

Razonamiento abductivo en una tarea con números 4-estelares

*Lucero Antolínez Quijano**

*Miller Palacio Núñez***

*María Nubia Soler****

RESUMEN

Esta ponencia presenta los avances y algunos resultados en un trabajo de grado de la Maestría en Docencia de la Matemática, el cual tiene como propósito caracterizar los razonamientos desarrollados por un grupo de estudiantes de primer semestre de universidad al resolver una tarea relacionada con los números 4-estelares. El referente teórico considerado en relación con los razonamientos abductivo, deductivo e inductivo es la teoría de Peirce en la segunda

etapa de desarrollo. El análisis de los razonamientos logrados por los estudiantes se hace a partir del modelo de Toulmin sobre argumentación. Entre los resultados encontrados se observa que cada razonamiento abductivo se basa en una ruta que depende del nivel de dificultad de la expresión general encontrada.

Palabras clave: argumentos, razonamientos abductivos, Modelo de Toulmin, números 4-estelares.

* Universidad Pedagógica Nacional. Dirección electrónica: luceroaq@gmail.com

** Universidad Pedagógica Nacional. Dirección electrónica: milpal252000@yahoo.es

*** Universidad Pedagógica Nacional. Dirección electrónica: nsoler@pedagogica.edu.co

PRESENTACIÓN DEL PROBLEMA

De acuerdo con los estándares básicos de competencias en matemáticas propuestos por el Ministerio de Educación Nacional -MEN- (1998), existen cinco procesos generales en la actividad matemática que se deben desarrollar en la clase de matemáticas: formular y resolver problemas, modelar procesos y fenómenos de la realidad, comunicar, razonar, y formular, comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos. En relación con el proceso de razonar explican que este se hace evidente en la actividad matemática al percibir regularidades, hacer predicciones, formular conjeturas, validar o refutar esas conjeturas y adoptarlas o rechazarlas con argumentos y razones. Además, los estándares también hacen explícita la necesidad de propiciar los razonamientos inductivos, abductivos y deductivos en las situaciones de aprendizaje.

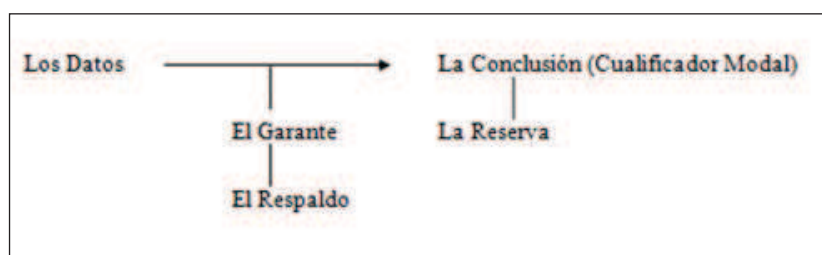
En nuestra práctica docente, hemos evidenciado la dificultad que tienen los estudiantes de realizar actividades asociadas al proceso de razonar; en particular, se ha evidenciado que estudiantes de primer semestre de Educación Técnica tienen problemas al pasar de patrones o regularidades observadas en el estudio de algunos casos, a expresiones generales que los describen. El trabajo de grado pretende contribuir al mejoramiento de este proceso en los estudiantes, a partir del diseño de una tarea y del análisis del desarrollo de la misma. Esto último con el fin de identificar las características de la tarea que permiten el desarrollo de dicho proceso.

MARCO DE REFERENCIA CONCEPTUAL

La teoría de Peirce en su segunda etapa de desarrollo define el razonamiento abductivo como la adopción de una hipótesis (conjetura) a partir de unos hechos o datos para explicar una relación observada (Peirce, 1901).

Este razonamiento puede expresarse en términos del modelo de Toulmin, el cual plantea que cualquier argumento contiene los siguientes elementos: la conclusión, que es una afirmación o aserción que se hace con base en unos hechos observados; los datos, los cuales corresponden a la evidencia en la cual se fundamenta la afirmación; el garante, brinda un soporte legítimo para la transición de los datos a la conclusión, y el respaldo, es el apoyo que valida el garante y le da soporte al argumento (Toulmin 2003).

