

# HISTÓRIA DAS FERRAMENTAS PARA ENSINO DE GEOMETRIA: DA CORDA COM 12 NÓS AOS SOFTWARES EDUCACIONAIS

*Celso Pessanha Machado<sup>1</sup>  
Lucia Maria Martins Giraffa<sup>2</sup>*

**Resumo:** Este trabalho apresenta uma pesquisa que propõe a utilização pedagógica da evolução tecnológica das ferramentas utilizadas no ensino de Geometria. A proposta é resultado de uma revisão bibliográfica, que teve por objetivo pesquisar elementos históricos do uso de instrumentos de medição que pudessem servir para a elaboração de um conjunto de aulas, que foi planejado a partir dos instrumentos elencados no texto. São apresentados desde instrumentos geométricos da Antiguidade até softwares educacionais (SE) que são usados atualmente nas instituições de ensino.

**Palavras-chave:** ensino de geometria; educação matemática; tecnologias educacionais.

## Explicitação do tema de estudo

No planejamento do ano letivo ou no planejamento de um conjunto de aulas, o professor encontra-se permanentemente diante de um problema, que é o de elaborar estratégias que permitam que seus objetivos sejam atingidos. Desse modo, alternativas didáticas têm sido pesquisadas, como a Modelagem Matemática, que busca “desenvolver o conteúdo programático a partir de um tema ou modelo matemático e orientar o aluno na realização de seu próprio modelo-modelagem” (BIEMBENGUT; HEIN, 2000, p.18), e a Investigação Matemática, um processo em que “o aluno é chamado a agir como um matemático formulando conjecturas, realizando provas e resultados, apresentando resultados e participando de discussões com a sua turma.” (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2003, p. 23).

Outra opção pedagógica é a utilização de el-

mentos da História da Matemática no ensino, e diversas universidades, como a Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul (PUCRS), a Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS) e a Universidade de São Paulo (USP), incluíram em suas grades curriculares esta disciplina.

A proposta deste trabalho é a realização de uma transposição didática, que é, de acordo com Pais (2001), a transformação do saber científico em saber escolar, para uso no processo de aprendizagem em sala de aula. Como produção de saber científico, fez-se um levantamento bibliográfico em livros, periódicos e sites de algumas instituições sobre a evolução tecnológica dos instrumentos de ensino de geometria. Com base nesse levantamento, foi composto um grupo de aulas destinado ao nono ano do Ensino Fundamental, no qual foi apresentada a evolução dos instrumentos de medição em conjunto com exercícios práticos com uso de cordas, de instrumen-

<sup>1</sup>Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul - [celso.machado.rs@bol.com.br](mailto:celso.machado.rs@bol.com.br)

<sup>2</sup>Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul - [giraffa@pucrs.br](mailto:giraffa@pucrs.br)

tos clássicos como régua e esquadro e a utilização do *software Google Sketchup*.

### **Evolução das ferramentas de ensino de geometria**

Segundo Boyer (2008), as primeiras unidades de medida criadas pelo homem estão ligadas ao próprio corpo, como o pé, o palmo e o côvado. A criação da agricultura como a conhecemos exigiu dos primeiros agricultores o estabelecimento de relações que exigiam mais sofisticação e, por consequência, um aprimoramento dos instrumentos de medição. Essa noção de medidas, bem como a elaboração de artefatos para medir, surgiu entre os povos que iniciaram o processo de cultivo sistemático da terra, trazendo a necessidade de elaborar formas de mensuração. Para atingir esse objetivo, foram criadas ferramentas mais precisas.

De acordo com Sancho Gil (1998), desenvolver tecnologias é uma característica que torna a espécie humana diferente de todas as outras. A humanidade tem a capacidade de criar ferramentas, utensílios e sistemas, discernindo e tomando “decisões sobre conveniência e utilidade” (SANCHO GIL, 1998, p.25). A autora afirma que já havia um conceito de *téchne* (arte, destreza) na Grécia antiga, embora não houvesse uma grande diferenciação entre técnica e arte. Partindo deste pressuposto é possível verificar que o uso de tecnologia para a elaboração de ferramentas é algo que remonta muitos séculos atrás.

Os egípcios antigos mediam suas terras utilizando cordas com 12 nós, que eram dispostas no formato de triângulos retângulos, cujos lados eram proporcionais a 3, 4 e 5. Eves (2004) afirma que a civilização egípcia antiga tinha conhecimento das ternas pitagóricas e das relações Matemáticas decorrentes dos lados dessas figuras, demonstradas por Pitágoras na célebre fórmula “a medida do quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados das medidas dos catetos”.

