http://dx.doi.org/10.5007/1981-1322.2017v12n1p11

Um estudo sobre a prática pedagógica de um professor de matemática

A study about a mathematics teacher's practice

Adriana Barbosa Oliveira
drideoliveira7@gmail.com

Marilena Bittar
marilenabittar@gmail.com

Resumo

Essa pesquisa teve como objetivo investigar a relação existente entre os conhecimentos adquiridos na formação inicial, sobre o tema Função, e aqueles mobilizados durante a prática pedagógica por um professor de Matemática em início de carreira. Para isso foram consideradas as vertentes da Base de Conhecimentos para o Ensino, definidas por Shulman, que estão relacionadas ao conhecimento do objeto de estudo. A Teoria Antropológica do Didático permitiu, por meio da análise das Organizações Matemáticas e Didáticas, modelar a atividade matemática desenvolvida pelo docente. As principais fontes de dados foram os protocolos de observação em classe e o livro didático utilizado em sala de aula. As análises realizadas evidenciam, dentre outros pontos, a presença de duas influências na prática pedagógica do professor: o livro didático e as práticas vivenciadas na formação inicial.

Palavras-chave: Praxeologia; Livro didático; Conhecimentos.

Abstract

This research had as objective to investigate the existing relation it enters the knowledge acquired in the initial formation, on the subject Function, and those mobilized during practical the pedagogical one for a professor of Mathematics in beginning of career. For this the sources of the Base of Knowledge for Ensino had been considered, defined for Shulman, that are related to the knowledge of the study object. The Antropológica Theory of the Didactic allowed, by means of the analysis of the Mathematical and Didactic Organizations, shape the mathematical activity developed by the professor. The main sources of data had been the protocols of comment in classroom and the used didactic book in classroom. The carried through analyses evidence, amongst other points, the presence of two influences in practical the pedagogical one of the professor: the didactic book and the practical ones lived deeply in the initial formation.

Keys words: Praxeology; Textbook; Knowledge.

Introdução

Em pesquisa realizada com professores de Matemática em início de docência ("Autor", 2008) buscou-se investigar a prática pedagógica de professores no que se refere aos conhecimentos adquiridos na formação inicial de acordo com a Base de Conhecimentos para o Ensino (SHULMAN, 1986). Os resultados apontaram para a existência de lacunas deixadas pela formação inicial. Além disso, notou-se uma imbricação entre as categorias do conhecimento investigadas: conhecimento de conteúdo do objeto de estudo, conhecimento pedagógico do objeto de estudo e conhecimento curricular. Entretanto, aspectos relativos ao conhecimento de conteúdo não foram esclarecidos: os dados coletados foram insuficientes e os instrumentos metodológicos utilizados não permitiram a realização de análises mais precisas. Sentimos então a necessidade de buscar um referencial metodológico que permitisse estudar de forma mais detalhada essa categoria do conhecimento.

Partindo desse estudo, a presente pesquisa ("Autor", 2010) teve a seguinte questão metodológica: De que maneira realizar uma investigação sobre os conhecimentos de um professor de Matemática em início de docência acerca do conteúdo Funções? Mais especificamente, buscávamos um referencial que propiciasse não só uma metodologia pertinente para investigar a prática do professor, mas principalmente elementos que subsidiassem a análise dos conhecimentos relativos ao conteúdo Funções. Nesse sentido, encontramos na Teoria Antropológica do Didático (CHEVALLARD, 1998) os elementos de análise e os procedimentos metodológicos condizentes para uma investigação acerca da prática de professores. As noções de Organização Matemática[1] e Organização Didática[2] guiaram a análise dos dados produzidos.

Quanto à investigação acerca dos conhecimentos dos professores, os estudos desenvolvidos por Shulman e pelos pesquisadores que atuam junto dele ressaltam a importância da realização de pesquisas com professores em início de docência, pois nessa fase profissional os conhecimentos mobilizados pelos mesmos refletem, de maneira significativa, os conhecimentos adquiridos na formação inicial. Além disso, as práticas desenvolvidas por esses professores podem ser entendidas como reflexo das práticas vivenciadas não só no período da graduação como também durante a trajetória escolar. As vertentes do conhecimento discutidas nessa pesquisa tratam especificamente do:

Conhecimento do conteúdo do objeto de estudo - esse tipo de conhecimento diz respeito à compreensão, ao entendimento do professor relativamente à sua disciplina, aos conceitos e em saber bem o maior número possível de assuntos relacionados à sua matéria.

Conhecimento pedagógico do objeto de estudo – essa vertente considera os conhecimentos que o professor possui para levar o aluno à compreensão do assunto estudado. Nesta categoria estão incluídas as diferentes formas de representações e analogias que o professor dispõe para facilitar a aprendizagem do aluno.

Conhecimento curricular – nesta categoria são considerados os conhecimentos relacionados aos programas oficiais (no caso do Brasil, os Parâmetros Curriculares Nacionais), às diretrizes e aos materiais disponíveis para elaboração e execução das aulas. Dentre eles podemos citar os livros didáticos, os materiais concretos e os softwares educacionais.

Apesar de a Teoria Antropológica do Didático e a Base de Conhecimentos para o Ensino serem teorias provenientes de duas áreas distintas do saber, a Didática da Matemática e as Ciências

[1] Uma Organização Matemática, na perspectiva da Teoria Antropológica do Didático, consiste em um estudo praxeológico de atividades matemáticas e é composta por tipos de tarefas (T) referentes a conteúdos matemáticos, técnicas (τ) matemáticas de resolução e elementos tecnológicos (θ) e teóricos (Θ) também de natureza matemática. O quarteto $[T, \tau, \theta, \Theta]$ recebe o nome de praxeologia.

