as crianças chegam à escola, no primeiro ano do Ensino Fundamental, com conhecimentos sobre números e hipóteses sobre as escritas numéricas. Mas que conhecimentos são esses?

Na avaliação diagnóstica realizada, foi proposto um ditado de números, subdividido em quatro grupos (G1 a G4). Em G1, os números ditados estão no intervalo 1 a 9. Em G2, as "dezenas exatas" e o 100. Em G3 e G4 números de duas ordens buscando identificar hipóteses sobre valor posicional.

O primeiro protocolo mostra a produção de um aluno que escreveu convencionalmente e corretamente todos os números ditados:

¹ Os nomes das escolas não serão revelados e os nomes das crianças foram substituídos por nomes fictícios.

B - DITADO DE NÚMEROS					
G1	8	5	4	9	2
G2	10	20	30	40	100
G3	24	15	18	17	14
G4	23	21	32	45	54

Fonte: Protocolo 1 - Caio - Primeiro Ano

O protocolo de Amália e de Beatriz, da mesma turma de Caio, mostra que as escritas do grupo G1 são realizadas corretamente por ambas, mas a partir do grupo G2, algumas escritas parecem ser aleatoriamente produzidas.

B - DITADO DE NÚMEROS					
G1	8	5	4	9	2
G2	10	30	25	28	100
G3	34	15	38	37	14
G4	13	31	12	15	34

Fonte: Protocolo 2 - Amália - Primeiro Ano

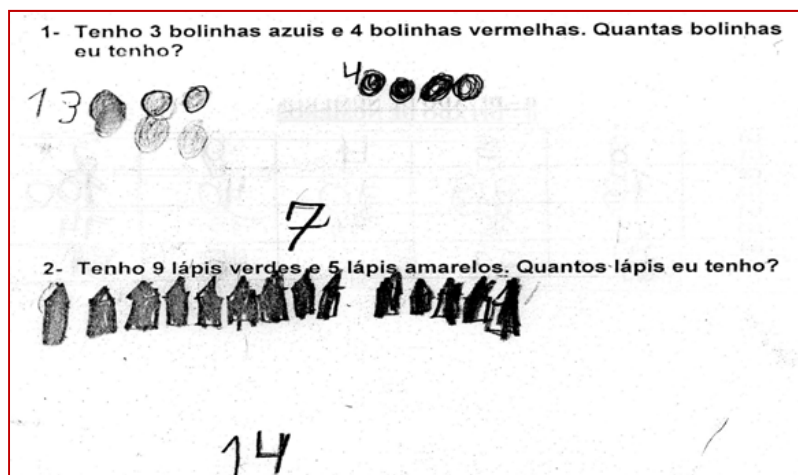
B - DITADO DE NÚMEROS					
G1	8	5	4	9	2
G2	10	21	30	100	10000
G3	14	40	18	21	4230
G4	31	21	2000	4000	20000

Fonte: Protocolo 3 - Beatriz - Primeiro ano

Alguns acertos podem estar relacionados ao fato de serem números familiares ou frequentes para essas meninas. Por meio de uma entrevista, é possível saber mais sobre as escritas de ambas.

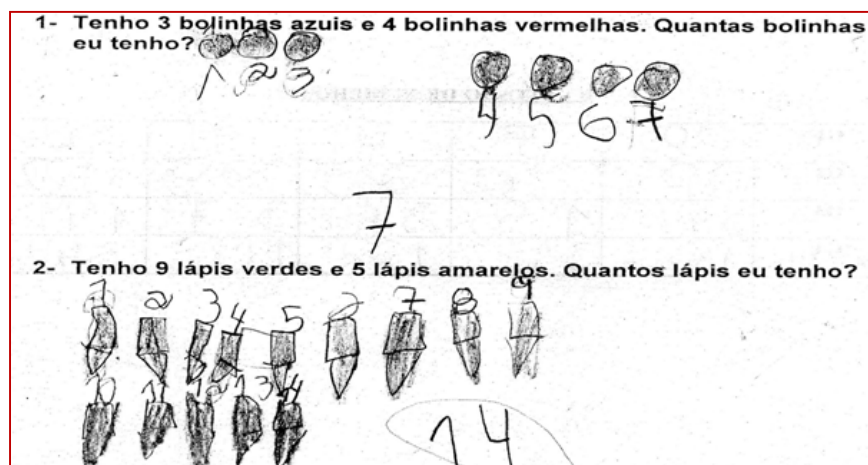
Mas os conhecimentos numéricos desses alunos podem ser analisados também em função da resolução de problemas.

Caio reafirma seus conhecimentos, resolvendo os problemas de composição lidos pela professora, usando desenhos e apresentando o resultado final por meio de uma escrita numérica.



