Integrando Modelagem Matemática nas práticas pedagógicas

A abordagem dos modelos matemáticos e como utilizá-los no dia a dia podem facilitar a aprendizagem e despertar o interesse dos alunos

Jonei Cerqueira Barbosa [1]

Este texto não é propriamente um artigo, mas uma conversa com outros professores, entre colegas. Além de desenvolver atividades de Modelagem na minha sala de aula por anos, tenho tido a rica oportunidade de conversar com muitos outros professores pelo país, trocando experiências. Por vezes, falarei apenas a palavra Modelagem em substituição à expressão Modelagem Matemática, como um recurso para evitar repetições.

A seguir, falo sobre tópicos que têm estado presentes nessas interlocuções, em particular sobre como traduzir em prática aquilo que falamos no nível da argumentação. Orientar-me-ei pelas seguintes questões: Por que Modelagem? O que é Modelagem? Como desenvolver Modelagem? O que os alunos discutem quando desenvolvem Modelagem? Neste texto, o leitor encontrará um ponto de vista sobre o assunto, com o propósito de gerar tantas outras conversas e discussões entre os leitores e seus pares.

Além dos argumentos, também apresentarei alguns exemplos de sala de aula. Não especificarei o nível escolar, pois a Modelagem pode ser desenvolvida em qualquer um deles, alterando-se os conteúdos matemáticos mobilizados pelos alunos. Portanto, este texto pode ser útil para professores que ensinam Matemática em qualquer nível escolar.

[1] *Doutor em Educação Matemática (joneicerqueira@gmail.com) Universidade Federal da Bahia*

Por que Modelagem Matemática?

Quando comecei a ensinar Matemática nos ensinos fundamental e médio, alguns anos atrás, logo me deparei com as dificuldades dos alunos nessa disciplina. Quando os alunos perguntavam-me o porquê de estudar Matemática, ficava tremendamente perturbado, pois os argumentos de que a Matemática é usada no dia a dia ou que eles iriam precisar dela no ano seguinte não eram muito convincentes.

"A Matemática possui um papel muito importante na sociedade, em particular, por meio das representações matemáticas resultantes do processo de Modelagem Matemática, ou seja, os modelos matemáticos."

Foi nesse contexto que ocorreu minha aproximação com a Modelagem Matemática. De modo geral, essa expressão significa a abordagem de situações do dia a dia ou das ciências (Biologia, Economia, Física etc.) por meio da Matemática. Vislumbrei nela a possibilidade de motivar os alunos e favorecer a aprendizagem deles na disciplina. Mais tarde, pude perceber que Modelagem possui potencialidades para além disso.

Como argumentado por Skovsmose (2001), a Matemática possui um papel muito importante na sociedade, em particular, por meio das representações matemáticas resultantes do processo de Modelagem Matemática, ou seja, os modelos matemáticos. Eles subsidiam a tomada de decisões em diversas situações. Por exemplo, em quase todas as grandes cidades brasileiras, há acirrados debates sobre o aumento da tarifa do ônibus coletivo. Grande parte da discussão se dá em torno de uma representação matemática que relaciona custos e receitas das empresas do sistema de transporte municipal, a chamada planilha de custos. Em geral, de "um ponto de vista técnico", é sobre ela que os conselhos municipais de transporte se debruçam.

Outros exemplos poderiam ser extraídos dos debates na sociedade e nas ciências. O ponto, entretanto, que quero sublinhar é que a produção de modelos matemáticos não é um processo neutro. Se estivermos discutindo com os empresários do sistema de transporte público, podemos discordar sobre os itens considerados como "custos". Talvez eles queiram incluir o "pró-labore" como um item legítimo; talvez nós possamos discordar. Conforme a escolha que fizermos, teremos um modelo diferente para o fenômeno. Em outras palavras, diferentes critérios gerarão diferentes planilhas de custos. Notemos que o interesse de quem está construindo o modelo pode jogar um papel crucial na escolha das variáveis e no estabelecimento das hipóteses na abordagem da situação.