[2] Uma Organização Didática caracteriza-se pelas escolhas didáticas realizadas para a apresentação de uma Organização Matemática, que podem ser, por exemplo: a melhor maneira de introduzir o conteúdo, as atividades mais adequadas, os conceitos que devem ser apreendidos.

Humanas, respectivamente, elas apresentam possibilidades de trocas que procuraremos destacar nesse texto. O estudo das Organizações Matemática e Didática, desenvolvidas pelo professor durante suas aulas, permitiu a identificação e a classificação dos conhecimentos mobilizados no decorrer dessas atividades, de acordo com a Base de Conhecimentos para o Ensino.

O estudo teórico realizado permitiu melhor definir as questões norteadoras da pesquisa: Quais os conhecimentos mobilizados por um professor de Matemática em início de docência durante as aulas sobre o tema Funções? Qual a relação existente entre esses conhecimentos e os adquiridos na formação inicial? Para dar alguns elementos de respostas a esses questionamentos traçamos como objetivo principal investigar a relação entre os conhecimentos adquiridos pelo professor na formação inicial e os conhecimentos mobilizados na sua prática pedagógica em torno do tema Função.

Consideramos como fontes de dados os protocolos de observação das aulas de Funções polinomiais do primeiro grau ministradas pelo professor, o livro didático utilizado nessas aulas, o planejamento didático do professor e a realização de uma entrevista semiestruturada com o mesmo.

O Estudo de Funções

A partir de um estudo dos documentos oficiais, do saber matemático em questão e de uma rápida análise de alguns livros didáticos pode-se observar um modelo regular de apresentação do conteúdo Funções. Poderíamos descrever o trabalho com esse conteúdo em duas situações específicas: um estudo em torno do conceito de Função, de maneira geral, seguido de um estudo específico para cada tipo de Função (afim, quadrática, etc.).

Considerando as particularidades dos tipos de tarefas[3] presentes em cada um desses estudos, percebemos a necessidade de realizar análises praxeológicas distintas. Tomando por base o fato de que a cada tipo de tarefa identificado temos a presença de Organizações pontuais, que podem ser entendidas como aquelas desenvolvidas em torno de um tipo de tarefa específico, acreditamos que a junção de várias organizações pontuais, associadas ao estudo de um determinado tema, pode ser determinado por um gênero de Organização Matemática. Chevallard (1999) pontua que tarefas expressas da forma: calcular, resolver, mostrar e etc., podem ser expressas como gêneros de tarefas, uma vez que não há uma especificação do trabalho a ser realizado e, sim, apenas um indicativo da ação a ser desenvolvida. Porém, é a reunião de tipos de tarefas da forma Calcular que constitui esse gênero de tarefas. Assim, tipos de tarefas como: calcular o valor de uma integral, calcular a altura de um triângulo, calcular o vértice de uma parábola, são todas constitutivas do gênero Calcular. Com base nesse entendimento sobre gênero de tarefas desenvolvemos a ideia de gênero de Organização Matemática. Considerando que a organização matemática desenvolvida em torno da construção do conceito de Função pode ser realizada por meio de diferentes organizações locais, a depender das

[3] Um exemplo de tipo de tarefa é construir o gráfico da função $f(x) = x + 1$

escolhas do professor, entendemos que há uma generalidade nessa organização e sendo assim podemos tomá-la como um gênero de organização matemática.

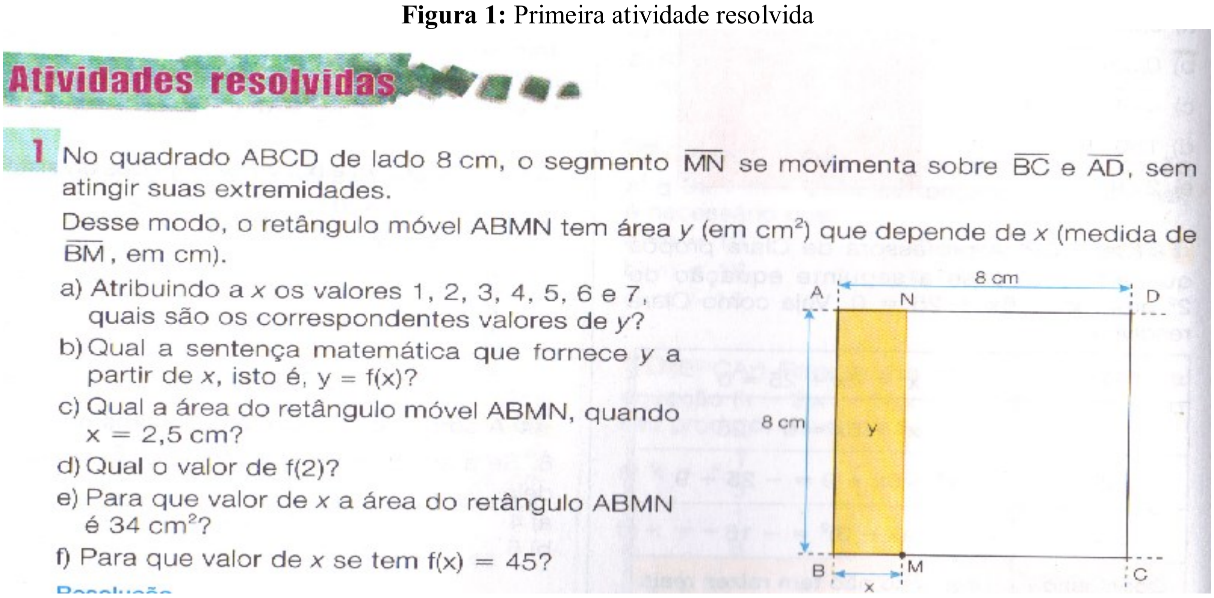
Dessa forma, as análises praxeológicas realizadas, tanto do livro didático como dos protocolos de observação em sala de aula, foram estabelecidas em termos de dois gêneros de Organização Matemática, as quais chamamos de GOM_1: Construção do conceito de Função e GOM_2: Estudo de Funções Polinomiais do primeiro grau.

