

A Teoria APOS nas teses e dissertações defendidas em Programas de Pós-Graduação nas áreas de Educação Matemática ou Ensino de Ciências e Matemática

The APOS Theory in theses and dissertations presented in Programs of Post-Graduation in the areas of Mathematical Education or Teaching of Science and Mathematics

Maria Alice de Vasconcelos Feio Messias*

Universidade do Estado do Pará – (UEPA)

João Cláudio Brandemberg**

Universidade Federal do Pará – (UFPA)

Resumo

Apresentamos nesse artigo um levantamento das teses e dissertações defendidas no Brasil que tiveram a Teoria APOS como suporte teórico. Para tanto, buscamos no catálogo de teses e dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) trabalhos que contemplassem a referida teoria em sua fundamentação teórica. O termo ‘Teoria APOS’ foi definido como chave de pesquisa, de maneira que consideramos os trabalhos desenvolvidos em Programas de Pós-Graduação vinculados à área de Educação Matemática ou Ensino de Ciências e Matemática. Nessas condições, observamos que 8 dissertações e 3 teses foram defendidas no período de 2010 a 2017. Evidenciamos que tais pesquisas foram realizadas em três instituições, sendo uma delas localizada na região sudeste, e as outras duas, na região sul do país. Os objetos de pesquisa desses trabalhos foram pautados, principalmente, na concepção de estudantes acerca de determinados conhecimentos matemáticos sob o ponto de vista da teoria APOS.

Palavras-chave: Teses e Dissertações, Educação Matemática, Ensino de Ciências e Matemáticas, Teoria APOS.

Abstract

We present in this paper a survey related to thesis and dissertations presented in Brazil that had the APOS theory as a theoretical framework. We searched in the catalogue of thesis and dissertations of ‘Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior’ (CAPES) works that had such theory in its theoretical basis. The term ‘APOS theory’ was defined as a keyword, as well as we considered the works developed in Post-Graduation Programs related to the area of Mathematical Education and/or Teaching of Science and Mathematics. In such conditions, we observed that 8 dissertations and 3 theses

* Doutora em Educação em Ciências e Matemáticas pela Universidade Federal do Pará (UFPA). Professora do Departamento de Matemática, Estatística e Informática (DEMEI) na Universidade do Estado do Pará (UEPA), Belém, Pará, Brasil. E-mail: alice.messias@gmail.com.

** Doutor em Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN). Professor Associado III do Instituto de Ciências Exatas e Naturais (ICEN) e do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas (PPGECM), ambos na Universidade Federal do Pará (UFPA), Belém, Pará, Brasil. E-mail: brand@ufpa.br.

were presented between 2010 and 2017. We also evidenced that such researches were developed in three institutions; one of them located in the southeast, and the other two, in the south. The study objects of these works were specially based on students' conceptions of certain mathematical knowledge under the point of view of APOS theory.

Keywords: Theses and Dissertations, Mathematical Education, Teaching of Science and Mathematics, APOS Theory.

1 Considerações Sobre A Teoria Apos¹

A teoria APOS (Dubinsky et al., 1994) parte da hipótese de que o conhecimento matemático é apreendido mediante a construção e organização de Ações, Processos e Objetos em forma de Esquemas que auxiliam os indivíduos a solucionar problemas em diferentes contextos (Dubinsky; McDonald, 2001).

Tendo como base os estudos de Piaget sobre abstração reflexiva², a teoria APOS traz consigo a contextualização de mecanismos mentais – tais como a *interiorização*, *coordenação*, *reversão*, *encapsulação*, *generalização* e *tematização* – para o âmbito do Pensamento Matemático Avançado (PMA), no sentido de levar o indivíduo à construção, por meio desses mecanismos, de estruturas mentais relacionadas a um conceito, isto é, de Ações, Processos, Objetos e Esquemas.

À luz da teoria APOS, admitimos que o entendimento sobre determinado conhecimento matemático se inicia a partir da manipulação de objetos físicos ou mentais previamente construídos que levam um sujeito a formar Ações. Ao serem interiorizadas, as Ações formam Processos que, por sua vez, são encapsulados em forma de Objetos e/ou desencapsulados de volta ao Processo pelo qual foram concebidos. São as Ações, Processos e Objetos que compõem um Esquema, conforme destacamos na figura 1.

