ISSN 1981-1322
DOI: http:// doi.org/105007/1981-1322.2018v13n1p288

Representações De Função: Uma Análise Das Produções De Professores Do Ensino Médio

Function Representations: An Analysis Of High School Teachers Productions

Rogério Fernando Pires
Universidade Federal de Uberlândia – (UFU)
Grabriela dos Santos Barbosa
Universidade do Estado do Rio de Janeiro – (UERJ)

Resumo

Este trabalho trata-se de um relato de experiência que apresenta os resultados de uma investigação que teve por objetivo analisar a mobilização, manipulação e a coordenação de diferentes representações de função em situações/atividades produzidas e realizadas por três professores de Matemática do Ensino Médio. A pesquisa de cunho qualitativo teve seus dados produzidos e coletados por meio de situação/atividades elaboradas pelos sujeitos que participaram da investigação, que foram analisados à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval. Os resultados mostram que as propostas de ensino apresentadas pelos professores contemplam as transformações, tanto do tipo tratamento, quanto do tipo conversão, porém as conversões privilegiam apenas o fenômeno de congruência, também, foi possível notar a presença dos procedimentos de pontuar e extensão do traçado na conversão da representação algébrica para a gráfica.

Palavras-Chave: Função. Registros de Representação. Fenômeno de Congruência. Fenômeno de não Congruência. Professores de Matemática.

Abstract

This work is an experience report that presents the results of an investigation that aimed to analyze the mobilization, manipulation and coordination of different representations of function in situations / activities produced and carried out by three teachers of High School Mathematics. Qualitative research had its data produced and collected by means of the situation / activities elaborated by the subjects that participated in the investigation, which were analyzed in light of Raymond Duval 's Theory of Semiotic Representation Records. The results show that the teaching proposals presented by the teachers contemplate the transformations, both of the treatment type and the conversion type, but the conversions favor only the phenomenon of congruence, also, it was possible to note the presence of punctuation procedures and extension of the tracing in the conversion of the algebraic representation to the graph.

Keywords: Function. Representation Records. Phenomenon of Congruence. Phenomenon not Congruence. Mathematics Teachers.

ISSN 1981-1322
DOI: http:// doi.org/105007/1981-1322.2018v13n1p288

1 Introdução

As questões relacionadas ao conhecimento humano estão ligadas aos objetos de conhecimento e suas representações. O acesso aos objetos de conhecimento pode se dar de maneira direta, quando o indivíduo tem a possibilidade de entrar em contato ele, ou de maneira indireta, por meio de representações.

Um exemplo de acesso direto ao objeto de conhecimento é quando durante uma aula de Biologia no Ensino Médio, cujo tema de estudo é célula, o professor leva um ovo de galinha, o quebra e explica aos estudantes que a gema é uma célula e por meio de um microscópio os estudantes podem observar mais detalhes dessa célula que é o objeto de conhecimento explorado nessa aula. No entanto, esse mesmo objeto pode ser explorado por meio de figuras ilustrativas presentes em livros textos ou em imagens disponíveis em sites na internet (representações).

A situação descrita traz um exemplo de um objeto de conhecimento, no caso a célula, que pode ser acessado de maneira direta ou por meio de suas representações. Todavia, nem todo objeto nos permite explorá-lo de maneira direta, existem casos em que o acesso ao objeto de estudo só é possível por meio de suas representações.

Em Matemática, por exemplo, o acesso aos objetos de conhecimento acontece somente por meio de suas representações. Quando nos deparamos com a notação $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 2x^2 + 2$, não estamos diante de uma função quadrática, mas sim de uma de suas representações, que pode ser ainda gráfica, numérica e outras mais.

Esse é um dos aspectos que diferencia a Matemática das outras áreas do conhecimento, enquanto na Biologia, por exemplo, é possível manipular o próprio objeto de estudo e a partir disso fazer inferências, descobertas e observar propriedades. Na Matemática só se pode manipular as representações do objeto matemático, e a partir de tais manipulações observar regularidades, descobrir propriedades e fazer inferências que permitam realizar generalizações.

Muitas vezes, as representações dos entes matemáticos são vistas como imitações de tais entes e tomadas como sendo o próprio objeto, gerando uma dualidade entre o objeto e a sua representação.

Diante disso, é interessante que o ensino de Matemática privilegie situações que permita a mobilização de diferentes representações dos objetos matemáticos, como também, a manipulação de tais representações e coordenação entre eles, pois isso permitirá que o aprendiz não confunda o objeto com suas representações e compreenda que elas são meios de acesso ao

ISSN 1981-1322
DOI: http:// doi.org/105007/1981-1322.2018v13n1p288

objeto de estudo.

Assim, o presente relato pretende analisar a mobilização, manipulação e a coordenação de diferentes representações de função em situações/atividades produzidas e realizadas por três professores de Matemática do Ensino Médio.

2 Os Registros De Representação Semiótica E O Ensino De Matemática

O termo registro de representação utilizado por Raymond Duval em sua teoria refere-se aos diferentes tipos de representações semióticas mobilizáveis no funcionamento matemático. Eles são classificados em quatro tipos: dois são relativos à representação discursiva – a língua natural e os sistemas de escritas (registros numéricos, registros simbólicos e registros algébricos) e dois relativos à representação não discursiva: registro figural (registro figural da perspectiva cavaleira, da geometria descritiva, da perspectiva cônica, etc.) e registro gráfico (cartesiano, polar, etc.).

Quando pensamos no ensino, costumamos estabelecer imediata correspondência com o processo de aprendizagem e sob essa ótica, não raro nos vêm à mente questões do tipo: Como compreender as dificuldades dos alunos? Qual é a origem dessas dificuldades? São questões que frequentemente permeiam as discussões referentes ao ensino da Matemática. Entretanto, as respostas a esses questionamentos não estão restritas à Matemática ou à sua história. Para que possamos obter respostas coerentes a essas questões e também interpretá-las de maneira adequada, faz-se necessário um olhar para esses questionamentos sob o ponto de vista da cognição, pois o objetivo primeiro do ensino da Matemática não é formar especialistas em Matemática, nem dar aos alunos ferramentas que lhes serão úteis no futuro, mas sim contribuir para o desenvolvimento da capacidade de raciocinar, analisar, comparar, visualizar e se posicionar criticamente perante as informações apresentadas.