Casos como esse me fizeram ver a Modelagem para além dos argumentos da motivação e da aprendizagem de conceitos/algoritmos matemáticos. Parece-me que, do ponto de vista da cidadania, há um argumento mais crucial: a necessidade de os alunos perceberem a natureza enviesada dos modelos matemáticos e o papel que eles podem ter na sociedade e nas ciências. Isso não significa o esquecimento do conteúdo matemático, mas seu posicionamento como um "meio" para convidar os alunos a enxergarem seu uso para além dos limites da disciplina escolar. Em Barbosa (2003), chamei esse modo de ver a Modelagem de "perspectiva sociocrítica", a qual também é compartilhada por muitos outros colegas no país.

O que é Modelagem Matemática?

Essa pergunta é muito mais especulativa do que provedora de uma resposta única. De qualquer sorte, a seguir, apresento como "entendo" Modelagem na Educação Matemática.

Se quisermos discutir com os alunos o papel da matemática no dia a dia, no mundo do trabalho ou nas ciências, então, é justamente daí que podemos extrair ou formular situações-problema. A ideia é atravessar a fronteira entre a escola e o contexto extraescolar, apreender uma situação e trazê-la para análise. Isso implica algum nível de reformulação, de acordo com a lógica escolar, o que me parece inevitável. Porém, a "veracidade" dos dados e das circunstâncias sociais é mantida. Em resumo, a situação-problema deve ter referência no dia a dia, no mundo do trabalho ou em outras áreas científicas que não a Matemática.

> ***"Para que os alunos possam refletir sobre o modo com que a matemática é usada ou como pode ser usada na situação, é necessário que eles compartilhem/discutam opiniões, estratégias etc."***

Entretanto, para que os alunos possam refletir sobre o modo com que a Matemática é usada ou como pode ser usada na situação, parece-me necessário que eles compartilhem/discutam opiniões, estratégias etc.. Os alunos não devem ser guiados sobre como fazer, mas podem tentar produzir os próprios caminhos. Podem levantar hipóteses, coletar dados, organizá-los, estruturá-los etc., mas sem serem conduzidos por esquemas prévios ou pelo professor. Em outras palavras, a situação-problema deve ser um problema para os alunos.

Nesse contexto, o professor pode colocar questões aos alunos. Observemos que isso não significa o enfraquecimento da figura do professor no ambiente de aprendizagem, pois ele tem uma participação intensa, interagindo com os alunos por meio da colocação de questionamentos, comentários etc., ou mesmo, em certos momentos, arbitrando sobre questões ou formalizando posições.

Assim, delimitamos melhor o que pode ser um ambiente de Modelagem: ter referência no dia a dia, no mundo do trabalho ou nas ciências e ser um problema para os alunos. De modo mais específico, em Barbosa (2007), tenho definido como um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar ou investigar, por meio da Matemática, situações com referência na realidade.

Notemos que a Modelagem não é o único ambiente de aprendizagem em que os alunos se defrontam com um problema para ser resolvido. Isso também ocorre em outras propostas, como na resolução de problemas. Essa é uma característica transversal a muitos ambientes inovadores. Entretanto, o uso de situações do cotidiano, do mundo do trabalho e das ciências é uma linha de corte que estabelece a especificidade da Modelagem Matemática em relação a outros ambientes inovadores.

Como organizar o ambiente de Modelagem?

À primeira vista, o desenvolvimento de ambientes de aprendizagem , tal como o de Modelagem na Matemática escolar, pode não ser tão trivial. Muitas vezes, existe uma forte pressão para o cumprimento dos programas pré-estabelecidos. Os pais, outros professores, supervisores e até mesmo os alunos podem reagir a inovações como essas. A reação me parece normal, já que existe uma longa tradição e uma expectativa consolidada sobre como deve ser uma aula de Matemática. Entretanto, uma vez que os alunos envolvem-se em Modelagem, em geral, há uma reação positiva deles, dos pais, dos supervisores etc.

Não estou propondo organizar o currículo de Matemática em torno de Modelagem, mas, sim, que esta deve fazer parte da Matemática escolar pelas razões acima apresentadas. Particularmente, penso que outros ambientes, como resolução de problemas, investigações matemáticas, etc., e mesmo as aulas expositivas e exercícios, devem ser mantidos/remanejados, mas, também, Modelagem deve/pode ser integrada às atividades curriculares.

Cabe ao professor identificar as oportunidades no contexto escolar para desenvolver Modelagem – e o como fazê-la – na aula de Matemática. Tenho apresentado a noção de "casos" para denotar diferentes formas de organizar atividades de Modelagem na sala de aula (BARBOSA, 2001), conforme as responsabilidades são compartilhadas entre professor e alunos.

