

Um olhar Lakatosiano sobre a tendência investigação matemática

One Lakatosian look at mathematical reasearch trend

Paulo wichnoski

wichnoski@gmail.com

Tiago Emanuel Klüber

tiagokluber@gmail.com

Resumo

Este ensaio visa corroborar para suprir parte da lacuna de estudos voltados para o avanço teórico da Investigação Matemática, no contexto da Educação Matemática brasileira, bem como suscitar na comunidade científica reflexões e diálogos que possam emergir a partir desse trabalho, no intuito de adensar teoricamente aspectos que dizem da Investigação Matemática. Dentre as possibilidades de se fazer isso, decidimos lançar luzes à Investigação Matemática, na tentativa de compreendê-la sob a perspectiva epistemológica de Lakatos e identificar os elementos fundamentais que permitissem relativamente caracterizá-la como um programa de pesquisa científica Lakatosiano. Para isso estabeleceu-se a seguinte interrogação de pesquisa: *Quais aspectos caracterizam a Investigação Matemática no contexto da Educação Matemática como um programa de pesquisa na perspectiva Lakatosiana?* Diante do interrogado, concluiu-se que a Investigação Matemática, embora possa ser considerada um programa progressivo, ainda carece de fortalecimento do seu cinturão protetor.

Palavras chave: Filosofia da Educação Matemática. Epistemologia. Tendências Metodológicas.

Abstract

This test is to confirm to supply part of the gap of studies for the theoretical advancement of Mathematics Research in the context of Brazilian Mathematics Education and stir in the scientific community discussions and dialogues that may emerge from this work in order to theoretically thicken aspects say the Mathematics Research. Among the possibilities of doing this, we decided to shed light on the Mathematics Research, in an attempt to understand it in the epistemological perspective of Lakatos and identify the key elements that allowed relatively characterize it as a Lakatosian scientific research program. For that established the following research question: *What features characterize the Mathematics Research in the context of mathematics education as a research program in Lakatosian perspective?* Before the interrogation, it was concluded that mathematics research, although it can be considered a progressive program, still needs strengthening its protective belt.

Keywords: Philosophy of Mathematics Education. Epistemology. Methodological trends.

Introdução

A Investigação Matemática, considerada como tendência metodológica de ensino, é relativamente nova no campo de pesquisa da Educação Matemática brasileira, o que a torna uma área complexa e aberta a teorizações. Assim, pesquisas de natureza qualitativa, estudos exploratórios, bibliográficos, descritivos, entre outros, encontram um amplo espaço para

serem empreendidos. No entanto, para que haja um avanço teórico nas discussões acerca dos aspectos filosóficos e epistemológicos que delinham a área em questão, é necessário que estudos de maior profundidade sejam empreendidos.

Diante disso, ao que concerne a Investigação Matemática, emergem trabalhos que apontam para a transição que deve ocorrer no nível das pesquisas que vêm sendo realizadas na área como um todo que, em geral, se encontram em nível exploratório e descritivo.

Wichnoski e Klüber (2015) em um estudo do tipo Estado da Arte, o qual tematizou a Investigação Matemática sob a interrogação: que focos se mostram nas pesquisas em Investigação Matemática e o que isso revela?, destacam a urgência de as pesquisas em Investigação Matemática tratarem detidamente dos aspectos epistemológicos que dizem da Investigação Matemática, na busca por teorizações mais profundas.

Os mesmos autores, em outro estudo proveniente do supracitado, afirmam que há a necessidade de haver pesquisas em Investigação Matemática que extrapolem a esfera da experiência pedagógica, promovendo um avanço na área.

Diante disso, surgiu a pertinência de pensar a Investigação Matemática sob o ponto de vista da epistemologia das ciências, na tentativa de indicar uma posição epistemológica à Investigação Matemática. Nesse contexto, vários são os epistemológicos que poderiam contribuir diretamente para as reflexões, dentre eles podemos citar Karl Popper¹, Imre Lakatos², Gaston Bachelard³, Thomas Kuhn⁴, Paul Feyrabend⁵ e Ludwick Fleck⁶.

No entanto, para esse trabalho instaurou-se o desafio de pensar a Investigação Matemática segundo a epistemologia de Imre Lakatos (1922-1974), tendo em vista a possibilidade explicativa que observamos para compreender a Investigação Matemática. Isto é, há epistemologicamente a necessidade de compreender os elementos centrais que a caracterizam. Assim como os seus elementos periféricos, em termos de pesquisa. Essa explicação encontra

Uma compreensão aprofundada dessas epistemologias pode ser encontrada nas obras:

¹ KARL, R. P. *A lógica da pesquisa científica*. 16. ed. São Paulo: Cultrix, 2008.

² LAKATOS, I; MUSGRAVE, A (Org.). *A crítica e o desenvolvimento do conhecimento*. 4. ed. São Paulo: Cultrix, 1979.

³ BACHELARD, G. *A formação do espírito científico: contribuição para uma psicanálise do conhecimento*; (trad.) Esteia dos Santos Abreu. Rio de Janeiro: Contraponto, 1996.

