Sistemas de prácticas de estudiantes de grado séptimo en la solución de algunos tipos de situaciones de proporcionalidad

*Eruin Alonso Sánchez Ordóñez**
*Gladis Jazmín Escobar Mosquera**
*Jimmy Oswaldo Muñoz Gaviria***

RESUMEN

En el presente documento se pretende mostrar una manera de explorar las formas previas a la instrucción que tienen los estudiantes al enfrentar problemas relacionados con el razonamiento proporcional. Para tal fin se diseñaron cinco situaciones de variación y cambio que fueron aplicadas a estudiantes de grado séptimo de Educación Básica, quienes aún no han estudiado de manera formal lo referente a las razones, las proporciones y la proporcionalidad. Las estrategias utilizadas por los estudiantes al enfrentar dichas situaciones fueron analizadas teniendo como marco teórico y metodológico la teoría antropológica de lo didáctico.

Palabras clave: teoría antropológica de lo didáctico; sistemas de prácticas; razones proporciones y proporcionalidad; situaciones de variación y cambio.

* Institución Educativa "Los Comuneros" Popayán. Dirección electrónica: eruinalonso@hotmail.com
** Institución Educativa "Tomas Cipriano de Mosquera" Popayán. Dirección electrónica: gescobarmosquera768@gmail.com
** Institución Educativa "Julumito" Popayán. Dirección electrónica: jimms555@hotmail.com

PRESENTACIÓN

En el currículo de matemáticas de Colombia tradicionalmente las razones, las proporciones y la proporcionalidad son enseñadas partiendo de la definición de razón como cociente indicado entre dos números enteros, y de proporción, como igualdad de dos razones, para luego enseñar a resolver problemas típicos mediante la regla de tres y la multiplicación en cruz. Tal forma de trabajar centra su atención en lo algorítmico y privilegia lo numérico, desconociendo o conectando débilmente estos objetos de conocimiento matemático con lo variacional, esencialmente con las relaciones y las funciones. Además, de cierta manera, no explora las formas previas a la instrucción que tienen los estudiantes, es decir, se desconocen las estrategias, procedimientos, algoritmos o conocimientos adquiridos por ellos en la vida cotidiana o en otras áreas del conocimiento, que les permitirían enfrentar dichos problemas. En tal sentido, se ha propuesto identificar los sistemas de prácticas que desarrollan los estudiantes en la solución de situaciones de variación y cambio, y la manera como esos sistemas dan forma a los conceptos de razón, proporción y proporcionalidad. Para tal fin, en el marco de la teoría antropológica de la didáctica (en adelante TAD) como referente teórico y metodológico, se recurre a la aplicación de cinco situaciones de variación y cambio, mediante las cuales se identificó, por un lado, la forma como los estudiantes llevan las razones, las proporciones y la proporcionalidad al aula de clase, y por otro, las dificultades y carencias en lo referente a conocimientos matemáticos necesarios para avanzar en la construcción de los mencionados objetos. La implementación de las situaciones permitió identificar que los estudiantes realizan con mayor naturalidad análisis de tipo cualitativo y acuden a un razonamiento por analogías, pero que la elaboración de preguntas adecuadas los induce a cuantificar sus análisis. Además, se evidenció la utilización de un buen número de teoremas y conceptos en acto (Vergnaud, 1990), propios del campo conceptual de las estructuras multiplicativas (Vergnaud, 1990, 1991, 1994) los cuales deberán ser formalizados más adelante.

La investigación que sirve como fundamento al presente taller fue desarrollada con estudiantes de grado séptimo de la Institución Educativa "Los Comuneros" del municipio de Popayán, institución de carácter oficial ubicada en el barrio del mismo nombre y cuyos estudiantes en su gran mayoría pertenecen a los estratos 1 y 2, además muchos de ellos se encuentran en condición de desplazamiento forzado. La actividad que permitió la recolección de la información se desarrolló durante la jornada habitual de los estudiantes de grado séptimo pero por fuera de la clase normal de matemáticas. A los estudiantes se les entregó, de manera individual, una fotocopia en donde estaba escrita la guía de trabajo que debían realizar con cada situación y algunas preguntas de reflexión surgidas de ella. Al final de las sesiones fueron recogidas las producciones escritas de los estudiantes para analizar sus respuestas y soluciones.