En el modelo de Toulmin, el garante de un razonamiento abductivo está dado por los patrones o regularidades que se observen en los datos, y la conclusión corresponde a la expresión general que describe los patrones o regularidades observados. En la tarea propuesta se busca que los estudiantes razonen de forma abductiva. Este razonamiento se estructura así:



Los datos corresponden a las primeras posiciones de un número 4-estelar, el garante evidencia los patrones encontrados por los estudiantes y la conclusión está dada por una expresión general que permite encontrar la cantidad de puntos de un número 4-estelar en cualquier posición.

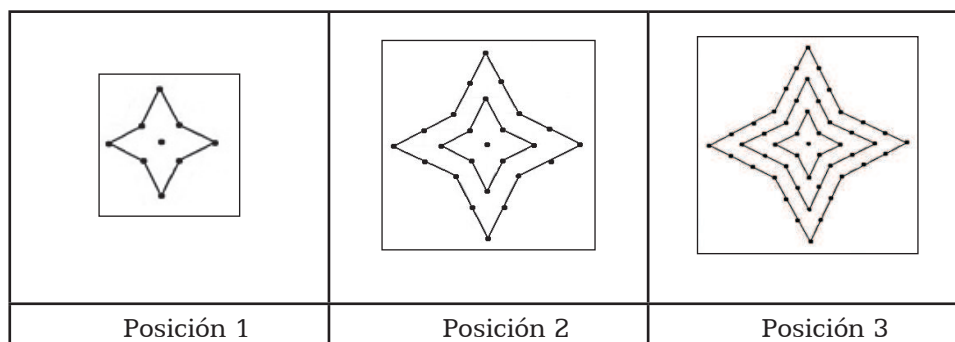
METODOLOGÍA

Este proyecto de grado se enmarca dentro de la investigación cualitativa y para el diseño de la tarea, inicialmente se consideraron los números p-estelares, pero fue necesario modificarla por el grado de dificultad que estos números involucran. Luego, se planteó con los números 6-estelares, sin embargo, su representación gráfica no es fácil de construir sobre una hoja cuadrículada. Y por último, se diseñó con números 4-estelares que son más fáciles de representar gráficamente y que generan números impares elevados al cuadrado. Para el diseño de la tarea se tuvieron en cuenta las etapas del proceso que mencionan Mason (1985) y Mora & Soler (2010) para llegar a una generalización, dado que en estas etapas se evidencia el razonamiento abductivo.

Para la recolección de la información, se diseñó una tarea relacionada con los números 4-estelares que involucra procesos de generalización y posteriormente se elaboraron unas entrevistas semiestructuradas para complementar la información obtenida.

En cuanto a la tarea, tiene como propósito que los estudiantes encuentren una expresión general para calcular la cantidad de puntos de un número 4-estelar en cualquier posición. La tarea está conformada por cinco puntos. Los tres primeros tienen la intención de familiarizar a los estudiantes con los números 4-estelares y algunas formas de contar la cantidad de puntos de cada estrella (ver el patrón), el cuarto punto pretende que los estudiantes justifiquen las relaciones encontradas (decir el patrón) y el quinto punto, le presenta a los estudiantes la necesidad de llegar a una generalización para encontrar la cantidad de puntos de un número 4-estelar en cualquier posi-

ción (registrar el patrón) al intentar encontrar la cantidad de puntos en una posición grande, como lo es la posición 18. A continuación se muestran las tres primeras posiciones de un número 4-estelar:



Para el análisis de la información se tuvo en cuenta el siguiente proceso: primero se hizo una relatoría de la clase en la que se aplicó la tarea para identificar los momentos en los cuales los estudiantes argumentaban los procesos y soluciones obtenidas para cada punto. Luego, se hizo la transcripción de lo sucedido en esos momentos, la cual permitió encontrar los razonamientos abductivos logrados. Y finalmente, se aplicaron unas entrevistas semiestructuradas por parejas para complementar las expresiones generales obtenidas y así complementar todos los elementos que requiere un argumento según el modelo de Toulmin.

ANÁLISIS DE DATOS

Hasta el momento se tiene una versión inicial del análisis de una de las formas de conteo utilizada por los estudiantes. En lo que sigue se presenta la ruta para la forma de conteo #3 identificada.