É muito comum relacionar o fazer matemática com a resolução de problemas, que muitas vezes se encontra na linha de frente, como objetivo principal de uma sequência de atividades organizada para uma turma. No entanto, esse objetivo é muito vago, pois ele não diz nada a respeito da maneira de trabalhar de cada indivíduo, tampouco sobre o que o tornou capaz de resolver problemas.

Os encaminhamentos matemáticos apresentam uma característica fundamental que está centrada nas transformações de representações semióticas obtida no contexto de uma atividade proposta. Segundo Duval (2011), é nisso que os encaminhamentos matemáticos se distinguem

ISSN 1981-1322
DOI: http:// doi.org/105007/1981-1322.2018v13n1p288

dos encaminhamentos em outras ciências como na Física, na Biologia, na Geologia, etc. Na Matemática se trabalha apenas com representações semióticas e sempre que necessário elas são transformadas em outras. Sendo assim, em Matemática uma representação semiótica torna-se interessante à medida que ela pode se transformar em outra representação. De acordo com Duval (2003), a originalidade de uma abordagem cognitiva não está em observar os erros cometidos pelos estudantes e a partir deles determinar suas "concepções" e a origem de suas dificuldades em um determinado assunto matemático, e sim em procurar descrever o funcionamento cognitivo que possibilite ao estudante compreender, efetuar e controlar a diversidade dos processos matemáticos que lhes são propostos nas diversas situações de ensino.

Para um olhar do ponto vista da cognição para a atividade matemática, os registros de representação semiótica merecem um lugar de destaque nessa discussão, pois de acordo Duval (2003) é suficiente observar a história do desenvolvimento da Matemática para ver que o desenvolvimento das representações semióticas foi uma condição primordial para a evolução do pensamento matemático.

Nesse sentido, um conceito só pode ser desenvolvido em sua plenitude com a mobilização dos sistemas de representação que possibilita uma visão ampla e esclarecida do assunto, viabilizando os processos de demonstração e argumentação.

A riqueza matemática das representações semióticas está nas transformações que se podem fazer com elas e não na própria representação, e a diversidade dessas transformações que se podem fazer com as representações de um objeto matemático constitui-se um arsenal poderosíssimo para a atividade matemática.

Nessa direção Duval (2011) afirma que os procedimentos para realizar uma tarefa, os caminhos para resolução de um problema, mudam segundo o tipo de representação na qual eles estão incluídos. Portanto, é plausível dizer que os encaminhamentos para a realização de uma atividade matemática dependem do tipo de representação com a qual se trabalha e os desdobramentos são consequências das transformações que ocorrem durante todo o processo.

Quanto aos tipos de transformações de representação semiótica, elas se apresentam de duas maneiras radicalmente diferentes: os tratamentos e as conversões. Os tratamentos consistem na transformação de uma representação semiótica em outra equivalente, permanecendo no mesmo sistema, ou seja, uma transformação que ocorre no interior de um único sistema de representação.

No âmbito da Matemática, podemos exemplificar o tratamento quando, a partir da representação algébrica de uma função, encontra-se a equação da reta tangente ao seu gráfico

ISSN 1981-1322
DOI: http:// doi.org/105007/1981-1322.2018v13n1p288

em um determinado ponto. Nesse exemplo, todo tratamento é feito no interior do mesmo registro de representação, no caso o registro algébrico.

Já as conversões consistem na transformação de uma representação semiótica em outra equivalente, mudando de sistema ou registro, mas conservando a referência ao mesmo objeto. A conversão, portanto, é uma transformação externa em relação ao registro de partida ou registro inicial.

A figura a seguir apresenta um exemplo de tratamento acompanhado de uma conversão, na busca de evidenciar a diferença entre os dois tipos de transformações.

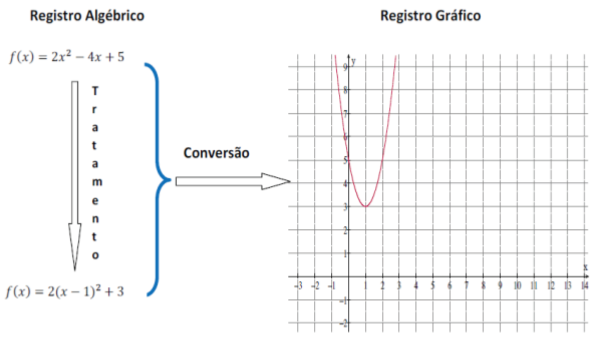


Figura 1: Exemplo de tratamento e conversão.
Fonte: elaboração dos autores

Na figura 1 a função representada algebricamente por $f(x) = 2x^2 - 4x + 5$ sofreu uma transformação do tipo tratamento, chegando a $f(x) = 2(x-1)^2 + 3$; é possível perceber que, apesar da transformação realizada na representação algébrica da função, o tipo de registro de representação permaneceu o mesmo. Quando qualquer uma das representações algébricas é transformada na representação gráfica, podemos dizer que a transformação é do tipo conversão, pois houve uma mudança no sistema de registro, conservando-se apenas o objeto matemático.

Quanto ao tratamento realizado na representação algébrica, é importante ressaltar que a forma desenvolvida de um trinômio de 2.º grau ($f(x) = ax^2 + bx + c, com\ a, b\ e\ c\ reais, a \neq 0$) e a forma canônica desse mesmo trinômio ($f(x) = a(x-u)^2 + v, com\ a, u\ e\ v\ reais, a \neq 0$) apresentam características distintas chamadas unidades significativas da representação algébrica, que por sua vez estão relacionadas à variáveis visuais pertinentes presentes na representação gráfica. Na figura 2, por exemplo, a representação algébrica da função na forma desenvolvida do trinômio, a partir da visualização do coeficiente a, dá a noção do quão aberta (variável visual pertinente) é a parábola que representa graficamente a função, como também se a concavidade dessa parábola será voltada para cima ou para baixo (variável visual pertinente), possibilitando inferir se a função apresenta máximo ou se apresenta mínimo.

ISSN 1981-1322
DOI: http:// doi.org/105007/1981-1322.2018v13n1p288

Observando o coeficiente *c* da forma desenvolvida do trinômio, é possível perceber que a parábola intercepta o eixo das ordenadas.

