ESTUDO SOBRE DIVERGÊNCIAS ENTRE CORRETORES EM PROVAS DISSERTATIVAS DE MATEMÁTICA[1]

Méricles Thadeu Moretti[2]

Resumo: A prova dissertativa, em matemática, é, apesar de toda crítica que se possa fazer, um dos poucos elementos, se não o único, a compor a avaliação dos alunos. Tal situação é observada em todos os níveis de ensino dessa disciplina. Não raro a nota atribuída a uma prova de matemática é ponto de discórdia entre aluno e professor, expondo as fragilidades do contrato didático. Com este estudo, pretendemos levantar uma maior compreensão do porquê de certos elementos presentes nas provas serem suscetíveis de induzir sérias divergências entre corretores quando da correção dessas provas. Diferentemente do que muitos pensam, não é só nas "provas de redação" que as divergências entre corretores ocorrem.

Palavras-chave: Provas de matemática; Multicorreção de provas; Docimologia.

INTRODUÇÃO

Os estudos em Docimologia[3] na direção da multicorreção são praticamente inexistentes no Brasil. Citamos as dissertações de Machado (2002), que trata de uma análise histórica de exames de admissão ao secundário para o período de 1930 a 1970, e de Santos (2002), também com um cunho histórico, que faz uma análise de disciplinas de matemática por meio de provas de alunos do antigo nível ginasial.

Um levantamento em diversas revistas voltadas à educação no Brasil mostra que não há texto que discuta a problemática relacionada à multicorreção de provas; há, sim, uma diversidade de artigos sobre avaliação da aprendizagem, mas não sobre multicorreção de provas. Além dessas dissertações, citamos uma tese de doutorado, na França, de Dauvisis (1982) que estuda a relação entre os objetivos de ensino de uma disciplina e docimologia. Em Moretti (2002), um capítulo aborda esse mesmo caso de multicorreção de provas e apresenta as vantagens da prática encadeada dos métodos fatoriais de análise de dados em Educação Matemática.

Neste trabalho, discutiremos um caso de multicorreção de provas que envolve 52 professores que avaliam a resolução de um problema de matemática de um grupo de 10 alunos.

Uma situação típica que encontramos em docimologia é quando dois ou mais corretores atribuem notas a um mesmo conjunto de provas. Em uma situação ideal de correção, teríamos uma coincidência de notas atribuídas pelos corretores às provas. Nas experiências reais de multicorreção, tal unanimidade não será evidentemente atendida.

Consideramos que pequenas diferenças relacionadas às diferenças nas escalas de notações utilizadas pelos corretores não são verdadeiramente diferenças apreciáveis. Dito de outra forma, dois corretores apreciam da mesma forma um pacote de provas se eles diferirem em severidade (diferença de média no pacote das provas) e em amplitude de escala na atribuição das notas. Podemos considerar ideal a situação em que as igualdades na atribuição de notas não são obtidas em uma tabela inicial, mas o são na tabela transformada por padronização.

No entanto, as situações observadas vão se distanciar dessas que acabam de ser descritas quando, por exemplo, sobre uma determinada prova A, o corretor 1 é mais severo do que o corretor 2 e, no entanto, na prova B, é o corretor 2 que é mais severo do que o corretor 1. Mais geralmente, entre vários corretores sobre duas provas, classificações muito diferentes de corretores por ordem de severidade são sinais de divergências profundas. Nesse caso, a padronização não é suficiente para o objetivo de uniformização. Muito pelo contrário, tal transformação pode ter o efeito contrário, o de amplificar as divergências entre corretores.

Pretendemos, com este texto, levantar algumas

[1] A experiência a que se refere este estudo foi tratada também em Moretti (2007) visando discutir algumas implicações das divergências na correção de provas dissertativas nos vestibulares.

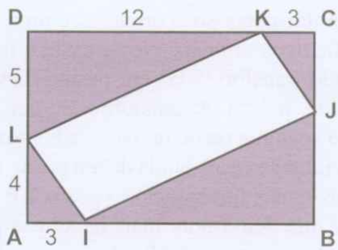
[2] Professor da Universidade Federal de Santa Catarina. Departamento de Matemática e do Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica. Diretor do Centro de Ciências Físicas e Matemáticas. mericles@mtm.ufsc.br.

