

A SAGA DO SINAL DE IGUALDADE: MAIS DE 450 ANOS DE HISTÓRIA¹

José Dilson Beserra Cavalcanti² - Marcelo Câmara dos Santos³

RESUMO: O símbolo “=” é um dos mais utilizados na Matemática e no ensino de Matemática, sendo também muito empregado em diversas outras Ciências, como, por exemplo, nas fórmulas estudadas em Física e nas próprias situações do cotidiano. O significado mais comum e popular desse símbolo é afirmar que uma coisa *é igual* a outra, daí o nome sinal de igualdade. O símbolo “=” foi utilizado pela primeira vez, para denotar igualdade, em 1557, pelo inglês Robert Recorde, perfazendo, em 2008, a união entre o símbolo “=” e o conceito de igualdade mais de 450 anos. Contudo, a história nos mostra que nem sempre o conceito de igualdade foi representado pelo “=”; pode-se dizer também que este símbolo já teve outros significados não relacionados com a igualdade. Nosso objetivo neste artigo é apresentar alguns aspectos históricos relacionados ao sinal de igualdade. **Palavras-chave:** Matemática, símbolos, sinal de igualdade, história.


HISTÓRIA DO SINAL DE IGUALDADE



É difícil pensarmos em Matemática sem o símbolo “=” representando a igualdade. Contudo, a história nos mostra fatos interessantes de encontros e desencontros entre o símbolo “=” e o conceito de igualdade. Se, por um lado, a igualdade nem sempre foi representada pelo “=”, por outro, o símbolo “=” já teve diversos outros significados.

Antes de iniciarmos nosso estudo sobre a história do sinal de igualdade, esclarecemos que, no desenvolvimento histórico da Álgebra, notam-se as seguintes periodizações: Álgebra Retórica, Álgebra Sincopada e Álgebra Simbólica. A primeira referente à utilização da linguagem vernácula da época paleobabilônica (entre 2000 e 1600 a.C.); a segunda, representada também por esse tipo de linguagem, porém com alguns termos técnicos escritos na forma de abreviaturas; a terceira, relativa à substituição das palavras e abreviaturas por sinais simbólicos e pela introdução do uso sistemático de letras para representar valores desconhecidos (PUIG, 1998).

Em relação à maneira como a igualdade foi expressa ao longo dos tempos, podemos dizer que aconteceu algo semelhante. A igualdade já foi expressa retoricamente por palavras, tais como: *aequales*, *aequantur*, *esgale*, *faciunt*, *fera egale*, *phalam*, *ghelijck*, ou *gleich* (CAJORI, 1993; BOYER, 1974; CONTADOR, 2006); por abreviações como *aeq* para *aequales* ou *aequantur* e, *pha*, para *phalam*; e por diferentes símbolos.

Cajori (1993) indica que podemos encontrar no papiro de

Rhind⁴ um símbolo semelhante a este  significando “it gives” (dá), classificando-o praticamente como uma marca para igualdade em uma equação linear. Na aritmética do manuscrito Bakhshālī⁵, encontra-se a contração *pha* (para *phala*) para indicar o resultado de uma operação: assim, “*pha* serve como um sinal de igualdade” (CAJORI, 1993, p. 79).

Conforme Cajori (ibid), vários matemáticos utilizaram regularmente símbolos como sinais de igualdade. Diofanto⁶ utilizou um símbolo semelhante a este ; já o símbolo  foi utilizado por al-Qalasâdī⁷; Regiomontanus⁸ utilizou um travessão horizontal —, assim como foi utilizado, posteriormente, na Itália, por Luca Pacioli⁹, Ghaligai¹⁰ e outros. Entretanto, Pacioli utiliza o travessão para vários propósitos, além do de expressar igualdade, e Ghaligai expressava a igualdade por travessões (— — —); um único travessão (—) era utilizado também para separar fatores.

A repetição de um símbolo, simplesmente para preencher um intervalo, é encontrada muito tempo depois em conexão com o sinal de igualdade (=). “Assim, John Wallis¹¹, em sua *Mathesis universalis* ([Oxford, 1657], p. 104), escreve: $1 + 2 - 3 = = = 0$ ” (CAJORI, 1993, p. 113). Já Gerolamo Cardano¹², por sua vez, deixava, algumas vezes, um espaço em branco no lugar onde colocamos, comumente, o sinal de igualdade (CAJORI, 1993).

O sinal de igualdade, como o conhecemos atualmente pelo símbolo “=”, só foi introduzido, em 1557, pelo inglês Robert

¹ Este artigo é um recorte do quadro teórico de nossa dissertação de mestrado.