Terça-feira, 27 de Novembro de 2007

Tribuna da Bahia **Cidade**

Produção de grãos virou poeira

O maior reservatório de água do Nordeste, o lago de Sobradinho do Estado, está com apenas 15% de sua capacidade total. A seca prejudica os produtores: falta água para irrigar plantações de manga, milho e feijão. Desde abril não chove na região norte da Bahia, e o lago Sobradinho, o maior reservatório de água do Nordeste, está secando. Em alguns lugares, as margens recuaram mais de cinco quilômetros. Na barragem, as turbinas estão gerando 450 megawatts por hora, menos da metade da capacidade da usina. Hoje, o lago está com apenas 15% da capacidade; a previsão é de que chegue a 13% até o próximo mês.

Parece pouco, mas é a água de Sobradinho que abastece as hidrelétricas de Paulo Afonso, Itaparica, e Xingó, que geram mais de 75% da energia nordestina. Há cinco anos o Lago de Sobradinho não secava tanto e os especialistas alertam que se não chover secará ainda mais. Para ter uma Idéia da gravidade da seca, basta olhar a marca escura no poste, onde a água fica quando o lago está em seu nível normal.

Onde em julho havia água agora tem mato, que serve de pastagem para os animais. As árvores, que ficavam submersas, também estão à mostra. Agricultores, por exemplo, contam com tristeza os seus dramas. A expectativa da maioria era para a próxima colheita colher toneladas das suas plantações, mas do jeito que a situação anda o sentimento é de que sequer irão produzir.

No entanto, o diretor de operações da Chesf garante que não há risco de racionamento de energia para o Nordeste; a esperança é de que a chuva, que deveria ter começado no início de novembro, chegue antes de dezembro.

A barragem de Sobradinho é usada para gerar energia e para controlar a vazão do rio São Francisco. Por enquanto, as compartas permanecem abertas.

A água que passa por lá ajuda a gerar energia e as hidrelétricas de Paulo Afonso e Itaparica – onde os reservatórios ainda estão cheios e não houve redução da geração de energia elétrica.

Figura 1. Reportagem extraída do Jornal Tribuna da Bahia, em 27/11/2007

Para ilustrar, consideremos o caso em que o professor tomou uma reportagem de jornal de 2007 sobre o baixo nível do Lago do Sobradinho devido à falta de chuvas.

Aliás, a utilização de reportagens é uma boa maneira de elaborar situações de Modelagem, pois os jornais estão repletos de casos atuais, discutidos na sociedade, que envolvem Matemática. Um olhar mais atento permite-nos identificar diversas situações que podem ser tomadas e levadas para a abordagem matemática com os alunos.

Essa é uma reportagem muito interessante para o desenvolvimento do ambiente de Modelagem. Ela trata de um assunto polêmico na sociedade naquele momento, ao mesmo tempo em que traz informações qualitativas e quantitativas sobre o tema. Segundo a reportagem, as águas do Lago do Sobradinho são responsáveis pela produção de energia elétrica para 75% da população do Nordeste brasileiro. Os dados apresentados preocupavam os moradores da região, que já tinham enfrentado racionamento de energia elétrica no passado. Apesar do Diretor da Chesf dizer que não havia risco de racionamento, a reportagem sugeria isso implicitamente, por meio da apresentação de informações quantitativas.

Para complementar os dados, o professor suplementou a reportagem com informações quantitativas retiradas do *Wikipédia* [1] sobre o Lago do Sobradinho (Quadro 1).

Quadro 1. Dados extraídos do Wikipédia sobre o Lago do Sobradinho

Lago de Sobradinho	
Proprietário	CHESF
Projetista	Hidroservice
Construtora	Servix Engenharia
Início das obras	Junho de 1973
Início da operação	Novembro de 1979
Rio	São Francisco
Longitude	40° 50' Oeste
Latitude	9° 35' Sul
Distância da foz	747,80 km
Município	Sobradinho - BA
Tipo de construção	Externa
Potência instalada	1.050.300 kW (6 UGs)
Comprimento da Casa de Força	250,00 m
Altura da Casa de Força	32,00 m
Largura da Casa de Força	27,00 m

O professor distribuiu aos alunos, organizados em grupos, cópias da reportagem e da página do Wikipédia. Depois de lerem, houve uma pequena discussão sobre o conteúdo do material. Na sequência, o professor apresentou a situação-problema: prever quando o Lago do Sobradinho atingiria o volume mínimo necessário para a produção de energia elétrica, supondo a não ocorrência de chuvas.