La fase 1 se refiere a la implementación de la tarea en la clase de Matemáticas 1 (asignatura de primer semestre de la Tecnología en Ingeniería Industrial). En esta fase los estudiantes se relacionaron con los números 4-estelares, con las diferentes formas de conteo e identificaron un patrón que les permitiría contar fácilmente la cantidad de puntos de cada estrella.

El patrón encontrado se presenta en la figura 1.

La fase 2 corresponde a una entrevista semiestructurada que se aplicó a cuatro parejas de estudiantes. En esta fase, inicialmente los estudiantes formularon una conjetura (usando el lenguaje natural) para encontrar cualquier posición de un número 4-estelar a partir del patrón encontrado. La

expresión general encontrada se presenta en lenguaje natural y la expresan los estudiantes de la siguiente manera:

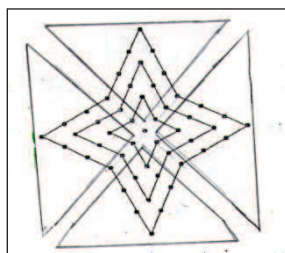


Figura 1. Forma #3 de conteo por puntas de la estrella.

“Total de puntos = (puntos de la punta número de puntas) + (número de puntos de la diagonal entre los triángulos cuatro) + 1”

Luego, los estudiantes verificaron la conjetura en las primeras posiciones de la estrella (ver figura 2).

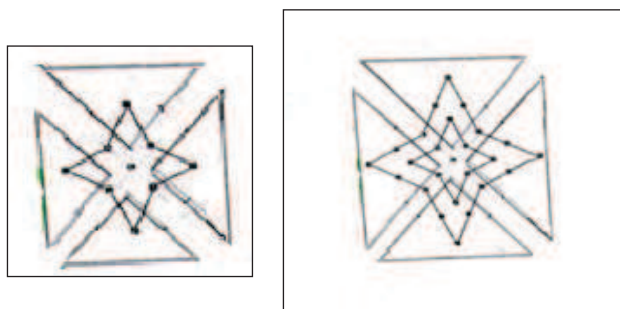


Figura 2. Forma #3 de conteo en las posiciones 1 y 2 de un número 4-estelar

Finalmente, los estudiantes representaron la conjetura por medio del lenguaje algebraico, así:

$$\text{“Total de puntos de la estrella} = (x^2 \times 4) + (x \times 4) + 1 \text{”}$$

CONCLUSIONES

En todo el proceso de implementación de la tarea y aplicación de las entrevistas, es necesario resaltar la importancia que tienen las figuras que representan las diferentes posiciones de un número 4-estelar para identificar el patrón que conduce a la conclusión, que en este caso corresponde a la conjetura.

También, es importante señalar que cada forma de conteo contiene su propia ruta de análisis conformada por diferentes fases, ya que algunas

formas de conteo pueden construir su conjetura en la primera fase, mientras que las formas de conteo que son más elaboradas requieren más fases para la construcción de su conjetura.

En el proceso de la elaboración de conjeturas (razonamiento abductivo) se evidenciaron algunos razonamientos inductivos que les permiten a los estudiantes verificar las conjeturas planteadas por medio de la experimentación con estrellas más pequeñas e incluso con las posiciones grandes.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Mason, J., Graham, A., Pimm, D. & Gower, N. (1988). *Rutas y raíces hacia el álgebra* (Cecilia Agudelo, Ed. y Trad.). Tunja, Colombia: Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia.
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos curriculares en matemáticas*. Bogotá. Magisterio.
- Mora, L. & Soler, M. (2010, octubre). *Estudiar álgebra desde la generalización: ejemplos para la formación de profesores*. Ponencia presentada en el 11 Encuentro Colombiano de Matemática Educativa "Aprendizaje y Evaluación en Matemáticas", Bogotá, Colombia.
- Peirce, C. S. (1901). Reasoning. En J. Baldwin, & Smith (Ed.). *Dictionary of Philosophy and Psychology* (S. Barrena, Trad.). Glouster.
- Toulmin, S. (2003). *The uses of Argument*. New York: Cambridge University Press.