Análise Praxeológica do Livro Didático

A noção de Função é apresentada como uma interdependência entre grandezas. Para isso são apresentadas três atividades resolvidas que abordam as seguintes relações: área de um retângulo e a medida de um de seus lados; tempo e distância percorrida; e valor a ser pago por quilômetro rodado.

Na primeira atividade resolvida, conforme figura a seguir, temos a presença de três tipos de tarefas distintos.

Figura 1: Primeira atividade resolvida


Atividades resolvidas

1 No quadrado ABCD de lado 8 cm, o segmento $\overline{MN}$ se movimenta sobre $\overline{BC}$ e $\overline{AD}$, sem atingir suas extremidades.

Desse modo, o retângulo móvel ABMN tem área *y* (em cm²) que depende de *x* (medida de $\overline{BM}$, em cm).

a) Atribuindo a *x* os valores 1, 2, 3, 4, 5, 6 e 7, quais são os correspondentes valores de *y*?

b) Qual a sentença matemática que fornece *y* a partir de *x*, isto é, $y = f(x)$?

c) Qual a área do retângulo móvel ABMN, quando $x = 2,5$ cm?

d) Qual o valor de $f(2)$?

e) Para que valor de *x* a área do retângulo ABMN é 34 cm²?

f) Para que valor de *x* se tem $f(x) = 45$?

Fonte: Bonjorno, 2006, p.82

Nessa atividade, consideramos a tarefa proposta no item *a* como sendo apenas uma familiarização do aluno com os tipos de tarefas que serão propostos na sequência. Não há ainda aqui uma tarefa efetivamente relativa ao conteúdo de Funções, pois a mesma pode ser realizada em contextos diferenciados. Entretanto os dados obtidos em sua resolução podem ser considerados pertinentes, ao menos nesse momento, para a resolução do item *b* e para uma possível compreensão por parte dos alunos.

A atividade é resolvida considerando a fórmula da área do retângulo. São atribuídos diversos valores para x e encontrados os valores correspondentes para y, em seguida esses dados são organizados em uma tabela identificada com as grandezas x e y, conforme mostra a figura 2:

Figura 2: Estabelecendo relações entre a área do retângulo e a medida de um de seus lados

Resolução

Observando a figura, temos:

a) A área do retângulo é dada pelo produto da medida de comprimento (8) pela da largura (x).

Logo:

$x = 1 \rightarrow y = 8 \cdot 1 = 8$

$x = 2 \rightarrow y = 8 \cdot 2 = 16$

$x = 3 \rightarrow y = 8 \cdot 3 = 24$

$x = 4 \rightarrow y = 8 \cdot 4 = 32$

$x = 5 \rightarrow y = 8 \cdot 5 = 40$

$x = 6 \rightarrow y = 8 \cdot 6 = 48$

$x = 7 \rightarrow y = 8 \cdot 7 = 56$

Construindo uma tabela, temos:

x (em cm)	1	2	3	4	5	6	7
y (em cm^2)	8	16	24	32	40	48	56

Fonte: Bonjorno, 2006, p.83

Convém destacarmos que, nessa resolução, os autores utilizam a expressão que representa a fórmula da área do retângulo em questão, de maneira implícita, ou seja, ainda não fazem uso da notação $y = 8x$, como podemos perceber no excerto apresentado na figura 2.

A impressão que tivemos ao analisar esse item é que aparentemente os autores desenvolvem esse raciocínio para mostrar que, nessa atividade, a partir da fórmula da área do retângulo é possível chegar à sentença matemática que relaciona as grandezas em questão, a medida do comprimento de um dos lados do retângulo e sua área. Dizemos isso, porque a tarefa proposta no item *b* pede para que tal sentença seja determinada. Sendo assim, podemos considerar essa situação como o momento do primeiro encontro com a primeira Organização Matemática pontual (OM_1).

O tipo de tarefa que compõe OM_1 é proposto no item *b* e o denominamos como:

- ✓ T_1: modelar uma situação dada por meio de uma função ($y = f(x)$)

Na resolução os autores formalizam a ideia de uma grandeza estar em função de outra e apresentam um modelo de ostensivo bastante utilizado no estudo de Funções, a notação $y = f(x)$, além de usar os termos variável dependente e variável independente, como podemos perceber na figura 3.

Figura 3: Apresentação do ostensivo y = f (x)

b) A sentença matemática ou fórmula que estabelece uma relação entre a área *y* do retângulo ABMN e o comprimento *x* é:

y = 8x

→ variável independente

→ variável dependente

Nessa fórmula, *x* e *y* são grandezas variáveis. A área *y* depende do comprimento *x*. Dizemos que *y* é função de *x*.

Indica-se:

y = f(x)

Foi o matemático alemão G.W. Leibniz (1646-1716) quem primeiro fez uso das palavras **função**, **variável**, **constante** e **parâmetro**, hoje corriqueiras na linguagem matemática. A notação f(x) para indicar uma função foi introduzida pelo matemático suíço L. Euler (1707-1783).

Assim, temos:

y = 8x ou **f(x) = 8x**

→ Lê-se: "*f* de *x*"

A função estabelece uma relação de dependência entre duas grandezas. Essa relação é a **lei de formação** ou **fórmula matemática** da função.