Observemos que se trata de um problema para os alunos, pois eles não possuem encaminhamentos previamente fixados de uma situação extraída do dia a dia.

Nesse caso, o professor apresentou a situação-problema e seus dados qualitativos e quantitativos, cabendo aos alunos a tarefa de resolução. É o que chamo de caso 1. De certo modo, o desenrolar da atividade é mais previsível para o professor, pois ele conhece, de antemão, a situação-problema e os dados disponíveis para resolução. Porém, como os alunos não possuem procedimentos fixos, certamente novas resoluções serão produzidas.

Nessa aula, os alunos trabalharam em grupos, enquanto o professor visitava-os para discutir seus encaminhamentos. Ainda no mesmo dia (poderia ser no próximo dia de aula também), o professor convidou as diferentes equipes a virem à lousa apresentar suas resoluções, ponto do qual se desenrolou a discussão. O papel do professor, nesse momento, é coordenar as discussões e, se necessário, fazer formalizações.

Em suma, podemos dizer que, no caso 1, a aula é dividida em quatro momentos:

- o convite – o professor apresenta a situação-problema e discute com os alunos;
- o trabalho em grupo – os alunos, organizados em grupos, buscam produzir uma resolução para a si-

[1] *Wikipédia é uma enciclopédia multilíngue on-line livre colaborativa, ou seja, escrita internacionalmente por várias pessoas comuns de diversas regiões do mundo, todas elas voluntárias. (Fonte: Wikipédia)*

tuação, tendo o acompanhamento do professor;

- a socialização – os grupos de alunos apresentam suas resoluções para discussão da turma;
- a formalização – o professor pode fazer formalizações (ou institucionalização) de estratégias ou de tópicos matemáticos.

Imaginemos, agora, a situação em que o professor apresentasse o mesmo problema para os alunos – o de antecipar quando o Lago do Sobradinho atingiria o volume mínimo para produção de energia elétrica –, porém, não desse os dados para sua resolução, como aqueles disponíveis na reportagem e na página da *Wikipédia*. Nesse caso, para abordá-la, os alunos teriam de coletar informações quantitativas (e mesmo qualitativas) sobre a situação-problema. O desenvolvimento da atividade demandaria mais tempo, pois a tarefa de coletar dados ficaria sob a responsabilidade dos alunos. Em resumo, o professor apresenta o problema, mas a coleta de dados e a resolução são de responsabilidade dos alunos. É o que chamo de caso 2.

Consideremos, agora, uma forma mais aberta de organizar atividades de Modelagem, dessa vez, dando também aos alunos a responsabilidade de formular o problema a ser resolvido. Em certo momento do ano letivo, o professor pediu que os alunos se organizassem em grupos e escolhessem temas de interesse para o desenvolvimento de um projeto. Eles são orientados a levantar informações sobre o tema, a formular e a resolver problemas. Também, o professor determina duas ou três datas para a apresentação de relatórios parciais escritos sobre o projeto, que seriam lidos e comentados por ele. O papel dos relatórios parciais é permitir a interlocução entre o professor e os alunos durante o desenvolvimento do projeto. Por fim, um dia é agendado para a apresentação oral dos projetos, quando o professor e os demais colegas podem tecer comentários sobre eles. É o que chamo de caso 3. À medida que o projeto é desenvolvido, paralelamente, nas demais aulas, outras atividades também são desenvolvidas.

Vamos olhar, de perto, um grupo de alunos composto por Ana, Paula, Maria, Marcelo, Alan e Catarina, que escolheu o tema "cigarros". Tomando esse genérico assunto, em horário extraclasse, eles pesquisaram na internet, em livros e revistas, além de realizar entrevistas com especialistas. Após a discussão do primeiro relatório parcial, definiram um problema a ser atacado: relacionar o nível de nicotina no sangue com o número de cigarros consumidos pelo fumante.