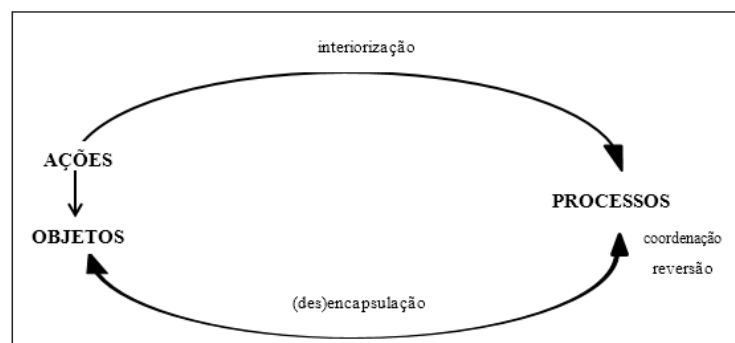


Figura 1: A composição de um esquema
Fonte: Arnon et al. (2014, p. 10, traduzido pela autora)

¹ Sigla referente aos termos em inglês *Action, Process, Object, Schema*.

² Na perspectiva da construção de objetos mentais e de ações mentais sobre esses objetos (Dubinsky, 1991)

Quando um indivíduo é confrontado com um contexto matemático específico, ele evoca um Esquema e faz uso de seus componentes, seja para mediar o processo de aquisição de um novo conhecimento ou para solucionar alguma tarefa proposta. Nessa perspectiva, admitimos que os conceitos matemáticos sejam, primeiramente, concebidos por meio de Ações sobre um ou mais Objetos pré-existentes. À medida que um indivíduo tem controle sobre suas Ações, elas são interiorizadas na forma de Processos. Nesse momento, o indivíduo passa a ter consciência acerca dessas Ações, fato que o permite refletir sobre elas e combiná-las entre si e, inclusive, entre outras Ações.

A encapsulação acontece quando o sujeito consegue enxergar o Processo como uma estrutura estática e, desse momento em diante, pode realizar Ações sobre tal estrutura que, por sua vez, passa a assumir o status de Objeto. É possível que muitos processos cognitivos estejam envolvidos nessa construção. Um ou mais Objetos podem ser desencapsulados – por meio da reversão – e seus respectivos Processos, coordenados de maneira a formar um novo Objeto.

Um Esquema sobre determinado conceito matemático é dinâmico, e sua coerência é determinada pela habilidade de um indivíduo em verificar as situações matemáticas em que deve utilizá-lo. É uma coleção de Ações, Processos, Objetos e, inclusive, de outros Esquemas. Essa estrutura mental pode diferir de um indivíduo para outro – uma vez que diferentes tipos de relações entre seus componentes podem ser construídas – e não precisa ser necessariamente evocada em toda e qualquer situação que envolva uma mesma ideia matemática, já que o aprendizado matemático não se desenvolve de maneira linear (Arnon et al., 2014). Através do mecanismo da tematização, transformações sobre um Esquema podem ser articuladas, a fim de levá-lo, *a priori*, ao status de Objeto e, *a posteriori*, a assimilação de outras ideias matemáticas adjacentes a tal estrutura.

Ressaltamos que um Esquema pode ser uma importante ferramenta para entender como o conhecimento matemático é estruturado na mente do indivíduo, já que é possível prever as condições para o aprendizado de um conceito através de modelos que conjecturam sobre suas construções mentais. No âmbito da teoria APOS, esse modelo hipotético que descreve as estruturas e mecanismos mentais que um indivíduo pode precisar construir para entender um conceito matemático específico recebe o nome de *decomposição genética* (ARNON et al., 2014).

Uma decomposição genética é, inicialmente, uma hipótese. Sua formulação preliminar é baseada nas experiências dos pesquisadores em termos de ensino e aprendizagem do conceito em questão, e no próprio conhecimento que têm acerca desse conteúdo e de seu

desenvolvimento histórico conceitual. Um entendimento sólido sobre a teoria APOS e a leitura de pesquisas anteriores que contemplem a compreensão de estudantes acerca da temática escolhida também contribuem para a elaboração de decomposições genéticas (Arnon et al., 2014).