⁴ KUHN, T. S. *A estrutura das revoluções científicas*. 5. ed. São Paulo: perspectiva, 1998.

⁵ FEYERABEND, P. *Contra o método*; (trad.) Octanny S. da Mota e Leonidas Hegenberg. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1977.

⁶ FLECK, L. *La génesis y el desarrollo de un hecho científico*. Prólogo de Lothar Schäfer e Thomas Schenelle. Madrid: Alianza Universidad, 1986.

respaldo na epistemologia Lakatosiana dos Programas de Pesquisa, que tem como principais conceitos: Núcleo firme, Cinturão protetor, Heurística negativa e positiva, os quais serão clareados à frente.

Dessa forma, o objetivo inicial se afunila e se reconstitui em compreender a Investigação Matemática numa perspectiva Lakatosiana. Para isso, estabelecemos a seguinte interrogação de pesquisa: *Quais aspectos caracterizam a Investigação Matemática no contexto da Educação Matemática como um programa de pesquisa na perspectiva Lakatosiana?*

A título de exemplo, trabalhos com esse perfil foram realizados por Rosa e Orey (2013) tendo como objeto a Etnomatemática, por Mendes (2013), em uma tese doutoral, na qual se propôs a discutir a epistemologia de Imre Lakatos e sua adequação às ciências sociais e à teoria das relações internacionais.

A interrogação estabelecida solicita a compreensão da epistemologia de Imre Lakatos e a Investigação Matemática. Assim, na próxima seção será discorrido, de forma sintética, sobre a metodologia de pesquisa Lakatosiana e serão explicitados os conceitos e ideias fundamentais da metodologia da ciência em Imre Lakatos, para em seguida, abordar os aspectos da IM a partir dos seus fundamentos e princípios metodológicos.

Epistemologia da Ciência em Imre Lakatos

Lakatos (1978 e 1979) traz como epistemologia da ciência a *Metodologia dos Programas de Pesquisa Científica* a qual é parte da tradição Popperiana, porém motivado filosoficamente pelas críticas de Kuhn ao racionalismo crítico. Para ele, a unidade de análise na ciência é o *programa de pesquisa* em vez da teoria científica.

Mais especificamente, o programa de pesquisa científico é definido como o conjunto de regras, ou heurística, que governa a pesquisa dentro de cada programa. Este é constituído por um *hard core* ou núcleo firme, formado por pressuposições metafísicas que definem o programa e são tratadas como irrefutáveis. O cinturão protetor é formado pelas hipóteses auxiliares que podem ser refutáveis e modificáveis, ou seja, por uma heurística positiva, que consiste num conjunto de novas ideias que pretendem atacar diretamente o cinturão protetor na tentativa de desenvolver ou modificar as variantes refutáveis. O cinturão também é

constituído por uma heurística negativa, a qual preserva o núcleo firme e proíbe que, em relação a qualquer caso problemático ou anomalia, este seja declarado falso.

Tanto Lakatos quanto Popper concordam com a importância do empírico, dos fatos baseados na experiência para testar as teorias científicas, ou seja, para ambos, a relação entre fatos observados e teorias levantadas tem um caráter falsificacionista, sendo o conteúdo empírico uma das formas de detectar as anomalias responsáveis pelo progresso científico.

Contudo, diferentemente de Popper, Lakatos defende que o núcleo firme de um programa de pesquisa é imune a essas anomalias e, conseqüentemente, ao próprio falsificacionismo, sendo assim irrefutável. Também para Lakatos, a capacidade de previsão de fatos novos representa melhor o progresso da ciência do que a possibilidade de falsificação.

Para melhor compreender o que foi afirmado anteriormente, vamos buscar em Lakatos e Musgrave (1979), a definição de Programa de Pesquisa Científica, bem como as definições concernentes aos elementos que o compõe.

Nas palavras de Lakatos e Musgrave (1979) “O programa consiste em regras metodológicas; algumas nos dizem quais são os caminhos de pesquisa que devem ser evitados (*heurística negativa*), outras nos dizem quais são os caminhos que devem ser palmilhados (*heurística positiva*)” (LAKATOS; MUSGRAVE, 1979, p.162).

Os programas de pesquisa possuem um núcleo que os caracterizam, também conhecido como núcleo firme. Este se constitui de conjecturas metafísicas, ou seja, de conjecturas que estão para além de, que dizem da essência, dos fundamentos, da estrutura básica, das causas ou princípios que definem o programa e são tratadas como irrefutáveis.

Com relação à Heurística negativa, esta pode ser entendida como um mecanismo de proteção ao núcleo firme. Segundo Lakatos e Musgrave (1979), a heurística negativa não permite que em relação a qualquer caso problemático ou anomalia, o núcleo firme seja declarado falso. Em caso de falsidade, indicará uma hipótese auxiliar, caracterizado como cinturão protetor, o qual é refutável e mutável. Este cinto de proteção, constituído de conjecturas e hipóteses auxiliares é que deve suportar o impacto dos testes e ir se ajustando com a finalidade de defender o núcleo firme.