No segundo relatório parcial, os alunos apresentaram dados de um experimento realizado com uma placa de nicotina posta sob o tecido epitelial. Eles relacionavam o nível de nicotina no sangue em função do tempo. Para os dados, uma parábola tinha sido ajustada (Figura 2).

Tempo (t)	Nível de Nicotina (N)
0	0
5	13
10	16
15	14
20	11
25	9
30	3

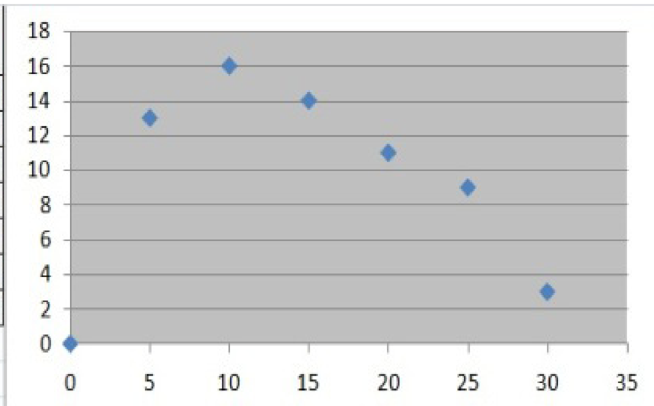

Figura 2. Slide extraído do relatório escrito dos alunos que relaciona o nível de nicotina no sangue (N), em ng/ml, em função do tempo (t), em horas.

Na discussão com o professor, os alunos foram desafiados quanto à plausibilidade da parábola representar o fenômeno.

O debate ocorreu em torno da adequação do modelo matemático para representar a situação. Como se concordou que não faria sentido o nível de nicotina atingir rapidamente zero e valores menores que zero, optou-se por limitar o domínio da função representada. Porém, o fato de o nível de nicotina rapidamente atingir zero continuou deixando os alunos e o professor desconfortáveis. Assim, eles foram desafiados a abordar essa "limitação" do modelo.

Na apresentação oral, no final do projeto, os alunos utilizaram a estratégia de "logaritmizar" os dados, conforme a figura 3 a seguir.

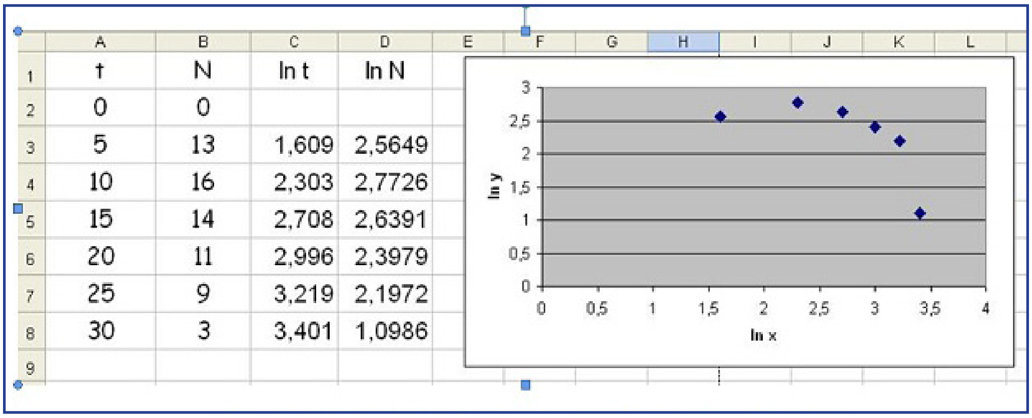

Figura 3. Slide apresentado pelos alunos na apresentação oral

Assim, de novo, ajustaram uma parábola. Porém, agora, não era uma limitação, pois ln N podia assumir valores iguais a 0 ou menores que 0, o que significa que N está se tornando um número muito pequeno.

