Problemas

O perímetro do Tangram (七巧板) e suas aplicações no desenho industrial

Surgido na China, o Tangram tornou-se popular entre os professores de Matemática por suas aplicações didáticas

Antônio José Lopes[1]

A interdisciplinaridade e a modelagem estão entre as recomendações da maioria dos programas curriculares de diversos países, em especial dos parâmetros curriculares nacionais. Tais recomendações são sustentadas por estudos teóricos sobre educação para todos, processos de aprendizagem, aprendizagem significativa, pensamento geométrico e outros. Entretanto, tais abordagens têm sido mais frequentes no ensino fundamental, como se fosse um tabu explorar tópicos do ensino médio por meio de jogos ou de uma abordagem interdisciplinar. Este artigo discute experiências e possibilidades do uso do Tangram para a aprendizagem de temas como convexidade e números irracionais.

Um quebra-cabeça com mil e uma utilidades

O Tangram é um quebra-cabeça de origem chinesa, praticado há muitos séculos em todo o Oriente. Hoje está disseminado no mundo todo e, além de suas funções estético-recreativas, tornou-se muito popular entre os professores de Matemática por suas aplicações didáticas.

Muitos livros, e inclusive algumas enciclopédias e sites, situam seu surgimento há milhares de anos, quando um monge chinês teria deixado cair uma peça de porcelana quadrada, que se partiu em sete pedaços, daí o nome – Tangram – que significa "tábua das sete sabedorias" ou "tábua das sete sutilezas". Essa versão, que hoje sabemos ser falsa, foi publicada pela primeira vez em 1903, no livro *The Eighth Book of Tan*, de um dos maiores nomes da Matemática recreativa, o americano Sam Loyd. A lenda foi amplificada pelo inglês Henry E. Dudeney, outro grande nome da Matemática recreativa, em um artigo da revista *The Strand Magazine* em 1908. A referência mais antiga do Tangram é de um livro chinês publicado em 1803. Entre os disseminadores do Tangram encontramos personalidades da literatura do séc. XIX do porte de Edgar Allan Poe, o pioneiro dos contos policiais e Charles Lutwidge Dodgson, professor de lógica da Universidade de Cambridge, mais conhecido por Lewis Carrol, o autor de *Alice no País das Maravilhas*.

O jogo é composto de sete peças (chamadas tans): 5 triângulos (2 grandes, 1 médio e 2 pequenos), 1 quadrado e 1 paralelogramo. Com as 7 peças do Tangram podem-se construir milhares de formas. Podemos postular que:

[1] *Mestre em Didática da Matemática (bigode@pentaminos.mat.br)*
Centro de Educação Matemática e Escola Vera Cruz

Qualquer figura construída com as peças de Tangram, de modo que os lados se toquem, exceto pelos vértices, é um polígono.

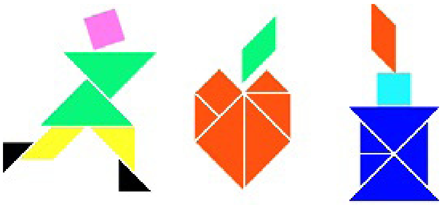


Figura 1. Exemplos de polígonos feitos a partir de peças de Tangram

Há vários procedimentos para a construção das peças, seja usando materiais como régua e compasso, seja por meio de recortes, dobraduras e papel quadriculado, como se pode ver no esquema:

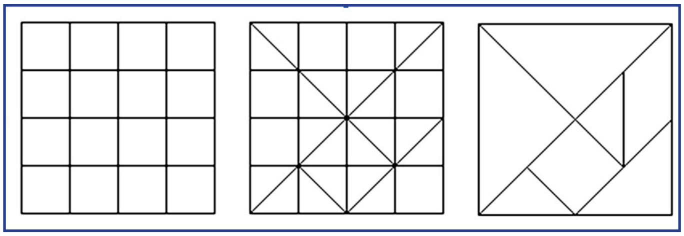


Figura 2. Exemplo de peças do Tangram

O desafio do jogo clássico é construir figuras que tenham propriedades geométricas específicas: figuras simétricas, convexas, com perímetro determinado e outras condições, como por exemplo:
Proponha aos alunos que resolvam problemas com condições dadas:

1)formar um quadrado usando 5 peças;
2)formar um pentágono usando 2 peças;
3)formar uma figura simétrica usando 4 peças;
4)formar uma figura convexa usando 3 peças;
5)tomando o lado do quadrado como unidade de comprimento, formar uma figura com perímetro 8;
6)tomando o quadrado como unidade de área, formar uma figura com área 4.