Na forma canônica, apesar de o coeficiente *a* apresentar a mesma característica já destacada na representação dada pela forma desenvolvida, esse registro de representação não indica explicitamente o ponto em que parábola intercepta o eixo das ordenadas. Em contrapartida, os coeficientes *u* e *v* permitem determinar as coordenadas do vértice da parábola V*(u, v*), que indica o ponto de máximo ou mínimo e o valor de máximo ou mínimo da função.

Em relação à transformação do registro gráfico para o algébrico, Duval (1996) salienta que a forma de representação determina o tipo de tratamento que se pode dar, e enfatiza que, muitas vezes, se busca a representação gráfica com o intuito de visualizar e, então, realizar tratamentos mais "intuitivos", mais rápidos, mais seguros em relação àqueles que geram mais dificuldades. A representação gráfica possibilita três tipos de tratamento:

- Uma localização de pontos que permite uma leitura de pares de números;
- Uma apreensão global dos valores visuais da figura-forma que dá à representação gráfica o poder intuitivo e heurístico, essencialmente qualitativo;
- Uma mudança da figura-forma que transforma a apreensão global dos valores visuais, modificando-a por meio de ampliação ou redução, ou uma mudança de escala.

O primeiro e o terceiro tipo são decorrências diretas da regra de codificação utilizada. Já o segundo depende da organização gestáltica da percepção envolvida no funcionamento da arquitetura cognitiva.[1]

A conversão entre os registros algébrico e gráfico é considerada qualitativa quando são identificadas as variáveis visuais pertinentes, ou seja, são interpretadas as implicações dos valores escalares pertencentes a representações algébricas nas representações gráficas, como também os valores visuais das representações gráficas nas representações algébricas. Esse fato pode ser constatado na figura 2, na qual é possível observar que a forma canônica da representação algébrica da função disponibiliza uma gama bem maior de unidades significativas, se comparada com a forma desenvolvida da mesma representação algébrica.

Quando a intenção é explorar a conversão entre a representação algébrica e a gráfica e vice-versa, é preciso identificar a maior quantidade possível de variáveis visuais pertinentes, seus diferentes significados e formas de apresentação para determinar o que implica cada

[1] A arquitetura cognitiva pode ser observada em Duval (1999, p. 3-26).

ISSN 1981-1322
DOI: http:// doi.org/105007/1981-1322.2018v13n1p288

variável escalar (unidades significativas) da representação algébrica na representação gráfica e vice-versa (DUVAL, 1996).

Vale a pena ressaltar que tanto os tratamentos no registro gráfico como os procedimentos necessários para a construção de um gráfico apresentam um cunho pontual e outro global. Assim, o que diferencia dos tratamentos é o fato de os primeiros serem utilizados na construção dos gráficos e os segundos permitirem uma análise no próprio registro gráfico.

Além de considerar aspectos relativos às conversões e aos tratamentos que podem ser realizados nas representações gráficas, Duval (1988) distingue três procedimentos relacionados às atividades que promovem a construção de gráficos:

- Procedimento de pontuar: enfatiza a representação de um ponto com base em um par ordenado e a identificação do par ordenado a partir do ponto;
- Procedimento de extensão do traçado: promove a união dos pontos por traços, constituindo o gráfico;
- Procedimento de interpretação global da figura forma: permite a percepção de que a modificação da escrita (representação algébrica) implica a mudança da representação gráfica por meio da associação das variáveis visuais e suas representações gráficas.

As atividades de pontuação e extensão do traçado não garantem a identificação das variáveis da escrita simbólica pertinentes à representação gráfica, ficando a atividade restrita à análise de valores particulares. No tocante à interpretação global da figura-forma, Duval (1988, p. 237) sustenta que: “[...] com esse procedimento, não estamos mais na presença da associação ‘um ponto-um par de números’, mas na associação ‘variável visual da representação – unidade significativa da escrita algébrica’”.

Nesse sentido, convém destacar que os procedimentos de construção de gráfico e os tratamentos no registro gráfico apresentam um viés de cunho pontual e outro de cunho global, e o diferencial entre eles reside no fato de que, enquanto um permite a análise no interior do registro gráfico, o outro é utilizado na construção de gráficos.

Considerando a conversão em um sentido mais amplo, não se limitando apenas às representações algébricas e gráficas, a tradução dos dados do enunciado de um problema da língua natural para escritas simbólicas, numérica ou algébrica, é uma conversão das diferentes expressões linguísticas em outras expressões simbólicas. Entretanto, a conversão requer que percebamos a diferença entre o conteúdo de uma representação e aquilo que está sendo representado. Em outras palavras, em uma conversão é fundamental saber distinguir o objeto e a sua representação, ou seja, não confundir a representação com o objeto de conhecimento.

A conversão entre os registros de representação apresenta dois fenômenos distintos: a congruência e a não congruência. Quando a conversão é quase imediata, temos o fenômeno de congruência, sendo possível observar em ambos os sentidos da conversão uma correspondência termo a termo entre as unidades significantes de partida e de chegada. O quadro a seguir nos dá uma ideia de como esse fenômeno ocorre.

Registro de partida	**Registro de chegada**
A EQUAÇÃO DA RETA CUJOS VALORES DA ORDENADA SÃO IGUAIS AOS DA ABSCISSA.	$y = x$

Quadro 1: Exemplo de congruência na conversão entre dois registros
Fonte: elaboração dos autores

No quadro 1, o enunciado é tão transparente que nos arriscamos a dizer que é possível ver por meio dele a equação a escrever, e, se tentarmos uma conversão no sentido contrário, certamente chegaremos à mesma frase ou a algo muito semelhante.

Quando a conversão não acontece de maneira quase que imediata, e as unidades significantes disponibilizadas não são suficientes para efetuar a conversão de maneira imediata, temos o fenômeno da não congruência. A situação apresentada no quadro a seguir dá um exemplo desse tipo de fenômeno:

Registro de partida	Registro de chegada
O CONJUNTO DOS PONTOS (X,Y) DO PLANO CARTESIANO QUE PERTENCEM AO EIXO y.	$x=0$

Quadro 2: Exemplo de não congruência na conversão entre dois registros
Fonte: elaboração dos autores

No exemplo do quadro anterior, há uma correspondência termo a termo entre os dois registros. Pertencer ao eixo y implica ter abscissa igual a zero. No entanto, na conversão no sentido inverso não há tal correspondência; isto caracteriza uma existência de conversão congruente no sentido direto, porém não congruente no sentido inverso.