[3] Docimologia: ciência que se ocupa das diferentes formas de controle do conhecimento.

questões que julgamos importantes estão presentes em provas de matemática e são capazes de suscitar diferenças de apreciação entre corretores. Pensamos que a explicação das divergências entre corretores é um pré-requisito necessário para visar o objetivo da uniformização.

A EXPERIÊNCIA

Em nosso estudo, contamos com 52 corretores que atribuem notas, sem comentar com os seus colegas, a um conjunto de 10 provas (tabela no ANEXO 1). As margens desta tabela contêm médias (M) e desvios-padrão (DP). A prova constava de duas questões, uma de geometria e outra de álgebra. Trataremos apenas da questão de geometria que foi corrigida e teve as notas atribuídas no intervalo [0, 5]. A questão de geometria, traduzida do francês, é a seguinte:



ABCD é um retângulo e IJKL, um paralelogramo. Medidas, com certa unidade de comprimento, são dadas e os valores estão indicados na figura: AL = 4, LD = 5, DK = 12, KC = 3. Com esta unidade de medida, qual é o valor que se obtém para o perímetro do paralelogramo IJKL?

Do ponto de vista dos conceitos estritamente matemáticos, além de conhecimentos relacionados ao perímetro e à definição de paralelogramo, a resolução da questão exige o uso do Teorema de Pitágoras. Tal uso fora instruído propositadamente aos corretores como sendo o objetivo central da questão a ser avaliado na resolução pelos alunos.

Cópias das respostas dos 10 alunos à questão, mantidas na língua original, estão no ANEXO 2.

ANÁLISE DOS DADOS

Faremos, inicialmente, um reconhecimento dos dados por meio de estatística básica para, em seguida, aprofundar a análise com os métodos denominados fatoriais.

A partir da tabela com distribuição das notas que são atribuídas no intervalo [0, 5], médias e desvios-padrão, podemos levantar algumas informações, como, por exemplo:

- o corretor C01 atribui notas menores do que o corretor C03 à provas dos alunos E2, E3, E8 e E9. Na prova E6 as notas coincidem e nas outras provas é o corretor C03 que atribui notas menores. Essa comparação pode ser efetuada entre os corretores e dificilmente encontraremos duplas em que um sistematicamente atribui notas menores (ou maiores) do que o outro. Constatações desse tipo desautorizam o objetivo da uniformização de notas pelo meio automático da padronização das provas. Tal padronização é em geral feita por meio da fórmula seguinte

$$NP = \frac{(N - M)}{DP} \cdot 100$$

em que NP designa a nota padronizada; N, a nota efetivamente atribuída; M, a média; e DP, o desvio padrão.

- a prova E3 é a melhor avaliada no conjunto dos corretores (média mais alta = 4,90) e a que obteve a maior concordância entre os corretores (desvio-padrão mais baixo = 0,24).

O gráfico do tipo caule-folha, a seguir, indica claramente que as notas atribuídas pelos corretores a esta prova estão no intervalo [4, 5], o que dá uma diferença de 1 ponto apenas entre a maior e a menor nota. São 42 notas de mesmo valor 5,0 e 10 outras notas abaixo de 5,0.

Prova E3

Freqüência	Caule	Folha
2	4.	00
1	4.	8
1	4.	9
6	4.	555555
42	5.	000000000000000000000000000 000000000000000

Um olhar mais atento indica que E3 é uma boa prova, bem organizada, apesar de alguns abusos de linguagem, como, por exemplo, o seguinte:

IJKL = 13 + 13 + 5 + 5 = 36

- a prova E7 é a que possui a pior avaliação entre os corretores (média mais baixa = 0,91) e mostra uma divergência razoável entre os corretores, pois as notas variam no intervalo [0, 2,5], uma diferença de 2,5 pontos entre a menor e a maior nota, apesar de erros graves ali presentes.

O que leva os corretores C01, C18 e C37 a atribuírem nota 2,5 a esta prova? Uma pista pode ser a presença da formulação correta do cálculo do perímetro. Convém lembrar que tal cálculo é a única questão explicitamente solicitada no problema. Acreditamos que a presença da resposta à pergunta explicitamente pedida na questão é um elemento importante na avaliação pelos corretores, mesmo que esta não seja o objetivo principal.