O Tangram é um recurso poderoso para o desenvolvimento de processos geométricos como identificar, visualizar, representar, descrever, construir, classificar, compor e decompor figuras planas, em especial polígonos. Também é rico em situações que envolvem conceitos e relações: frações, área, congruência, semelhança, ângulos e o teorema de Pitágoras, entre outros tópicos do currículo do ensino fundamental e médio.

Há muitos problemas instigantes, alguns sofisticados, que se podem propor aos alunos a partir da exploração do Tangram como, por exemplo, a impossibilidade de se construir um triângulo usando apenas 6 peças.

O Tangram no ensino médio

As atividades a seguir foram trabalhadas com alunos do ensino médio e contribuíram para prover de significado conteúdos como relação entre área e perímetro, conjuntos numéricos, comparação de números reais e aplicações da Matemática nas atividades profissionais e a outras áreas do conhecimento.

Convexidade

No ano de 1942, os matemáticos chineses Fu Traing Wang e Chuan-Chih Hsiung demonstraram que só existem **13 polígonos convexos** que podem ser construídos com as sete peças do Tangram.

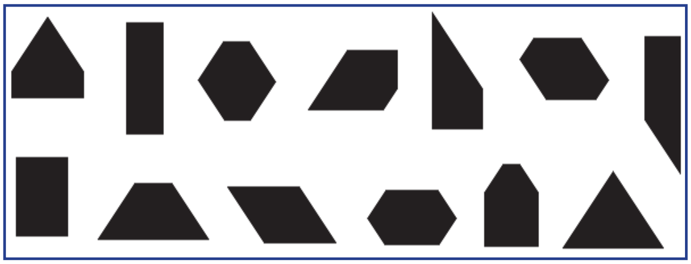


Figura 3. Figuras convexas que se podem construir a partir do Tangram

Aplicações do Tangram no design

As figuras convexas formadas com as sete peças do Tangram inspiraram designers e arquitetos na criação de espaços e objetos do cotidiano.
O designer italiano Massimo Morozzi criou, no ano de 1983, uma mesa modular cujos tampos têm o for-

mato das peças do Tangram. Obtendo assim, uma forma para cada função da mesa.

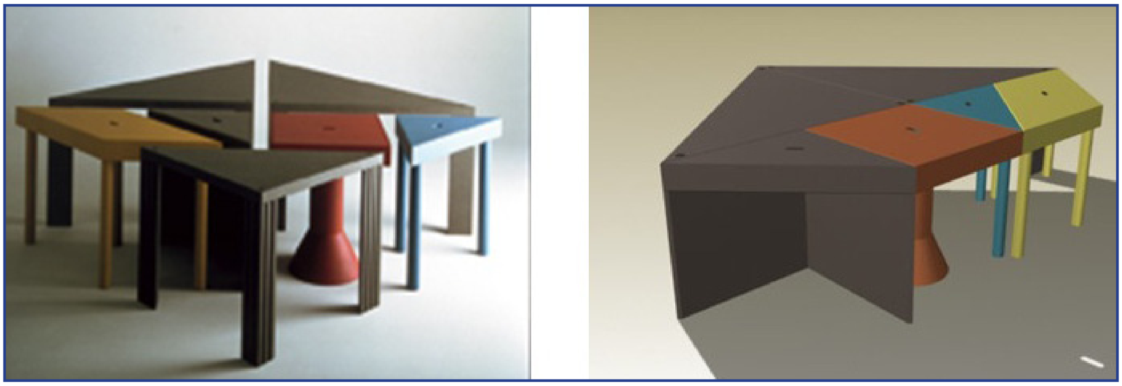


Figura 4. Mesa modular criada pelo designer italiano Massimo Morozzi

Em 2002, o designer Daniele Lago, desenvolveu a estante Tangram que pode ser montada de acordo com as conveniências e o gosto do freguês.

Figura 5. Estante criada pela designer Daniele Lago

A partir destes fatos podem-se propor aos alunos as seguintes atividades.

- compor cada um dos polígonos convexos usando as sete peças do Tangram
- classificar os polígonos obtidos indicando seu nome e suas simetrias.
- determinar o perímetro de cada polígono.
- indicar que polígonos têm o maior e o menor perímetro.

Atividades de PROJETO:

- Desafie os alunos a estimar o perímetro de uma mesa sabendo que a largura média recomendável para uma mesa escolar é de 80 cm, use a informação para estimar quantas pessoas podem ficar em volta de mesas convexas formadas com as peças de Tangram.

- Qual é o formato das mesas de maior perímetro e de menor perímetro ?

