

## Una aproximación al teorema de Pitágoras en el contexto de van Hiele

*Ubaldo Restrepo Castrillón\**  
*Sandra Milena Zapata\*\**  
*Carlos Mario Jaramillo López\*\*\**

### RESUMEN

El propósito de nuestra investigación es determinar los descriptores de los niveles de razonamiento de los estudiantes de grado quinto, mediante un acercamiento al teorema de Pitágoras, a través del concepto de área. El estudio se enmarca en el modelo educativo de van Hiele, que según los lineamientos curriculares en matemáticas del Ministerio de Educación (MEN, 1998, p. 56), describe con bastante exactitud la evolución del pensamiento desde las formas intuitivas iniciales hasta las formas

deductivas finales. En este sentido, la caracterización que buscamos re- toma elementos como el lenguaje, la visualización y la entrevista socrática, para identificar en qué nivel razonan los estudiantes, además, lograr el diseño de una propuesta metodológica que les permita avanzar en su nivel de razonamiento.

**Palabras clave:** teorema de Pitágoras, área, niveles de van Hiele, entrevista de carácter socrático, visualización.

---

\* Universidad de Antioquia. Dirección electrónica: Ubaldo1998@hotmail.com

\*\* Universidad de Antioquia. Dirección electrónica: szapata00@gmail.com

\*\*\* Universidad de Antioquia. Dirección electrónica: cama@matematicas.udea.edu.co

## PRESENTACIÓN DEL PROBLEMA

Uno de los objetivos de las investigaciones en educación matemática es conocer los procesos de razonamiento de los estudiantes, con el fin de poder ofrecer a los profesores propuestas efectivas para desarrollar en las aulas una labor pertinente.

En el campo de la educación matemática, muchas investigaciones han corroborado que el estudio del componente geométrico centra su interés en la conceptualización de área, desde su concepción, en cuanto a la unidad de medida, su conservación, y el cálculo de la misma. Otros estudios revelan que la enseñanza de este concepto lleva a que el alumno tenga una fuerte tendencia a recurrir a procesos meramente numéricos, limitándose al uso de unidades de medida de área y al uso de fórmulas para el cálculo de las mismas. Corberán (1996), en su investigación, manifiesta la incompreensión por parte de los estudiantes acerca del concepto de área, afirmando que:

Todos los investigadores que han realizado algún tipo de estudio sobre el área coinciden en llamar la atención sobre el elevado grado de incompreensión de este concepto por parte de los alumnos, y considera como causa fundamental de ello la insuficiente dedicación y el incorrecto modo que se realiza la enseñanza. (p.350).

Por lo tanto, desde nuestra experiencia como docentes, hemos observado un rezago en la enseñanza de la geometría en lo que se refiere a los conceptos de área y superficie de una figura plana y una percepción pobre del teorema de Pitágoras como una fórmula en la que hay que remplazar ciertos valores para obtener un resultado, muchas veces carente de sentido, dando lugar a una mecanización de reglas y uso rutinario de cálculos aritméticos.

La investigación se desarrolla en un colegio del municipio de Apartadó, el cual tiene una planta física que cuenta con 10 aulas, un aula de informática, un comedor escolar, una placa polideportiva ubicada en el patio. Tiene un promedio de población escolar de 45 estudiantes.

*Planteamiento del problema.* Los estudiantes del grado quinto presentan dificultades en la comprensión del área de las figuras geométricas planas. Los estudiantes exhiben habilidades algorítmicas, pero carecen de conocimiento básicos de la geometría y, por lo tanto, de un análisis visual geométrico, que les pueda mejorar su nivel de razonamiento. Mediante el concepto de área, haremos un acercamiento al teorema de Pitágoras, con el fin de hacerlo más interesante, significativo y comprensible.

*Pregunta de investigación.* ¿Cuáles son los descriptores de niveles de razonamiento que exhibe un estudiante de grado quinto, en cuanto a una aproximación al teorema de Pitágoras, mediante la construcción del concepto de área?

*Objetivo general.* Caracterizar los procesos de razonamiento de algunos estudiantes, mediante la construcción de unos descriptores que permitan evidenciar el nivel de comprensión para una aproximación al teorema de Pitágoras, desde del concepto de área.

