

Implementación de una secuencia de enseñanza para propiciar la comprensión de la función lineal y cuadrática

*Dora Isabel Ramírez Romero**

RESUMEN

En el presente artículo se hacen explícitas las necesidades y problemáticas que giran alrededor de la noción de función, de la desconexión e incompreensión de sus diversos registros de representación semiótica (verbal, tabular, algebraica y gráfica) por parte de los estudiantes de grado noveno, dada la usual enseñanza basada en contenidos y no en procesos del pensamiento matemático. Al respecto se hace un despliegue de documentación

didáctica, teórica y legal que fundamenta la propuesta y, a su vez, le da prioridad al tratamiento y conversión, como los medios por los cuales es posible generar la comprensión de los aspectos de las funciones lineal y cuadrática.

Palabras clave: sistemas de representación, función lineal, función cuadrática, teoría de situaciones didácticas.

* Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Dirección electrónica: diramirezr@correo.udistrital.edu.co

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El aprendizaje del concepto de función no se genera de manera espontánea, tal como señala Duval (1999) "al determinar que su puesta en juego no resulta automáticamente de los aprendizajes clásicos centrados en los contenidos de enseñanza" (p. 17). A pesar de esto los estudiantes usualmente están limitados a que las diversas formas de representar las funciones se les den como contenidos y no como procesos para la construcción del objeto matemático. Esto se debe a que la mayoría de alumnos no están preparados para hacer conexiones, entender el valor y el sentido de lo que se les enseña, pues los métodos tradicionales de enseñanza les han facilitado memorizar, repitiendo una y otra vez la misma información.

Por tanto, no basta un anclaje entre las diversas formas de representar una función en particular, y más aún donde la sencillez de esta (función lineal) muestra una tipología banal en comparación con el amplio margen que contiene la noción de función como tal. De manera que interiorizar las representaciones de un tipo de función y generar la contradicción entre las representaciones de otro tipo de función (en este caso, la función cuadrática) ha de generar el reacomodo cognitivo y posibilitar el asentamiento de las concepciones aceptadas en matemáticas (Dolores & Cuevas, 2007). Lo anterior se encuentra estrechamente relacionado con la dificultad de linealidad de los estudiantes, quienes asumen que toda función es una función lineal (Markovits, 1989)

En este orden de ideas ¿Qué aspectos y cómo se manifiesta la comprensión sobre las funciones lineal y cuadrática en un grupo de estudiantes de noveno grado, al implementar una secuencia de actividades que se fundamenta en la coordinación entre distintos registros de representación?

Adicionalmente, investigaciones realizadas por Dolores (2007) reflejan que la existencia e interconexión de situaciones significativas desde una perspectiva integral y sistemática, en las cuales se deje de lado el uso común de ejercicios, posibilita la comprensión de la noción de función. De lo contrario, las dificultades conceptuales que respectan a la construcción y análisis de funciones facilitan que expresiones tales como tengan escasa comprensión por parte de los estudiantes (Duval, 1999). Por lo tanto, es crucial e indispensable potenciar la comprensión de los parámetros de la función lineal y la función cuadrática, a partir del diseño, gestión y validación de una secuencia didáctica para estudiantes de grado noveno de una Institución Educativa Distrital.

MARCO TEÓRICO

Para minimizar las anteriores circunstancias disponemos de los siguientes elementos teóricos que orientaron nuestra propuesta y han dado la base necesaria para sustentar cada una de nuestras acciones dentro del aula.

En primera instancia es necesario recalcar la importancia que existe, para la comprensión en matemáticas, de no confundir el objeto matemático función con sus diversas representaciones ya que, como puntualiza Duval (1999), tal desconcierto desencadenará a mediano o largo plazo una pérdida de comprensión, y los conocimientos adquiridos pronto llegarán a ser inútiles fuera de su contexto de aprendizaje.

Es la pluralidad de sistemas semióticos lo que permite una diversificación de las representaciones de un mismo objeto, al aumentar las capacidades cognitivas de los sujetos, y por tanto sus representaciones mentales. Aun cuando es necesario no confundir un objeto con su representación, sí es fundamental que deba ser reconocido en cada una de ellas.