- Havendo recursos em sua escola, proponha aos alunos que construam maquetes da mesa Tangram. Desafie-os a decidir a altura dos pés da maquete a partir de pesquisa sobre ergonomia e as proporções do corpo humano.

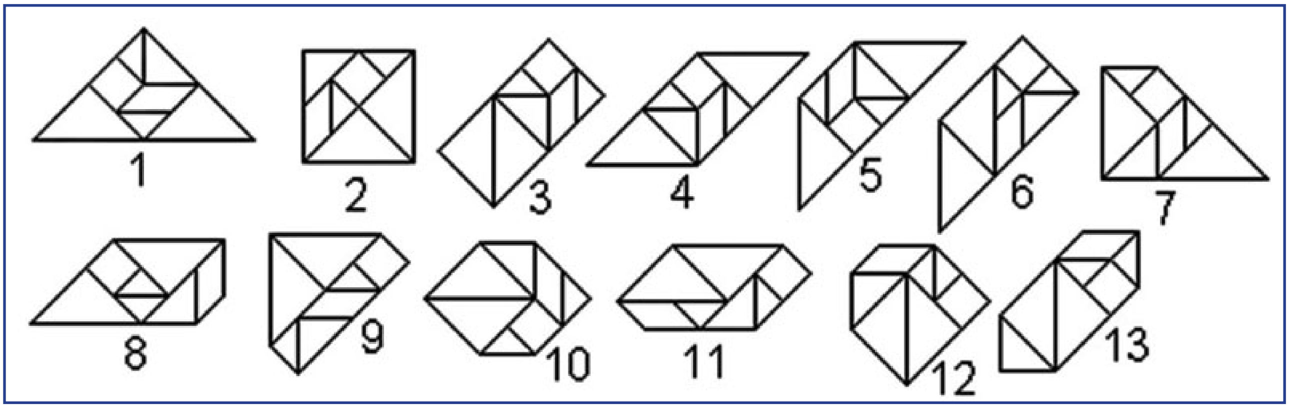


Figura	Nome e classificação	Simetrias	Área	Perímetro	Aproximação decimal
1	Triângulo retângulo isósceles	1 eixo de simetria	8	$8 + 4\sqrt{2}$	13,6
2	Quadrado (quadrilátero regular)	4 eixos de simetria; simetria de rotação de 90º	8	$8\sqrt{2}$	11,3
3	Retângulo	2 eixos de simetria, simetria de rotação de 180º	8	12	12
4	Paralelogramo	Simetria de rotação de 180º	8	$8 + 4\sqrt{2}$	13,6
5	Trapézio isóscele	1 eixo de simetria	8	$8 + 4\sqrt{2}$	13,6
6	Trapézio retângulo	0	8	$10 + 2\sqrt{2}$	12,8
7	Trapézio retângulo	0	8	$4 + 6\sqrt{2}$	12,4
8	Pentágono	0	8	$4 + 6\sqrt{2}$	12,4
9	Pentágono	1 eixo de simetria	8	$6 + 4\sqrt{2}$	11,6
10	Hexágono	2 eixos de simetria	8	$6 + 4\sqrt{2}$	11,6
11	Hexágono	Simetria de rotação de 180º	8	$6 + 4\sqrt{2}$	11,6
12	Hexágono	1 eixo de simetria	8	$8 + 2\sqrt{2}$	10,8
13	Hexágono	2 eixos de simetria	8	$6 + 4\sqrt{2}$	11,6

O perímetro do Tangram e os números irracionais

Após a resolução dos problemas, discuta os resultados da atividade de composição dos polígonos convexos formados com as 7 peças do Tangram.

Os números correspondentes aos perímetros dos polígonos convexos construídos são números reais da forma $a + b\sqrt{2}$.

Em relação aos números da tabela, é oportuno lembrar os seguintes fatos.

Se a é um número racional $(a \in Q)$ e α é um número irracional $(\alpha \in Ir)$ então os números: $(a + \alpha)$ e $(a \times \alpha)$ são números irracionais.

O número $\sqrt{2}$ é um número irracional, ou seja, um número cuja expansão decimal é infinita e não periódica.

Ao teclar **2** seguido da tecla **sqrt** na calculadora do Windows no visor vai a aparecer o número **1,4142135623730950488016887242097** que é uma aproximação decimal de $\sqrt{2}$ com 31 casas decimais. O usual é aproximar a $\sqrt{2}$ pelos números racionais 1,4 ou 1,41 dependendo da precisão que o problema exige.

Com exceção do número 12, todos os outros números da tabela são números irracionais.