- a prova E5 não é também bem avaliada pelos corretores (média das notas de E5 = 0,99) e possui uma diferença de notação de até 2,7 pontos. O gráfico do tipo caule-folha, a seguir, mostra uma alta concentração de notas 0,5 e 1,0.

Prova E5

Freqüência	Caule	Folha
2	0.	00
15	0.	555555555555555
25	1.	0000000000000000000000000
4	1.	5555
6	-	≥ 1,8

Na prova, observamos o cálculo correto do perímetro com valores corretos dos lados do paralelogramo sem, no entanto, apresentar a forma de obtenção desses valores intermediários. É importante remarcar que o cálculo de tais valores obriga o uso do Teorema de Pitágoras, objetivo central desta questão.

- o corretor C37, o único que atribuiu 2,7 - a nota mais alta à prova E5 -, é um daqueles que também atribuiram nota mais alta à prova E7. Ele possui a maior média na atribuição de notas (3,33) e o menor desvio-padrão (0,85) dentre o conjunto dos corretores. Isso indica que ele é o menos severo na atribuição de notas no conjunto das 10 provas e, além disso, as suas notas são as que menos variam em torno da própria média. O gráfico do tipo caule-folha, a seguir, mostra a distribuição das notas de C37:

Corretor C37

Freqüência	Caule	Folha	Notas atribuídas por C37
2	2.	22	2.2, 2.2
2	2.	57	2.5, 2.7
3	3.	558	3.5, 3.5, 3.8
2	4.	00	4.0, 4.0
1	4.	9	4,9

A divergência entre este corretor e os demais é muito forte, principalmente nas provas E5 e E7 comentadas anteriormente.

- o corretor C03 é o mais severo de todos (média das notas = 2,25) e aquele que mais dispersa as notas em torno da própria média (desvio-padrão das notas = 1,93). O gráfico do tipo caule-folha, a seguir (com ressalvas devido ao pequeno número de observações), indica que ele é um corretor que usa mais fortemente as extremidades da escala, é severo para as provas que não possuem boa qualidade e mais benevolente com os possíveis erros em provas de boa qualidade. Por exemplo, às provas com as mais baixas pontuações, E7 e E5, ele atribuiu, respectivamente, 0,0 e 0,5 - notas abaixo da média. Às provas E3 e E8, que possuem as melhores pontuações gerais, ele atribui, respectivamente, 5,0 e 4,5 - notas acima da média.

Corretor C03

Freqüência	Caule	Folha	Notas atribuídas por C03
4	0.	0005	0.0, 0.0, 0.0, 0.5
2	2.	05	2.0, 2.5
3	4.	005	4.0, 4.0, 4.5
1	5.	0	5.0

A seguir, completaremos esta análise com duas técnicas fatoriais que podem ser encontradas com detalhes em Moretti (2002).

A tabela das notas dos corretores é uma tabela de dados qualitativos ordinais. Nesse caso, é fortemente recomendado transformá-las em postos (DANCEY e REIDY, 2006, p.525). A transformação em postos se processa da seguinte maneira: para cada prova, a nota de cada corretor se vê atribuída de um posto: na ausência de notas iguais (ex-æquos), o posto 1 é atribuído ao corretor que deu a nota mais baixa e o posto 52, àquele que deu a nota mais alta. No caso de haver notas iguais, atribuímos a nota média, que desse modo, guarda constante a média das notas de cada prova.

Essa transformação das notas permite admitir, de antemão, que as provas dos 10 alunos possuem a mesma qualidade. Os dados assim transformados foram submetidos a uma Análise em Componentes Principais. Esse tipo de método de análise permite, por exemplo, pôr em contraposição certas provas e corretores por meio de eixos denominados fatoriais e, com isso, possibilitar uma interpretação mais apurada dos comportamentos dos corretores (BENZECRI (1973), LEBARD, MORINEAU e TABARD (1971)).