Según Duval (1999), para que un sistema semiótico (entendido como el conjunto de signos y reglas que representan objetos, donde los signos son unidades elementales del sistema y las reglas ordenan las asociaciones de signos) pueda ser un registro de representación, debe permitir las tres actividades cognitivas fundamentales ligadas a la semiosis: (1) la formación de una representación identificable como imagen de un registro dado, (2) el tratamiento de una representación a través de un proceso interno, que implica sus transformaciones en el mismo registro donde ha sido formado, y (3) la conversión de una representación que conlleva su cambio –externo al registro de partida– hacia una de otro registro, conservando la totalidad o solo parte del contenido de la representación inicial.

De este modo, toda representación es parcialmente cognitiva respecto a lo que representa. Lo que implica que de un registro a otro no son los mismos aspectos del objeto lo que se representa; de ahí que los distintos registros sean complementarios.

En contraste, Azcarate y Deulofeu (1996) definen el objeto matemático función como: dado un dominio, un conjunto de llegada y una regla tal, a cada elemento del dominio le corresponde un elemento único del conjunto de llegada.

Respecto a cada una de las formas de representar una función (donde cada una permite expresar un fenómeno de cambio o una dependencia entre dos

variables), se tiene: (1) *la descripción verbal*, utiliza el lenguaje común para dar una visión descriptiva y generalmente cualitativa de la relación funcional, (2) *la tabla de valores*, la cual da una visión cuantitativa, fácilmente interpretable desde la óptica de una correspondencia, (3) *la gráfica* de una función, permite definir la función dando una visión geométrica de ella, y (4) *la fórmula o expresión algebraica*, permite obtener una visión general y completa de la función estudiada, tanto cualitativa como cuantitativa (aunque aproximada en el caso de la gráfica), proporcionando mayor y mejor información que los lenguajes anteriores.

El aprendizaje de las funciones pasa, en primer lugar, por un conocimiento de cada uno de estos lenguajes de representación y posteriormente traducir de uno a otro. [Tabla de Janvier (1978), variedad de traducciones]

<i>Desde/Hacia</i>	<i>Descripción verbal</i>	<i>Tabla</i>	<i>Gráfica</i>	<i>Fórmula</i>
Descripción verbal	-	Medida	Boceto	Modelo
Tabla	Lectura	-	Trazado	Ajuste
Gráfica	Interpretación	Lectura	-	Ajuste
Fórmula	Interpretación	Computo	Gráfica	-

De esta manera las gráficas cartesianas son un excelente instrumento para expresar la dependencia entre dos variables; sin embargo, para la adquisición de dichos instrumentos, se observan en los primeros niveles ciertos errores que en algunos casos se mantienen en edades superiores. Entre ellos se destacan: (a) errores en la graduación de los ejes, (b) inversión en el eje de las coordenadas, (c) errores en la lectura y representación de puntos de coordenadas racionales, (d) concepción discreta de los puntos de una recta o de un segmento.

Dichas formas de representar una función están muy ligadas al tipo de situación que se presente, la cual ha de cumplir con las condiciones para fundamentar el proceso de enseñanza-aprendizaje que se pretende implementar en el aula de clase.

En otra instancia, se encuentra la teoría de situaciones didácticas que propone Brousseau (1986, citado en Parra y Saiz, 1998) que establece que implícitamente dentro del aula de clase hay un contenido a-didáctico y proceso de devolución, y explícitamente una situación fundamental, una situación de acción, de formulación, de validación e institucionalización, lo cual implica el manejo de algunas variables didácticas, que fortalezcan el trabajo dentro del aula.

Respecto a comprensión se tiene la idea (Perkins, 1997) de que se presenta cuando las personas pueden pensar y actuar con flexibilidad a partir de lo que sabe.