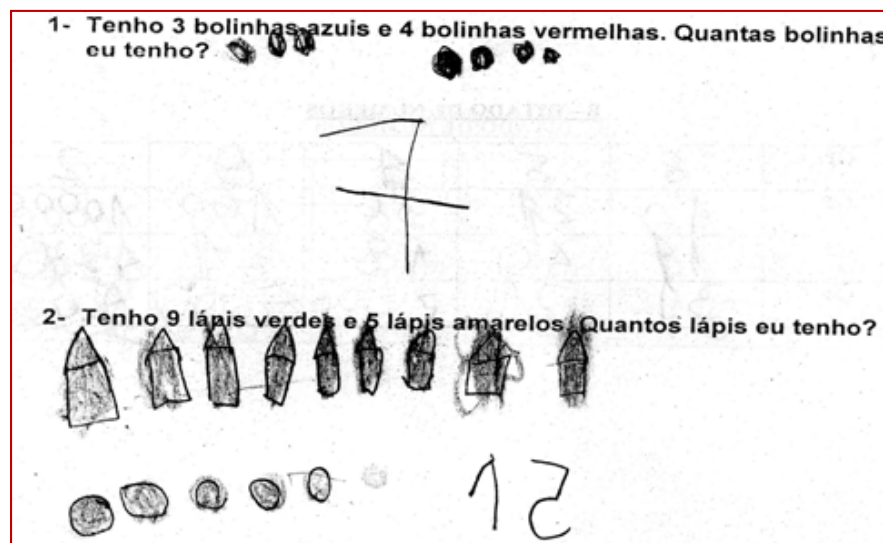
Fonte: Protocolo 4 - Caio - Primeiro Ano

Amália também resolve corretamente esses dois problemas e registra de forma clara como realizou a sobrecontagem:



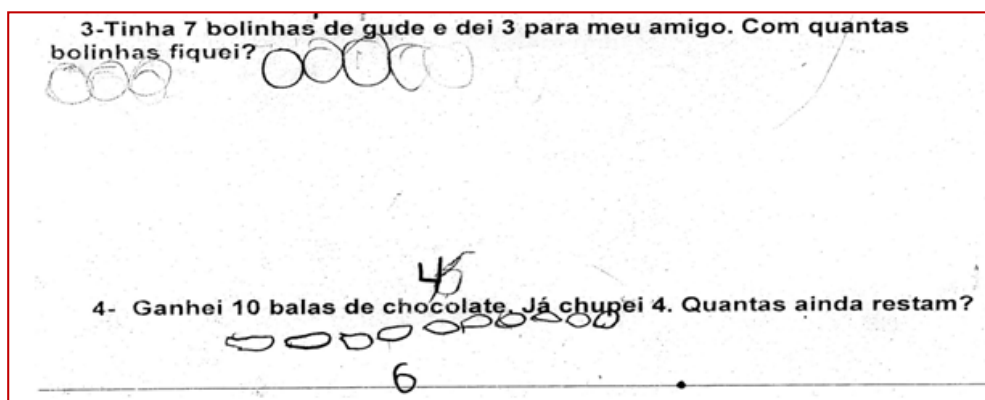
Fonte: Protocolo 5 - Amália - Primeiro Ano

Também Beatriz resolve os dois problemas desenhando corretamente as quantidades e apenas registrando 15 em lugar de 14, na totalização do segundo problema. Observe-se que a escrita espelhada do 5 no registro do resultado 15 é algo bastante comum nessa etapa da escolaridade que com a proposição de atividades numéricas vai se corrigir naturalmente.



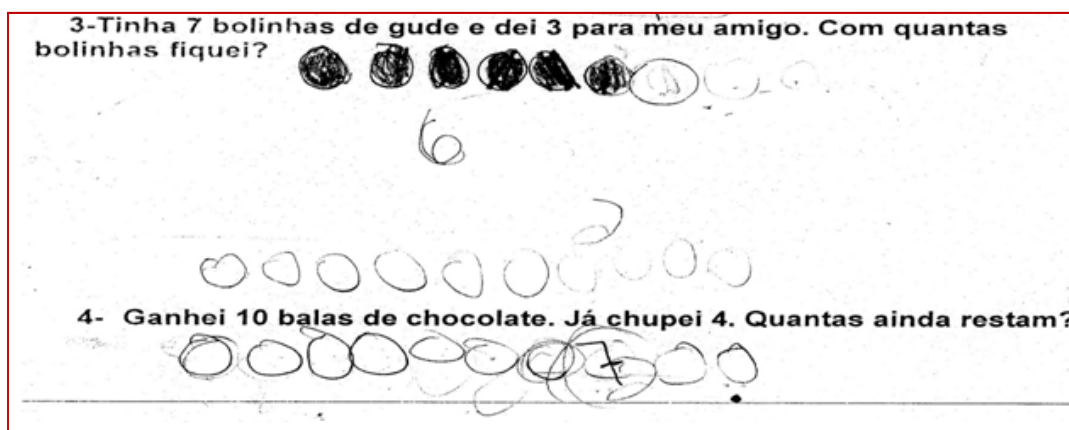
Fonte: Protocolo 6 - Beatriz - Primeiro ano

Em relação a dois problemas de transformação negativa que envolviam a ideia de subtração Caio desenha 7 bolinhas e parece apagar as 3 primeiras com a borracha concluindo que ficou com 4 bolinhas. Na outra situação desenha as 10 e apenas registra o total 6, das que restaram:



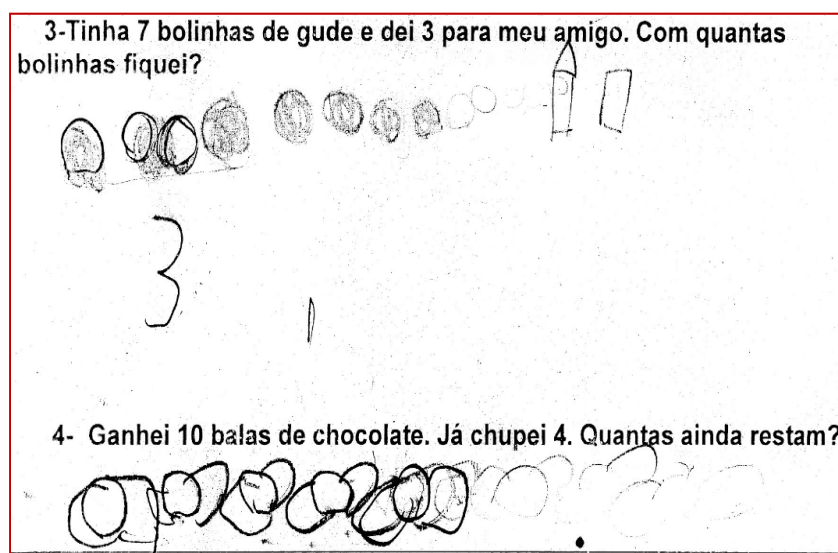
Fonte: Protocolo 7 - Caio - Primeiro Ano

Nesses problemas, Amália desenha corretamente as 7 bolinhas, mas "apaga" apenas uma, em vez de 3 e dá a resposta 6. No segundo também responde 7 em vez de 6. Mas parece ter ideia do que está em jogo, embora, não apresentando respostas corretas.



Fonte: Protocolo 8 - Amália - Primeiro ano

Beatriz também não chega a respostas corretas nas situações de subtração, mas parece também usar a estratégia de desenhar a quantidade total para depois apagar alguns desenhos e fazer a contagem do que sobrou.



Fonte: Protocolo 9 - Beatriz - Primeiro Ano

Embora com diferenças observáveis em seus desempenhos, o fato é que a análise de algumas produções dessas crianças confirma que elas chegam à escola no primeiro ano do Ensino Fundamental, com conhecimentos sobre números e hipóteses sobre as escritas numéricas e que não se intimidam frente à resolução de problemas.

Isso mostra que um bom trabalho pode ser realizado pelos professores do primeiro ano, por meio de atividades como as apresentadas nas trajetórias hipotéticas de aprendizagem do material do EMAI.

Revelações de alunos do segundo ano

Com relação à produção de escritas numéricas os desafios para os alunos do segundo ano foram um pouco além dos propostos para o primeiro ano.

Os números ditados podem ser vistos no protocolo abaixo, em que o aluno registra convencionalmente todos os números ditados, tanto os de dois como os de três dígitos.

B - DITADO DE NÚMEROS					
G1	24 ✓	15 ✓	18 ✓	17 ✓	14 ✓
G2	23 ✓	21 ✓	32 ✓	45 ✓	54 ✓
G3	100 ✓	108 ✓	110 ✓	129 ✓	134 ✓
G4	146 ✓	164 ✓	189 ✓	199 ✓	200 ✓

Fonte: Protocolo 10 - Luiz - Segundo ano

Em outra atividade, esse mesmo aluno realiza corretamente os cálculos de adição e comete erros na subtração, realizando adições no lugar. Mas, deixa em branco os cálculos envolvendo multiplicação e divisão. O bom desempenho nas escritas, observados no protocolo de Luiz, possibilitaria um melhor desempenho na realização de cálculos, mas é provável que essas aprendizagens não tenham sido estimuladas no ano anterior. De todo modo, o ponto de partida desse aluno para o trabalho no segundo ano é bem interessante.

Ache o resultado do jeito que souber e escreva ao lado de cada operação indicada a seguir:				
G1	$12 + 5 = 17$ ✓	$22 + 4 = 26$ ✓	$33 + 8 = 41$ ✓	$40 + 7 = 47$ ✓
G2	$12 - 3 = 9$ ✓	$20 - 4 = 26$ ✓	$30 - 15 = 25$ ✓	$33 - 16 = 36$ ✓
G3	$2 \times 3 =$	$4 \times 7 =$	$5 \times 2 =$	$2 \times 6 =$
G4	$10 : 2 =$	$15 : 3 =$	$12 : 4 =$	$10 : 5 =$

Fonte: Protocolo 11 - Luiz - Segundo ano

Na mesma turma de Luiz, Letícia e Marcos escrevem poucos números corretamente, revelando que provavelmente no primeiro ano não conseguiram ampliar seus conhecimentos sobre essas escritas, fato que deverá ser considerado por sua professora do 2º ano.

LETICIA B - DITADO DE NUMEROS

G1	14	17	18 ✓	17 ✓	14 ✓
G2	13	15	12	15 ✓	14
G3	1000	108 ✓	100	1333	144
G4	1066	1042	200	168	128

Fonte: Protocolo 12- Leticia - Segundo Ano

B - DITADO DE NÚMEROS

G1	74	6	18 ✓	17 ✓	15
G2	18	14	16	15	14
G3	100 ✓	18	10	18	14
G4	48	46	18	18	10

Fonte: Protocolo 13- Marcos - Segundo ano

Considerando casos como esses, as propostas de atividades apresentadas no EMAI para o segundo ano, retomam o trabalho com números e com a produção de escritas numéricas, tarefa que não pode ser descuidada pelos professores deste ano da escolaridade.

Ainda com relação a alunos do segundo ano, na avaliação diagnóstica foi proposta uma atividade de cálculo para identificar em que medida as crianças seriam capazes de identificar essas escritas (fora do contexto de resolução de um problema) e usar uma estratégia para achar o resultado.