A Matemática egípcia tinha um caráter bas-

tante prático, destinando-se ao uso comercial e à cobrança de impostos. De acordo com Mlodinow (2005), para levantamentos topográficos eram usadas cordas, sob a coordenação de um profissional denominado “*harpenodopta* que significa literalmente ‘um esticador de corda’” (MLODINOW, 2005, p.19-20). Um uso de tais cordas acontecia após as cheias periódicas do Nilo, cujas águas apagavam as demarcações existentes, exigindo que o traçado dos limites das terras fossem delineados novamente. Os esticadores de corda devem ter passado por algum tipo de aprendizagem para que as medidas fossem feitas com correção e não houvesse prejuízos na hora do reestabelecimento dos limites agrícolas. O termo hipotenusa tinha o significado, na língua grega, de “o que foi esticado contra” (MLODINOW, 2005, p. 20), em oposição ao ângulo de noventa graus, indicando a conexão entre as atividades com cordas e a escola pitagórica.

Segundo Estrada *et al* (2000), entre os hindus havia também uso de cordas como ferramenta de medidas. As regras de uso dessas cordas estão registradas nos *Sulvasutras*, termo que significa “regras das cordas”. São conhecidas três versões desses textos, que são contemporâneos de Pitágoras. Os *Sulvasutras* tratam das especificações para construção dos altares e dos templos, com aplicações de algumas relações matemáticas, como as ternas pitagóricas e o teorema de Pitágoras. Aqui nos deparamos novamente com um uso sagrado do conhecimento geométrico, pois as regras tratam de edificações em locais sagrados e são um apêndice dos Vedas.

De acordo com Eves (2004), a dificuldade maior para a descoberta de soluções para determinados problemas é que havia a exigência, explicitada no livro *Os Elementos*, de Euclides, do uso de régua e compasso nas soluções. Diferentemente das régua utilizadas atualmente, a régua euclidiana não era graduada, e o compasso, de modo diverso dos seus equivalentes contemporâneos, desmontava ao ser suspenso, impossibilitando seu uso para transferir medidas.

O fim deste período é marcado pela queda de

Roma. Para as ciências, e em especial para a Matemática, o fim pode ser marcado pelo assassinato de Hipácia de Alexandria (415 d.C.) e pela destruição do que restava da majestosa biblioteca dessa cidade (MLODINOW, 2005). Atribui-se a Hipácia o aprimoramento de instrumentos científicos, entre eles o astrolábio, que teria sido inventado por Hiparco e era utilizado para medir as distâncias das estrelas em relação à Terra e para a resolução de problemas geométricos (ASSOCIAÇÃO NACIONAL DE CRUZEIROS, 2011).

De acordo com Queiroz (1999), na Idade Média houve um engessamento intelectual em virtude da tentativa da manutenção da cultura clássica adaptada ao cristianismo, que passou a exercer um poder muito grande no Ocidente após o declínio romano. A autora destaca a importância dos Pais da Igreja, intelectuais que buscaram adaptar o conhecimento da época à religião cristã, que influenciariam o pensamento nos mosteiros. Uma das maneiras de verificação desta influência da antiguidade são as disciplinas básicas do medievo, que eram aplicadas nas escolas das Catedrais e depois nas universidades. São elas a Gramática, a Retórica e a Dialética (que formavam o *Trivium*) e a Aritmética, a Geometria, a Música e a Astronomia (que integravam o *Quadrivium*).

Carreira (1999) afirma que a Geometria não chegou a ter um lugar de destaque na educação medieval, indo das citações incompletas até o quase desaparecimento dos textos. Se assim acontecia no que poderia ser descrito como ensino formal da época, o mesmo não pode ser dito da construção civil. De certa maneira, parte dos antigos saberes permaneceu em uso entre os construtores que os utilizavam em suas edificações. É no aprendizado do ofício de construtor que está o ensino geométrico, é na lida no canteiro de obras que estavam escondidos, imperceptíveis pela maioria da população, parte dos conhecimentos acumulados por inúmeros povos ao longo dos tempos.

Nesse contexto é que se encontram os instrumentos de aprendizagem geométrica da época. Mui-

tas dessas ferramentas têm um valor difícil de calcular nos dias atuais, passando de geração a geração na mesma família, constituindo um “tesouro muito bem guardado e conservado” (CARREIRA, 1999, p.236). Podem ser listados velhos conhecidos como o esquadro, o compasso e a corda com nós. Eram comuns o T e o L para que fossem traçadas linhas perpendiculares e ângulos em escalas pequenas, o perpendicular ou prumo para que se verificasse a altura, os bastões retos e as varas de tamanhos diversos.