*Objetivos específicos.*

- Diseñar una entrevista semi-estructurada de carácter socrático para el acercamiento a la comprensión de teorema de Pitágoras, que permita identificar los descriptores y poder clasificar al entrevistado en algunos de los niveles.
- Hipotetizar un conjunto de descriptores de nivel para determinar el razonamiento de los estudiantes, en cuanto a una aproximación a la comprensión del teorema de Pitágoras, a través del concepto del área.
- Definir los elementos teóricos que orientarán el diseño de un test que permita determinar el nivel de razonamiento de un estudiante, en cuanto a la conceptualización del teorema de Pitágoras, a través del concepto de área.
- Diseñar un test fundamentado en la entrevista socrática acerca del concepto de área como una forma de aproximación a la comprensión del teorema de Pitágoras, donde el estudiante confronte, corrobore y avance en su razonamiento.

## MARCO REFERENCIAL CONCEPTUAL

El modelo educativo de van Hiele llevado a cabo por los esposos van Hiele fue una propuesta desarrollada en el año 1957, en el campo de la geometría; no obstante, en las últimas décadas se han presentado trabajos de investigación que han permitido extender el modelo, logrando importantes avances en otros campos matemáticos. Entre algunos de estos trabajos de investigación están: “*Aplicación del modelo de van Hiele al concepto de aproximación local*”, de José Luis Llorens Fuster; “*La noción de continuidad desde la óptica del modelo de van Hiele*”, de Pedro Campillo Herrera; “*La modelación del espacio y el tiempo*”, de Andrés de la Torre; “*Diseño de una entrevista socrática para la*

*construcción del concepto de suma de una serie vía áreas de figuras planas*", desarrollado por Carlos Mario Jaramillo López, René Alejandro Londoño Cano y Flor María Jurado Hurtado; *"Módulo de aprendizaje para la comprensión del concepto de series de términos positivos"*, por Sandra Milena Zapata y Edison Sucerquia V., entre otros investigaciones.

El modelo de van Hiele contempla tres aspectos fundamentales; uno de ellos es el aspecto descriptivo, dado por los niveles de razonamientos que son características que permiten saber cómo y en qué están razonando los estudiantes con respecto al objeto matemático, a partir de una actividad; el aspecto prescriptivo, dado por las fases de aprendizajes, que son una serie de pasos que debe seguir un estudiante para mejorar y subir al siguiente nivel de razonamiento, que se da a partir de unas actividades propuestas; otro aspecto es la percepción o insight, que consiste en que un estudiante hace una actuación competente en los hechos requeridos en una nueva situación o cuando hace una aplicación intencional de un método que resuelve la situación. Un estudiante entiende lo que está haciendo, cómo lo está haciendo y por qué lo está haciendo.

Los cinco niveles de razonamiento por los cuales pasa un estudiante, según J. Llorens (1994), son:

*Nivel 0.* Predescriptivo. Es el nivel básico: el estudiante reconoce los elementos básicos de estudio para comprender un concepto particular.

*Nivel I.* De reconocimiento visual: el estudiante reconoce las figuras por su apariencia general, no identifica elementos ni propiedades.

*Nivel II.* De análisis: el estudiante puede relacionar las partes o elementos constitutivos de las figuras, encuentra algunas propiedades, pero se le dificulta relacionarlas con otras.

*Nivel III.* De clasificación: el estudiante relaciona unas propiedades con otras, es capaz de desarrollar secuencias de proposiciones para conjeturar que una propiedad se deriva de otra; el estudiante es capaz de clasificar figuras geométricas teniendo en cuenta el ordenamiento de sus propiedades y hace definiciones de un concepto geométrico.

*Nivel IV.* De deducción formal: el estudiante logra comprender la estructura axiomática, definiciones y teoremas de las matemáticas, empleando la deducción formal. El estudiante no hace razonamiento abstracto.