Tendo em vista que “as anomalias nunca se esgotam no todo” (LAKATOS; MUSGRAVE, 1979; p. 165), o cinturão protetor estará constantemente sendo modificado. Para orientar essas mudanças, entra para o programa de pesquisa a Heurística positiva. Assim, ao se deparar com algum fato incompatível com as previsões teóricas, a heurística positiva orienta as modificações que devem ser realizadas no cinturão protetor de modo a superar qualquer anomalia que porventura possa ser encontrada em um programa de pesquisa científico.

Uma definição para a Heurística positiva foi dada por Lakatos e Musgrave (1979). Segundo eles:

“A heurística positiva consiste num conjunto parcialmente articulado de sugestões ou palpites sobre como mudar e desenvolver as ‘variantes refutáveis’ do programa de pesquisa, e sobre como modificar e sofisticar o cinto de proteção ‘refutável’” (LAKATOS; MUSGRAVE, 1979; p. 165).

Um programa de pesquisa científica pode ser caracterizado como progressivo, ou regressivo. Progressivo se cada modificação no cinturão protetor leva a antecipação de um fato ainda não observado (predições) e empiricamente progressivo se essas predições forem confirmadas pelas evidências empíricas (observações) ou a explicação de um fato já conhecido (retrodições).

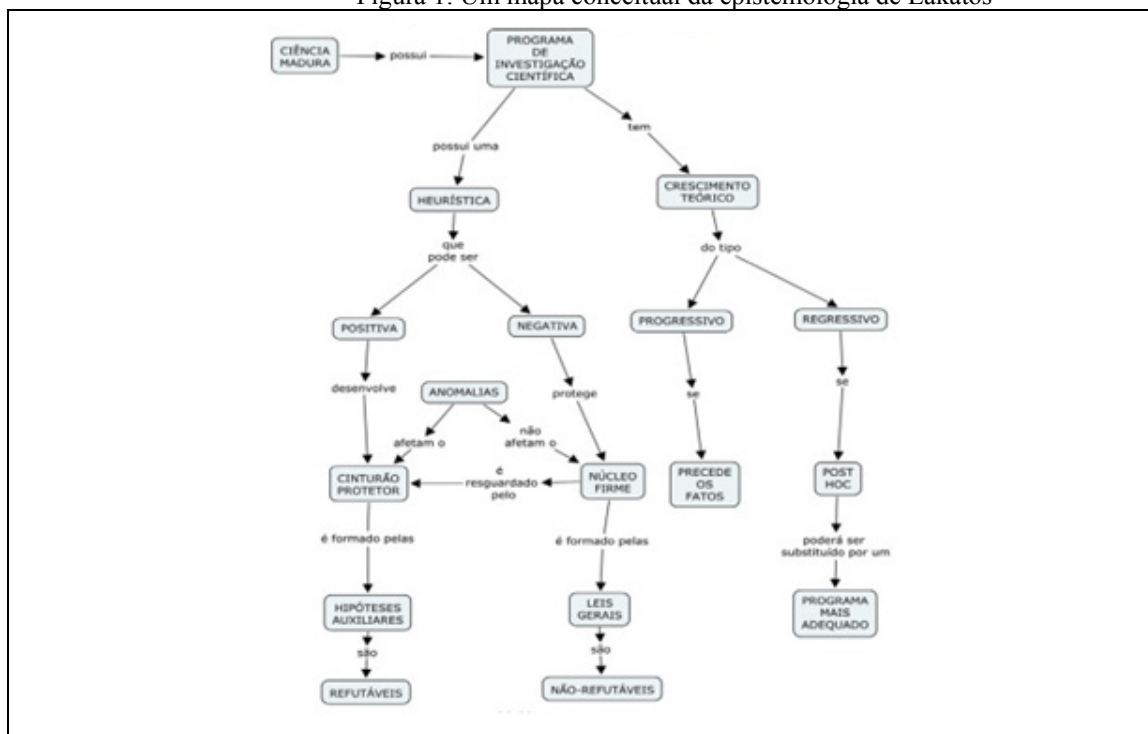
Se os ajustes no cinturão protetor servirem apenas para explicar as anomalias, sem prever fatos novos, o programa é visto como regressivo ou degenerado. Um programa está regredindo ou degenerando se seu crescimento teórico se atrasa com relação ao seu crescimento empírico.

Em síntese, é o que afirma Lakatos (1978):

Diz-se que um programa de pesquisa está a progredir enquanto o seu desenvolvimento teórico antecipar o seu desenvolvimento empírico, ou seja, enquanto ele continuar a predizer fatos novos com algum sucesso (alteração de problemas progressiva); ele estagna se o seu desenvolvimento teórico ficar para trás do seu desenvolvimento empírico, ou seja, enquanto fornecer somente explicações *post hoc* tanto de descobertas ocasionais como de fatos antecipados e descobertos no seu seio por um programa rival (alteração de problemas degenerativa). Se um programa de investigação explicar progressivamente mais do que um seu rival, suplantá-lo-á, e o rival pode ser eliminado (ou, se preferirem, arquivado) (LAKATOS, 1978, p. 33).