Destacamos desta análise:

- um eixo que põe a prova E2 em oposição à E8. Na prova E2, o perímetro é calculado de forma incorreta: os lados do paralelogramo determinados de forma correta são multiplicados entre si. Já na prova E8, a idéia de perímetro aparece com certo grau de dúvida de forma correta.

É bem possível que este eixo destaque a exigência, por parte de corretores, da resposta à pergunta explicitamente colocada, principalmente naquelas provas que possuem boa pontuação. Lembramos que o objetivo da questão é o de avaliar a aplicação do Teorema de Pitágoras, que é corretamente feito em ambas as provas.

Além da análise acima, destacamos uma outra análise fatorial efetuada sobre outra tabela obtida a partir de uma outra transformação nos dados originais.

A partir da tabela original de notas, construímos uma nova tabela do modo seguinte: a cada prova atribuem-se duas notas: a primeira é aquela que foi dada pelos corretores e a segunda é a nota complementar à nota máxima 5. Desse modo, cada corretor atribui, a uma mesma prova, duas notas que somam 5. Esse tipo de procedimento é denominado duplicação de tabela e permite, quando da aplicação de uma Análise Fatorial de Correspondência, atribuir os mesmos pesos a cada corretor sobre o conjunto das provas (VOLLE, 1981, p. 162).

Desta análise, destacamos:

- um eixo que opõe o grupo de corretores C01, C15, C22 e C52 aos corretores C16, C17, C24, C41 e C50. Esses dois grupos avaliam mais ou menos de maneira idêntica as boas provas, mas as diferenças surgem quando eles atribuem notas às provas fracas, em especial no caso da prova E6. Esta prova, apesar de possuir uma boa organização no procedimento de resolução e um cálculo correto do perímetro a partir de comprimentos obtidos (mesmo que incorretos), apresenta um erro que é ligado à dificuldade de levar em conta comprimentos no plano. Essa dificuldade consiste em pensar que a distância entre dois pontos é obtida juntando os comprimentos ao longo de um percurso qualquer que une esses dois pontos. Por exemplo, o comprimento do segmento LI (7) é obtido somando-se o comprimento dos segmentos AI (3) e AL (4). Esse erro conceitual bloqueia toda possibilidade de utilização do Teorema de Pitágoras. Para certos corretores, a presença de um erro desse tipo, julgado grave, é um obstáculo e escamoteia qualquer outra qualidade presente na prova. Desse modo, pensamos que este eixo destaca a atitude dos corretores diante da ocorrência simultânea de certas qualidades e de um erro fundamental em uma prova.
- outro eixo destaca a prova E8 e opõe o grupo de corretores C01, C04, C07, C16, C36, C38, C43 e C45 ao grupo C03, C05, C15, C17, C25, C51 e C52. Os corretores do primeiro grupo atribuem notas piores do que aqueles do segundo grupo. A prova apresenta um erro ($\sqrt{169}= 17$) que pode ser considerado um simples lapso ou um erro que pode se aproximar de algo fundamental no sentido parecido com aquele observado na prova E6. Aparentemente, as qualidades globais da prova E8 levaram os corretores a interpretar esse erro como um erro ordinário de cálculo.

Este eixo pode destacar a interpretação de corretores diante de um erro em uma prova de boa qualidade em seu conjunto.

Essas duas análises fatoriais evidenciam ainda, cada uma delas, dois eixos com interpretações semelhantes relacionados à severidade dos corretores e ao modo como eles preenchem a escala de notação.

Nas análises fatoriais apresentadas, consideramos as provas como sendo as variáveis. Podemos efetuar outras análises com as transformações acima descritas tomando como variáveis os corretores. A idéia por trás disso é eliminar, de antemão, o fator severidade dos corretores. Tal abordagem é utilizada em Dauvisis e Carlier (1980) em uma outra experiência de multicorreção.

REFLEXÕES FINAIS

Este estudo não teve o objetivo de ser exaustivo, mas de apenas levantar alguns pontos para discussão sobre a problemática da correção de provas. Alguns elementos presentes nas provas são causadores de sérias divergências entre corretores. Um erro pode ser duramente avaliado, dependendo da sua natureza e de outros elementos presentes na prova na qual ele está inserido. A presença de resposta precisa à pergunta demandada na questão – no caso do cálculo do perímetro, o uso ou a falta do uso do Teorema de Pitágoras, objetivo central da questão –n também mostrou ser fonte importante de divergências entre corretores. Evidentemente, o acúmulo desses vários elementos causadores de divergências entre corretores poderá acentuar ainda mais essas diferenças.