Fonte: Bonjorno, 2006, p.83

A técnica utilizada nessa resolução consiste na retomada dos dados obtidos na resolução do item *a*, com um enfoque especial na tabela construída. Acreditamos que a ideia dos autores foi encontrar, por meio da tabela, o padrão de regularidade existente entre as duas grandezas a fim de estabelecer uma generalização dessa relação. Dessa forma, denominamos a técnica aplicada como sendo:

✓ τ_1: calcular o valor de y para diferentes valores de x, construir uma tabela relacionando as duas grandezas, e generalizar os dados.

Nessa resolução os autores afirmam que nessa fórmula as grandezas x e y são variáveis e que a área y depende do comprimento x, concluindo assim que y é função de x e pode ser indicado como y = f(x). Conforme argumentamos anteriormente, acreditamos que os autores consideraram a resolução do item *a* como uma construção da sentença matemática.

Observamos a presença de elementos tecnológico-teóricos na constituição dessa Organização Matemática pontual: a noção ostensiva de variável dependente e independente e a primeira definição de função apresentada pelos autores: “a função estabelece uma relação de dependência entre duas grandezas. Essa relação é a lei de formação ou formula matemática da função” (p. 83). Ambos enunciados estão presentes na figura 3, apresentada anteriormente.

O item *c* apresenta um novo tipo de tarefa que identificamos como

✓ T_2: Sendo y = f(x), dado um valor x_1 para x, encontrar o valor de y.

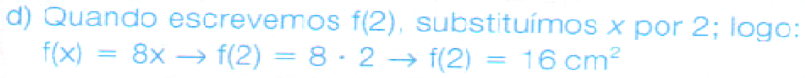
Tomando a fórmula matemática encontrada na resolução de T_1, o autor resolve T_2 substituindo o valor dado na variável x. Dessa forma, a técnica empregada nessa resolução é:

✓ τ_2: substituir o valor x_1 para x, efetuar os cálculos ($f(x_1)$) para buscar a imagem de x_1 pela f(x).

As justificativas para a aplicação de τ_2 apóiam-se tanto nos elementos tecnológico-teóricos apresentados anteriormente como nas definições de domínio e imagem de uma função apresentadas mais adiante pelos autores do livro.

O mesmo tipo de tarefa é proposto no item *d*, no entanto, o autor utiliza o ostensivo f(2) ao invés de apenas indicar um valor para x. Consideramos a mudança de representação necessária, uma vez que possibilita ao aluno uma compreensão melhor das diferentes maneiras de representar um mesmo objeto. Além disso, Rossini (2006) mostrou em sua pesquisa a dificuldade encontrada por professores na manipulação desse ostensivo, inferindo sobre esse resultado que “dificuldades conceituais a respeito do conceito de Função caminham juntas com as dificuldades na manipulação dos ostensivos” (p. 186). A figura a seguir mostra a resolução apresentada no livro didático.

Figura 4: Trabalho com o ostensivo f (x)


d) Quando escrevemos f(2), substituímos *x* por 2; logo:
$f(x) = 8x \rightarrow f(2) = 8 \cdot 2 \rightarrow f(2) = 16\ cm^2$

Fonte: Bonjorno, 2006, p.83

Os itens *e* e *f* apresentam um novo tipo de tarefa que necessita de uma nova técnica para sua resolução. O tipo de tarefa presente é:

- ✓ T_3: sendo y = f(x), dado um valor y_0 para y, encontrar o valor x_0 para que $f(x)=y_0$

Aparentemente, esse tipo de tarefa se aproxima em muito do tipo de tarefa T_2, afinal há apenas uma troca de variável, ao invés de ser fornecido o valor da variável x o autor fornece o valor da variável y. Num primeiro momento de nossa análise não havíamos estabelecido distinção entre os tipos de tarefa T_2 e T_3. Entretanto quando analisamos a técnica utilizada na resolução percebemos a diferença existente entre elas. Para resolver T_3 é necessária a utilização de alguns procedimentos inerentes à resolução de equação do primeiro grau, o que não ocorre em T_2, onde apenas a substituição do valor da variável já possibilita encontrar o valor procurado. Dessa maneira temos uma nova técnica de resolução:

- ✓ τ_3: substituir o valor y_0 e resolver a equação $f(x) = y_0$

Embora a técnica utilizada para a resolução do tipo de tarefa T_3 esteja relacionada a um conteúdo estudado em séries anteriores, equação do primeiro grau, os autores não estabelecem nenhum tipo de articulação entre os conteúdos. Nossa observação foi confirmada durante a leitura da análise realizada pelo Programa Nacional do Livro Didático (2008, p. 99) “[...] a articulação entre os conhecimentos anteriores e os novos não é explicitada para o aluno”. O bloco tecnológico-téorico constitui-se dos elementos anteriormente apresentados acrescidos da noção de resolução de uma equação do primeiro grau.

Os tipos de tarefas identificados nessa atividade apresentaram-se de maneira clara e foram bem explorados nas atividades propostas para os alunos, pois houve um grande número de tarefas destinadas a sua resolução. Percebemos ainda que a noção de relação entre grandezas foi bastante explorada por meio das tarefas propostas.

As técnicas empregadas, a nosso ver, poderiam ter sido mais bem elaboradas e efetivamente construídas, mostrando aos alunos suas justificativas de forma mais objetiva. Os elementos tecnológico-teóricos relativos a definição de função como relação entre grandezas estiveram presentes nas resoluções apresentadas, entretanto aspectos relativos a resolução de equações do primeiro grau poderiam ter sido retomadas, mesmo que superficialmente, no momento em que foram utilizadas na resolução de T_3.