² Universidade Federal do Recôncavo da Bahia-UFRB. dilsoncavalcanti.ufrb@gmail.com

³ Colégio de Aplicação da Universidade Federal de Pernambuco. marcelocamaraufpe@yahoo.com.br

⁴ Papiro egípcio datado de aproximadamente 1620 a.C., conhecido também como papiro de Ahmes.

⁵ Manuscrito datado aproximadamente de 400 d.C., encontrado por um agricultor próximo da aldeia Bakhshālī, na Índia. *The Bakhshālī Manuscript*, Indian Antiquary, Vol. XVII (Bombay, 1988). (nota de CAJORI, 1993).

⁶ Matemático grego que viveu, segundo alguns autores, em torno de 250 d.C

⁷ Matemático árabe (1412-1486).

⁸ Johannes Müller von Königsberg, matemático e astrônomo alemão (1436-1476), comumente chamado de Regiomontanus.

⁹ Monge franciscano e célebre matemático italiano (1445-1517)

¹⁰ Matemático italiano (?-1536), conforme Heffer (2004)

¹¹ Matemático inglês (1616-1703)

¹² Matemático, físico e médico italiano (1501-1576)

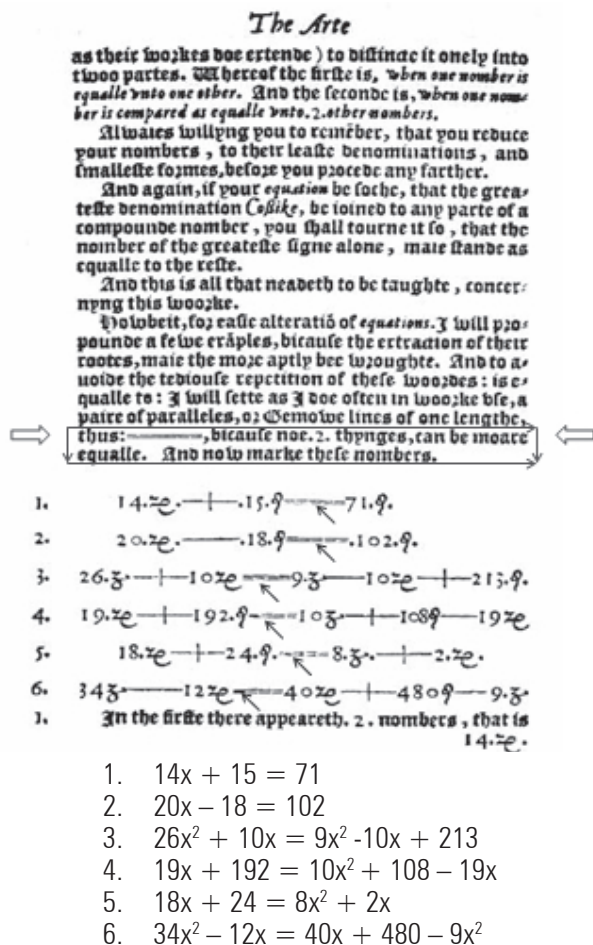
Recorde¹³ em seu livro *The Whetstone of Witte*¹⁴, que é considerado o primeiro tratado inglês sobre Álgebra.

A figura 04, abaixo, corresponde à página do livro de Recorde na qual aparece, pela primeira vez, o símbolo moderno de igualdade. Observe-se que o símbolo “=” que utilizamos atualmente é uma versão ligeiramente menos longa do símbolo inventado por Recorde.

Cajori (1993) explica que nos livros impressos antes da introdução do símbolo de Recorde, a igualdade era expressa por algumas das palavras citadas anteriormente ou pela forma abreviada *aeq.* Segundo Contador (2006), Recorde utilizou o símbolo “=” com o objetivo de substituir *aequales* (empregada desde 1500) ou sua forma abreviada *aequ* (empregada a partir de 1550).

Observando a figura acima, as setas indicam o símbolo “=”, e o trecho em destaque corresponde à justificativa de Recorde ao escolher esse símbolo para igualdade: “*bicause noe .2. thynges, can be moare equalle*” (Porque duas coisas não podem ser mais iguais).

As expressões que aparecem na figura 04, conforme Meavilla (2001), são traduzidas para o simbolismo moderno da seguinte maneira:



Recorde introduziu o símbolo “=” como sinal de igualdade no capítulo dedicado à resolução de equações algébricas com a finalidade de facilitar a manipulação que ocorre no processo de resolução das equações, evitando, assim, a repetição tediosa da expressão “*is equalle to*”¹⁵.