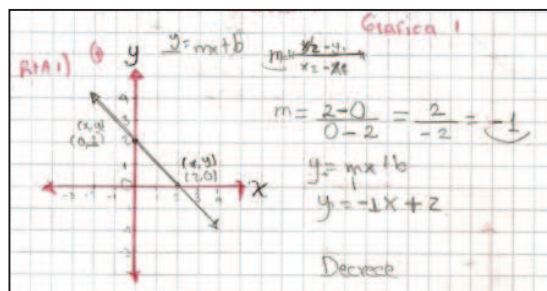
MARCO METODOLÓGICO

La metodología de investigación que se usó en este proyecto es de carácter cualitativo; de igual manera, la información o datos obtenidos al respecto involucraron las grabaciones de las discusiones en un grupo de cuatro estudiantes (de grado noveno), los trabajos escritos correspondientes a las soluciones de las situaciones y diarios de campo elaborados por las docentes, todo lo anterior mediado por una secuencia de actividades que se implementaron durante el segundo bimestre del presente año, en la Institución Educativa Distrital Juan del Corral.

Ante lo anterior es indispensable señalar que la situación fundamental fue: *Una papelería desea variar el área de un papel para personalizar su servicio, manteniendo el material, la forma rectangular y el perímetro de 24 cm. De acuerdo con esto determinar los distintos valores que pueden tomar simultáneamente la base y la altura de cada arreglo rectangular.* 4.

ANÁLISIS DE DATOS

Teniendo en cuenta los instrumentos de recolección de datos, se establece la triangulación de datos como el método para validar el proceso de enseñanza-aprendizaje. Por lo tanto, las transcripciones de las grabaciones, los cuadernos de los estudiantes y los diarios de campo han de sustentar la pertinencia de la secuencia didáctica, la intervención del docente y el saber puesto en juego (función lineal y cuadrática), con el fin de determinar qué y cómo aprenden los estudiantes dicha noción matemática.



Sobre los aspectos de la noción de función que comprenden los estudiantes, se logró determinar al culminar la intervención, que los estudiantes:

- Identifican los parámetros de la noción de la función lineal: usando la ecuación de la pendiente, para determinar el valor y el comportamiento de la recta, y reconociendo que el parámetro b , corresponde al corte de la recta con el eje y .
- Discriminan las diferencias entre la función lineal y cuadrática, aunque en el caso de la expresión algebraica de esta última, aún hay falencias tales como suponer que cualquier ecuación donde la variable independiente va elevada al cuadrado es una función cuadrática.

Cómo manifiestan los estudiantes la comprensión de estos aspectos de la noción de función. Los estudiantes avanzaron en la comprensión de los aspectos de la función como cantidades variables, la proporción y el álgebra, síntesis del concepto de función y representaciones al finalizar la intervención. De igual manera se observó que los estudiantes demuestran su comprensión por medio de las estrategias que involucran al enfrentarse con la situación fundamental. En tanto, cada tratamiento de las diferentes representaciones evocó dificultades, producto de aprendizajes anteriores, que se usaron como elementos forjadores para reestructurar y consolidar las construcciones que se estaban generando (plano cartesiano, operaciones con los números reales, correspondencia entre variables y ecuaciones).

CONCLUSIONES

El tratamiento y conversión entre representaciones permite involucrar varios elementos del pensamiento matemático que se pueden fortalecer mediante una pertinente intervención docente, lo que implica un trabajo reflexivo respecto a los aspectos de la comprensión de la noción de función, y continuo desarrollo en el aula de la teoría de situaciones didácticas, la cual resultó ser una herramienta rica en posibilidades, para que los estudiantes construyeran un aprendizaje significativo en lo concerniente a las nociones de función lineal y cuadrática.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Azcárate, C. y Deulofeu, J. (1996). *Funciones y gráficas*. Madrid. Síntesis.
- Dolores, C. y Cuevas, I. (2007, Marzo). Lectura e interpretación de graficas socialmente compartidas. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* [Revista en línea], 10. Recuperado el 18 de enero de 2011, de <http://www.clame.org.mx/relime.htm>
- Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano*. Traducción al español a cargo de M. Vega, realizada en la Universidad del Valle, Colombia, del original francés del mismo título publicado por P. Lang, Suiza en 1995.
- Parra, C. y Saiz, I. (1998). *Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones*. Recuperado el 29 de abril de 2011, de <http://www.instituto20.com.ar/archivos/Didactica%20de%20matematicas%20-%20Aportes%20y%20reflexiones.pdf>