No fim da Idade Média fundamentos geométricos ficaram resguardados pelos pitagóricos, que sofreram com o preconceito e foram perseguidos até o seu desaparecimento. Os conhecimentos de Geometria usados nas edificações ficaram resguardados no Ocidente nas associações dos pedreiros-livres, que compartilhavam secretamente tais saberes. Já na Renascença, em torno do ano de 1610, os membros de tais sociedades receberam o nome de maçons “associado ao modo secreto de identificação que comprovava a qualificação profissional do obreiro” (GRANDE ORIENTE DO BRASIL, 2011). O compasso e a régua que estão no avental do maçom, e ainda o termo “Grande Arquiteto do Universo” para designar a Divindade são exemplos sintomáticos dessa ligação entre a sociedade maçônica e a Geometria.

Os conhecimentos geométricos não sobreviveram somente nas sociedades secretas do ocidente. De acordo com Estrada (2000), parte da cultura grega foi preservada pelos árabes e retornou à Europa pela Península Ibérica durante a ocupação muçulmana. Os contatos comerciais feitos no mediterrâneo entre os europeus e os domínios islâmicos do norte da África e Oriente e as Cruzadas que proporcionaram pilhagem dos tesouros árabes, contribuíram para o retorno dos conhecimentos, acrescidos das contribuições dos estudiosos do Islã.

Segundo Januário (2006), são necessários alguns materiais e instrumentos para que os desenhos geométricos tenham resultados satisfatórios. Os materiais citados pelo autor são o papel, lápis (ou la-

piseira) e uma borracha. Quanto aos instrumentos, são listados a escala, o metro, a trena, os esquadros, os compassos, a curva francesa e o transferidor.

A evolução da Informática levou a pesquisas que proporcionaram a criação de ferramentas digitais com uso pedagógico. Um dos primeiros *softwares* educacionais (SE) desenvolvidos exclusivamente para o ambiente escolar que obtiveram sucesso foi o LOGO. De acordo com *Baranauskas et al* (1998), esta linguagem de programação foi desenvolvida por Seymour Papert e permitiu várias construções em que o controle do ambiente e, por consequência, a construção do seu aprendizado, está sempre nas mãos do aluno.

As pesquisas desenvolvidas na área permaneceram trazendo novidades que gradativamente foram sendo utilizadas por professores no ensino de Geometria. Programas como o *Poly*, o *Cabri*, e o *Geogebra* foram desenvolvidos com o fim específico de uso educativo, e outros, como o *Google Sketchup*, produzido para outras finalidades, como uso na arquitetura, foram sendo incorporados à rotina dos colégios.

A empresa canadense Pedagogy Software é a responsável pela elaboração e distribuição do *Poly*, que possibilita a investigação da estrutura de sólidos geométricos (PEDAGOGUERY SOFTWARE, 2011). Os poliedros são os objetos digitais apresentados, divididos em: sólidos platônicos, sólidos de Arquimedes, prismas e anti-prismas, sólidos Johnson, sólidos catalães, dipirâmides e deltahedras, esferas e domos geodésicos. Este SE tem uma interface bastante interessante, que chama a atenção desde o primeiro contato pelo colorido e pela extrema facilidade na execução da transformação da planificação em poliedros e poliedros em planificações, com o simples deslizar de um botão digital.

O *Cabri* e o *Geogebra* permitem abordagem diferenciada, exigindo uma participação mais ativa nas operações que ocorrem na tela, pois a intervenção direta do usuário é necessária para que surjam, na tela, os elementos para o estudo.

O *Cabri* foi desenvolvido no Laboratório de Estruturas Discretas e de Didática da Universidade de Grenoble na França e torna possível elaborar, na

tela do computador, figuras geométricas elementares a partir da régua e do compasso, ambos virtuais. Segundo seus criadores, a possibilidade de movimentação e deformação dos desenhos é um dos pontos de destaque desse SE, além da possibilidade de validação experimental de fatos matemáticos.

O uso deste SE é bastante difundido, havendo grandes eventos que reúnem os autores e executores de experiências realizadas em sala de aula para trocas de informações e atualização. Um desses encontros é o Congresso Ibero-Americano de Cabri (Iberocabri), evento bienal, que reúne pesquisadores, professores e interessados no uso desse *software*.