Por outro lado, há outros pontos que merecem estudos mais apurados e que não foram aqui tratados, como, por exemplo, compreender a influência na correção de provas de elementos relacionados aos corretores: sexo, idade, tipo de formação, concepção de ensino e aprendizagem, tempo de atuação profissional, etc. Além desses elementos, podemos acrescentar outros, tais como as condições em que as provas são corrigidas: qualidade do local (iluminação, ruído), cansaço relacionado ao número de provas, ordem na correção, etc. Pensemos, por exemplo, nos vestibulares em que milhares de provas devem ser corrigidas em um curtíssimo espaço de tempo.

A compreensão dos fenômenos relacionados à correção de provas toma importância maior ainda se considerarmos que, na escola formal, a prova, em matemática, é, na prática, o modo principal, ou mesmo o único, apesar de toda crítica que se possa fazer, na composição do sistema de avaliação. Tal sistema, conforme preconiza Brousseau (1986, 1988), é a grande fonte geradora de conflitos e possíveis rupturas e renegociações do contrato didático. Não raro as renegociações do contrato didático não visam à aprendizagem, mas a uma simples acomodação de interesses.

Tal estudo aponta para a necessidade de uma maior diversificação nas formas de avaliação.

CORRETORES	PROVAS E 1	E 2	E 3	E 4	E 5	E 6	E 7	E 8	E 9	E10	M	DP
C01	3.00	3.00	4.50	3.00	1.00	0.00	2.50	4.00	3.00	3.00	2.70	1.25
C02	3.60	4.50	5.00	2.30	0.50	2.00	0.50	4.20	3.60	3.70	2.99	1.51
C03	2.00	4.00	5.00	0.00	0.50	0.00	0.00	4.50	4.00	2.50	2.25	1.93
C04	2.75	3.00	4.50	1.00	1.00	1.00	1.00	3.25	2.75	3.50	2.38	1.22
C05	2.00	3.00	5.00	0.00	1.50	0.50	0.50	4.50	3.50	3.50	2.40	1.67
C06	3.90	4.00	5.00	2.00	0.50	2.00	1.00	4.50	4.00	4.00	3.09	1.49
C07	3.50	4.00	4.50	1.50	0.00	0.50	0.00	3.00	3.50	3.50	2.40	1.64
C08	4.00	4.00	5.00	2.50	1.00	2.50	1.00	4.50	4.00	4.00	3.25	1.35
C09	3.25	3.50	5.00	2.50	0.50	2.00	0.50	4.50	3.75	4.00	2.95	1.48
C10	3.80	3.80	4.00	2.50	1.00	2.50	1.00	4.50	3.90	3.90	3.09	1.21
C11	4.00	4.00	5.00	1.00	0.50	1.50	0.50	4.00	4.00	4.00	2.85	1.66
C12	4.00	4.50	5.00	1.00	0.50	1.00	1.00	4.00	3.50	3.50	2.80	1.63
C13	3.50	3.50	5.00	1.00	0.50	1.50	0.50	4.00	3.50	3.50	2.65	1.53
C14	3.75	4.25	5.00	2.50	1.75	2.00	1.00	4.00	4.50	3.75	3.25	1.27
C15	3.00	4.00	5.00	0.50	2.00	0.00	0.00	4.00	3.50	3.50	2.55	1.72
C16	3.00	3.50	5.00	1.00	1.00	2.50	1.00	3.00	3.50	3.50	2.70	1.27