Para determinar se duas representações são congruentes ou não, é necessário segmentá-las em unidades significantes de tal forma que seja possível colocá-las em correspondência. Concluído o processo de segmentação comparativa, pode-se verificar se as unidades significantes em cada um dos registros são unidades significantes simples ou combinações de unidades simples.

Essa condição é necessária, mas não suficiente para a determinação da congruência, porém contribui para a formação de três critérios, quais sejam:

I) a possibilidade de uma correspondência semântica dos elementos significantes;

II) para cada unidade significante elementar do registro de representação de partida existe uma única unidade significante simples no registro de chegada;

III) a existência de uma correspondência na mesma ordem de apreensão das unidades significantes em cada um dos registros envolvidos.

Duval (2011) salienta que a variação de congruência e não congruência é uma das causas da incompreensão ou dos erros de interpretação dos enunciados pelos estudantes. Ainda reforça que:

> [...] é sempre a mesma variação de congruência e não congruência que facilita ou inibe o funcionamento. E isto está de acordo com as três ideias largamente dominantes tanto nas teorias como nas práticas didáticas. A primeira delas é que a multirrepresentação, isto é, a apresentação em paralelo de enunciados, esquemas, tabelas, imagens, facilitaria a compreensão [...]. A segunda é que os problemas não deveriam ser apresentados por meio de enunciados em situação de monorrepresentação, mas com base em um material, ou com base em situações de jogo das quais os alunos poderiam se apropriar mais facilmente. [...] Quando verificamos a escolha dos problemas pelos professores, observamos a tendência de escolher de preferência os problemas em que as conversões a realizar são congruentes, e rejeitar os problemas em que as conversões a realizar são não congruentes [...] (2011, p. 121-122).

Pelo exposto, primeiro é possível perceber que a velha mística de apresentar uma situação-problema acompanhada de uma ilustração, um esquema, ou uma figura que pode auxiliar na compreensão do enunciado, cai por terra, pois diferente do que é apresentado nos livros de Geografia, por exemplo, em que os textos geralmente aparecem acompanhados de ilustrações, gráficos e tabelas, para auxiliar na compreensão do assunto em questão, mesmo não existindo nenhuma congruência entre os registros apresentados. Na Matemática, de acordo com Duval (2011), isso se tornaria uma justaposição opaca.

Segundo, é a maneira com que os problemas são apresentados em situação de monorrepresentação (uma única representação) não facilita a apropriação da situação. Eles deveriam ser expostos em forma de jogos ou materiais que tornem a situação mais atraente, porque as variações de congruência e não congruência estão entre o material e o registro semiótico mobilizado.

ISSN 1981-1322
DOI: http:// doi.org/105007/1981-1322.2018v13n1p288

E, finalmente, é evidente que os professores normalmente procuram selecionar situações em que a conversão a ser realizada seja congruente, evitando aquelas que exigem uma conversão não congruente. Isso pode gerar uma limitação no processo de ensino e aprendizagem, pois corre-se o risco de o aluno ficar habituado em realizar somente esse tipo de atividade, podendo encontrar dificuldades quando se deparar com tarefas que exigem conversões não congruentes.

3 Metodologia

O estudo de caráter qualitativo de acordo com Creswell (2010) e Bogdan e Bliken (1994), contou com participação de três professores que atuavam em uma escola de Ensino Médio localizada em uma cidade do interior de São Paulo. A escolha dos participantes aconteceu de maneira pragmática, ou seja, eles eram integrantes de um projeto de pesquisa que tinha por objetivo analisar as concepções de função apresentadas por estudantes do Ensino Médio coordenado pelo pesquisar (primeiro autor deste relato). Assim, foi acordado de maneira consensual entre o pesquisador e participantes do projeto que para analisar as concepções de função manifestada pelos estudantes, seria importante para a continuidade do projeto que o pesquisador entendesse como ocorria a mobilização, a manipulação e a coordenação das representações desse objeto matemático pelos professores desses estudantes.

Com o intuito de identificar os participantes da pesquisa e ao mesmo tempo preservar o anonimato desses sujeitos, cada um deles recebeu um nome fictício. Assim, Silva, Santos e Maria foram os nomes designados aos professores que participaram do estudo.

A coleta dos dados referentes à pesquisa foi realizada por meio de dois instrumentos. Um deles foi a criação em um formulário específico de uma situação que julgavam pertinente para a introdução da noção de função para as turmas que lecionavam e o outro foi a elaboração quatro atividades com a indicação das possíveis soluções, que julgassem adequadas para a exploração das noções de função com seus alunos.

A coleta dos dados ocorreu em um encontro individual marcado com cada um dos professores, no qual a princípio foi explicitado o objetivo da pesquisa, as intenções do pesquisador, também, foi solicitado que cada um deles assinasse um termo de livre consentimento esclarecido que garantia o anonimato dos participantes e assegurava a participação voluntária dos docentes. Após essa primeira conversa que garantiu a participação voluntária do docente e o seu anonimato, foi dado início a coleta de dados que começou pela

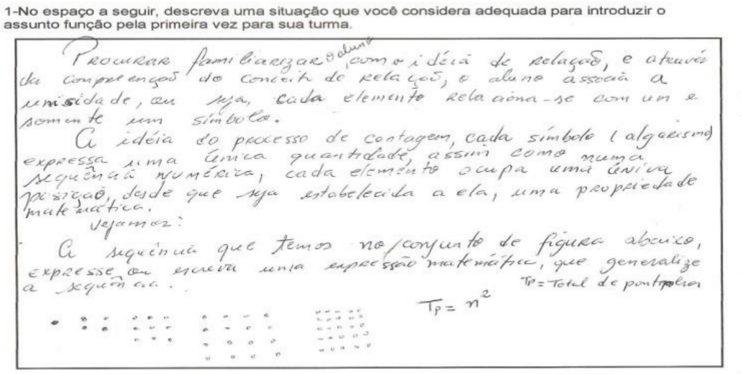
ISSN 1981-1322
DOI: http:// doi.org/105007/1981-1322.2018v13n1p288

criação da situação introdutória, seguida da elaboração das quatro atividades, cuja aquelas que foram julgadas mais interessantes serão apresentadas e discutidas na próxima seção deste relato de pesquisa.