En la investigación antes mencionada se tomó como antecedente una experiencia de aula, compilada por Perry, Guacaneme, Andrade y Fernández (2003) denominada "Una oportunidad para profundizar en aspectos relativos a la enseñanza de razón como tópico matemático", experiencia en la cual se implementó una secuencia de actividades con grupos de estudiantes de grado séptimo y octavo de Educación Básica Secundaria; asimismo, la tesis de maestría de Guacaneme (2001) en la que se presenta un análisis de los libros de texto escolares de matemáticas en cuanto a proporción y proporcionalidad. Para el análisis de las situaciones se consideró un esquema propuesto por Obando, Vanegas y Vásquez (2006), y por Posada (2006), consistente en anticipar cuáles serían las posibles respuestas de los estudiantes y cómo resolvería las situaciones un experto; parte de los elementos matemáticos considerados en el marco teórico provienen de Obando, Vasco y Arboleda (2009).

MARCO TEÓRICO

Teoría antropológica de lo didáctico. Para Bosh y Chevallard (1999), el análisis del conocimiento matemático como un conjunto de prácticas sociales institucionalizadas requiere la descripción y el estudio de las condiciones de su realización. Dicho análisis, es lo que desde la TAD se ha denominado organización matemática (OM) o praxeología, o en palabras de Espinoza y Azcárate (2000) una OM permite modelizar el conocimiento matemático como actividad humana.

Estas praxeologías, propuestas por el enfoque antropológico, están compuestas de tipos de situaciones (S), tipos de problemas () y de técnicas (), las cuales constituyen la praxis o conocimientos técnicos y de tecnologías () y teorías () que constituirán el logos o saber. Según Espinoza y Azcárate (2000) las técnicas se entienden como ciertas maneras de hacer, esto es, como procedimientos que pueden ser empleados para resolver los problemas; las tecnologías como los discursos que sustentan, describen, explican y justifican los procesos matemáticos que ahí se encuentran involucrados, y los cuales se espera sean más adelante institucionalizados en los procesos de enseñanza y de aprendizaje, y la teoría como el argumento formal que permite justificar rigurosamente dicha tecnología.

De lo anterior se puede determinar que los objetos de conocimiento matemático surgen de prácticas con las matemáticas ubicadas en diversos contextos geográficos y culturales; en tal sentido, D'Amore y Godino (2007); Godino, Batanero y Font (2008), entienden una práctica matemática como una actuación particular, o conjunto de actuaciones, en el abordaje de problemas matemáticos específicos (de un individuo o de una institución). Esta práctica está determinada por formas de razonar, comunicar, validar o generalizar y habitualmente no existe de manera aislada sino que está asociada a sistemas de prácticas que interaccionan entre sí.

Campos conceptuales. Para (Vergnaud, 1990) un campo conceptual puede considerarse como un conjunto de conceptos y teoremas que permiten analizar un conjunto de situaciones. Este conjunto de conceptos y de teoremas están presentes de manera informal y en un nivel previo en los sujetos a través de lo que Vergnaud (1983) denomina teoremas y conceptos en acto o en acción. Los teoremas y conceptos en acto son definidos como relaciones matemáticas que son tomadas en cuenta por los estudiantes cuando escogen una operación o una secuencia de operaciones para resolver un problema. En tal sentido son conocimientos construidos bajo la acción de los individuos, con validez local, y por ende, soportados por una base empírica antes que formal.

El campo conceptual de las estructuras multiplicativas. Vergnaud (1983, 1990, 1991, 1994, 2007) define el campo conceptual de las estructuras multiplicativas como el conjunto de situaciones que requieren una multiplicación, una división o una combinación de tales operaciones, pero también como el conjunto de conceptos (proporción simple y compuesta, función lineal, múltiplo, combinación lineal, fracción, divisor, razón, etc.) y teoremas (propiedades de isomorfismo de la función lineal y su generalización a las relaciones no enteras, propiedades que se refieren al coeficiente constante entre dos variables linealmente ligadas, y algunas propiedades específicas de la bilinealidad) que permiten analizar estas situaciones.

Razonamiento proporcional. Según Lamon (2007) este tipo de razonamiento tiene que ver con suministrar argumentos que permitan soportar las enunciaciones que se hacen con respecto a las relaciones estructurales entre cuatro cantidades. Estas enunciaciones están hechas en contextos que al mismo tiempo involucren la covariación entre cantidades y la invariancia de razones o productos. Por tanto, el razonamiento proporcional podría ser considerado como aquella habilidad que permite no solo diferenciar la relación multiplicativa entre dos cantidades sino también la capacidad de poder extender dicha relación a otro par de cantidades.