C17	3.00	3.50	5.00	0.50	0.50	2.00	0.50	4.50	3.00	3.00	2.55	1.56
C18	4.00	4.00	5.00	2.50	1.00	2.50	2.50	4.50	4.00	2.50	3.25	1.17
C19	4.00	4.50	5.00	2.50	1.00	2.50	1.00	4.50	4.00	4.00	3.30	1.38
C20	4.00	4.50	5.00	2.00	1.00	2.50	1.00	4.50	4.00	4.00	3.25	1.42
C21	3.00	3.50	5.00	0.00	0.50	1.00	0.50	4.00	3.00	3.50	2.40	1.66
C22	3.50	4.50	5.00	2.00	1.00	0.50	0.50	4.00	3.50	3.50	2.80	1.53
C23	3.50	4.50	5.00	2.50	0.50	2.50	1.00	4.50	4.00	4.00	3.20	1.45
C24	2.50	4.00	5.00	1.00	0.50	2.50	1.00	4.00	3.50	3.50	2.75	1.44
C25	3.50	4.50	5.00	2.00	1.50	2.50	1.00	4.50	4.00	4.00	3.25	1.33
C26	3.75	4.25	5.00	2.50	1.75	2.00	1.00	4.00	4.50	3.75	3.25	1.27
C27	4.00	4.00	5.00	2.00	1.00	2.00	0.50	4.50	4.00	4.00	3.10	1.50
C28	3.50	4.00	5.00	0.50	1.00	1.00	0.50	4.00	4.00	2.50	2.60	1.62
C29	3.00	3.00	4.50	0.50	1.00	1.00	0.50	3.50	3.50	3.50	2.40	1.41
C30	3.50	4.00	5.00	1.00	1.00	1.00	1.00	4.00	4.00	2.50	2.70	1.50
C31	4.00	4.50	5.00	2.50	1.00	2.50	1.50	4.00	3.50	3.50	3.20	1.23
C32	3.50	4.50	5.00	2.50	1.00	2.50	1.00	4.00	4.00	3.50	3.15	1.30
C33	3.50	4.00	5.00	2.00	1.00	2.50	1.00	4.00	4.00	4.00	3.10	1.32
C34	3.50	4.50	5.00	2.50	1.00	2.50	1.00	4.00	4.00	3.50	3.15	1.30
C35	4.00	4.00	5.00	2.50	1.00	2.50	1.00	4.00	3.50	4.00	3.15	1.29
C36	3.50	4.00	5.00	2.00	0.50	1.00	0.50	2.50	4.00	3.50	2.65	1.52
C37	3.50	4.00	4.90	2.20	2.70	2.20	2.50	3.80	3.50	4.00	3.33	0.85
C38	3.50	3.50	5.00	0.00	0.50	0.50	0.50	3.00	3.50	3.50	2.35	1.69
C39	3.00	3.00	4.00	1.00	1.00	1.00	1.00	3.50	3.00	2.50	2.30	1.12
C40	3.50	4.00	4.80	1.50	1.00	1.50	1.00	4.30	3.50	4.00	2.91	1.41
C41	3.50	4.00	5.00	1.50	0.00	3.50	0.50	4.50	3.50	3.50	2.95	1.60
C42	4.00	3.50	5.00	2.50	1.50	2.50	1.50	4.50	3.50	3.50	3.20	1.12
C43	3.00	3.50	5.00	1.50	1.50	2.00	2.00	3.00	3.50	3.50	2.85	1.05
C44	4.00	3.00	5.00	2.50	1.00	2.50	1.00	4.00	3.50	4.00	3.05	1.25
C45	4.00	2.50	4.50	0.50	0.50	0.50	0.50	3.00	3.50	3.50	2.30	1.55
C46	3.50	4.00	5.00	2.00	1.00	2.00	0.50	4.00	4.00	4.00	3.00	1.43
C47	3.50	4.00	5.00	2.50	1.00	2.00	1.50	4.50	4.00	4.00	3.20	1.29
C48	3.50	4.00	5.00	2.50	1.00	2.50	1.00	4.00	4.00	4.00	3.15	1.29
C49	4.00	4.00	5.00	1.50	0.50	2.50	0.50	4.00	3.50	3.50	2.90	1.50
C50	2.00	4.00	4.50	1.00	2.00	3.00	1.00	3.00	2.00	2.50	2.50	1.10
C51	2.50	4.00	5.00	1.00	3.00	1.00	1.50	4.50	3.50	2.50	2.85	1.34
C52	3.50	4.00	5.00	1.50	1.00	1.00	0.50	4.50	4.50	4.00	2.95	1.65
M	3.43	3.88	4.90	1.63	0.99	1.74	0.91	4.00	3.67	3.54		
DP	0.53	0.48	0.24	0.84	0.57	0.86	0.55	0.52	0.44	0.49		