4 Análise E Discussão Dos Resultados

Para a ocasião deste trabalho, na análise dos dados coletados serão apresentadas e discutidas apenas as situações introdutórias criadas pelos professores e uma das quatro atividades sugeridas por cada um deles. O critério de escolha da atividade apresentada foi a diversidade de registros de representação mobilizados pelos professores tanto no enunciado, quanto na proposta de solução apresentada.

A análise dos dados teve início pelas informações fornecidas pelo professor Silva. A princípio esse professor mostrou entender função como uma relação, em que há uma dependência entre os elementos envolvidos seguindo uma regra que estabelece tal relação. Esse entendimento foi explicitado na situação elaborada por ele para introduzir a noção de função, que pode ser observado na figura a seguir.


1-No espaço a seguir, descreva uma situação que você considera adequada para introduzir o assunto função pela primeira vez para sua turma.

Procurar familiarizar o aluno, com a idéia de relação, e através da compreenção do conceito de relação, o aluno associa a unisidade, ou seja, cada elemento relaciona-se com um e somente um símbolo.

A idéia do processo de contagem, cada símbolo (algarismo) expressa uma única quantidade, assim como numa sequência numérica, cada elemento ocupa uma única posição, desde que seja estabelecida a ela, uma propriedade matemática.

Vejamos:

A sequência que temos no/conjunto de figura abaixo, expresse ou escreva uma expressão matemática, que generalize a sequência.

Tp = Total de pontos

$T_p = n^2$

Figura 2: Situação introdutória criada pelo professor Silva.
Fonte: elaboração dos autores

Pela figura, nota-se que esse professor introduz a noção de função enfatizando a ideia de relação, associação e correspondência, a princípio sem mencionar expressões algébricas, usando como principal registro a língua materna.

Em seguida, ele coloca um exemplo de uma sequência de figuras e pede uma generalização, mostrando que uma relação pode ser escrita por meio de uma expressão algébrica. Nesse momento, ele realiza uma conversão da representação figural para a algébrica, evidenciando duas maneiras diferentes de representar uma relação funcional.

Contudo, apesar de interessante a iniciativa de apresentar função como uma sequência,

ISSN 1981-1322
DOI: http:// doi.org/105007/1981-1322.2018v13n1p288

deve-se tomar o cuidado de deixar claro para o estudante que a noção de função não se restringe à de sequência, pois, se esse cuidado não for tomado, corre-se o risco de o aluno limitar a noção de função à de sequência, o que pode se constituir em um obstáculo para a compreensão do conceito de função.

Quanto as atividades criadas pelo professor, a mais interessante de acordo com critério estabelecido para inclusão nesse relato de pesquisa foi a atividade 4, cujo protocolo está representado pela figura a seguir.

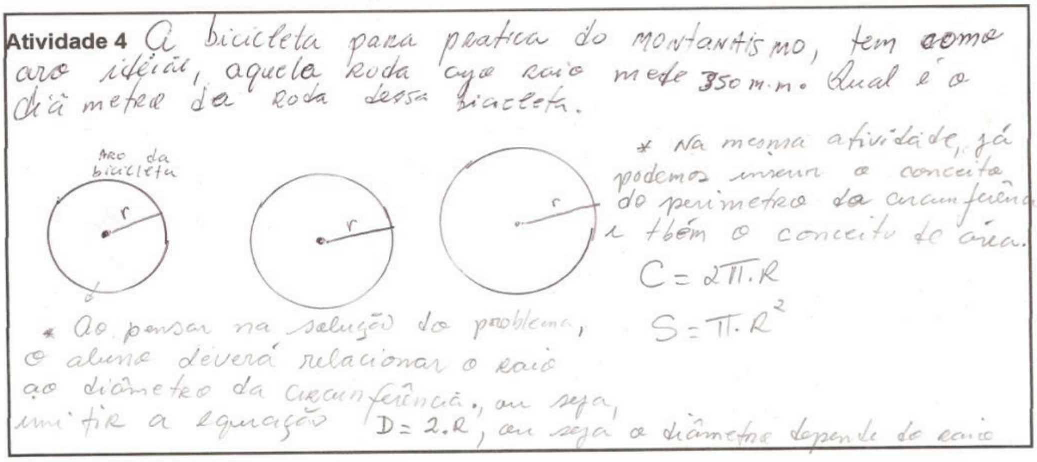


Figura 3: Atividade elaborada pelo professor Silva
Fonte: elaboração dos autores

A atividade proposta por Silva é interessante considerando que o enunciado foi é dado inteiramente na língua materna e que não há outra estratégia para responder à questão colocada se não for realizada uma conversão. Nessa direção, Duval (2011) saliente que se quisermos analisar como o indivíduo faz matemática, as conversões realizadas devem ser levadas em consideração.

Cabe destacar também, que ao propor a atividade, o professor se preocupa em evidenciar outros conceitos e não apenas o de função, como por exemplo, na proposta de solução ele traz à tona as noções de diâmetro, comprimento da circunferência e área do círculo, mesmo que a noção de área não seja exigida para responder à questão proposta.

Quanto aos registros de representação mobilizados, é possível destacar a presença da língua materna, a representação figural e a algébrica. Ao apresentar uma representação figural na proposta de solução, o professor faz três diferentes circunferências que representam diferentes aros de bicicleta, na tentativa de evidenciar que o comprimento da circunferência depende de seu raio. Vale ressaltar também que ele enfatiza a questão de que o diâmetro tem media igual ao dobro do raio, quando escreve a expressão $D = 2r$.

Ainda com relação à atividade proposta por Silva as expressões referentes à área da

ISSN 1981-1322
DOI: http:// doi.org/105007/1981-1322.2018v13n1p288

circunferência e o seu comprimento não consistem em uma proposta de solução para a atividade, uma vez que o questionamento presente no enunciado, refere-se ao diâmetro da roda que é justamente a dimensão que determina o tamanho do aro da roda. Assim, na sugestão de resposta que propõe, ele poderia ter explorado mais o diâmetro que é a medida que indica o tamanho do aro da roda da bicicleta.

Passando para as informações coletadas junto ao professor Santos, ele apresenta uma situação para introduzir a noção de função que aparenta ser mais um exercício relacionando duas grandezas (litros de gasolina e valor a ser pago), conforme pode ser observado na figura a seguir.