Esse modelo contempla uma descrição das 'transformações' que um sujeito precisa realizar em um Objeto mental pré-existente para que a construção de um novo conceito matemático seja possível, ou seja, por meio de uma decomposição genética, conjecturamos sobre como Ações, Processos e Objetos podem ser organizados para formar Esquemas coerentes que viabilizem a apreensão de um conceito. Sendo assim, ela se apresenta como um modelo de epistemologia e cognição matemática (Roa-Fuentes; Oktaç, 2010).

Uma decomposição genética referente a determinado conhecimento matemático não é necessariamente única. Isso porque o entendimento de um conceito não acontece da mesma maneira para diferentes indivíduos. No entanto, é possível utilizá-la como um modelo geral que descreve possíveis trajetórias para a construção de um conceito por parte de um grupo de sujeitos. Ela pode servir como um instrumento diagnóstico, bem como auxiliar na elaboração de instruções de ensino que considerem os possíveis caminhos cognitivos a serem percorridos por um ou mais estudantes no decorrer do processo de aquisição de um conceito, tendo assim, um papel de grande relevância em pesquisas que trazem como fundamentação a teoria APOS.

No que concerne aos estudos que têm sido desempenhados em nível de mestrado e doutorado no Brasil, mais especificadamente, em Programas de Pós-Graduação que contemplam as áreas de conhecimento de Educação Matemática ou Ensino de Ciências e Matemática, evidenciamos que poucos trabalhos defendidos tiveram seu quadro teórico norteado pela teoria APOS.

Colocamo-nos, então, diante da seguinte pergunta: *Como a teoria APOS tem sido utilizada nas teses e dissertações defendidas no Brasil?* Essa questão norteou a revisão de literatura efetivada nesse trabalho, cujo objetivo foi descrever como a teoria APOS tem sido relacionada com os objetos de estudo de pesquisas relativas às áreas de educação matemática ou ensino de ciências e matemática no Brasil.

Orientados pela questão e objetivo acima destacados, apresentamos nos itens subsequentes os aspectos concernentes à nossa metodologia, bem como a discussão acerca dos resultados obtidos.

2 Considerações Metodológicas

O estudo apresentado nesse trabalho se caracterizou como uma revisão de literatura, na qual tomamos como fonte de dados pesquisas que contemplaram a teoria APOS em seu quadro teórico. As informações foram coletadas mediante os trabalhos indexados no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES³.

O termo ‘Teoria APOS’ foi definido como chave de pesquisa, de maneira que consideramos os trabalhos desenvolvidos em Programas de Pós-Graduação vinculados à área de Educação Matemática ou Ensino de Ciências e Matemática. Nessas condições, encontramos os trabalhos apontados no quadro 1:

Quadro 1: Teses/Dissertações defendidas no Brasil que tiveram a teoria APOS como perspectiva teórica

Ano	Material	Programa/Instituição	Autor (a)	Título
2010	Dissertação	Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática PUC (SP)	Rogério Osvaldo Chaparin	Concepções de divisibilidade de alunos do 1º ano do Ensino Médio sob o ponto de vista da teoria APÓS
2010	Dissertação	Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática PUC (SP)	Eneias de Almeida Prado	Alunos que completaram um curso de extensão em Álgebra Linear e suas concepções sobre base de um espaço vetorial
2012	Dissertação	Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática PUC (SP)	Natália Coelho Soares	As operações com números naturais e alunos em dificuldades do 8º ano do Ensino Fundamental
2012	Dissertação	Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática PUC (SP)	Fábio Rodrigues de Siqueira	A programação no Ensino Médio como recurso de aprendizagem dos zeros da função polinomial do 2º grau
2012	Dissertação	Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática Universidade Estadual de	Henrique Rizek Elias	Dificuldades de estudantes de licenciatura em matemática na compreensão de