Em relação ao calculo, Leticia apresenta uma situação similar à de Luiz:

Ache o resultado do jeito que souber e escreva ao lado de cada operação indicada a seguir:

G1	12 + 5 = 17 ✓	22 + 4 = 26 ✓	33 + 8 = 41 ✓	40 + 7 = 47 ✓
G2	12 - 3 = 16	20 - 4 = 24	30 - 15 = 15	33 - 16 = 17
G3	2 x 3 =	4 x 7 =	5 x 2 =	2 x 6 =
G4	10 : 2 =	15 : 3 =	12 : 4 =	10 : 5 =

Fonte: Protocolo 14- Leticia - Segundo Ano

Já o protocolo de Marcos mostra que o baixo desempenho no ditado de números se reflete nos cálculos em que, ao que parece, ele faz registros aleatórios para todas as operações. Seria importante examinar os protocolos de resolução de problemas desse aluno, para identificar aspectos relacionados à contagem, por exemplo. Mas, certamente, Marcos deve merecer atenção especial neste início de segundo ano.

Ache o resultado do jeito que souber e escreva ao lado de cada operação indicada a seguir:

G1	$12 + 5 = 61$	$22 + 4 = 0$	$33 + 8 = 61$	$40 + 7 = 62$
G2	$12 - 3 = 62$	$20 - 4 = 9$	$30 - 15 = 62$	$33 - 16 = 62$
G3	$2 \times 3 = 63$	$4 \times 7 = 4$	$5 \times 2 = 63$	$2 \times 6 = 64$
G4	$10 : 2 = 64$	$15 : 3 = 7$	$12 : 4 = 64$	$10 : 5 = 610$

Fonte: Protocolo 15- Marcos - Segundo Ano

Revelações de alunos do terceiro ano

Para os alunos do terceiro ano, foram propostas escritas de números com 2 e 3 dígitos e do 1000. A aluna Jerusa escreve convencionalmente todos os números ditados, exceto o 200 (quadrinho em branco).

B - DITADO DE NUMEROS

G1	23	21	32	15	54
G2	100	108	110	123	134
G3	146	164	180	199	
G4	358	583	835	999	1000

Fonte: Protocolo 16- Joana - Terceiro ano

É muito interessante analisar o protocolo dessa aluna, referente a cálculos:

Ache o resultado do jeito que souber e escreva ao lado de cada operação indicada a seguir:

G1 $12 + 5 = 17$ e $22 + 44 = 66$ e $133 + 18 = 151$ e $405 + 72 = 477$

G2 $12 - 3 = 9$ e $86 - 14 = 72$ e $230 - 15 = 215$ e $133 - 16 = 117$ e

G3 $12 \times 3 = 36$ e $14 \times 7 = 97$ x $25 \times 2 = 50$ e $32 \times 6 = 189$ x

G4 $100 : 2 = ?$ $150 : 3 = ?$ $120 : 4 = ?$ $115 : 5 = ?$

The student's work for G4 shows several division problems:

- $100 : 2 = ?$: Standard algorithm showing 12 over 5 equals 24 , with a remainder of 1 carried over to get 245 .
- $150 : 3 = ?$: Standard algorithm showing 50 .
- $120 : 4 = ?$: Standard algorithm showing 30 .
- $115 : 5 = ?$: Standard algorithm showing 23 .

Fonte: Protocolo 17- Joana - Terceiro ano

Joana mostra bom desempenho no cálculo de adições, mas já está condicionada a montar a conta mesmo para cálculos que poderia fazer mentalmente. No seu rascunho ela faz uso de desenhos não sabemos se para apoiar o próprio cálculo ou para mostrar como fez.

O desempenho na multiplicação faz supor que alguns fatos básicos ainda não foram dominados provavelmente. A divisão parece ser a ilustre desconhecida o que depois acarreta problemas difíceis de resolver no 4º e 5º Anos. Analisando os protocolos de Joana destacamos a importância do diagnóstico em Matemática, para além da produção escritas numéricas, mas também nos cálculos de operações e resolução de situações problema.

Em relação à resolução de situações-problema de composição (campo aditivo), Joana mostra um bom desempenho. Resolve o primeiro problema usando uma técnica operatória. No segundo, usa uma sobrecontagem e desenho para resolver em lugar de realizar uma subtração.

1- Tenho 152 bolinhas azuis e 87 bolinhas vermelhas. Quantas bolinhas eu tenho?

$$\begin{array}{r} 152 \\ + 87 \\ \hline 239 \end{array}$$

R: tenho 239 bolinhas

2- Tenho 49 lápis verdes e alguns lápis amarelos. No total são 60 lápis. Quantos lápis amarelos eu tenho? $49 + \text{|||||} = 60$

R: tem 11 lápis amarelos

Fonte: Protocolo 18- Joana - Terceiro ano

Nestes outros dois problemas solucionados corretamente, em que o segundo é bastante desafiador, Joana mostra bom domínio dos significados envolvidos.

2- Das minhas 97 bolinhas de gude e dei 24 para meu amigo. Com quantas bolinhas fiquei?

$$\begin{array}{r} 97 \\ - 24 \\ \hline 73 \end{array}$$

R: tem 73 bolinhas de gude

3- Ganhei balas de chocolate. Já chupei 8 e restaram 35. Quantas balas ganhei?

$$\begin{array}{r} 35 \\ + 8 \\ \hline 43 \end{array}$$

R: ganhei 43 balas

Fonte: Protocolo 19- Joana - Terceiro ano

Novamente Joana recorre à sobrecontagem e desenhos para resolver o problema numa situação de comparação em que a subtração está envolvida. Também acerta o problema de composição de transformações.