Análise Praxeológica dos protocolos de observação

O período de observação, em uma sala de aula do nono ano do Ensino Fundamental, teve a duração de um mês. Nesse intervalo coletamos os dados referentes a um total de 18h aulas do professor Sérgio, desde a introdução do conceito de Função até o estudo das Funções Polinomiais do primeiro grau. Optamos por apresentar nesse artigo uma das atividades desenvolvidas em sala de aula pelo professor.

A primeira atividade resolvida por Sergio em sala de aula foi retirada do livro didático, porém ele realizou algumas mudanças nos valores propostos no enunciado: havia números decimais na tabela e os mesmos foram trocados por números naturais. Temos, na sequência, o enunciado da atividade:

> *A tabela abaixo mostra a distância percorrida por um ciclista que mantém sempre a velocidade de 18 km/h.*

Tempo (em horas)	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*
Distancia (em km)	*18*	*36*	*54*	*72*	*90*

> *a) Chamando o tempo de t e a distância percorrida de d, qual a sentença ou fórmula matemática que relaciona t a d?*
> *b) Qual a distância percorrida pelo ciclista em 7 horas?*
> *c) Em quanto tempo ele percorrerá 180 km?*

O desenvolvimento da aula segue da seguinte maneira: o professor passa a atividade no quadro e antes de iniciar a resolução faz uma breve explicação do seu enunciado:

> Então pessoal, um exemplo, não é difícil de vocês interpretarem [...] esse probleminha é bem simples, tem uma tabela aqui, onde ele tá demonstrando o que acontece com esse ciclista que mantém sempre a mesma velocidade, nunca muda, ele sempre tá andando a velocidade de 18 km/h [...] (SÉRGIO, 1ªaula)

Na sequência, o professor inicia a resolução.

> Professor: [...] então quais são as grandezas que estão relacionadas aí nesse problema? O tempo e a distância, certo? O tempo que é dado em hora, e a distância que é dada em quilômetro, então eu tenho uma relação, **quando ele anda 1 hora, quantos km ele vai percorrer? 18. Quando ele anda 2? 36**. O que aconteceu aí?
> Aluno: a hora multiplica.

> Professor: Interessante essa observação sua! **Então em três horas? 54. Em quatro horas? 72. Em cinco? 90. E se tivessem 6 horas, qual seria? 108.** Então você observa que com essas informações você consegue determinar qualquer distância em qualquer tempo, certo? Então a primeira questão que ele pergunta aqui é isso: "Chamando o tempo de t e a distância percorrida de d. Qual a sentença ou fórmula Matemática que relaciona t a d?" será que vocês seriam capazes, tem que aparecer o t, o d e alguns números ali [...](SÉRGIO, 1ªaula – grifo nosso)

A exposição do professor evidencia a tarefa matemática que deve ser realizada no item *a*. Trata-se de uma tarefa pertencente ao tipo de tarefa T_1: *modelar uma situação dada por meio de uma função (y = f(x))*, apresentada anteriormente por nós durante a análise do livro didático de onde foi extraída essa atividade. Ressaltamos que antes de iniciar a resolução dessa tarefa o professor destaca as grandezas que estão sendo consideradas nessa atividade, embora esse não seja um item a ser respondido. Tal ênfase pode ser justificada pela opção do livro didático, também seguida pelo professor, em apresentar o conteúdo de funções como a relação entre grandezas.

Além de apresentar a tarefa a ser cumprida, o professor inicia a construção da técnica que será utilizada para resolver esse tipo de tarefa. Oralmente e com base nos dados apresentados na tabela, ele tenta fazer com que os alunos percebam que a distância percorrida pelo ciclista está sendo dada a partir da multiplicação do tempo pela velocidade, ou seja, pela fórmula $d = 18\,t$. Salientamos a importância do processo de construção da técnica pelo professor, uma vez que dessa maneira os alunos têm a possibilidade de compreender tal processo e não simplesmente memorizá-lo sem compreensão. Percebemos assim, que a técnica utilizada pelo professor na resolução dessa tarefa é determinar a regularidade existente entre os dados fornecidos na tabela, isto é, o tempo (*t*) e a distância (*d*). Entretanto, para chegar à sentença matemática ele atribui diferentes valores para o *t* e calcula o valor de *d*. Podemos então considerar a técnica que resolve T_1 como τ_1: *identificar o padrão de regularidade existente entre duas grandezas e generalizar a relação*. Apesar de ainda não haver uma institucionalização por parte do professor com relação à definição de função, é a mesma que justifica a técnica aplicada nessa resolução.

O professor dá continuidade à resolução da atividade

> Agora a letra *b*, através da informação da letra *a* você descobre a informação da letra *b*: qual a distância percorrida pelo ciclista em 7 horas? Como eu vou resolver? Continuo substituindo a tabela, aqui? Poderia só que utilizando aquela fórmula não fica mais fácil? Então dá pra você fazer? **Então você coloca, para o tempo t igual a 7 horas, temos? d = 18·7 = 126** o quê? Metros, horas, quilômetros? Quilômetros. Lembrando aqui que a distância é dada em quilômetros. Então a distância que ele percorre em 7 horas é 126. Certo? (SÉRGIO, 1ªaula – grifo nosso)

A tarefa proposta no item *b* pode ser agrupada ao tipo de tarefa que nomeamos de T_2: *Sendo y = f (x), dado um valor x_1 para x, encontrar o valor de y*. A técnica utilizada pelo professor consiste em substituir o valor dado na fórmula matemática encontrada anteriormente e efetuar os cálculos para encontrar o valor procurado. Dessa forma, denominamos τ_2: *substituir o valor x_1 para x, efetuar os cálculos ($f(x_1)$) para buscar a imagem de x_1 pela f (x)*.