³ Disponível em <http://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/>

		Londrina		conceitos de grupo e/ou isomorfismo de grupos
2013	Dissertação	Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática PUC (SP)	Fernanda Fuentes Azambuja	Divisibilidade de polinômios no Ensino Médio via generalização da ideia de divisibilidade de números inteiros
2014	Tese	Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática PUC (SP)	Joelma Iamac Nomura	Esquemas cognitivos e mente matemática inerentes ao objeto matemático autovalor e autovetor: traçando diferenciais na formação do engenheiro
2016	Dissertação	Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática Universidade Estadual de Londrina	Marcelo Silva de Jesus	Um estudo das concepções de licenciandos em matemática, à luz da teoria APOS, a respeito do conceito de anel
2016	Dissertação	Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática Universidade Estadual de Londrina	Mariany Layne de Souza	Dependência e Independência Linear: um estudo a respeito das dificuldades e concepções de licenciandos em matemática
2016	Tese	Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática PUC (SP)	Maria Eliana Santana da Cruz Silva	Concepções de transformação linear por estudantes de licenciatura em matemática
2017	Tese	Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática Centro Universitário Franciscano (Santa Maria/RS)	Janice Rachelli	Compreensões dos conceitos de derivada clássica e derivada fraca: análise segundo o modelo cognitivo APOS

Fonte: Elaborado pelos autores

Tendo em vista os critérios de busca estabelecidos, bem como as informações disponibilizadas no quadro 1, observamos que onze trabalhos – defendidos no período de 2010 a 2017 – tiveram a teoria APOS como quadro teórico. Foram 8 dissertações e 3 teses, distribuídas conforme os itens de (i) a (iii):

- (i) 5 dissertações e 2 teses foram produzidas no Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da PUC/SP;
- (ii) 3 dissertações foram defendidas no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Estadual de Londrina (UEL);
- (iii) 1 tese foi defendida no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática do Centro Universitário Franciscano (Santa Maria/RS);

A partir do que fora elencado de (i) a (iii), evidenciamos que as pesquisas que contemplaram a teoria APOS como fundamentação teórica foram produzidas em programas de pós-graduação vinculados a instituições localizadas no eixo sul/sudeste do Brasil, sendo a maioria delas provenientes do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da PUC (SP). Dedicamos o tópico subsequente à discussão acerca das principais características desses trabalhos, especialmente, no que tange à relação estabelecida entre esse quadro teórico e seus objetos de pesquisa.

3 Pesquisas & Teoria APOS: Algumas Considerações

Dentre as oito dissertações de mestrado elencadas no quadro 1, duas tiveram como objetos de estudo conhecimentos (conteúdos, conceitos) da Álgebra Abstrata; Elias (2012) investigou as dificuldades de estudantes de licenciatura e bacharelado em matemática na compreensão dos conceitos de Grupo e Isomorfismo de Grupos, e Jesus (2016), as concepções de licenciandos em matemática acerca do conceito de Anel.

Elias (2012), por meio de entrevistas semiestruturadas, identificou que dificuldades relativas ao conceito de Grupo e/ou Isomorfismo de Grupos foram manifestadas pelos estudantes investigados em sua pesquisa. Suas análises foram fundamentadas pela teoria APOS, além de ter trazido, também, elementos da teoria da reificação (Sfard, 1991). Nesse sentido, as interpretações do autor acerca das compreensões evocadas sobre esses objetos matemáticos foram direcionadas por tais perspectivas teóricas.

Mais especificadamente, no que concerne à teoria APOS, evidenciamos que Elias (2012) analisou as compreensões dos sujeitos sobre grupos e/ou isomorfismo de grupos, categorizando-as conforme as estruturas mentais estabelecidas na Decomposição Genética (DG) apresentada em seu trabalho. Desse modo, o autor identificou – por meio das respostas dos estudantes – que os elementos de suas compreensões sobre esses conhecimentos matemáticos foram predominantemente elementares.

Jesus (2016) construiu uma Decomposição Genética para o conceito de anel e, a partir dela, analisou os registros escritos dos sujeitos de sua pesquisa, obtidos por meio de tarefas envolvendo esse conhecimento matemático. O autor interpretou as concepções dos estudantes conforme as estruturas mentais previstas na DG elaborada, classificando-as, portanto, como Ações, Processos, Objetos ou Esquemas.