ANEXO 2 - AS PROVAS E1...E10

PROVA E1

$d^2(KL) = d^2(DL) + d^2(DK)$
$d^2(KL) = 25 + 144$
$d^2(KL) = 179$
$d(KL) = \sqrt{179}$

$d(K,J) = \sqrt{3^2 + 4^2}$
$d(K,J) = \sqrt{9 + 16}$
$d(K,J) = \sqrt{25}$
$d(K,J) = 5$

$d(I,J) = \sqrt{12^2 + 5^2}$
$d(I,J) = \sqrt{144 + 25}$
$d(I,J) = \sqrt{179}$

$d(LI) = \sqrt{4^2 + 3^2}$
$d(LI) = \sqrt{16 + 9}$
$d(LI) = \sqrt{25}$

PROVA E2

$d^2(IL) = d^2(LA) + d^2(AI)$
$= \sqrt{4^2 + 3^2}$
$d(IL) = \sqrt{16 + 9}$
$d(IL) = \sqrt{25}$
$d(IL) = 5$,

$d^2(KL) = d^2(KD) + d^2(DL)$
$= 12^2 + 5^2$
$= 144 + 25$
$d(KL) = \sqrt{169}$.

périmètre du parallélogramme IJKL:
IL = 5
KL = $\sqrt{169}$
IJ = $\sqrt{169}$
KJ = 5

$L \times l = 5 \times 13$
$= 65$

PROVA E3

calculons KL $d(KL)^2 = (12)^2 + (5)^2$
$= 144 + 25$
$= 169$
donc $d(KL) = \sqrt{169} = 13$
puisque IJKL est un parallélogramme
$d(KL) = d(I,J)$
donc $d(I,J) = 13$

calculons d(K,J): puisque KC = 3 et que LA = 4
puisque LA = CJ car IJKL est un parallélogramme
$d^2(K,J) = (3)^2 + (4)^2$
$= 9 + 16$
$= 25$
$d(KJ) = \sqrt{25} = 5$
et $d(L,I) = 5$

Conclusion: IJKL = 13+13+5+5 = 36

PROVA E4

$d(I, L) = \sqrt{(x_L - x_I)^2 + (y_L - y_I)^2}$

$d(I, L) = d(L, A) + d(A, I)$
$= 4 + 3$
$= 7$

$d(L, K) = d(L, D) + d(D, K)$
$d(L, K) = 5 + 12$
$d(L, K) = 17$

$d(K, J) = d(K, C) + d(C, J)$
$= 3 + 4$
$= 7$

$d(J, I) = d(J, B) + d(B, I)$
$= 5 + 12$
$= 17$

le perimetre du parallélogramme est égal à 48

PROVA E5

Perimetre : $(L + l) \times 2$
$(13 + 5) \times 2$
$(18) \times 2 = 36$

$18 \times 2 = 36$

PROVA E6

je considère le triangle (D, K, ...) rectangle
pour je cherche la distance de L à K
d'où j'aurais : $d(L, D)^2 + d(D, K)^2 = d(L, K)^2$
$5 + 12 = 17$
je considère le triangle (L, I, A)
$d(L, A) + d(A, I) = d(L, I)$
$4 + 3 = 7$
le périmètre
$(7 + 17) \times 2 = 48$

PROVA E7

$d(A, L) + d(A, I) = d(LI)$
$\underbrace{4 + 2,1}_{} = x$
$6,1 = x$

$d(DL) + d(D, K) = d(LK)$
$3,6 + 12 = x$
$15,6 = x$

périmètre $= (\underbrace{6,1 + 15,6}_{}) \times 2$
$= (21,7) \times 2$
$= 43,4$

$21,7 \times 2 = 43,4$

PROVA E8

LDK triangle rectangle en D d'après pithagore $LK^2 = LD^2 + DK^2$

$LK^2 = 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169$ donc $LD^2 + DK^2 = 169$ et comme LK^2 doit être égale à $LD^2 + DK^2$ alors $LK^2 = 169$: Conclusion : $\sqrt{169} = \sqrt{169}$