O mapa conceitual a seguir sintetiza as informações apresentadas anteriormente.

Figura 1: Um mapa conceitual da epistemologia de Lakatos



Fonte: (PRÄSS, 2008, p. 25)

A partir dos elementos centrais da epistemologia lakatosiana podemos, na próxima seção, estabelecer e articular reflexões acerca da Investigação Matemática sob a perspectiva de um Programa de Pesquisa.

A Investigação Matemática no contexto da Educação Matemática como um programa de pesquisa Lakatosiano

Conforme já mencionado, o desafio central deste ensaio é compreender a Investigação Matemática sob a perspectiva epistemológica de Lakatos, a qual, em síntese, defende que as teorias científicas emergem como estruturas organizadas denominadas de programas de pesquisa científica, sustentadas por um núcleo firme, um cinturão protetor e pelas heurísticas (negativa e positiva). Para tanto, assumiremos como teoria científica denominada por Lakatos de programa de pesquisa científica, a Investigação Matemática.

É razoável admiti-la como tal, considerando-se que há produção específica sobre o assunto há pelo menos 20 anos tanto em âmbito brasileiro como internacional. A Investigação

Matemática é uma teoria educacional distinguível no campo da Educação Matemática, tendo questões de pesquisas e uma ação pedagógica própria que a diferencia de outras.

Por esses motivos, antes de nos debruçarmos de maneira mais detida sobre o exercício que possibilita adentrar no campo de compreensão da Investigação Matemática como um programa de pesquisa Lakatosiano, é necessário compreender o conceito de Investigação Matemática assumido neste ensaio.

A Investigação Matemática de modo mais imediato e sem uma interrogação mais rigorosa de seu significado, pode ser entendida como uma das tendências metodológicas que compõem o campo de estudo da Educação Matemática e que podem compor a prática docente para o ensino de matemática.

Um entendimento mais específico pode ser encontrado em Ponte, Brocardo e Oliveira (2013). Para esses autores, a Investigação Matemática é uma perspectiva para o ensino de matemática que se caracteriza pelo estilo conjectura-teste-demonstração em que o aluno extrai informações, realiza testes de validação sobre estas informações, refina-as se necessário e, por fim, demonstra e comprova os resultados obtidos.

Vale ressaltar que não há uma definição precisa do que se entende por Investigação Matemática na Educação Matemática. O que há é uma descrição enquanto atividade de ensino-aprendizagem, bem como dos momentos e procedimentos na realização de uma investigação matemática. Isso reforça o argumento que ensejou esse trabalho, pois os estudos teóricos sobre ela ainda são emergentes.

Esse pouco volume de discussões epistemológicas impõe o empreendimento de estudos como este que ora realizamos e permite que possamos discorrer sobre a Investigação Matemática vista como um Programa de Pesquisa Lakatosiano.

A primeira interrogação que emerge ao fazer o exercício de pensar a Investigação Matemática como um programa de pesquisa é: qual o núcleo firme da Investigação Matemática?

Levando em consideração que o núcleo firme de um programa de pesquisa é constituído pelos aspectos fundamentais que o caracterizam, a pergunta acima se desdobra em outra, a saber: quais os aspectos fundamentais que caracterizam a Investigação Matemática?

Frente a essa questão, o primeiro aspecto emergente é a matemática, haja vista que a investigação, enquanto ato de investigar as relações existentes entre os objetos matemáticos, é caracterizada pela matemática.

Contudo em contextos de ensino e aprendizagem, o ato de investigar não é puramente matemático isto é, a investigação não ocorre somente no intuito de descobrir relações entre objetos matemáticos. Existe, intrinsecamente, uma ação pedagógica. Isso diferencia a investigação enquanto prática pedagógica da investigação vista pelos matemáticos, a qual busca por resultados e pela construção de conceitos matemáticos desconhecidos ou inexplorados.

Frente a isso, outros aspectos, como o ensino, a aprendizagem e a comunicação são também características da Investigação Matemática no contexto da Educação Matemática. Isto por que a Educação Matemática concebe a Matemática como um de seus componentes e não ‘o componente’. A Matemática é concebida como parte do todo, e não como o todo em si. (BURAK; KLUBER, 2008).

Também, o que caracteriza e se coloca como um aspecto próprio, único dessa tendência, é a natureza das atividades, as quais são entendidas na literatura por tarefas de exploração e tarefas de investigação, que embora sutis, possuem diferenças. No entanto, não adentraremos nessa discussão e para esse trabalho as entenderemos como atividades investigativas nas quais “a questão não está bem definida no início, cabendo a quem investiga um papel fundamental na sua definição” (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2013, p. 23).

Assim, a Investigação Matemática no âmbito da Educação Matemática repousa sobre uma estrutura básica, constituída por aspectos fundamentais como a *matemática*, o *ensino*, a *aprendizagem*, a *comunicação* e *atividades investigativas*. Esses aspectos constituem aquilo que a Investigação Matemática possui em sua essência, portanto são irrefutáveis, constituindo assim o seu núcleo firme. O programa de pesquisa Investigação Matemática deve contemplar esses aspectos que enunciamos e a ausência de um deles poderia levar tanto à sua descaracterização, quanto a perda do seu lugar próprio no contexto da Educação Matemática.