O *Geogebra* é um programa criado por Markus Hohenwarter, da Universidade Johannes Kepler, de Linz, na Áustria. Uma das vantagens do seu uso é que se trata de uma plataforma gratuita, que “combina Geometria, Álgebra, tabelas, gráficos, estatística e cálculo em um único sistema” (GEOGEBRA, 2010).

O *Google Sketchup* é um programa que apresenta muitas possibilidades de uso pedagógico. A interface permite uma visualização em três dimensões, passando uma noção de profundidade e de espaço, proporcionando uma visão do trabalho em qualquer ângulo desejado (GOOGLE, 2011). Ele é eficaz na construção de ampla gama de edificações, servindo para investigação e análise das relações matemáticas nos sólidos geométricos. Um professor que conheça ferramentas básicas do *Sketchup* pode aplicar um roteiro de aulas em um laboratório de Informática, podendo ir desde aplicações como o estudo dos ângulos das medidas e das proporções até a elaboração de materiais mais sofisticados, dependendo dos seus objetivos, do tempo disponível e do grupo com o qual trabalha.

#### **Sequência didática utilizada na sala de aula**

A partir dessa revisão bibliográfica, propôs-se uma sequência didática executada em um conjunto de cinco aulas, ministradas em uma turma do nono ano do Ensino Fundamental de um colégio particular

de Porto Alegre, Rio Grande do Sul. Nesse conjunto de encontros, a evolução tecnológica das ferramentas geométricas foi apresentada, e os alunos operaram com alguns desses instrumentos.

#### 1ª aula

Nesse encontro, aconteceu uma apresentação de eslaides que mostraram a evolução tecnológica das ferramentas de mensuração usadas na aprendizagem de geometria, seguida de debate sobre os dados obtidos na pesquisa bibliográfica. A turma foi dividida em grupos de cinco alunos para a realização das etapas subsequentes, nas quais foram feitas atividades relacionadas ao Teorema de Pitágoras, usando ferramentas diferentes em cada uma das etapas.

#### 2ª aula

Foi apresentado um roteiro para que os alunos executassem medições usando cordas de 12 nós, desenhando no pátio da escola triângulos retângulos e projetando quadrados a partir dos catetos e das hipotenusas. Os estudantes compararam as áreas com a finalidade de verificar a validade do teorema de Pitágoras em triângulos retângulos com lados equivalentes a 3, 4 e 5, e observar que os egípcios já conheciam esta relação.

#### 3ª aula

Nessa etapa, foi proposto que os grupos desenhassem triângulos retângulos usando régua e esquadros, utilizando a demonstração denominada decomposição do quadrado. Essa demonstração é atribuída a Bhaskara, todavia, segundo Eves (2004), o hindu desenhou a figura, porém não descreveu a demonstração.

#### 4ª aula

Essa aula foi executada no laboratório de informática do colégio, onde foi feita uma explanação sobre *softwares* educacionais que podem ser usados no ensino de geometria, com ênfase nas ferramentas do *Google Sketchup*. Esse programa foi escolhido por ser gratuito, ter interface em português e ser de fácil instalação. Foi proposto que os grupos usassem esse software para gerar visualizações das relações pitagóricas e das relações

matemáticas existentes nos triângulos retângulos.

#### 5ª aula

A aula serviu para que os grupos apresentassem o material produzido com o *Google Sketchup* e para confecção de um relatório final individual. Nesse relatório, cada aluno descreveu a sua percepção sobre o desenvolvimento do trabalho.

#### Considerações finais

O levantamento bibliográfico e a execução do conjunto de aulas foi uma experiência gratificante, que permitiu muitos momentos de interação e compartilhamento de informações com a turma envolvida. Chamou a atenção o fato de os estudantes terem levantado muitos dados por conta própria. Esses dados foram obtidos em consultas na web e versavam principalmente de fatos e lendas que existem sobre a escola pitagórica, seus aspectos como seita religiosa e na crença de seus adeptos na existência concreta dos números em um universo distinto do que é habitado pela humanidade.

Outro momento relevante foi a surpresa apresentada por diversos alunos ao verificar que o desenvolvimento de ferramentas com uso de tecnologia é algo realizado pelos seres humanos há muito tempo. Até então o grupo, pensava na tecnologia somente em bases digitais, sendo considerados como “tecnológicos” artefatos como computadores, celulares, *tablets*, objetos de uso bastante difundido entre a turma. O debate sobre esse tema aconteceu na primeira aula e consumiu um tempo que não estava previsto no planejamento do trabalho.