Na resolução do item *c*, o professor procede da seguinte maneira:

> Então qual a informação que ele deu aqui pra gente, ele deu o t ou o d? Então ele deu o d, que é 180 km e ele ta interessado em descobrir o quê? O tempo [...] Será que seria necessário eu completar a tabela para descobrir? [...] utilizando essa fórmula aqui (d = 18·7) eu não consigo achar o t? Então eu vou substituir o que eu tenho lá, **então substituindo na fórmula aqui, d = 18·t**, eu tenho o valor do d que é à distância, 180, então 180=18·t, olha o que é isso aqui pra gente? Se aqui fosse um x o que lembraria pra gente? **Uma equação do primeiro grau [...] aqui valem as mesmas regras, não está multiplicando, então eu passo dividindo**, $\frac{180}{18} = t$, quanto dá? Dez. Então o tempo aqui é dez, o quê? Dez horas. Então isso daqui é a primeira noção de função que a gente está tendo. (SÉRGIO, 1ª aula – grifo nosso)

A tarefa proposta nesse item pode ser agrupada ao tipo de tarefa T_3: *sendo y = f(x), dado um valor* y_0 *para y, encontrar o valor* x_0 *para que* $f(x)=y_0$. Ao aplicar o primeiro passo da técnica que resolve T_3, que é substituir o valor dado na relação matemática determinada no item *a*, tem-se o aparecimento de um modelo de equação do primeiro grau; o professor enfatiza isso usando uma variável mais utilizada pelos alunos, o *x*. Dessa forma, o próximo passo consiste em resolver essa equação. Portanto, consideramos como τ_3: *substituir o valor* y_0 *e resolver a equação* $f(x) = y_0$.

Durante a resolução dessa primeira atividade, percebemos a existência de alguns momentos de estudo. Temos a ocorrência do momento do primeiro encontro com os três tipos de tarefas identificados, T_1, T_2 e T_3. Como nessa atividade tivemos a presença de apenas uma tarefa pertencente a cada tipo de tarefa elencado, não observamos a presença do momento de exploração dos tipos de tarefas. Acreditamos que tal momento ocorrerá durante a resolução da lista de exercícios entregue aos alunos, pois ao analisarmos a mesma percebemos que são contemplados os mesmos tipos de tarefas já identificados. Embora não tenha havido a exploração dos tipos de tarefas, houve a elaboração das técnicas que permitiram resolver as mesmas.

Apenas na resolução do tipo de tarefa T_3 observamos a presença explícita de elementos tecnológicos que justificassem a aplicação de τ_3, dessa forma concluímos que só houve o momento de constituição do ambiente tecnológico-teórico relativo a essa técnica. Não observamos a ocorrência de um momento de institucionalização no decorrer dessa atividade. Acreditamos que tal fato tenha ocorrido devido ao objetivo dessa aula, presente no planejamento didático do professor: "motivar a classe a desenvolver estratégias e processos de resolução para resolver e interpretar problemas envolvendo o conceito de funções", ou seja, o objetivo da aula era trabalhar a resolução de atividades envolvendo função e não apresentar definições formais.

> [...] então uma grandeza dependendo da outra você consegue fazer um estudo, esse estudo a gente vai estar vendo o que vem a ser mais futuramente no decorrer das aulas. Isso tudo em diferentes situações, como a gente já viu alguns exemplos que eu passei pra vocês. A principal análise que a gente faz é do gráfico dela, então se você utilizar um gráfico de uma função, você ali consegue tirar várias informações, é o que a gente vai estar fazendo no decorrer dessas aulas [...] (SÉRGIO, 1ª aula)

Notamos que o professor explica para os alunos, de maneira geral, o que será estudado nas aulas destinadas ao conteúdo de funções. Da mesma forma ele dá indícios que nesse momento haverá apenas uma introdução do conteúdo e que apenas "futuramente" serão apresentadas as definições.

A influência da formação inicial

Em diferentes situações, foi possível caracterizar os conhecimentos mobilizados pelo professor Sérgio no desenvolvimento das atividades. Pudemos ainda observar a influência desses conhecimentos nas escolhas pedagógicas do professor. As ocasiões descritas na sequência ilustram nossa observação.

Ao iniciar a primeira aula sobre o conteúdo Funções, o professor comenta com os alunos que nesse estudo serão utilizados conceitos estudados anteriormente:

> Pessoal, relembrando aqui, nas aulas passadas, antes do término do bimestre, a gente estudou equações do segundo grau [...] a gente também aprendeu achar soluções de sistemas resolvendo equações do primeiro grau, a gente vai desenvolver um trabalho interessante que usa alguma dessas idéias [...] primeiramente a gente vai rever alguns conceitos precedentes de séries anteriores [...] então pessoal, funções é um conteúdo matemático que está presente no curso de Matemática, no curso de Biologia, na área de Administração, na Física, entre outros cursos [...]. (SÉRGIO, 1ª aula)

Essa primeira apresentação realizada pelo professor evidencia sua preocupação em articular os conteúdos que vão sendo trabalhados ao longo dos anos escolares, mostrando aos alunos que esses conteúdos possuem ligações, tanto dentro da própria Matemática, como em outras áreas.