El teorema de Pitágoras es un concepto que permea el currículo matemático desde los distintos pensamientos y sistemas matemáticos. Por lo

tanto, tiene que ver con el pensamiento numérico y sistemas numéricos, pensamiento métrico y sistemas de medidas, pensamiento espacial y sistemas geométricos, y pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos. En ese sentido, el teorema de Pitágoras es un tema que abordamos a partir del grado octavo de la secundaria, según los *Estándares básicos de competencias en matemáticas*, del Ministerio de Educación Nacional (MEN, 2003, p. 86).

Así que el teorema de Pitágoras está inmerso en muchas temáticas que el estudiante en su vida escolar debe abordar; por un lado, el estudio de área de figuras planas como el rectángulo, el triángulo rectángulo y el cuadrado, así como la identificación de sus elementos constitutivos y propiedades de las figuras anteriores, como la altura, las diagonales, los ángulos, la perpendicularidad y paralelismo, entre otros; por otro lado, la resolución de triángulo rectángulo, deducción de las funciones trigonométricas, la ley de seno y coseno, la elipse, el círculo, y la distancia entre dos puntos. También tiene su aplicación en el campo de la física.

## **METODOLOGÍA**

El trabajo de investigación se aborda desde una perspectiva cualitativa, donde la producción de sus hallazgos está centrada en los fenómenos como la vida de la gente, las experiencias vividas, los comportamientos, emociones y sentimientos, así como el funcionamiento organizacional, los movimientos sociales, los fenómenos culturales e interacción entre las naciones (Strauss & Corbin, 2002).

*Tipo de estudio.* De acuerdo con el paradigma cualitativo, el tipo de estudio que se desarrollará en esta investigación es el estudio de caso, que según Stake, R. E (1999) permite el estudio de la particularidad y la complejidad de un caso singular, para llegar a comprender su actividad en circunstancias importantes.

## **ANÁLISIS DE DATOS**

Lo haremos a partir de la transcripción, lectura, análisis e interpretación de algunas observaciones que tendrán como objetivo seleccionar cinco estudiantes para el estudio de casos; la revisión del material como resultado de una entrevista grupal de carácter socrático se hará con el fin de garantizar la comprensión de algunos conceptos necesarios para el acercamiento del teorema de Pitágoras, a partir del concepto de área.

Luego, haremos una revisión exhaustiva de la transcripción, lectura y análisis e interpretación de las entrevistas de carácter socrático a cada una de las cinco estudiantes, pero en forma individual, es decir, se analizará primero una, con el fin de refinar las actividades y descriptores hipotéticos para ser más efectivo en la segunda entrevista. Estas informaciones y sus posibles conclusiones nos orientarán a la caracterización de los niveles de razonamiento.

### CONCLUSIONES

Los avances del presente estudio permiten precisar las siguientes conclusiones:

- La validez de los descriptores de nivel que permiten establecer cómo razonan los estudiantes seleccionados, en relación con una aproximación al teorema de Pitágoras, a través del concepto de área.
- La aplicación de una entrevista semi-estructurada de carácter socrático, para una aproximación a la comprensión del teorema de Pitágoras, posibilita identificar los niveles en los que se encuentran los estudiantes con respecto al objeto de estudio.
- El diseño de un test fundamentado en la entrevista socrática, acerca del concepto de área, se constituye en componente que, para la presente investigación, posibilita la comprensión del teorema de Pitágoras.

### REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Corberán, R. (1996). *Análisis de concepto de área de superficie plana. Estudio de su comprensión por los estudiantes desde la primaria a la universidad*. Tesis doctoral. Universitat de Valencia. España.
- Llorens, J. (1994). *Aplicación del modelo de Van Hiele al concepto de aproximación local*. Tesis doctoral. Valencia, España.
- Ministerio de Educación Nacional. (2003). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas*. Editorial Magisterio. Bogotá, D. C., Colombia.
- Ministerio de Educación Nacional (1998). *Lineamientos curriculares: matemáticas*. Magisterio, Bogotá, Colombia.
- Stake, R. E. (1999). *Investigación con estudio de casos*. Madrid: Ediciones Morata.
- Strauss, A. & Corbin, J. (2002). *Bases de investigación cualitativa: técnicas y procedimientos para desarrollar teoría fundada*. Medellín: Ediciones Universidad de Antioquia.