Tendo em vista que a heurística negativa protege o núcleo firme de modo que as tentativas de refutações e de falsificabilidade sejam direcionadas ao cinturão protetor incidindo sobre as hipóteses auxiliares que o constituem, nos indagamos sobre: quais os elementos que compõe o cinturão protetor do programa Investigação Matemática?

A literatura sobre Investigação Matemática impõe sobre ela um caráter de pluralidade e de interdisciplinaridade com outras tendências para o ensino de matemática, no que tange ao trabalho prático.

Isso por que, conforme depreendido de algumas leituras, é concebida a possibilidade de fazer Investigação Matemática de maneira articulada às mídias tecnológicas, à Etnomatemática, à Resolução de Problemas, à Modelagem Matemática, à História da Matemática. Também no que tange aos aspectos teóricos, tendo em vista que ambas consideram as teorias da matemática e o seu ensino.

Tal possibilidade é assumida em diversos trabalhos, como por exemplo, Ferreira (2010), que busca identificar, caracterizar e compreender mudanças na participação de alunos em atividades investigativas com uso de computadores em aulas de Matemática.

Também, Klüber e Pereira (2009) fazem aproximações entre a Modelagem Matemática e a Investigação Matemática e enfatizam que a Investigação Matemática pode ser uma aliada no ensino do conteúdo matemático para fazer frente às questões levantadas numa atividade de modelagem matemática.

Lamonato e Passos (2011), embora reconheçam divergências entre a Resolução de Problemas e a Investigação Matemática, mencionam:

A resolução de problemas, quando voltada para os processos e para a socialização dos resultados e dos caminhos percorridos, é uma necessidade que pode possibilitar o descortinar da criatividade, aproximando-se da exploração-investigação matemática (LAMONATO; PASSOS, 2011, p. 66).

Os argumentos supracitados podem abrir margem para a compreensão de que a Investigação Matemática é uma tendência diluída nas demais, o que certamente é uma interpretação errônea. Por exemplo, fazer Investigação Matemática de maneira articulada à Resolução de Problemas, pode induzir ao pensamento de que ela se limite e assim se caracterize apenas como o momento de investigar a situação-problema. Obviamente que esse momento existe, no entanto, o ato investigativo nele empreendido é mais um ato de exploração do que de investigação. Assim, há que se refinar as hipóteses sobre os critérios investigativos no âmbito do cinturão protetor para que o programa não se torne degenerativo, ou cumpra apenas aquilo que outras tendências já realizam.

Não significa que ela se caracterize num momento de investigar a situação-problema ou no processo de desenvolver um problema. Obviamente que para resolver um problema, o ato de investigar é efetuado, no entanto esse ato é literal, no sentido de procurar conhecer o que não se sabe.

Contudo, o ato de investigar enquanto ação pedagógica que averigua objetos matemáticos, o qual se refere à Investigação Matemática, possui especificidades próprias que permite

caracterizá-la como uma tendência que mesmo articulada, se difere das demais. Um exemplo disso é que, embora, tanto a Resolução de Problemas quanto a Investigação Matemática se desenvolvem em torno de um ou mais problemas, além de a natureza das atividades serem distintas, o ato investigativo empreendido em cada uma também é distinto.

Enquanto o ato de investigar em uma atividade de Resolução de Problemas consiste em extrair dados que permitam resolvê-la, chegar a uma resposta ao problema, o ato de investigar na Investigação Matemática consiste em extrair informações e hipóteses que permitirão, em primeira instância, criar conjecturas que por sua vez podem ou não conduzir a uma conclusão e não necessariamente a uma resposta ou resolução do problema em questão.

Isso pode ser compreendido nas palavras de Ponte, Brocardo e Oliveira (2013), ao dizerem da Investigação matemática.

Quando trabalhamos num problema, o nosso objetivo é, naturalmente, resolvê-lo. No entanto, para além de resolver o problema proposto, podemos fazer outras descobertas que, em alguns casos, se revelam tão ou mais importantes que a solução do problema original (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2013, p. 17).

Em suma, a proximidade dos conceitos de ambas as tendências permite o surgimento de hipóteses que necessitam serem revistas e ampliadas para que o programa Investigação Matemática continue a ser progressivo.

Além disso, na Investigação Matemática os alunos também determinam os problemas, que podem ser diferentes e por isso são mais imprevisíveis. Portanto, há variações nas hipóteses auxiliares, considerando-se a especificidade de cada uma, haja vista que estes elementos não se referem àqueles que caracterizamos como Núcleo Firme.

Uma vez que a Investigação Matemática se insere no contexto da Educação Matemática, é plausível pensar que há relações, mesmo que transitivas, da Investigação Matemática com os elementos que se entrelaçam e tecem um cenário para o ensino da matemática, a saber: a antropologia, a filosofia, a psicologia, a sociologia, conforme destacam (BURAK; KLUBER, 2008).