Considerando a importância dessa atitude do professor, de relembrar e articular o novo conhecimento com o estudado anteriormente, o questionamos acerca da importância atribuída por ele a essa retomada de conteúdos. Sua fala esclarece que

> [...] na escola, antes da gente iniciar o conteúdo a gente faz um estudo do que vai ser passado (referindo-se ao planejamento escolar dos conteúdos), faz um plano que você vai poder puxar, porque senão você fica trabalhando conteúdo separado, é igual trabalhar lá no começo do bimestre com função e que não tem nada para trás ainda, então alguma coisa assim eles já teriam que ter tido pra você iniciar, porque senão fica uma coisa muito isolada. (SÉRGIO, entrevista)

Sérgio demonstrou assumir a mesma preocupação na organização dos conteúdos que seriam trabalhados durante o ano letivo. Entretanto, nesse ano, ele utilizou um planejamento que havia sido elaborado pelos professores mais experientes, por se tratar do primeiro ano em que estava assumindo uma turma. Porém, algumas adaptações foram realizadas, principalmente com relação à sequência dos conteúdos.

As mudanças realizadas pelo professor nesse planejamento evidenciam seu conhecimento acerca dos conteúdos que devem ser trabalhados nesse ano escolar. Tal conhecimento sobre o currículo da disciplina é considerado como sendo uma das vertentes da Base de Conhecimentos para o Ensino (SHULMAN, 1986, p.13), pois proporciona ao professor uma "familiarização com tópicos e questões que foram e serão ensinadas na mesma área da disciplina durante os anos precedentes e posteriores na escola, e os materiais que fazem parte deles”.

Dando continuidade a aula, Sérgio apresenta, oralmente, como primeiro exemplo para ilustrar a relação entre duas grandezas, a relação existente entre o tempo de acesso à internet e o valor a ser pago em um Cyber.

> Vamos ver um exemplo prático onde a gente encontra esse tipo de relação, todo mundo aqui freqüenta cyber, não freqüenta? Então, quanto que é o valor lá do cyber? Dois reais? Mas dois reais por hora! **Quais são as duas grandezas que estão relacionadas aí? O valor e a hora**, então se você ficar uma hora, quanto é que você vai pagar? Se você ficar duas horas? Quatro. Se eu ficar dez horas tem como eu saber quanto é que eu vou pagar? Tem. Então você observa uma seqüência, uma ordem, um padrão! (SÉRGIO, 1ª aula – grifo nosso)

Como o professor optou por um exemplo diferente do proposto pelo livro didático, sentimos a necessidade de conversar com ele sobre essa escolha:

> [...] tentei pegar alguma coisa prática, pra eles verem o que seria o exemplo de uma função, onde eles poderiam encontrar uma aplicação de uma função, não pegando um exemplo assim, já meio, um pouco mais sofisticado eu diria que envolvesse mais teoria, tinha que ter teoria de geometria tudo ali, então daí eu preferi pegar um exemplo mais fácil, mais compreensível para eles, para estar iniciando esse conteúdo. Pra não ficar uma coisa de outro mundo. (SÉRGIO, entrevista)

A opção do professor reflete sua preocupação com relação à aprendizagem dos alunos, pois ele considera que o exemplo apresentado pelo livro não seria o mais indicado naquele momento introdutório do conteúdo. Em outras palavras, podemos dizer que “ensinar necessariamente começa com a compreensão do professor do que deve ser aprendido, e como ser ensinado” (SHULMAN, 2001, p. 173). Além disso, sua fala nos remete às três categorias do conhecimento por nós investigadas, dando um bom exemplo acerca da imbricação existente entre essas vertentes do conhecimento. O posicionamento do professor diante do exemplo utilizado pelo livro evidencia tanto o seu conhecimento sobre o conteúdo funções como sobre o material didático utilizado. Mais ainda, a habilidade em buscar um exemplo próximo da realidade dos alunos evidenciou uma das principais características do conhecimento pedagógico do conteúdo, que é encontrar “as formas mais úteis de representação dessas idéias, as analogias mais poderosas, ilustrações, exemplos, explicações, e demonstrações, enfim: as formas de representar e formular o tópico que o faz mais compreensivo para outros” (SHULMAN, 1986, p. 12).

Outro item a ser salientado diz respeito à influência das práticas vivenciadas pelo professor como acadêmico sobre suas próprias práticas, evidenciando assim a relação existente entre os conhecimentos adquiridos na formação inicial e os colocados em prática pelos professores em início de docência. Duas situações expressam essa relação.

Durante a resolução de uma tarefa relacionada ao estudo de gráficos de Funções Polinomiais do primeiro grau, o professor realiza várias explicações sobre o plano cartesiano, destacando o fato de as retas serem infinitas e a possibilidade de deslocamento da origem do plano.

> [...] **Aqui, quantos pontos existem nessa reta? Na reta real? Quantos valores têm aqui? Infinitos** né [...]. Lembrando que a distância tem que ser a mesma, do zero pro um e do um pro dois, **a reta é ordenada**. [...] **o plano cartesiano, ele é infinito**, você pode escolher ordenar ele de qualquer forma, agora você está vendo ele ordenado aqui bonitinho, mas **pode acontecer de você ordenar ele e mudar a sua origem**, a sua origem poderia ser 0 pro y e 5 pro x, então aqui no 5, você poderia ordenar aqui, tanto faz, então 5 pra x e 0 pra y. Mas no nosso caso que a gente tá estudando, ele tá ordenado pra zero no x e zero no y, porque é o início, mas pode ser ordenado onde você quiser. E a medidas elas têm que ser iguais, tanto pra essa, quanto pra essa (referindo-se as retas) [...] (SÉRGIO, 5ª aula – grifo nosso)

Considerando que discussões como essas acontecem, com maior frequência, em cursos de nível superior acreditamos que a prática desenvolvida pelo professor seja reflexo de sua formação inicial e que possivelmente, ele tenha se espelhado nas práticas desenvolvidas por seus professores universitários, uma vez que os mesmos podem servir de exemplos para os futuros professores, como pontuam Grossman, Wilson, e Shulman (1989).