O sinal de igualdade está associado, de certo modo, com a manipulação das equações, possibilitando assim trabalhar com a combinação de operações no decorrer do processo de resolução. Essas operações correspondem à adição e subtração dos termos homogêneos em ambos os lados da equação, à divisão e multiplicação de uma equação por uma incógnita (introduzidas por Cardano) e à adição e subtração de duas equações (introduzidas por Cardano e aperfeiçoada por Peletier e Buteo) (HEEFFER, 2004; 2007). Heeffer (2004) afirma, então, que “o sinal de igualdade simboliza a equação algébrica” (p. 17).

Em outro estudo, Heeffer (2007) argumenta que o conceito de equação emergiu totalmente em 1560, aproximadamente. Este autor também afirma que os símbolos são introduzidos em consequência do pensamento simbólico. Dessa maneira, a invenção e utilização do símbolo de igualdade fornecem evidência histórica da introdução de um símbolo representando um conceito matemático recentemente emerso (HEEFFER, 2007).

A introdução do sinal de igualdade como símbolo de equação conclui o estágio básico do desenvolvimento em direção à Álgebra Simbólica, como iniciado na Alemanha até o fim do décimo quinto século (HEEFFER, 2007). Heeffer (ibid.) realça ainda que “o tempo da introdução do sinal de igualdade, em 1557, coincide perfeitamente com as nossas análises conceituais dos manuais de Álgebra do décimo sexto século” (p. 18). Assim, este autor referiu-se ao sinal de igualdade como a jóia da coroa da Álgebra Simbólica.

Um fato curioso é que a propagação da utilização do símbolo “=” como sinal de igualdade não aconteceu de maneira imediata, nem tampouco, sem complicações. Foi apenas no século XVII, especificamente em 1631, que o símbolo de Recorde recebeu o reconhecimento mais geral na Inglaterra, sendo adotado como símbolo para igualdade em três importantes trabalhos: *Artis Analyticae Praxis*, de Thomas Harriot¹⁶; *Clavis Mathematicae*, de William Oughtred¹⁷; e *Trigonometria*, de Richard Norwood¹⁸ (CAJORI, 1993). Em relação ao período entre o aparecimento do símbolo “=” para igualdade (por Recorde) e seu reconhecimento por meio dos trabalhos supracitados, é importante ressaltar que alguns matemáticos não usaram nenhum símbolo, em particular, para expressar igualdade. Pelo que discutimos até o momento, podemos destacar que nem sempre a igualdade foi representada pelo símbolo “=”.

Por outro lado, o símbolo “=” foi utilizado por outros matemáticos do continente europeu para outras finalidades que não correspondiam a um sentido compatível com o de sinal de igualdade. Em 1951, François Viète¹⁹ utilizou o “=” para

¹³ Robert Recorde (1510-1558) foi um dos mais importantes matemáticos do século XVI. Também foi jurista e médico do rei Edward VI e da rainha Mary.

¹⁴ A pedra de afiar o conhecimento.

¹⁵ É igual a.

¹⁶ Matemático e astrônomo inglês (1560-1621)

¹⁷ Matemático inglês (1574-1660)

¹⁸ Matemático inglês (1590-1675)

¹⁹ Matemático e advogado francês (1540-1603)

designar uma diferença aritmética. Já Descartes²⁰, em 1638, utilizou-o para designar o sentido de *mais ou menos*, hoje representado pelo símbolo “±”. Juan Caramuel²¹ empregou o símbolo “=” como sinal de separação em frações decimais. Por exemplo, o que, para nós, hoje em dia se expressa como 102,857, ele expressava como 102=857. Georg Heinrich Paricius²², em 1706, fez uso dos símbolos “=”, “:” e “-” como símbolos gerais para separar números que ocorrem num processo de resolver problemas aritméticos. Samuel Reyher²³, em 1698, usou o “=” para designar linhas paralelas. Dessa maneira, o símbolo “=” adquiriu cinco utilizações diferentes entre os escritores do continente europeu (CAJORI, 1993).

Uma possível razão para o símbolo “=” não se popularizar imediatamente como sinal de igualdade foi o fato de ele ter assumido essas diferentes utilizações. Nesse sentido, Cajori (op. cit.) esclarece que o símbolo “=” esteve ameaçado de ser descartado completamente como sinal de igualdade em favorecimento de algum outro símbolo que não apresentasse tal desvantagem.

Voltando ao primeiro aspecto, diversidade de símbolos para igualdade, observamos que, mesmo depois de Recorde utilizar o símbolo “=” para igualdade, durante os séculos XVI e XVII não houve um consenso a propósito da utilização de um único símbolo para igualdade. Isto é, paralelamente, os matemáticos europeus utilizavam diferentes símbolos para igualdade (CAJORI, 1993).