Os alunos discutiram que, agora, teria sentido ajustar uma parábola para relacionar ln t e ln N. Considerando ln t como variável independente e ln N como variável dependente, e utilizando recursos da planilha eletrônica (Excel), eles acharam a seguinte equação:

$$\ln N = -0{,}9941(\ln t)2 + 4{,}7013(\ln t) - 3{,}6444,$$

da qual, utilizando a definição de logaritmo, decorre:

$$N = \exp(-0{,}9941(\ln t)2 + 4{,}7013(\ln t) - 3{,}6444)$$

Por hora, quero destacar que esse projeto demandou alguns meses, porém, ocupou apenas 12 horas-aula de um semestre, nos seguintes termos: 2 horas-aula para formação dos grupos, escolha dos temas e detalhamento do projeto pelo professor; 2 horas-aula para discussão do primeiro relatório parcial produzido pelos grupos; 2 horas-aula para a discussão do segundo relatório parcial produzido pelos grupos; 6 horas-aula para apresentação oral e discussão dos projetos realizados pelos diferentes grupos. Esses momentos foram espaçados no decorrer de um semestre, com datas previamente marcadas pelo professor. Nas demais aulas do semestre, o professor conduzia outros ambientes de aprendizagem e até mesmo exemplos do caso 1, o que pode ser importante para inspirar os alunos a manejarem situações com referência na realidade. Como se pode notar, o caso 3 é mais aberto, pois os alunos escolhem o tema, coletam informações, formulam e resolvem os problemas.

Em suma, podemos dizer que os casos 1, 2 e 3 sinalizam que é possível organizar o ambiente de Modelagem de diferentes maneiras na escola, com diferentes divisões de responsabilidades entre professor e alunos, conforme pode ser visto no Quadro 2.

Quadro 2. Os casos de modelagem

	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Elaboração do problema	professor	professor	professor/ alunos
Coleta de dados	professor	professor/ alunos	professor/ alunos
Resolução	professor/ alunos	professor/ alunos	professor/ alunos

Também é possível pensarmos em adaptações entre esses casos padronizados, dependendo, em grande parte, de como o professor organiza as atividades.

A escolha sobre a forma de inserir atividades de Modelagem na escola depende das oportunidades e limitações do contexto escolar, da maneira que o professor entende sua função de ensinar e o perfil dos alunos. Muitas vezes, não é possível implementarmos o caso 3; então, talvez, possamos desenvolver o 1, avaliar o processo e, então, dar outro passo. Outras vezes, podemos implementar o caso 3 diretamente. Enfim, isso depende do contexto escolar e da decisão do professor.

O que os alunos discutem no ambiente de Modelagem?

Agora, que já falamos de diferentes maneiras de organizar atividades de Modelagem na sala de aula, podemos nos mover e olharmos, mais de perto, o que acontece quando os alunos estão envolvidos em atividades dessa natureza. A seguir, farei isso, focalizando em o que eles podem discutir, o que eles falam. Para ampliar esse ponto, o leitor pode consultar Barbosa (2007).

Vamos retornar aos alunos que tentaram antecipar quando o Lago do Sobradinho atingiria o nível mínimo de produção. Os grupos desenvolveram diferentes estratégias de resolução. Um deles, que vou chamar aqui de grupo 1, considerou t = 1 como instante inicial, ou seja, o momento em que o Lago do Sobradinho está com 15% de sua capacidade total de produção de energia elétrica.

Baseados na reportagem, eles assumiram que a capacidade está caindo à razão de 2% da capacidade total por mês, produzindo o Quadro 3 para representar o fenômeno. Nesse caso, os alunos estão assumindo que a variação do volume é constante, já que 2% da capacidade total é um valor constante.

Quadro 3. Material reproduzido do caderno dos alunos do grupo 1

Tempo (em meses)	Produção de energia (em % da capacidade total)
1	15%
2	13%
3	11%
4	9%
5	7%
6	5%
7	3%
8	1%
9	-1%

Para produzir esse modelo, os estudantes tiveram que discutir questões como as que seguem. O que vamos considerar? Tempo e volume? Como o volume está variando? Discussões como essa se referem a como representar matematicamente a situação-problema em estudo.

Vamos analisar o modelo produzido por outro grupo de alunos, que chamarei aqui de 2. Eles consideraram o volume útil total do Lago do Sobradinho, o qual, segundo a *Wikipédia*, é de 28.669 Hm3 e daí calcularam 15%, achando o volume atual de 4.300,35 Hm3 (volume no mês 1, V1). Para o mês seguinte, t = 2, como, segundo a reportagem, o volume é 13% do volume total, eles acharam 3.726,97 Hm3 (volume no mês 2, V2). Notando que V2 representa 86,666% de V1, eles, na prática, apesar de não a escreverem, generalizaram essa relação e assumiram que Vi = 0,86666 (Vi-1), gerando o Quadro 4.