A	B	C	D	E	F	G
$8+4\sqrt{2}$	$8\sqrt{2}$	12	$10+2\sqrt{2}$	$4+6\sqrt{2}$	$6+4\sqrt{2}$	$8+2\sqrt{2}$

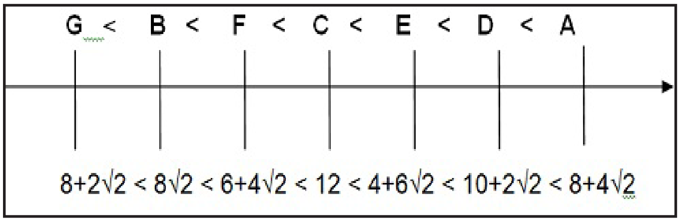
Partindo da desigualdade $1 < \sqrt{2} < 2$ é possível comparar diretamente, dois a dois, alguns dos números da tabela.

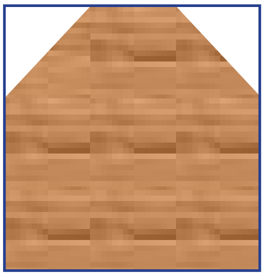
F	$6+4\sqrt{2}$	<	$8+4\sqrt{2}$	A
G	$8+2\sqrt{2}$	<	$6+4\sqrt{2}$	F
G	$8+2\sqrt{2}$	<	$8+4\sqrt{2}$	A
D	$10+2\sqrt{2}$	<	$8+4\sqrt{2}$	A
C	12	<	$10+2\sqrt{2}$	D
C	12	<	$8+4\sqrt{2}$	A
G	$8+2\sqrt{2}$	<	$10+2\sqrt{2}$	D
F	$6+4\sqrt{2}$	<	$4+6\sqrt{2}$	E

E indiretamente concluir que: se

G < F < A → G < A e se C < D < A → C < A

G				F		C				D		A
$8+2\sqrt{2}$	<	$8\sqrt{2}$	<	$6+4\sqrt{2}$	<	12	<	$4+6\sqrt{2}$	<	$10+2\sqrt{2}$	<	$8+4\sqrt{2}$
10,8	<	11	<	11,6	<	12	<	12,4	<	12,8	<	13,6





Dessa discussão pode-se concluir que as mesas em formato de triângulo, paralelogramo e trapézio isóscele são as que têm o maior perímetro, ou seja, dá para acomodar mais pessoas em sua volta. A mesa em formato hexagonal (figura 9) é a que tem o menor perímetro.

Bibliografia:

BOLTIANSKI, V. G. Figuras Equivalentes e equicompostas. Trad. Seiji Hariki. São Paulo: Atual Editora. Moscou: Editora Mir. 1996. 65 p.

ELFERS, J. Tangram: The ancient chinese shapes game. London: Penguin Books. 1975. 214 p.

FRANCHI, A. et alii. Geometria no 1º grau: da composição e da decomposição de figuras às fórmulas de área. São Paulo: CLR Balieiro. (Coleção Ensinando--aprendendo, Aprendendo Ensinando; 7), 1992. 43 p.

WANG, F. T. and Hsiung, C. C., A theorem on the Tangram, American Mathematical Monthly, 49 (1942) 596–599.

O que vem por aí

IV Fórum Nacional de Licenciaturas em Matemática

A Sociedade Brasileira de Educação Matemática - SBEM promove, entre os dias 15 e 16 de abril de 2011, o IV Fórum Nacional de Licenciaturas em Matemática, que será realizado na Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo - USP.

O objetivo do fórum é problematizar e debater amplamente o tema da formação do professor nos cursos de Licenciatura em Matemática pelos que nela estão direta ou indiretamente envolvidos (docentes/pesquisadores, gestores, representantes de políticas públicas de formação, estudantes), sem hierarquizar ou inverter papéis e vozes. O fórum é uma oportunidade para a SBEM refletir criticamente sobre políticas e práticas de formação de professores, bem como para formular e comunicar propostas.

A comissão organizadora é composta por:
Cármen Lúcia Brancaglion Passos/UFSCar; Armando Traldi Júnior/IFSP e PUC-SP ;Nelson Antonio Pirola/UNESP-Bauru; Iole de Freitas Druck/USP; Arlete de Jesus Brito/UNESP-Rio Claro; Miriam Cardoso Utsumi/USP-São Carlos; Maria do Carmo de Sousa/UFSCar; Mara Sueli Simão Moraes/UNESP-Bauru; Celi A. S. Lopes/Universidade Cruzeiro do Sul; Vinício de Macedo Santos/USP; e Manoel Oriosvaldo de Moura/USP

Informações adicionais com a programação e como fazer a inscrição no site do evento:
http://www.dm.ufscar.br/~jpiton/forum/forum_nacional_2011.html