Dessa forma, podemos considerar esses elementos constituintes do cinturão protetor, ou ainda a Educação Matemática abarcando os elementos citados anteriormente como um elemento constituinte do cinturão. De forma igual, fazem parte do cinturão protetor, a pluralidade e a interdisciplinaridade existente com outras tendências para o ensino de matemática. Também, as teorias e as perspectivas de Investigação Matemática que pairam na comunidade de Educação Matemática podem ser consideradas elementos constituintes do cinturão protetor.

Em outras palavras, as contribuições de diferentes teorias que podem circular pela Educação Matemática podem trazer elementos que interfiram na constituição desse cinturão protetor, como por exemplo, o papel de atividades contextualizadas ou do cotidiano. Contudo, há que se discutir esses impactos em termos de heurística positiva.

Considerando o argumento citado no início deste trabalho, o qual diz da recente emergência da Investigação Matemática enquanto campo de pesquisa no contexto da Educação Matemática brasileira é plausível pensarmos que o programa de pesquisa Investigação Matemática não é um programa ‘maduro’ e nem estável como a Etnomatemática (ROSA; OREY, 2013).

Isso porque várias são as anomalias existentes que carecem de explicações ou que solicitam reformulações e ajustes no cinturão protetor. Desse modo, a partir da nossa compreensão, vamos elencar algumas anomalias desse programa e apontar possíveis modificações que possam dar explicações e/ou aspectos que precisam ser reformulados.

A primeira anomalia existente é a interpretação de proximidade dada à Investigação Matemática e a Resolução de Problemas. Como consequência disso, pode haver o risco de entender equivocadamente a Investigação Matemática e se assim for, o núcleo firme é afetado no tocante ao princípio da natureza das atividades, que conforme mencionada, são de exploração ou de investigação. Ambas as atividades diferem significativamente dos problemas, trabalhados com a tendência Resolução de Problemas, conforme sintetizado no quadro abaixo.

Quadro 1: Classificação e descrição dos tipos de atividades

| Atividade | Descrição |
|--------------|---|
| Exercício | É uma tarefa simples, um resolve, um efetua, de rápida resolução, e de estrutura fechada. Existe uma solução exata e já esperada pelo professor. |
| Problema | Tarefa com alto grau de dificuldade e com estrutura fechada. Existe uma solução exata ou mais coerente, relativamente rápida, já esperada pelo professor. |
| Exploração | Tarefa fácil, na qual muitas vezes, é sugerido ao aluno como proceder, para assim, observar e conceber importantes informações. Possui estrutura aberta. |
| Investigação | Uma tarefa também de estrutura aberta, porém mais difícil que a exploração, poucas informações são dadas, e o aluno fica mais independente para formular suas próprias questões norteadoras e empenhar em respondê-las. |

Fonte: (PONTE, 2003, p. 5).

Assim uma tentativa de proteger o núcleo firme é atribuir à interdisciplinaridade a causa dessa anomalia. Ou seja, esse caso problemático aponta para reflexões acerca da seguinte questão: A Investigação Matemática é interdisciplinar?

Além disso, quando os professores oferecem uma atividade não investigativa e sobre ela desejam trabalhar investigativamente, há uma descaracterização da Investigação Matemática. Aparecem anomalias que incidem diretamente sobre o núcleo firme, porque tolem a investigação necessária.

No cinturão protetor, encontram-se teorias auxiliares que assumem o estilo conjectura-teste-demonstração como aspecto que mais fortemente caracteriza a Investigação Matemática. Dessa forma atribui-se um estilo único a todas as atividades investigativas. Contudo, nem sempre esse estilo é respeitado, dado a diversidade de maneiras de se trabalhar investigativamente.

Por exemplo, uma atividade de investigação em estatística, conforme mencionam Ponte, Brocardo e Oliveira (2013), têm seu início “na formulação do problema, passa pela escolha dos métodos de recolha dos dados, envolve a organização, representação, sistematização, e interpretação dos dados, e culmina com o tirar conclusões finais” (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2013, p. 105). Sendo assim, não podemos caracterizá-la com o estilo conjectura-teste-demonstração, uma vez que não haverá conjectura, nem teste, nem demonstração, tendo em vista que as propriedades daquela situação não ‘valem sempre’.

Em geral, atividades de Investigação Matemática que possuem o objetivo de trazer o conceito de um objeto matemático em sua resolução, não terão a característica ‘demonstração’, visto que o conceito em si não é demonstrável. O que é demonstrável são os resultados e as propriedades que derivam do conceito.

Uma das formas de contornar esse empasse é refinar as teorias existentes que dizem da Investigação Matemática, com outras teorias. Isso aponta para Fleck (1986) que diz que a conversação entre distintos coletivos⁷ de pensamento implica em mudanças na compreensão dos conceitos e de teorias em suas respectivas áreas de origem, inclusive conduzindo a deformações.

Outro caso problemático da Investigação Matemática e que já foi mencionado, é a ausência de uma definição que permita compreender epistemologicamente o que é a Investigação Matemática no contexto da Educação Matemática.