4- Lia tem 15 figurinhas e Jorge tem 34 figurinhas. Quem tem mais figurinhas? Quantas a mais? $15 + \text{|||||} =$

R: Jorge, Jorge tem 19 a mais que Lia

5- Marcos fez 46 pontos na primeira rodada de um jogo. Na segunda ele perdeu 17 e na terceira ganhou 12. Com quantos pontos ficou no final?

R: Marcos acabou com 41 pontos

Fonte: Protocolo 20- Joana - Terceiro ano

Embora demonstrando segurança e boa compreensão de situações do campo aditivo, nas situações do campo multiplicativo ela não faz nenhuma tentativa para o problema das tampinhas, que envolve a ideia de proporcionalidade. Resolve o dos gatos por desenho (erra por 1). Na repartição de balas usou subtrações sucessivas, mas não concluiu $30 - 30 = 0$, o que levaria à resposta 4.

6- Numa caixa cabem 8 tampinhas. Quantas tampinhas cabem em 27 caixas como essa?

?

7- Um gato tem 4 patas. Quantas patas têm 15 gatos.

R: 15 cachorros tem 59 patas

8- Uma professora tem 120 balas para repartir igualmente entre seus 30 alunos. Quantas balas cada um vai receber?

R: Os alunos ganharam 3 balas cada um

Fonte: Protocolo 21- Joana - Terceiro ano

Revelações de alunos do quarto ano

No início do 4º. Ano, Lucas mostra domínio na escrita de números de até 3 ordens, mas não em relação às escritas de números com 4 ordens. Isso é um alerta para nós professores no sentido de que o fato de produzir alguns números não significa estender esse conhecimento automaticamente para qualquer ordem de grandeza. Os números do G4 ditados foram: 3080; 3800. 3008; 4050 e 4500.

B - DITADO DE NÚMEROS					
G1	100 ✓	108 ✓	110 ✓	123 ✓	134 ✓
G2	146 ✓	164 ✓	180 ✓	199 ✓	200 ✓
G3	358 ✓	583 ✓	835 ✓	999 ✓	1.000 ✓
G4	3009	3080 ✓	3008 ✓	4006	4050
	3.080	3.800		4.050	4.500

Fonte: Protocolo 22 - Lucas - Quarto ano

O desempenho nos cálculos de adição foi bom. Mas a subtração só tem um acerto mostrando falta de compreensão do que está em jogo. No campo multiplicativo novamente seu desempenho é sinal de alerta, em se tratando do início do 4º ano.

C- Ache o resultado do jeito que souber e escreva ao lado de cada operação indicada a seguir: (Leitura pelo aluno)

G1	$133 + 18 = 151$ ✓ $\begin{array}{r} 133 \\ + 18 \\ \hline 151 \end{array}$	$405 + 72 = 477$ ✓ $\begin{array}{r} 405 \\ + 72 \\ \hline 477 \end{array}$	$267 + 327 = 494$ ✓ $\begin{array}{r} 267 \\ + 327 \\ \hline 494 \end{array}$	$582 + 134 = 716$ ✓ $\begin{array}{r} 582 \\ + 134 \\ \hline 716 \end{array}$
G2	$230 - 15 = 325$ ✗ $\begin{array}{r} 230 \\ - 15 \\ \hline 325 \end{array}$	$133 - 16 = 027$ ✗ $\begin{array}{r} 133 \\ - 16 \\ \hline 027 \end{array}$	$200 - 123 = 003$ ✗ $\begin{array}{r} 200 \\ - 123 \\ \hline 003 \end{array}$	$342 - 212 = 130$ ✗ $\begin{array}{r} 342 \\ - 212 \\ \hline 130 \end{array}$
G3	$35 \times 2 = 104$ ✗ $\begin{array}{r} 35 \\ \times 2 \\ \hline 104 \end{array}$	$32 \times 6 = 128$ ✓ $\begin{array}{r} 32 \\ \times 6 \\ \hline 128 \end{array}$	$308 \times 3 = 2,409$ ✗ $\begin{array}{r} 308 \\ \times 3 \\ \hline 2,409 \end{array}$	$125 \times 4 = 2.084$ ✗ $\begin{array}{r} 125 \\ \times 4 \\ \hline 2,084 \end{array}$
G4	$120 : 4 =$ ✓ $\begin{array}{r} 120 \\ \div 4 \\ \hline 30 \end{array}$	$115 : 5 =$ ✓ $\begin{array}{r} 115 \\ \div 5 \\ \hline 23 \end{array}$	$806 : 2 =$ ✓ $\begin{array}{r} 806 \\ \div 2 \\ \hline 403 \end{array}$	$806 : 2 =$ ✓ $\begin{array}{r} 806 \\ \div 2 \\ \hline 403 \end{array}$

Fonte: Protocolo 23 - Lucas - Quarto ano

Quanto à resolução de problemas do campo aditivo no 4º ano observamos alguns protocolos em que não foi conseguido nenhum acerto e outros com excelente desempenho, como o de Henrique em problemas de composição, transformação, comparação e composição de transformações:

O colecionador Pedro tinha 1152 bolinhas de gude azuis e 987 bolinhas vermelhas. Quantas bolinhas ele possuía?

$$\begin{array}{r} 1152 \\ + 987 \\ \hline 2139 \end{array}$$

R: Ele possui 2139 bolinhas.