CONCLUSIONES

Se observó cómo en algunas situaciones los estudiantes acuden a realizar la división entre las cantidades de magnitud involucradas para determinar el valor por unidad. En este momento fue difícil determinar el significado que para ellos tenía dicha cantidad. Pero en las preguntas denominadas de generalización, se observa que el valor encontrado es utilizado como invariante o como constante de proporcionalidad. Se pone en evidencia la preferencia de algunos estudiantes por la realización de procesos aditivos en lugar de la multiplicación.

En problemas de repartos proporcionales se evidenció mayor comodidad de los estudiantes para realizar análisis de tipo cualitativo y no tanto para el análisis de índole cuantitativo. De igual manera, en un 30% de estudiantes se observó la primacía de los repartos equitativos por encima de los repartos proporcionales, influenciada por la manera como en la vida cotidiana se dan las cosas. En este sentido es necesario diseñar situaciones de tal forma que induzcan al estudiante a asignar de manera natural el carácter proporcional que debe tener el reparto que se va a realizar. Ahora bien, en la realización de los análisis cuantitativos la técnica mayoritariamente utilizada permitió calcular la constante de proporcionalidad que luego se aplicó para determinar los valores del premio que debe recibir cada persona.

En lo referente a los problemas relacionados con porcentajes, la mayoría de los estudiantes acudieron a la técnica de determinar a cuánto correspondía el 1%.

METODOLOGÍA DEL TALLER

La idea es poner a los participantes en situación; por tal razón se los invitará a trabajar aproximadamente de la misma forma como lo hicieron los estudiantes. Tal desarrollo se hará a partir de tres momentos, aunque inicialmente se los familiarizará con algunos elementos teóricos que sirvieron de base para el análisis de los resultados y que constituirán el primer momento.

Los momentos propuestos son:

- Primer momento. Presentación de los elementos teóricos que sustentan el taller.

- Segundo momento. Proposición a los participantes de la solución de dos de las cinco situaciones aplicadas a los estudiantes.
- Tercer momento. Presentación de los resultados obtenidos en la implementación con los estudiantes de grado séptimo.
- Cuarto momento. Discusión a partir de la presentación de resultados hecha en el tercer momento y de los resultados obtenidos en el segundo momento.

  Se anexan las situaciones.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Bosch, M., & Chevallard, Y. (1999). Ostensifs et sensibilité aux ostensifs dans l'activité mathématique. Recherches en didactique des mathématiques 19 (1), 77-124.

D'amore, B., & Godino, J. (2007). El enfoque ontosemiótico como un desarrollo de la teoría antropológica en didáctica de las matemáticas. Revista Latinoamenricana de Investigación en Matemática Educativa, 10 (2), 191-218.

Espinoza, L., & Azcarate, C. (2000). Organizaciones matemáticas y didácticas en torno al objeto "limite de una función": una propuesta metodológica para el análisis. Enseñanza de las Ciencias, 18 (3), 355-368.

Godino, J., Batanero, C., & Font, V. (2008). Un enfoque ontosemiótico del conocimiento matemático. Consultado en diciembre 15, 2009. Disponible en http://www.ugr.es/local/jgodino/indice_eos.htm

Guacaneme, E. (2001). Estudio didáctico de la proporción y la proporcionalidad: una aproximación a los aspectos matemáticos formales y alos textos escolares de matemáticas. Tesis de Maestría no publicada, Universidad del Valle, Cali.

Lamon, S. (2007). Rational numbers and proportional reasoning. Toward a theoretical framework for research. In F. K. Lester (Ed.), Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning (pp. 629 - 667). New York: Information Age Pub Inc.

Obando, G., Vasco, C., & Arboleda, L. (2009). Praxeologías matemáticas en torno al número racional, las razones, las proprociones y la proporcionalidad. Comunicación interna no publicada. Universidad del Valle. Cali.

Obando, G., Vanegas, M., & Vásquez, N. (2006). Pensamiento numérico y sistemas numéricos. Medellín: Gobernación de Antioquia.Secretaría de Educación para la Cultura de Antioquia. Dirección de Fomento a la Educación con Calidad.

Perry, P., Gucanéme, E., Andrade, L., & Fernández, F. (2003). Transformar la enseñanza de la proporcionalidad en la escuela: Un hueso duro de roer. Bogotá: Una empresa docente.