A leitura dos relatórios revelou como os estudantes perceberam o desdobramento do trabalho. Há uma referência comum a todos, que consideram positivo o fato de terem sido propostas “atividades diferenciadas”. A análise dos textos e das conversas posteriores para aprofundar a discussão revelou que os estudantes participantes do experimento valorizaram a saída do espaço físico da sala de aula para o ar livre, bem como consideraram positivo o uso de computadores no laboratório de informática. Alguns

destacaram que é preciso “sair da rotina” marcada pelas aulas expositivas e pelas “listas de exercícios”.

Os relatórios e as discussões revelaram que o grupo compreendeu as ideias matemáticas que levaram ao Teorema de Pitágoras e às outras relações existentes nos triângulos retângulos. A partir dessa constatação, surgem indicativos de que é positivo pesquisar a História da Matemática para preparar um conjunto de aulas, pois o professor que realizar esse procedimento irá fomentar um crescimento para si próprio ao ter contato com novos conhecimentos, além de participar com a sua turma de atividades prazerosas que irão contribuir para o desenvolvimento intelectual dos estudantes.

#### Referências

- ASSOCIAÇÃO NACIONAL DE CRUZEIROS. Astrolábio náutico. Disponível em: <<http://www.ancruzeiros.pt/anci-astrolabio.html>>. Acesso em: 23 abr. 2011.
- BARANAUSKAS, Maria Cecília Calani; ROCHA, Heloisa Vieira; MARTINS, Maria Cecília; D'ABREU, João Vilhete. Uma taxonomia para ambientes de aprendizado baseados no computador: o computador na sociedade do conhecimento. Brasília: MEC, 1998. p. 45-69.
- BIEMBENGUT, Maria Salett; HEIN, Nelson. Modelagem matemática no ensino. São Paulo: Contexto, 2000.
- BOYER, Carl. História da matemática. São Paulo: Blucher, 2008.
- CARREIRA, Eduardo. Limites e grandezas do pensamento geométrico na Idade Média. In: FRIAÇA, Amancio C. S; MONGELLI, Lenia Marcia. Trivium e quadrivium: as artes liberais na Idade Média. Cotia, SP: Íbis, 1999. p. 205 - 247.
- ESTRADA, Maria Fernanda; SÁ, Carlos Correia de; QUEIRÓ, João Filipe; SILVA, Maria do Céu; COSTA, Maria José. História da matemática. Lisboa: Universidade Aberta, 2000.
- EVES, Howard. Introdução à história da Matemática. Campinas: Editora da UNICAMP, 2004.
- GEOGEBRA. Disponível em: <<http://www.geogebra.org/cms/>>. Acesso em: 23 ago. 2010.
- GRANDE ORIENTE DO BRASIL. Origens. Disponível em: [http://www.gob.org.br/gob/index.php?option=com\\_content&view=article&id=271&Itemid=266](http://www.gob.org.br/gob/index.php?option=com_content&view=article&id=271&Itemid=266). Acesso em: 22 de abr. de 2011.
- GOOGLE. Google Sketchup. Disponível em: < <http://sketchup.google.com>>. Acesso em: 1 de mai. de 2011.
- JANUÁRIO, Antonio Jaime. Desenho geométrico. Florianópolis: Ed. da UFSC, 2006.
- MLODINOW, Leonard. A janela de Euclides. São Paulo: Geração Editorial, 2005.
- PAIS, Luis Carlos. Didática da matemática: uma análise da influência francesa. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.
- PEDAGOGUERY SOFTWARE. Poly. Disponível em: < <http://www.peda.com/poly>>. Acesso em: 18 de abr. de 2011.
- PONTE, João Pedro da; BROCARD, Joana; OLIVEIRA, Hélia. Investigações matemáticas na sala de aula. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.
- QUEIROZ, Tereza Aline Pereira. Aprender a saber na Idade Média. In: FRIAÇA, Amancio C. S; MONGELLI, Lenia Marcia. Trivium e quadrivium: as artes liberais na Idade Média. Cotia, SP: Íbis, 1999, p. 11-31.
- SANCHO GIL, Juana Maria. Para uma tecnologia educacional. Porto Alegre: Artmed, 1998.
- V CONGRESO IBEROAMERICANO DE CABRI. Disponível em: <<http://www.iberocabri.org/index.htm>>. Acesso em: 15 set. 2010.