Em seus resultados, Jesus (2016) identificou que as concepções dos estudantes relativas

ao conceito de Anel se configuraram, sobretudo, como elementares, o que na perspectiva de sua decomposição genética, significa que elas se restringiam ao campo das Ações, no qual os sujeitos demonstravam ter apenas memorizado procedimentos e regras, fato que os levou a lidar com o objeto matemático de maneira elementar.

Verificamos no quadro 1 que duas dissertações e duas teses tiveram como objeto de pesquisa a compreensão de conhecimentos matemáticos no âmbito da Álgebra Linear.

As dissertações de Prado (2010) e Souza (2016) apresentaram, respectivamente, uma investigação relativa à compreensão de estudantes sobre a base de um IR-espaço vetorial e um estudo acerca das dificuldades de licenciandos em matemática no que se refere aos conceitos de dependência e independência linear.

A tese de Nomura (2014) teve como objeto de investigação a construção do objeto matemático autovalor e autovetor e suas implicações na formação de estudantes de engenharia, enquanto a tese de Silva (2016) investigou a concepção de estudantes de licenciatura em matemática sobre transformação linear.

Prado (2010), a partir dos pressupostos da teoria APOS, construiu uma decomposição genética para a noção de base sob a perspectiva de conjunto maximal de vetores linearmente independentes, de conjunto minimal de vetores geradores, e da justaposição entre eles. Os resultados foram obtidos por meio de entrevistas semiestruturadas, de modo que, em suas análises, o autor interpretou as respostas dos sujeitos, classificando-as em concepção-ação, concepção-processo ou concepção-objeto e verificou se tais concepções foram (ou como foram) incorporadas a seus esquemas relativos ao conceito de base, ou seja, se os estudantes conseguiam fazer uso dos diferentes pontos de vista atrelados a esse conhecimento matemático indistintamente.

Em sua pesquisa, Souza (2016) investigou as concepções e dificuldades de licenciandos em matemática relacionadas ao conceito de dependência e independência linear. Para tanto, a autora solicitou que fosse respondido um questionário constituído por tarefas envolvendo tal conhecimento. Suas análises foram norteadas pela teoria APOS, fato que a permitiu verificar os elementos que constituíram os conhecimentos dos sujeitos investigados acerca dos referidos conceitos. De modo geral, a autora observou que as concepções dos alunos se restringiram, sobretudo, ao âmbito de Ações, ou seja, a maioria deles apresentou uma noção bastante elementar de dependência e independência linear.

Nomura (2014) investigou as estruturas cognitivas inerentes à construção dos conceitos de autovalor e autovetor por parte de estudantes de engenharia em diferentes etapas de sua

formação. Ressaltamos que, dentre os trabalhos desenvolvidos junto a alunos de graduação, a tese de Nomura (2014) foi a única que não esteve voltada para os cursos de licenciatura ou bacharelado em matemática. A autora construiu uma decomposição genética que, por sua vez, foi utilizada como um instrumento diagnóstico, permitindo-a averiguar as características das concepções dos sujeitos a partir dos pressupostos da teoria APOS quanto aos mecanismos e estruturas mentais relativas aos objetos matemáticos autovalor e autovetor. Mais uma vez, foi possível observarmos que os estudantes apresentaram, sobretudo, uma compreensão elementar acerca desses conceitos.

Em sua tese, Silva (2016) verificou as concepções sobre transformação linear construídas por licenciandos em matemática durante um curso de álgebra linear. As atividades desenvolvidas junto aos sujeitos da pesquisa foram organizadas conforme os pressupostos da engenharia didática, de maneira que os resultados obtidos pela autora foram analisados conforme os apontamentos da teoria APOS sobre os mecanismos e estruturas envolvidos na construção de um esquema relativo a um conhecimento.

Silva (2016) destacou que os estudantes não conseguiram, de fato, alcançar uma concepção-objeto relativa à noção de transformação linear. Ainda assim, suas construções sobre tal objeto matemático não se restringiram ao campo das Ações. E, ainda que os sujeitos não tenham alcançado certos níveis de abstração, a autora evidenciou que suas concepções não se configuraram, necessariamente, como elementares.