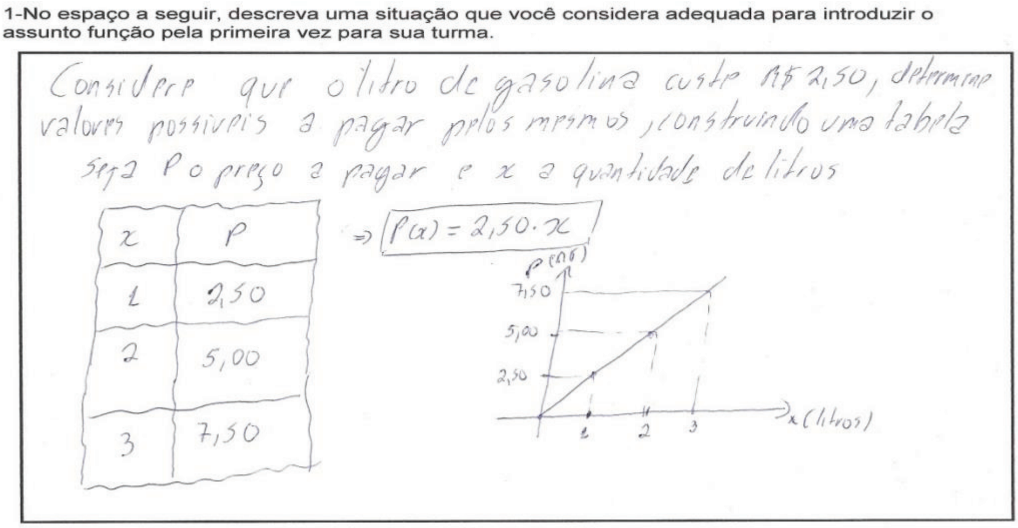


Figura 4: Situação introdutória sugerida por Santos
Fonte: elaboração dos autores

A situação proposta por Santos parte do registro de representação em língua materna e é solicitado que a relação entre quantidade de litros de gasolina e o valor a ser pago seja disposta em uma tabela (registro numérico), sendo para isso necessária a realização de uma conversão.

Os desdobramentos da situação proposta pelo professor, além do registro em língua natural apresentada no enunciado e da representação numérica (tabela) solicitada no próprio enunciado da situação, ainda apresenta as representações algébrica e gráfica que descrevem a relação funcional presente na situação.

Com relação às representações algébrica e gráfica que não são solicitadas no enunciado, parece que o professor não estabelece uma relação entre essas duas representações, sendo necessário uma representação intermediária, no caso a representação numérica explicitada em uma tabela.

Nessa direção, Duval (2011) salienta que na tentativa de diminuir certo distanciamento

ISSN 1981-1322
DOI: http:// doi.org/105007/1981-1322.2018v13n1p288

cognitivo existente entre duas maneiras de representar um mesmo objeto matemático, na tentativa de realizar a conversão entre essas representações da maneira mais natural possível, muitas vezes são utilizadas representações auxiliares, que nada mais são do que representações intermediárias que têm a finalidade de diminuir tal distanciamento cognitivo que possa existir entre o registro de representação e partida e o de chegada. Assim, pelo que foi apresentado pelo professor, parece que a representação numérica tem a finalidade de representação auxiliar na conversão entre a representação algébrica e a gráfica.

Na construção da representação gráfica, é possível perceber que o professor faz uso dos procedimentos de pontuar e extensão do traçado, limitando-se apenas aos valores dispostos na tabela, o que reforça a hipótese de que o registro numérico serviu como uma representação auxiliar na conversão da representação algébrica para a gráfica.

Quanto a utilização dos procedimentos de pontuar e extensão do traçado, Duval (1988) salienta que esses dois procedimentos não permitem uma interpretação global do gráfico de uma função, pois o indivíduo fica limitado a associar um ponto do plano a um par de números. A utilização desses procedimentos não permite o estudante compreender, por exemplo, que o domínio da função em questão é $\mathbb{R} \geq 0$, e que entre dois inteiros, tanto no domínio, quanto na imagem, existem outros valores, o que faz com que a representação gráfica dessa função seja uma reta.

Dentre as quatro atividades criadas por Santos, a selecionada para compor este relato de pesquisa foi a de número três, por se tratar de uma atividade que semelhante a situação introdutória elaborada por ele acaba culminando na representação gráfica de uma função.

O protocolo da atividade pode ser observado na imagem a seguir.

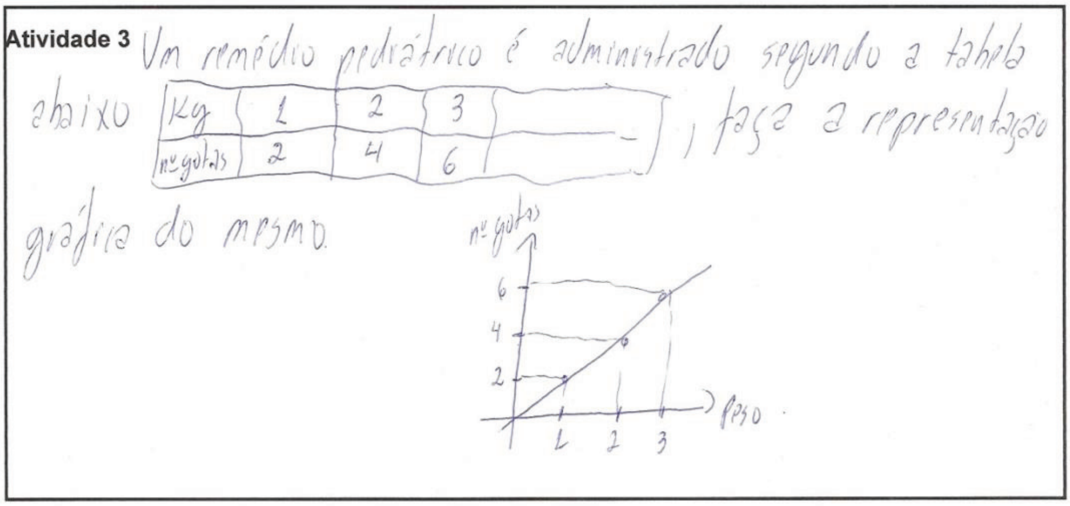
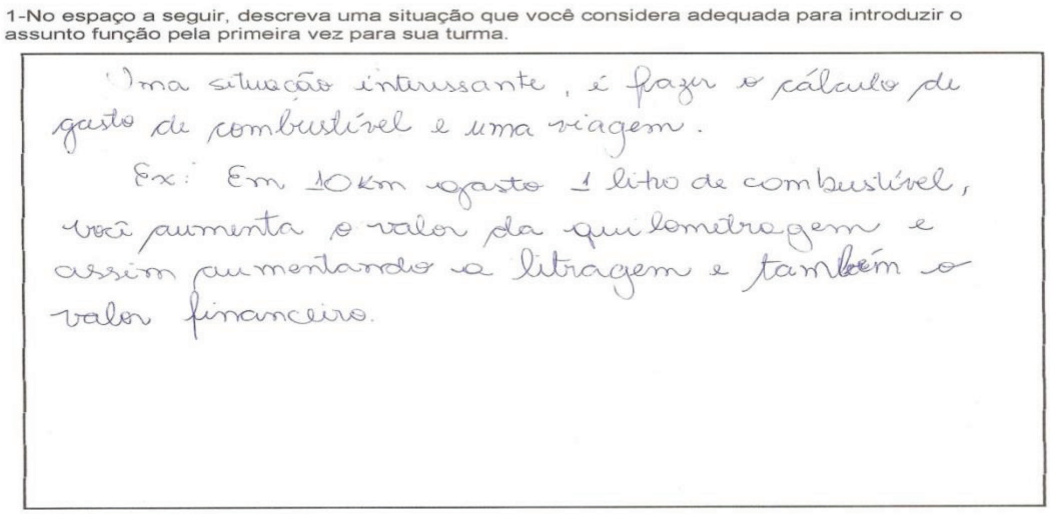