Na turma de Sofia há uma caixa com alguns lápis verdes e 54 lápis amarelos. No total são 160 lápis. Quantos são os lápis verdes?

R: São 106 lápis verdes.

$$\begin{array}{r} 160 \\ - 54 \\ \hline 106 \end{array}$$

Das 1152 bolinhas de gude azuis o colecionador Pedro doou 455 para uma creche. Com quantas bolinhas ficou?

$$\begin{array}{r} 1152 \\ - 455 \\ \hline 697 \end{array}$$

R: Ficou com 697 bolinhas.

Fonte: Protocolo 24 - Henrique - Quarto ano

Ganhei um pacote com balas de chocolate. Já chupei 28 e restaram 55. Quantas balas ganhei?

$$\begin{array}{r} 55 \\ + 28 \\ \hline 83 \end{array}$$

R: Ganhei 83 balas.

Lia tem 115 figurinhas e Jorge tem 184 figurinhas. Quem tem mais figurinhas? Quantas a mais?

$$\begin{array}{r} 184 \\ - 115 \\ \hline 69 \end{array}$$

R: Jorge tem 184 há mais que Lia.

Marcos fez 146 pontos na primeira fase de um jogo. Na segunda ele perdeu 117 e na terceira ganhou 212. Com quantos pontos ficou no final?

$$\begin{array}{r} 146 \\ - 117 \\ \hline 29 \\ + 212 \\ \hline 241 \end{array}$$

R: Ficou com 241 pontos.

Fonte: Protocolo 25 - Henrique - Quarto ano

Também na resolução de problemas do campo multiplicativo no 4º ano foi observada grande discrepância de desempenhos, alguns deixando em branco ou realizando operações que não as adequadas e outros revelando bom desempenho no caso de situações que envolviam multiplicações, como foi o caso de Laura:

1- Em uma caixa cabem 18 copinhos. Quantos copinhos cabem em 100 caixas como essa?

$$\begin{array}{r} 100 \\ \times 18 \\ \hline 1.800 \end{array}$$

R. Cabem em 100 caixas 1.800 cop

2- Um gato tem 4 patas. Quantas patas têm 120 gatos.

$$\begin{array}{r} 120 \\ \times 4 \\ \hline 480 \end{array}$$

R. 120 gatos tem 480 pernas

Fonte: Protocolo 26 - Laura - Quarto ano

É interessante observar que essa aluna ainda parece não ter segurança no uso da divisão. No protocolo mostrado a seguir, no problema de repartição de balas ela deve ter feito uma estimativa de que seriam 6 balas e usa a multiplicação para comprovar suas respostas. No problema seguinte (protocolo 28) ela não chega à solução correta e exhibe um cálculo que não se sabe o que representa, mostrando a fragilidade do trabalho com a divisão ao longo dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

3- Uma professora tem 240 balas para repartir igualmente entre seus 40 alunos. Quantas balas cada um vai receber?

$$\begin{array}{r} 40 \\ \times 6 \\ \hline 240 \end{array}$$

R. Vai receber 6 balas para cada

Fonte: Protocolo 27 - Laura - Quarto ano

4- Uma doceira colocou 1480 brigadeiros em caixinhas. Em cada caixinha cabem 8 brigadeiros. Quantas caixinhas foram usadas?

1480
8 %

1980

R Foram usadas 1.280 caixas

Fonte: Protocolo 28 - Laura - Quarto ano

Revelações de alunos do quinto ano

No início do 5º ano os alunos de modo geral, demonstraram bom domínio da produção das escritas de números até a ordem das unidades de milhares.

No entanto, ainda no início do 5º ano alunos como André produzem várias escritas numéricas de forma inadequada, em atividades de ditado de números e também têm baixo desempenho na resolução de problemas.

10406	146	3080 ✓	100010	1010
1064	164	3.800 ✓	102003434	1234
1080	180	3.008 ✓	20013	2013
10909	199	4.0050 4050	2015 ✓	2015
200	200	4.500 ✓	3000 ✓	3000

Fonte: Protocolo 29 - André - Quinto ano

Com relação à resolução de problemas do campo aditivo, também foi significativo o número de crianças que identificaram a operação a ser realizada e chegaram aos resultados corretos. É interessante observar na situação-problema 2, que Beth usa ainda a adição para resolver o problema dos lápis.

1- O colecionador Pedro tinha 2052 bolinhas de gude azuis e 1887 bolinhas vermelhas. Quantas bolinhas ele possuía?

$$\begin{array}{r} 2052 \\ + 1887 \\ \hline 3939 \end{array}$$

R: Ele tem no total 3.939

2- Na turma de Sofia há uma caixa com alguns lápis verdes e 54 lápis amarelos. No total são 200 lápis. Quantos são os lápis verdes?

146 lápis verdes

$$\begin{array}{r} 140 \\ + 54 \\ \hline 200 \end{array}$$

Fonte: Protocolo 30 - Beth - Quinto ano

Mas ainda há dificuldades a serem observadas e trabalhadas. Beth indica a operação correta, mas erra a conta e chega ao resultado 697 mostrando não ter feito nenhuma validação usando a estimativa do valor de 2000 - 500, no problema das bolinhas.