Posada Balvin, F. A. (2006). Módulo 2 Pensamiento Variacional y Razonamiento Algebraico. Medellín: Gobernación de Antioquia. Secretaría de Educación para la Cultura de Antioquia. Dirección de Fomento a la Educación con Calidad.

Sánchez, Eruin. (2011). Razones, proporciones y proporcionalidad en términos de variación y correlación entre magnitudes: una posible forma para comprender las construcción de dichos objetos matemáticos. Tesis de maestría no publicada, Universidad del Cauca. Colombia.

Vergnaud, G. (1983). Multiplicative Structures. En R. Lesh y M Landau (Eds.), Acquisition of Mathematics Concepts and Processes (pp. 127-124). New York: Academic Press.

Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. Recherches en Didactiques des Mathématiques, 10 (23), 133-170.

Vergnaud, G. (1991). El niño las matemáticas y la realidad. Problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. México: Trillas.

Vergnaud, G. (1994). Multiplicative conceptual field: what and why? En G. Harel and J. Confrey (Eds.), The Devepopment of MULTIPLICATIVE REASONING in the learning of mathematics (pp. 41-61). Albany: State University of New York.

Vergnaud, G. (2007). In what sense the conceptual fields theory might help us to facilitate meaningful learning? [¿En qué sentido la teoría de los campos conceptuales puede ayudarnos para facilitar aprendizaje significativo?]. Investigações em Ensino de Ciências, 12(2), 285 - 302.

Situación 1: Repartamos el premio

Luisa, Pedro, José y Martha (quienes no se conocen) compraron una boleta para la rifa de 12’000.000 de pesos en efectivo. El valor total de la boleta es $10.000. Para la compra Luisa aportó 1.000 pesos, Pedro 2.000, José 3.000 y Martha 4.000 pesos.

(Recuerda escribir las operaciones que realizas)

1. Si las cuatro personas se ganan la rifa :
    a. ¿Quién recibe más dinero? ¿Por qué?
    b. ¿Quién recibe menos dinero? ¿Por qué?
    c. ¿Qué cantidad de dinero le corresponde a cada uno?
2. ¿Cuánto debería recibir José si su aporte hubiese sido de 5.000 pesos?

3. ¿Cuánto debería recibir Martha si su aporte hubiese sido de 7.000 pesos?
4. ¿Cuánto debería haber aportado una de las cuatro personas si hubiese querido ganarse $9’000.000?
5. ¿Cuánto debería haber aportado una de las cuatro personas si hubiese querido ganarse 5’400.000 pesos?
6. ¿Cómo se calcularía la cantidad de dinero recibido de acuerdo con una cantidad de dinero aportado?
7. ¿Cómo se calcularía la cantidad de dinero aportado de acuerdo con la cantidad de dinero que se quiere recibir?
8. El realizador de la rifa informa que en una anterior ocasión realizó la repartición de acuerdo con la siguiente tabla:

Aporte	$500	$1.500	$3.000	$5.000
Premio	$500.000	$1’500.000	$3’000.000	$7’000.000

¿Consideras que está correctamente distribuido el premio? ¿Por qué?

Situación 2: Un paseo por los descuentos

Una familia realiza algunas compras en un almacén de cadena de su ciudad el cual, por estar cumpliendo años, está ofreciendo diferentes descuentos en los productos que vende. Los artículos comprados, y el descuento ofrecido aparecen en la tirilla de compras representada por la tabla de la derecha:

Almacenes progreso

Cantidad	Artículo	Precio (pesos)	Porcentaje de Descuento
1 Arroba	Arroz	30000	20%
1 Arroba	Azúcar	17000	20%
1 Litro	Aceite	6000	20%
1	Cámara digital	200000	5%
1	Memoria usb 2gb	20000	5%
1	Celular	150000	5%
1	Pantalón	50000	15%
1	Camisa	40000	15%
1 Kilo	Detergente	5000	10%
1	Jabón de tocador	3000	10%

(Recuerda escribir las operaciones que realizas)

1. ¿Cuál es el valor del descuento para:
    a. el arroz?
    b. la cámara?
    c. la camisa?
    d. el detergente?
2. ¿De cuánto sería el descuento para:
    a. 5 arrobas de arroz?
    b. 3 camisas?
3. ¿Cuál es el valor total del descuento para:
    a. la cámara, la memoria y el celular?
    b. el arroz, el azúcar y el aceite?
4. Si el padre decide luego comprar un martillo cuyo valor original es 15.000 pesos y el valor del descuento es 1.500 pesos. ¿Qué porcentaje de descuento tiene el martillo?