Figura 5: Atividade criada por Santos
Fonte: elaboração dos autores

ISSN 1981-1322
DOI: http:// doi.org/105007/1981-1322.2018v13n1p288

Como é possível observar, a atividade proposta parte da representação numérica, e para sua realização é necessária uma conversão para o registro gráfico. Como aconteceu na situação introdutória, ele vincula a construção de um gráfico a uma tabela de valores de uma dada relação. Construir o gráfico de uma função a partir de dados dispostos em uma tabela pode levar a utilização dos procedimentos de pontuar e extensão do traçado, como é possível observar no gráfico apresentado pelo professor. A utilização desses dois procedimentos pode levar o indivíduo a uma interpretação pontual da representação gráfica, limitando-o a analisar o comportamento da função apenas para os valores que estão dispostos na tabela. O ideal segundo Duval (1988), seria a construção do gráfico que permita uma análise global do comportamento da função.

A professora Maria diferente dos demais professores não criou uma situação para introduzir a noção de função, ela descreveu uma situação que estabelece uma relação “um para um”, como é possível observar na figura a seguir.


1-No espaço a seguir, descreva uma situação que você considera adequada para introduzir o assunto função pela primeira vez para sua turma.

Uma situação interessante, é fazer o cálculo de gasto de combustível e uma viagem.
Ex: Em 10km gasto 1 litro de combustível, você aumenta o valor da quilometragem e assim aumentando a litragem e também o valor financeiro.

Figura 6: Situação introdutória criada pela professora Maria
Fonte: elaboração dos autores

Como pode ser observado na imagem do protocolo, a professora Maria descreve uma situação utilizando apenas a representação em língua materna. Dois aspectos do que foi descrito por ela chamaram a atenção, o primeiro deles foi que ela deixa explícito que entende função como uma relação “um para um”, ou seja, cada elemento de um conjunto (quilômetros rodados) é associado a elementos distintos do outro conjunto (litros de combustível), ou seja, não existem elementos do conjunto (litros de combustível – imagem) que pode ser associado a mais de um elemento do conjunto (quilômetros rodados – domínio), o que é verdade apenas em situações em que a função é classificada como injetora. O segundo aspecto foi a presença de maneira implícita da proporcionalidade direta entre as grandezas envolvidas que acontece apenas com

ISSN 1981-1322
DOI: http:// doi.org/105007/1981-1322.2018v13n1p288

as funções lineares, que são classificadas como funções injetoras.

Quanto às atividades criadas por Maria, todas elas exigiam algumas conversões que acabavam culminando nas representações gráficas das funções. Dentre as quatro atividades elaboradas por ela, a de número 2 foi a escolhida para compor esse relato. Tal atividade poder ser observada na figura a seguir.

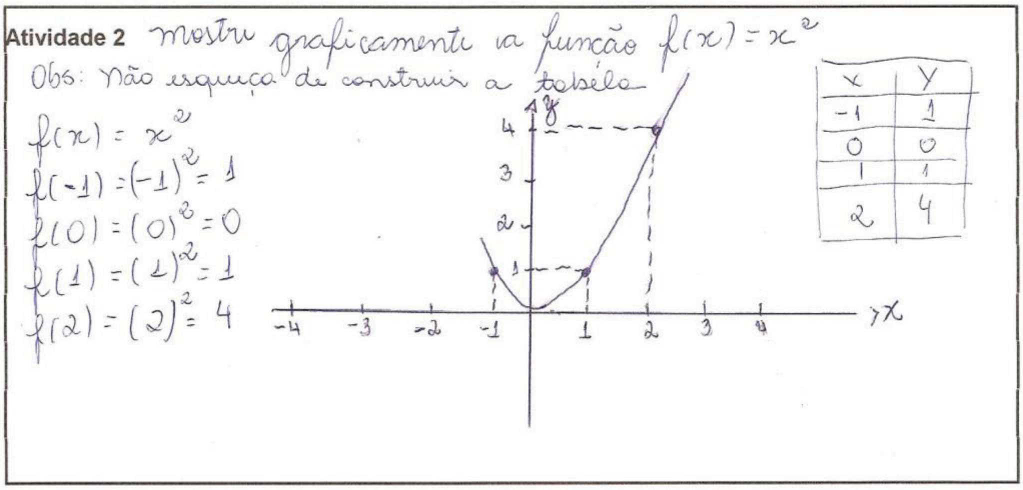


Figura 7: Atividade elaborada pela professora Maria
Fonte: elaboração dos autores

A atividade elaborada pela professora consiste essencialmente em realizar a conversão da representação algébrica para a gráfica. No enunciado é possível perceber que a professora confunde o objeto matemático com a sua representação ao enunciar "represente graficamente a função $f(x)=x^2$", parecendo entender que a expressão algébrica é o objeto matemático em si, e não uma de suas representações. A observação feita por ela no enunciado também merece destaque, quando salienta para não se esquecer de construir a tabela, como se fosse necessária a presença desse registro auxiliar para a conversão da representação algébrica para o gráfico, o que conduz à utilização dos procedimentos de pontuar e extensão do traçado, empregados na realização da tarefa, o que não garantiu a conversão qualitativa que leva em consideração a associação das unidades simbólicas significativas da representação algébrica com as variáveis visuais pertinentes da representação gráfica. A utilização dos procedimentos de pontuar e extensão do traçado pode ser evidenciada pelo fato da professora traçar a curva restrita às vizinhanças dos pontos determinados por ela no sistema de coordenadas.