1- Das 2052 bolinhas de gude azuis o colecionador Pedro doou 455 para uma creche. Com quantas bolinhas ficou?

$$\begin{array}{r} \cancel{2052} \\ - 455 \\ \hline 0697 \end{array}$$

697 bolinhas

2- Ganhei um pacote com balas de chocolates. Já chupei 28 e restaram 55. Quantas balas ganhei?

$$\begin{array}{r} 55 \\ + 28 \\ \hline 83 \end{array}$$

R: 83 balas

Fonte: Protocolo 31 - Beth - Quinto ano

Beth escolhe adequadamente as operações em problemas de composição, transformação e comparação, mas na situação de composição de transformações não considera os pontos que Marcos perdeu.

1- Lia tem 312 figurinhas e Jorge tem 184 figurinhas. Quem tem mais figurinhas? Quantas a mais?

$$\begin{array}{r} 312 \\ - 184 \\ \hline 128 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 312 \\ + 184 \\ \hline 512 \end{array}$$

R: Lia tem mais ela tem 128

2- Marcos fez 246 pontos na primeira fase de um jogo. Na segunda ele perdeu 217 e na terceira ganhou 232. Com quantos pontos ficou no final?

$$\begin{array}{r} 246 \\ + 232 \\ \hline 478 \end{array}$$

R: 478 ele ficou

Fonte: Protocolo 32 - Beth - Quinto ano

Beth mostra desempenho ainda bastante insatisfatório na resolução de problemas do campo multiplicativo. No primeiro problema "arma" a conta 160×18 , mas aparentemente não sabe como resolvê-la, faz corretamente o cálculo 20×4 ; nos dois últimos mostra que a divisão ainda não está compreendida. Ela cancela os dois zeros ficando com a divisão $80:16$.

1 - Em uma caixa cabem 18 copinhos. Quantos copinhos cabem em 160 caixas como essa?

$$\begin{array}{r} 160 \\ \times 18 \\ \hline 1240 \end{array}$$

R: Total que cabem 1240

2 - Um gato tem 4 patas. Quantas patas têm 240 gatos.

R: 960 no total de patas

$$\begin{array}{r} 240 \\ \times 4 \\ \hline 960 \end{array}$$

3 - Em uma escola há 800 lápis para repartir igualmente entre 160 alunos. Quantos lápis cada um vai receber?

$$\begin{array}{r} 800 \\ \div 160 \\ \hline 5 \end{array}$$

R: 50 Para cada aluno

4 - Uma doceira colocou 1480 brigadeiros em caixinhas. Em cada caixinha cabem 8 brigadeiros. Quantas caixinhas foram usadas?

$$\begin{array}{r} 1480 \\ \div 8 \\ \hline 185 \end{array}$$

R: 185 caixinhas foram usadas

Fonte: Protocolo 33 - Beth - Quinto ano

Em relação aos cálculos de adição Beth mostra bom desempenho, mas comete erros em subtrações como $200 - 123$. As demais calcula corretamente.

$267+327=$
 $\begin{array}{r} 267 \\ +327 \\ \hline 594 \end{array}$

$582+134=$
 $\begin{array}{r} 582 \\ +134 \\ \hline 716 \end{array}$

$1234+976=$
 $\begin{array}{r} 1234 \\ +976 \\ \hline 2210 \end{array}$

$2308+4239=$
 $\begin{array}{r} 2308 \\ +4239 \\ \hline 6547 \end{array}$

$200 - 123=$
 $\begin{array}{r} 200 \\ -123 \\ \hline 200 \end{array}$

$342 - 212=$
 $\begin{array}{r} 342 \\ -212 \\ \hline 130 \end{array}$

$1108 - 992=$
 $\begin{array}{r} 1108 \\ -992 \\ \hline 0116 \end{array}$

$3987 - 2390=$
 $\begin{array}{r} 3987 \\ -2390 \\ \hline 1597 \end{array}$

Fonte: Protocolo 34 - - Beth - Quinto ano

No caso dos cálculos de multiplicação e divisão, Beth mostra que provavelmente ainda não aprendeu a multiplicação em que o multiplicador é da ordem das dezenas. A divisão, embora ela saiba armar a conta, ainda tem procedimentos confusos e sem o trabalho essencial com estimativas.

$308 \times 3=$
 $\begin{array}{r} 308 \\ \times 3 \\ \hline 924 \end{array}$

$125 \times 4=$
 $\begin{array}{r} 125 \\ \times 4 \\ \hline 500 \end{array}$

$12 \times 13=$
 $\begin{array}{r} 12 \\ \times 13 \\ \hline 336 \end{array}$

$135 \times 15=$
 $\begin{array}{r} 135 \\ \times 15 \\ \hline 5625 \end{array}$

$806 : 2=$
 $\begin{array}{r} 806 \overline{) 18} \\ \underline{8} \\ 006 \end{array}$

$1000 : 4=$
 $\begin{array}{r} 1000 \overline{) 4} \\ \underline{8} \\ 20 \\ \underline{20} \\ 00 \end{array}$

$765 : 5=$
 $\begin{array}{r} 765 \overline{) 5} \\ \underline{5} \\ 26 \\ \underline{25} \\ 10 \\ \underline{10} \\ 00 \end{array}$

$279 : 3=$
 $\begin{array}{r} 279 \overline{) 3} \\ \underline{2} \\ 09 \\ \underline{09} \\ 00 \end{array}$