Quadro 4. Material reproduzido do caderno dos alunos do grupo 2

Tempo (em meses)	Volume do Lago do Sobradinho (em Hm^3)
1	4300,35
2	3726,97
3	3230,01582
4	2799,325511
5	2426,063447
6	2102,572147
7	1822,215177
8	1579,241005
9	1368,66501
10	1186,167217
11	1028,003681
12	890,9296698
13	772,1331076

Apesar de o grupo 2 utilizar uma estratégia diferente do 1, eles se debruçaram sobre o mesmo tipo de questão: como estruturar a situação-problema e representá-la em termos matemáticos. Essa discussão demanda que os alunos conectem aspectos da situação-problema em estudo e os objetos matemáticos conhecidos em termos da plausibilidade do modelo matemático. Chamo esse tipo de discussão de técnica.

Como os alunos trabalharam sobre a situação-

-problema em grupos, eles são requisitados a apresentar seus resultados na lousa para toda a turma (a socialização). Esse é um momento crucial de discussão dos resultados, que é coordenado pelo professor, colocando questões e motivando o debate. No caso da aula acima, os alunos ficaram surpresos com os diferentes resultados achados, o que gerou uma imediata questão para eles: o que está errado e por que os resultados estão tão diferentes?

A comparação dos resultados fez a turma discutir as diferentes resoluções produzidas pelos grupos. Isso trouxe à tona os critérios utilizados pelos grupos, como, por exemplo, o grupo, 1 que considerou a variação constante, e o grupo 2, que considerou a variação como diretamente proporcional. Igualmente, na discussão, os alunos perceberam os diferentes objetos matemáticos utilizados.

Nesse caso, os argumentos apresentados previamente como perspectiva sociocrítica para a Modelagem Matemática encontraram ressonância, pois os alunos tiveram a oportunidade de perceber como diferentes critérios geraram diferentes modelos matemáticos. A esse tipo de discussão empreendida pelos alunos costumo chamar de reflexiva. A prática de sala de aula tem mostrado que uma boa estratégia para gerar esse modelo de discussão é solicitar que os alunos confrontem seus resultados e expliquem as diferenças em termos dos critérios utilizados para sua geração.

Observemos que, independentemente da estratégia desenvolvida pelos alunos, eles estão utilizando noções, conceitos e algoritmos matemáticos já estudados. Retomemos o caso dos alunos que modelaram o nível de nicotina no sangue. Quando eles decidiram aplicar logaritmos aos dados da tabela da figura 2, inicialmente tentaram achar ln 0 na planilha eletrônica, mas o programa acusou erro. Isso gerou a discussão sobre a pertinência do cálculo de ln 0, fazendo-os falar sobre a definição de logaritmo.

De modo similar, o grupo de alunos que abordou o problema do Lago do Sobradinho teve que discutir medidas de volume quando se debruçou sobre a grandeza Hm3. Igualmente, muitas vezes, teve que parar as discussões técnicas – como representar matematicamente a situação – e se debruçar sobre aspectos do tópico programático “grandezas proporcionais”.

A esse tipo de discussão, especificamente focando conceitos e algoritmos matemáticos, chamo de Matemática. Ela é produzida pelos alunos quando se deparam com dúvidas e/ou questões sobre Matemática no decorrer da resolução da situação-problema.

Parece-me, assim, visível que Modelagem oferece uma boa oportunidade para revisar e ampliar a compreensão de tópicos anteriormente estudados pelos alunos. Porém, ao mesmo tempo, o professor pode aproveitar o ambiente para formalizar novos conceitos. No caso acima, por exemplo, podemos considerar a estratégia utilizada pelo grupo 1 que gerou uma sequência de números, como se segue:

15%; 13%; 11%; 9%;... (Sequência 1)

Podemos convertê-la em valores absolutos que representam o volume do Lago do Sobradinho em função do tempo:

4300,35; 3726,97; 3153,59; 2580,21;...
(Sequência 2)

Por outro lado, o grupo 2 produziu outra sequência representando o volume do Lago do Sobradinho, tal como se segue:

4300,35; 3726,97; 3230,016; 2799,325; 2426,06;...
(Sequência 3)

As diferenças de comportamento entre as sequências 2 e 3 podem ser exploradas e servir de suporte para a introdução de noções como as de progressão aritmética e geométrica. Assim, nesse caso, Modelagem, além de permitir a revisão/ampliação de tópicos matemáticos já conhecidos pelos alunos, pode servir de contexto para a introdução de novos conteúdos matemáticos. Porém, parece-me difícil prever quais serão eles, isso depende justamente das resoluções produzidas pelos alunos.