A outra situação se deu na aula no laboratório de informática. O material utilizado pelo professor havia sido aplicado, por ele mesmo, no período em que cumpria o Estágio Supervisionado no último ano da graduação. Segundo ele

> (O) Material (era o) que eu já tinha trabalhado no estágio, uma base que eu tinha feito e aplicado, aplicado várias vezes e que funcionou lá (referindo-se a universidade) e eu tentei trabalhar com eles, não foi tudo, mas o necessário que eu acho que eles deveriam saber no nono ano, deu certo.
> (O porquê do uso desse software) Porque é o que eu sei trabalhar com ele, o *graphequation* também, só que o *graphequation* é uma parte mais para inequações que eu acho mais interessante. Aí o *graphmatica* é porque eu já tinha mais contato na universidade. (SÉRGIO, entrevista)

Nesse caso, Sérgio não só coloca em prática uma experiência ocorrida durante o estágio supervisionado na universidade, como faz uma adaptação do material à série em que estava trabalhando, pois o que ele conhecia era destinado ao Ensino Médio. Além disso, ele confirma o contato que teve no período de formação inicial com o uso de softwares educacionais.

Considerando a postura do professor com relação ao uso de tecnologias, buscamos na grade curricular de seu Curso a disciplina que ofereceu tais conhecimentos e encontramos no programa de Prática de Ensino de Matemática III o trabalho com softwares educacionais e análise de livros didáticos. Diante disso, percebemos a real influência do Curso de formação inicial na prática desse professor. Tal influência também pode ser considerada quanto ao uso do livro didático em suas aulas.

Notamos que o professor considera o livro didático como um roteiro preestabelecido a ser seguido durante suas aulas. Além disso, ele desenvolve em seu curso a mesma Organização Matemática proposta por esse material. Entretanto, ressaltamos que, apesar de haver essa “adoção” do material em questão, o professor realiza uma leitura crítica do mesmo, considerando em alguns momentos a necessidade de mudanças quer seja no enunciado das atividades ou até mesmo na substituição de algumas delas. Nesse ponto ressaltamos a, possível, contribuição das discussões realizadas durante a graduação sobre a análise de livros didáticos.

A primeira aula realizada pelo professor Sérgio ilustrou essa situação quando ele fez a opção de iniciar o trabalho com o conteúdo de Funções por meio de um exemplo diferente do proposto pelo livro didático.

> [...] tentei pegar alguma coisa prática, pra eles verem o que seria o exemplo de uma função, onde eles poderiam encontrar uma aplicação de uma função, não pegando um exemplo assim, já meio, um pouco mais sofisticado eu diria que envolvesse mais teoria, tinha que ter teoria de geometria tudo ali, então daí eu preferi pegar um exemplo mais fácil, mais compreensível para eles, para estar iniciando esse conteúdo. Pra não ficar uma coisa de outro mundo. (SÉRGIO, entrevista)

Sua fala evidenciou preocupação com a aprendizagem dos alunos, pois considerou nessa situação uma maneira mais simples de apresentar o conteúdo. Durante a resolução de uma atividade que envolvia o conceito de funções constantes Sérgio também procedeu de maneira diferenciada da proposta do livro, trabalhando de forma mais detalhada o gráfico de uma função constante.

Algumas Considerações

A primeira observação que apresentamos refere-se às escolhas teóricas realizadas para esse estudo. A análise praxeológica dos protocolos de observação, realizada com base na Teoria Antropológica do Didático, permitiu evidenciar aspectos relativos às vertentes da Base de Conhecimentos para o Ensino que queríamos investigar na prática desenvolvida pelo professor colaborador. À medida que o professor desenvolveu as atividades referentes ao estudo de Funções conseguimos observar seus conhecimentos acerca do assunto estudado, das estratégias de ensino e dos recursos didáticos disponíveis, pois os mesmos foram mobilizados durante essas atividades. Tal fato revelou a possibilidade de complementaridade entre as duas abordagens teóricas, como supomos no início do estudo.

A influência da formação inicial na prática desse professor pode ser considerada, nesse estudo, como um fator gerador de algo pontuado por Chevallard (1998): uma mesma Organização Matemática pode implicar no desenvolvimento de diferentes Organizações Didáticas. Os conhecimentos adquiridos pelo professor possibilitaram que ele realizasse a sua própria leitura do saber proposto pelo livro didático, realizando em alguns momentos adequações que julgou serem necessárias.

Referências Bibliográficas

BRASIL, Ministério da Educação. **Guia de livros didáticos PNLD 2008:** Matemática / Ministério da Educação. Anos Finais do Ensino Fundamental. Brasília: MEC, 2007.152 p.

CHEVALLARD, Y. Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathematiques: L'approche anthropologique. **Actes de l'U.E. de la Rochelle**, 1998, p. 91-118.

GROSSMAN, P. L.; WILSON, S. M.; & SHULMAN, L. Teachers of substance: Subject matter knowledge for teaching. In M. C. Reynolds (Ed.). **Knowledge base for the beginning teacher**.

Oxford: Pergamon Press, 1989. p. 23-36.

ROSSINI, R. **Saberes docentes sobre o tema função:** uma investigação das praxeologias. 2006. Tese (Doutorado) – PUC, São Paulo.

SHULMAN, L. Those who understand: knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, v. 15, n. 2, p. 4-14, feb. 1986.

SHULMAN, L. Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. **Harvard Educational Review**. Tradução: Alberto Ide. vol. 57, nº 1, p. 163-196, feb. 2001.

WILSON, S.; SHULMAN, L. S.; RICHERT, A. E. 150 ways of knowing: Representations of knowledge in teaching. In: CALDERHEAD, J. (Ed.). **Exploring teachers' thinking**. Grã-Bretanha: Cassell Educational Limited, 1987, p. 104-124.