$LK = 17$

$LK = IJ$ donc $IJ = 169$ car LKIJ parallélogramme, coté opposé égaux

$LA = 4$ et $LA = CJ$. $KC = 3$ donc $AI = 3$

LAI triangle rectangle en A : donc $LA^2 + AI^2 = LI^2$

$4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$ donc $LI^2 \sqrt{25}$: Conclusion $LI = 5$

~~IJB triang rect en B donc $IJ^2 = IB^2 + BJ^2$; JB = 5 et I~~

et dans un triangle rectangle les cotés opposés sont égaux donc $LI = KJ$.

Périmètre d'un parallélogramme $= (LI + LK) \times 2$

$= 5 + 17 = 22 \times 2$

$= 44$

PROVA E9

$17 \times 17 = 119 + 17 = 169$

(L, D, K) rectangle donc $LK^2 = DL^2 + DK^2$

$LK^2 = 25 + 144$

$LK^2 = 169 = 17^2$

$LK = \sqrt{169} = 17$

(KCJ) rectangle donc $KJ^2 = KC^2 + CJ^2$

$KJ^2 = 9 + 16$

$KJ^2 = 25$

$KJ = 5$

(IJKL) parallélogramme donc $KJ = IL$

$KL = IJ$

PROVA E10

(LDK) est un triangle rectangle ~~donc~~ en D donc : $LK^2 = DK^2 + LD^2$

$LK^2 = 12^2 + 5^2$

$12 \times 12 = 24 + 12 = 144$; 169

$LK^2 = 144 + 25$

$LK^2 = 169$

$LK = \sqrt{169}$

~~(IBJ) triangle rectangle en B : $JB^2 + IB^2 = IJ^2$~~

(KCJ) triangle rectangle en C : $KJ^2 = KC^2 + CJ^2$

$KJ^2 = 9 + 16$

$KJ^2 = 25$

$KJ = 5$

Referências Bibliográficas

BENZECRI, J.-P. **Analyse de données: Analyse de Correspondances**. Paris: Dunod, 1973.

BROUSSEAU, G. Fondements et méthodes de la didactique des mathemátiques. In **Recherches en Didactique des Mathemátiques**, v.7, n.2, p. 33-115, 1986.

BROUSSEAU, G. Le Contrat Didactique: le milieu. In Recherches en Didactique des Mathématiques, v. 9, n.3, p. 309-336, 1988.

DANCEY, C. P., REIDY, J. **Estatística sem matemática para psicologia**. Tradução Lorí Viali. Porto Alegre: Artmed, 2006.

DAUVISIS, M.-C. **Objectifs de l´enseignement des mathématiques et docimologie: Étude en fin de premier cycle du second degré**. Tese de doutorado, Université de Toulouse-Le Mirail, 1982.

DAUVISIS, M.-C., CARLIER, A. Une application d´analyse de donnés en docimologie. In **Bulletin de l'APMEP**, n. 28 - Analyse de Données - Tomo 1, 1980.

LEBARD, L., MORINEAU, A., TABARD, N. **Techniques de la discription statistique - méthodes et logiciels pour l'analyse des grandes tableaux**. Paris: Dunod, 1971.

MACHADO, Rita de Cássia G. **Uma análise dos exames de admissão ao secundário (1930-1970): subsídios para a História da Educação Matemática**. Dissertação de Mestrado, PUC/SP, 2002.

MORETTI, Méricles T. **L'exploration des analyses factorielles en didactiques des mathématiques**. Tese de doutorado - Université Louis Pasteur, Strasbourg, 1992.

MORETTI, Méricles T. Estudo da divergência entre corretores na correção de provas em matemática. Avaliação. In **Revista de Avaliação da Educação Superior**. v.12, n.02. Sorocaba: Universidade de Sorocaba, 2007.

SANTOS, Vera Cristina M. **A matemática escolar no ano de 1920: uma análise das disciplinas através das provas dos alunos do ginásio da capital do Estado de São Paulo**. Dissertação de Mestrado, PUC/SP, 2002.

VOLLE, M. **Analyse de données**. Paris: Economica, 1981.ANEXO 1 - Tabelas de notas