Apresentamos, em seguida, um resumo no qual aparecem alguns dos símbolos utilizados por distintos matemáticos europeus no decorrer dos séculos XVI e XVII. Na França, em 1559, Buteo²⁴ utilizou o símbolo “[” como sinal de igualdade. Na Alemanha, em 1571, Willhelm Holzmann²⁵ utilizou linhas paralelas “||” verticais para representar igualdade na versão da aritmética da obra de Diofanto. Já Leonard e Thomas Digges²⁶, em 1579, na Inglaterra, inventaram um novo símbolo para igualdade “≠”, que parece ser uma variação do símbolo de Recorde.

No decorrer do século XVII, os matemáticos também inventaram diferentes símbolos para igualdade. Hérigone²⁷ inventou, em 1634, o símbolo “2|2”, empregando-o em sua obra *Cursus mathematicus*. Hérigone também utilizou “3|2” e “2|3” no sentido de “maior que” e “menor que”, respectivamente. Apesar de esses símbolos apresentarem uma lógica atraente, Hérigone, ciente do potencial das possíveis confusões que estes ocasionariam, em outra parte do *Cursus mathematicus* acaba utilizando o símbolo “L” para expressar igualdade.

O símbolo “∞”, inventado por René Descartes em 1637, aparece em seu célebre trabalho *Géométrie* como sinal de igualdade. Ressaltamos que este símbolo teve uma grande repercussão em sua época. O símbolo “L”, que parece uma

inversão do símbolo utilizado por Hérigone, foi utilizado por F. Dulaurens, em 1667, na obra *Specimina mathematica*. Na obra *Mathesis biceps vetus et nova*, escrita por Juan Caramuel em 1670, a igualdade aparece representada pelo símbolo “Æ”, que indica uma possível associação das duas primeiras letras da palavra latina *æqualis*, que designa igualdade.

Na edição de 1679 do trabalho de Fermat²⁸, *Varia opera mathematica*, o símbolo “∞” parece sugerir o sentido de igualdade, contudo, ele não o utiliza em seus manuscritos, sendo que nas margens dessa obra surge o símbolo “{” parecendo também denotar igualdade (CAJORI, 1993).

Como vimos, diversos símbolos concorreram com o símbolo “=” para representar igualdade. Mas, a grande rivalidade pela popularização de um símbolo para o posto de sinal de igualdade foi, na verdade, entre o símbolo “=”, proposto por Recorde, e o símbolo “∞”, utilizado por Descartes em 1637. Sobre o símbolo de igualdade de Descartes, alguns especulam que ele é uma inversão e alteração da combinação das primeiras letras da palavra *æqualis*. Uns mais pragmáticos sugerem que, em uma publicação astronômica, esse símbolo foi utilizado para representar a palavra Taurus (CAJORI, 1993).

Em Cajori (ibid, pp. 299-307), discutem-se, de maneira pormenorizada, os aspectos sobre a competitividade dos símbolos para igualdade. Dessa maneira, adiantamos que “a vitória final do = sobre ∞ parece dever-se, principalmente, à influência de Leibniz²⁹ durante o período crítico no fim do século XVII” (CAJORI, 1993, p. 306). O símbolo de Recorde é, assim, adotado universalmente. A situação que acabamos de discutir durou aproximadamente 150 anos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Sintetizando, ressaltamos que os aspectos históricos que discutimos sobre o sinal de igualdade nos mostram fatos interessantes de encontros e desencontros entre o símbolo “=” e a igualdade. Se, por um lado, a igualdade nem sempre foi representada pelo “=”, por outro, o símbolo “=” já foi utilizado por diversos matemáticos europeus com finalidades diferentes das comumente associadas ao sinal de igualdade. Outro aspecto que destacamos diz respeito ao fato de que, mesmo quando o sinal de igualdade foi representado por outros símbolos, até antes do “=” de Recorde, ele já era utilizado para indicar o resultado, além de indicar igualdade. Isto quer dizer que, historicamente, o sinal de igualdade, independente do símbolo que o representava, já serviu tanto num sentido relacional, designando igualdade, quanto num sentido operacional, indicando o resultado de uma operação.