Fonte: Protocolo 35 - Beth - Quinto ano

Considerações finais

Para finalizar retomamos considerações de Luckesi muito pertinentes e que se mostraram necessárias de retomada no momento atual, particularmente no que se refere aos professores que trabalham nos anos iniciais do ensino fundamental:

A avaliação é não-pontual, diagnóstica (por isso, dinâmica) e inclusiva. Ou seja, à avaliação interessa o que estava acontecendo antes, o que está acontecendo agora e o que acontecerá depois com o educando, na medida em que a avaliação da aprendizagem está a serviço de um projeto pedagógico construtivo, que olha para o ser humano como um ser em desenvolvimento, em construção permanente. Para um verdadeiro processo de avaliação, não interessa a aprovação ou reprovação de um educando, mas sim sua aprendizagem e, conseqüentemente, o seu crescimento; daí ela ser diagnóstica, permitindo a tomada de decisões para a melhoria; e, conseqüentemente, ser inclusiva, enquanto não descarta, não exclui, mas sim convida para a melhoria (LUCKESI, 2000, p.4).

Por reconhecer a importância da avaliação diagnóstica para a tomada de decisão em todo o processo de ensino e de aprendizagem e neste caso específico no início do ano letivo, que, o GRM, no âmbito do Projeto EMAI, situa a discussão sobre avaliação com vistas a trazer contribuições para a melhor compreensão das finalidades da avaliação diagnóstica como instrumento de gestão pedagógica. Assim a análise dos conhecimentos revelados pelas crianças no início do ano letivo, mostra que no campo dos Números Naturais e Operações, um dos principais blocos de conteúdo dessa etapa da escolaridade, vem sendo trabalhado nas escolas.

Acredita-se também que ainda há questões a serem trabalhadas com os docentes, no que se refere à leitura, escrita, comparação e ordenação de números naturais face aos avanços das pesquisas nessa área. Da mesma forma é preciso aprofundar o estudo sobre a importância do trabalho com resolução de problemas explorando seus diferentes significados.

Merece ainda muita atenção o trabalho com o cálculo em suas diferentes modalidades: exato, aproximado, mental, escrito, digital. As técnicas operatórias realizadas sem compreensão pelos alunos ainda persistem embora se observem muitos avanços nos protocolos analisados.

Especial destaque de alerta deve ser feito para as operações no campo multiplicativo e para os cálculos de multiplicação e divisão. Eles precisam ser melhor trabalhados ao longo dos cinco anos iniciais e deverão ainda ser objeto de ensino no 6º. ano do ensino fundamental.

Nas discussões com o GRM ficou evidente que tão importante quanto identificar alguma dificuldade na execução de determinadas tarefas, em relação ao que se espera, é fundamental buscar compreender as possíveis causas de tais dificuldades e suas origens, assim, no início do ano letivo, o professor precisa ter um olhar atento aos alunos que recebe.

Portanto, avaliações servem para diagnosticar os conhecimentos escolares e extraescolares construídos pelos alunos até um dado momento. É com base nesse diagnóstico que o professor pode organizar seu plano de atividades, potencializando os conhecimentos prévios

dos estudantes. Evidentemente, ao longo do ano, outros diagnósticos precisam ser realizados, para identificar progressos e novas necessidades de intervenção.

A avaliação diagnóstica, em qualquer etapa, visa o aperfeiçoamento do processo de ensino e de aprendizagem, colaborando assim para alunos, professores e equipe pedagógica. Esse movimento pode ter impactos muito positivos na vida escolar, familiar e social de cada um de nossos alunos. Para nós professores, é instrumental decisivo para tomada de decisões. Mas requer uma análise cuidadosa e abertura para entender o que as crianças nos estão "dizendo" para que possamos ajudá-las a avançar.

Referências

BRASIL. Secretaria Estadual da Educação de São Paulo. **Apontamentos sobre concepções que embasam o projeto educação Matemática nos anos iniciais – EMAI**. Assessoria e elaboração: Célia Maria Carolino Pires, São Paulo, fev. 2012.

HOFFMANN, Jussara. **Avaliação: Mito e desafio** - uma perspectiva construtivista. Porto Alegre: Editora Mediação, 1991.

_____. **Avaliação mediadora: uma relação dialógica na construção do conhecimento**. **Série Idéias**, n. 22. P. 51-59 São Paulo: FDE, 1994 Disponível em www.crmariocovas.sp.gov.br/int_a.php. Acesso em 17/05/2013.

LUCKESI, Cipriano C. **Avaliação da Aprendizagem Escolar**. São Paulo: Cortez Editora, 2006, 18ª edição.

_____. **Avaliação da aprendizagem: Compreensão e Prática** Entrevista concedida ao Jornal do Brasil e publicada no dia 21.07.2000. <http://www.luckesi.com.br/textos/art_avaliacao/art_avaliacao_entrev_jornal_do_Brasil2000.pdf> Acesso em 18/05/2013.

_____. Avaliação da aprendizagem... mais uma vez. **Revista ABC EDUCATIO** nº 46, jun.. P.28 e 29. 2005

PIRES, C.M.C. **Educação Matemática: conversas com professores dos anos iniciais**: São Paulo: Zapt Editora Ltda, 2012.

_____. **Como eu ensino: Números Naturais e Operações**. São Paulo: Melhoramentos, 2013. (no prelo).

SIMON, Martin. Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 26, nº 2, p.114-145, 1995.