Se o professor e os alunos decidem, a partir do estudo das sequências acima, analisar outros casos de sequências, eles estarão caminhando para outros ambientes, como, por exemplo, investigações matemáticas ou mesmo aula expositiva. Talvez, eles decidam pesquisar mais as circunstâncias históricas do trabalho de Gauss sobre a produção de uma fórmula para a soma dos termos de progressão aritmética; nesse caso, estariam caminhando para um ambiente de história da Matemática. Em outras palavras, do ambiente de Modelagem, os alunos e o professor podem caminhar para outros diversos ambientes.

Resumindo o que tenho exposto nesta secção, podemos dizer que os alunos são capazes de produzir três tipos de discussão no ambiente de Modelagem:

- matemáticas – referem-se a ideias, conceitos e algoritmos matemáticos;
- técnicas – referem-se à representação da situação-problema em termos matemáticos;
- reflexivas – referem-se à relação entre os critérios utilizados na construção de um modelo matemático e seus resultados.

De um ponto de vista sociocrítico, interessa-nos que os alunos cheguem a produzir as discussões reflexivas; do contrário, a Modelagem pode ficar restrita aos argumentos da aprendizagem, da motivação e do desenvolvimento de habilidade de exploração dos alunos.

Considerações finais

Neste texto, tenho discutido algumas ideias sobre Modelagem na Educação Matemática. Como o leitor pôde perceber, reforcei a argumentação de que esse ambiente deve fazer parte da Matemática escolar. Trata-se de uma oportunidade ímpar para que os alunos reflitam sobre as formas como a Matemática é utilizada na sociedade. Não de um ponto de vista que assegure sua neutralidade, mas de um que produza reflexões sobre sua natureza enviesada. Parece-me que essa é uma contribuição fundamental que nós, professores de Matemática, podemos prover no desenvolvimento da cidadania de nossos alunos.

Fui professor de escolas públicas e privadas, atualmente, trabalho na universidade, mas mantenho direto contato com a escola básica. Então, estou ciente de possíveis limitações do contexto escolar para o desenvolvimento de ambientes como a Modelagem. Entretanto, parece-me que a noção de "casos" sinaliza que existem diferentes maneiras de desenvolver Modelagem no contexto escolar. Assim, podemos tentar identificar as oportunidades e as possibilidades e ousarmos inserir Modelagem em nossas práticas pedagógicas. Pelo menos, após a primeira experiência, certamente, o leitor se sentirá mais confiante para um próximo passo. Se possível, pode-se discutir com outro colega o planejamento e a execução de atividades de Modelagem. Assim, a conversa que, por agora, vou concluindo pode ser prolongada em muitas outras direções (e ações).

Sugestão de consulta

A SBEM mantém um Grupo de Trabalho (GT) sobre Modelagem Matemática, o GT10. Na sua homepage, podem ser encontradas mais informações sobre publicações, recursos, pesquisadores para contato etc.. Consulte www.sbem.com.br/gt10.

Agradecimentos

Apesar de não serem responsáveis pelas posições adotadas aqui, agradeço a Ana Virgínia de Almeida Luna, Andréia Maria Pereira de Oliveira e Elizabeth Gomes Souza pelos comentários à versão prévia deste texto.

Bibliografia

BARBOSA, J. C. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001, Caxambu. Anais... Caxambu: ANPED, 2001. 1 CD-ROM.

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática e a perspectiva sócio-crítica. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2., 2003, Santos. Anais... São Paulo: SBEM, 2003. 1 CD-ROM.

BARBOSA, J. C. A prática dos alunos no ambiente de Modelagem Matemática: o esboço de um framework. In: BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A. D.; ARAÚJO, J. L. (Org.). Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais. Recife: SBEM, 2007. p. 161-174.

SKOVSMOSE, O. Educação Matemática crítica: a questão da democracia. Campinas: Papirus, 2001.