Por último, realçamos a relevância que o símbolo “=”, como sinal de igualdade, proposto inicialmente por Recorde, adquiriu no desenvolvimento da Matemática ao longo dos anos. Hoje em dia, é praticamente estranho pensarmos em

²⁰ Filósofo cientista e matemático francês (1596 –1650)

²¹ Filósofo, matemático, lógico e lingüista espanhol (1606-1682)

²² Matemático alemão (1675-1725)

²³ Matemático e astrônomo alemão (1635-1714)

²⁴ Matemático francês, conforme alguns autores (nasceu em 1492 e faleceu entre 1564 e 1572)

²⁵ Também conhecido como Xylander (1532-1576), primeiro a traduzir a obra Aritmética, de Diofanto

²⁶ Matemáticos e cientistas ingleses. Pai e filho, (1520-1559) e (1546-1596), respectivamente.

²⁷ Matemático e astrônomo francês (1580-1643)

²⁸ Matemático francês (1601-1665)

²⁹ Filósofo, cientista, matemático e diplomata alemão (1646-1716)

Matemática sem o símbolo “=” representando a igualdade. Nesse sentido, lembramos que, em 2007, o símbolo “=” completou 450 anos de história como sinal de igualdade, sendo importante ressaltar que nesse período o “=” adquiriu status de um símbolo que é indispensável, quer seja para a Matemática, ou para o ensino de Matemática, quer seja para outras Ciências. Nesses termos, o símbolo “=” pode ser considerado como um dos principais símbolos matemáticos já inventados.

Referências Bibliográficas

BOYER, C. B. (1974). **História da matemática**. Tradução: Elza Gomide. São Paulo: Edgard Blücher Ltda.

CAJORI, F. A. (1993). **History of mathematical notations: Two volumes bound into one**. Originally published: Chicago: Open Court Pub. Co., 1928-1929. New York: Dover Books.

CONTADOR, P. R. M. **Matemática, uma breve história**. São Paulo: Ed. Livraria da Física, 2006. Vol. 01.

GARBI, G. G. **A rainha das ciências: um passeio histórico pelo maravilhoso mundo da matemática**. São Paulo: Ed. Livraria da Física, 2006.

HEEFFER, A. (2004). *Récréations Mathématiques (1624) A Study on its Authorship, Sources and Influence*, **History of Science Society Annual Meeting**, Austin, Texas, 18-21 November, 2004.

HEEFFER, A. (2004). The emergence of symbolic algebra as a shift in predominant models. *International Conference - Model-Based Reasoning in Science and Engineering Abduction, Visualization, Simulation*. University of Pavia, Italy. <http://logica.ugent.be/albrecht/thesis/MBR2004.pdf> (acessado em outubro de 2007).

_____, A. (2007). On the Nature and Origin of Algebraic Symbolism. *Perspectives on Mathematical Practices - International Conference*. Vrije Universiteit Brussel, Belgium. <http://logica.ugent.be/albrecht/thesis/PMP2007Heeffer.pdf> (acessado em outubro de 2007).

MEAVILLA, S. V. **Aspectos históricos de las matemáticas elementales**. Zaragoza. Prensas Universitarias de Zaragoza, 2001.

PUIG, L. (1998). Componentes de una historia del álgebra. El texto de al-Khwarizmi restaurado. Componentes de una historia del álgebra. El texto de al-Khwarizmi restaurado. In: **Investigaciones en Matemática Educativa II**. México, DF: Grupo Editorial Iberoamérica, págs.109-131.

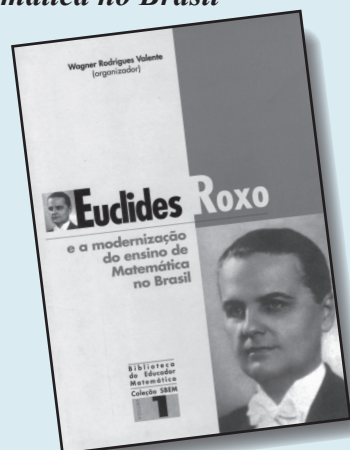
RECORDE, R. (1557). **The whetstone of witte [...]**. By I. Kyngston, London.

BIBLIOTECA DO EDUCADOR MATEMÁTICO

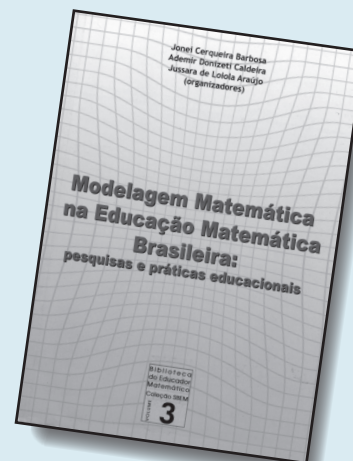
*Matemática nas séries iniciais do ensino fundamental:
A pesquisa e a sala de aula*



Euclides Roxo e a modernização do ensino de Matemática no Brasil



Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: Pesquisa e práticas educacionais



Adquira
já o seu!



www.sbem.com.br