⁷ Termo utilizado por Ludwik Fleck para designar a unidade social da comunidade de cientistas de uma disciplina, isto é, termo que se refere aos grupos científicos que compartilham ideias acerca de um mesmo objeto.

Nesse sentido, se faz presente a necessidade de fortalecer o cinturão protetor do programa com teorias científicas auxiliares, como por exemplo, epistemologia da Investigação Matemática, buscando modificar as hipóteses existentes ou compensar as anomalias não previstas pelas teorias originais (LAKATOS, 1979).

Esses apontamentos são determinados pela heurística positiva, a qual é “composta de uma pauta geral que indica como pode ser desenvolvido o programa de pesquisa” (Chalmers, 1993, p. 113), inclusive prevendo novos fenômenos e possíveis modificações no cinturão protetor visando a sua melhoria.

Um das possibilidades de desenvolver o programa Investigação Matemática é atenuar resultados de pesquisa com práticas pedagógicas de sala de aula, considerando que isso não prevê nada de novo, apenas confirma os fatos já existentes. E se porventura preverem, o programa pode cair em degeneração, dado o atraso do seu crescimento teórico com relação ao seu crescimento empírico. Essa insistência em trabalhos que apenas confirmam fatos já previstos pode ser depreendido do trabalho de Wichnoski e Klüber (2015).

Para que a Investigação Matemática seja um programa de pesquisa bem sucedido, seu Núcleo Firme precisa estar mais protegido e para isso é necessário fortalecer o cinturão protetor, conforme menciona a epistemologia de Lakatos (1979).

Assim, quanto mais fortalecidas estiverem as teorias da antropologia, da filosofia, da psicologia, da sociologia e da Educação Matemática, bem como dos outros elementos que compõem o cinturão protetor, mais consistente e fortalecida estará a Investigação Matemática. Por exemplo, como explicar o não envolvimento dos estudantes em uma atividade investigativa? Isso requer explicações antropológicas ou sociológicas. Assim, há que se trazer contribuições dessas áreas para modificar o cinturão protetor.

Conforme indica a epistemologia de Lakatos, um programa de pesquisa científica pode ser caracterizado como progressivo ou regressivo. Frente a isso perguntamo-nos: a Investigação Matemática é um programa de pesquisa progressivo ou regressivo?

Tendo em vista que um programa de pesquisa é considerado progressivo quando é capaz de explicar fatos passados e prever fatos novos, consideramos que é um programa progressivo, haja vista que algumas das anomalias citadas, podem ser explicadas com ajustes no seu cinturão protetor e corroboram para a descoberta de novos fatos, ou novas anomalias.

Por exemplo, o fato de assumir o estilo conjectura-teste-demonstração, como aspecto que mais fortemente caracteriza a Investigação Matemática, além de poder ser explicado com ajustes na teoria auxiliar que assim o concebe, enseja reflexões que dizem da possibilidade de

este ser um aspecto particular das investigações que buscam trabalhar conceitos algébricos ou que buscam generalizar resultados e propriedades. Isso por sua vez direciona as reflexões para o pensamento de que o estilo depende da natureza da atividade (fato novo).

Todavia, se por um lado, a literatura existente assume que a natureza das atividades se dá em decorrência dos conceitos que a atividade aborda, por outro, pode-se compreender que a natureza de uma atividade investigativa está na esfera em que ela está sendo concebida. Isso por que, uma atividade de investigação matemática abre um leque de exploração que vai além de um único conceito. Há atividades que permitem explorar conceitos numéricos, algébricos e geométricos, simultaneamente.

Se assumirmos que a natureza das atividades investigativas se dá em virtude da estrutura a qual é criada e enunciada, o fato novo (o estilo depende da natureza da atividade) é refutado e a relação de dependência passa a ser entre o estilo e os conceitos abordados pela atividade. Ou seja, cria-se um novo fato, (a natureza de uma atividade de Investigação Matemática depende da esfera em que ela está sendo concebida e o estilo depende da esfera em que ela chegará com a sua resolução).

Assim, podemos pensar que as atividades investigativas possuem naturezas diversas e estilos variados, atribuindo à Investigação Matemática um estilo multifacetado (fato novo). Dessa forma pode-se pensar que, embora em nível inicial, a Investigação Matemática caminha para o *status* de um programa de pesquisa bem sucedido.

Considerações finais

Consideramos que a Investigação Matemática pode ser compreendida de acordo com a noção de Programa de Pesquisa proposta por Lakatos (1922-1974) e por isso pode assim ser entendido. Isto por que ela assume em sua estrutura global todos os elementos que fazem parte de um programa de pesquisa Lakatosiano.

Ante a questão investigada, a síntese a que chegamos é que o programa de pesquisa Investigação Matemática, assume em seu núcleo firme a matemática, o ensino, a aprendizagem, a comunicação e atividades investigativas. Em seu cinturão protetor, assume a Educação Matemática e conseqüentemente a antropologia, a filosofia, a psicologia, a sociologia, bem como a pluralidade e a interdisciplinaridade existente com outras tendências para o ensino de matemática e as teorias e perspectivas de Investigação Matemática que pairam na comunidade de Educação Matemática.