Outro aspecto que merece destaque na atividade elaborada por Maria é que a atividade proposta por ela contraria o entendimento de função que apresentou na situação introdutória. Sendo que na situação inicial ela mostra entender função como uma relação "um para um", destacando de maneira implícita a injetividade e a proporcionalidade direta como elementos

ISSN 1981-1322
DOI: http:// doi.org/105007/1981-1322.2018v13n1p288

fundamentais presentes em uma relação funcional. Contudo, na atividade 2 essas noções caem por terra ao apresentar no enunciado a representação algébrica de uma função que não é injetora e que não apresenta a proporcionalidade direta.

Isso mostra que além da fragilidade apresentada na conversão entre as representações algébrica e gráfica, essa professora também comete alguns equívocos quando explicita seu entendimento sobre função.

5 Considerações Finais

Realizar esta investigação, analisar as produções dos professores participantes e refletir sobre as representações utilizadas nas situações/atividades elaboradas por eles, permitiu compreender como esses professores mobilizam, manipulam e coordenam diferentes representações de função, o que possibilitou entender um pouco de como esse grupo de professores concebem o objeto matemático em questão.

A análise do material produzido permitiu evidenciar que os professores investigados priorizam em suas propostas de ensino as transformações do tipo tratamento e a conversão entre as representações de função. Todavia, quando a conversão era exigida ela prioritariamente apresentou o fenômeno de congruência, o que possibilita inferir que esses professores privilegiam situações em que a conversão é congruente. Fato esse que vai ao encontro do que afirma Duval (2003), ao salientar que os professores priorizam atividades em que a conversão exigida é na maioria das vezes congruente, o que pode causar limitações na aprendizagem dos estudantes.

No que tange aos registros de representação utilizados, foi possível perceber certa predominância dos registros algébrico, numérico e gráfico, sendo que quando era exigida uma conversão, ela na maioria das vezes partia de um registro de representação algébrico, passava obrigatoriamente pelo numérico e chegava no gráfico. Esse fato, possibilitou evidenciar a presença marcante dos procedimentos de pontuar e extensão do traçado na conversão da representação algébrica para a gráfica, o que implica em uma conversão que não considera os aspectos qualitativos das representações envolvidas, ou seja, a maioria desses professores quando realizam a conversão da representação algébrica para a gráfica de uma função, não consideram as implicações das unidades simbólicas significativas da representação algébrica nas variáveis visuais pertinentes da representação gráfica, que é o que garante uma conversão qualitativa e permite fazer uma análise global da representação gráfica obtida.

ISSN 1981-1322
DOI: http:// doi.org/105007/1981-1322.2018v13n1p288

Isso ainda pode ser um fator causador de limitações na aprendizagem dos estudantes, uma vez que a conversão em apenas um sentido é garantida (algébrico para o gráfico), ficando a transformação no sentido contrário (gráfico para o algébrico) comprometida, pois a conversão nesse sentido exige um custo cognitivo maior e requer que o indivíduo consiga relacionar as variáveis visuais pertinentes da representação gráfica à unidades simbólicas significativas da representação algébrica.

O estudo também possibilitou compreender um pouco como esses professores concebem função. Analisando o material produzido, foi possível observar a predominância de situações que envolviam a função afim, mais especificamente a função linear e a função quadrática, o que indica que a concepção mais espontânea de função manifestada por esses professores limita-se às relações que podem ser descritas por um modelo de uma função afim ou quadrática.

E por fim, ao refletir sobre os resultados aqui relatados, foi possível compreender que existe a necessidade de um olhar cuidadoso no que concerne a formação do professor de Matemática, especificamente no que se refere ao conceito de função, pois se considerarmos que boa parte daquilo que o professor faz em sala de aula é fruto de sua formação, seja ela inicial ou continuada. Então, é plausível dizer que apesar de muitas mudanças e melhorias que vêm acontecendo nos últimos anos, a formação do professor de Matemática ainda apresenta carências em alguns aspectos, como os evidenciados neste estudo.

Referências

BOGDAN, Robert C.; BIKLEN, Sari Knopp. **Investigação qualitativa em educação**. Trdução de Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Porto: Porto Editora, 1994.

CRESWELL, John W. **Projeto de pesquisa**: métodos qualitativo, quantitativo e misto. Tradução de Magda Lopes. Porto Alegre: Artmed, 2010.

DUVAL, Raymond. Graphiques et equations: l'articulation de deux registres. **Annales de Didactique et de Sciences cognitive**, v. 1, p. 235-253, 1988.

———. Les représentations graphiques: fonctionnement et conditions de leur apprentissage. **Actes de La 46 éme Rencontre Internationale de la CIEAEM**, Toulousse: Antibi, t. 1, p. 3-15, 1996.

———. Representation, vision and visualization: Cognitive functions. Mathematical thinking. Basic issues for learning. **Proceedings XXI Psycology of Mathematical Education**, México: Éric, n. 1, p. 3-26, 1999.

———. Registros de representações semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão matemática. In: MACHADO, S. D. A. (Org.). **Aprendizagem em matemática:** registros de representação semiótica. Campinas: Papirus, 2003. p. 11-33.

ISSN 1981-1322
DOI: http:// doi.org/105007/1981-1322.2018v13n1p288

———. **Ver e ensinar matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar os registros de representação semiótica**. In: CAMPOS, T. M. M. (Org.). Tradução de Marlene Alves Dias. São Paulo: Proem, 2011.