Destaca-se um número significativo de anomalias existentes. Isso não é pejorativo, tendo em vista que todos os programas possuem desde o seu início, um grande número de anomalias e são elas que corroboram para a construção de um programa de pesquisa. O que deve nos servir de alerta é que diante dessas anomalias, os elementos que compõem o cinturão protetor nem sempre são suficientes para explicá-las ou refutá-las, solicitando que outros elementos sejam incorporados a ele, grosso modo, o cinturão protetor da Investigação Matemática não está fortalecido.

No entanto, considerando a Investigação Matemática como um programa de pesquisa recente, esse fato é aceitável. Isto por que, diante das anomalias existentes, uma compreensão aprofundada das causas e origens, bem como uma explicação para elas, é um processo que solicita tempo, coerência e ordem, conforme afirmam Lakatos e Musgrave (1979):

Não se deve pensar, porém, que anomalias ainda não-explicadas [...] são compreendidas ao acaso, e o cinto de proteção construído de maneira eclética, sem nenhuma ordem pré-concebida. A ordem costuma ser decidida no gabinete teórico, independentemente das anomalias *conhecidas* (LAKATOS; MUSGRAVE, 1979; p. 165).

O argumento supracitado nos direciona para a compreensão e, nesse momento, para uma aceitação de que o fortalecimento do cinturão protetor da Investigação Matemática se dê em médio e longo prazo. Contudo, esse ‘período’ deve ser limitado, caso contrário o programa pode cair em *status* de estagnação, ou regressão. Desse modo, novas investigações de cunho teórico devem ser empreendidas. Note-se que a pesquisa em Investigação Matemática é marcada por experiências pedagógicas e pouca teorização. Por isso, é chegada a hora de a comunidade se inclinar a isso.

Referências

BURAK, Dionísio; KLÜBER, Tiago Emanuel. Educação Matemática: contribuições para a compreensão da sua natureza. **Acta Scientiae**, Canoas, n. 2, p. 93-106, jul./dez 2008.

CHALMERS, Alan Francis. **O que é ciência afinal?**. 3 ed. Brasília: Brasiliense, 1993.

FERREIRA, Joicy Pimentel. **Aprendizagem, Investigação Matemática e Tecnologias**. 2010. 115 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Programa de Pós-graduação em Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

FLECK, Ludwik. **La génesis y el desarrollo de un hecho científico**. Madrid: Alianza Universidad, 1986.

KLÜBER, Tiago Emanuel; PEREIRA, Emanuelli. **Encetando uma Aproximação entre Modelagem Matemática e Investigações Matemáticas**. In: Conferência Nacional sobre

Modelagem na Educação Matemática - VI CNMEM, 6.; 2009, Londrina. **Anais...** Londrina: UEL, 2009. p. 1-14.

LAKATOS, Imre. **História da Ciência e Suas Reconstruções Racionais**. Lisboa, 1978.

LAKATOS, Imre; MUSGRAVE, Alan. **A crítica e o desenvolvimento do conhecimento**. 4. ed. São Paulo: Cultrix, 1979.

LAMONATO, Maiza; PASSOS, Cármen Lúcia Brancaglioni. Discutindo resolução de problemas e investigação matemática: reflexões para o ensino de matemática. **Zetetiké**, Campinas, n.36, p. 61-78, jul/dez 2011.

MENDES, Flávio Pedroso. **Lakatos, o realismo ofensivo e o programa de pesquisa científico do realismo estrutural**. 2013. 183 f. Tese (Doutorado em Relações Internacionais) - Instituto de Relações Internacionais, Universidade de São Paulo, São Paulo.

PONTE, João Pedro. **Investigar, Ensinar e Aprender**. Actas do ProfMat (CD-ROM, p.25-39). Lisboa: APM, 2003.

PONTE, João Pedro, BROCARD, Joana, OLIVEIRA, Hélia. **Investigações Matemáticas na sala de Aula**. 3 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2013.

PRÄSS, Alberto Ricardo. **Epistemologias do século XX**. 2008. 80 f. (Monografia apresentada na disciplina Fundamentos Epistemológicos para a Pesquisa em Ensino de Física) - Curso de Mestrado Acadêmico em Ensino de Física, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre. Disponível em:< http://pablo.deassis.net.br/wp-content/uploads/Epistemologias_do_Seculo_XX-Popper-e-Kuhn.pdf>. Acesso em: 14 abr. 2015.

ROSA, Milton; OREY, Daniel Clark. **A etnomatemática como um programa de pesquisa lakatosiano**. In: Congresso Iberoamericano de Educação Matemática – VII CIBEM, 7.; 2013, Montevideo. **Anais...** Montevideo: Colégio Seminário, 2013. p. 3439 - 3446.

WICHNOSKI, Paulo; KLÜBER, Tiago Emanuel. **Uma revisão crítica da tendência Investigação Matemática no Brasil**. In: Conferência Interamericana de Educação Matemática – XIV CIAEM, 14.; 2015, Tuxtla Gutiérrez.