O único trabalho que teve um conceito no âmbito do Cálculo como parte constituinte de seu objeto de pesquisa foi a tese de Rachelli (2017). Em seu estudo, a autora teve como objetivo investigar como os conceitos de derivada clássica e derivada fraca foram apreendidos por estudantes de um curso de mestrado. Dentre os estudos que foram destacados no quadro 1, este foi o único que teve como sujeitos de pesquisa alunos de pós-graduação. Rachelli (2017) elaborou uma decomposição genética, na qual foram descritas possíveis construções mentais relativas aos seus objetos matemáticos. Desse modo, suas análises foram realizadas com o intuito de averiguar se (ou de que modo) os sujeitos investigados conseguiam estabelecer relações entre Ações, Processos e Objetos, de maneira a construir esquemas coerentes sobre derivada clássica e derivada fraca.

Os estudos apresentados nas dissertações de Chaparin (2010), Siqueira (2012) e Azambuja (2013) foram apoiados nos pressupostos da teoria APOS e tiveram em comum o fato de vincularem-na ao conhecimento matemático de estudantes de Ensino Médio (EM).

Chaparin (2010) investigou a concepção de alunos do 1º ano do EM sobre divisibilidade

de números naturais. Os sujeitos investigados em seu estudo foram submetidos a uma sequência de atividades e, a partir das respostas dadas por eles, o autor verificou suas compreensões relativas a esse conceito. As análises dos resultados obtidos por Chaparin (2010) foram norteadas pela teoria APOS, de modo que o autor observou que a maioria dos estudantes apresentou uma concepção-ação sobre divisibilidade, pautada em algoritmos, procedimentos e, principalmente, vinculada à ação de dividir. Isso quer dizer que seus conhecimentos sobre o referido objeto matemático se mostraram bastante limitados.

Em sua pesquisa, Siqueira (2012) investigou como um algoritmo convertido para o ambiente computacional poderia auxiliar estudantes do 1º ano do EM na aprendizagem dos processos de obtenção de zeros da função quadrática. O autor analisou o desempenho dos sujeitos de sua pesquisa nas tarefas que lhes foram solicitadas tendo como referência a teoria APOS, na qual a apreensão do conhecimento é vinculada à construção e organização de Ações, Processos e Objetos em Esquemas. Siqueira (2012) enfatizou em suas análises se (e como) os alunos desenvolveram as referidas estruturas mentais para o objeto matemático em questão, fato que o permitiu avaliar se seus objetivos para com as atividades propostas foram alcançados.

Azambuja (2013) verificou de que modo retomar o conceito de divisibilidade de números inteiros viabilizaria a compreensão de estudantes do EM no que tange à divisibilidade de polinômios. Entendemos que a autora se baseou em algumas considerações acerca da teoria APOS, dentre as quais, a de que entendimento sobre determinado conhecimento matemático se inicia a partir da manipulação de objetos físicos ou mentais previamente construídos. Isso porque, organizou as atividades propostas no decorrer de sua pesquisa a partir de uma ideia matemática que já era de conhecimento dos alunos (divisibilidade de números inteiros), a fim de levá-los a compreensão de outro objeto matemático (divisibilidade de polinômios).

Dentre os trabalhos levantados no quadro 1, o de Soares (2012) foi o único que teve a teoria APOS relacionada a um objeto de pesquisa voltado para o Ensino Fundamental (EF). A autora teve como objetivo verificar se estudantes do 8º ano aprofundariam seus conhecimentos sobre operações com números naturais através do uso de tecnologias não usuais em sala de aula.

As análises das construções dos sujeitos de sua pesquisa foram norteadas pela teoria APOS. Nesse sentido, Soares (2012) averiguou se suas concepções se caracterizavam como Ações, Processos, Objetos, ou ainda, como se constituiriam seus esquemas para o referido conhecimento matemático, permitindo-a alcançar o objetivo delineado para sua pesquisa.

Tendo em vista o que fora apontado acerca das teses e dissertações defendidas nas áreas de Educação Matemática e Ensino de Ciências e Matemática que tiveram a teoria APOS como

parte constituinte de seu quadro teórico, elaboramos o quadro 2, no qual, em síntese, destacamos as principais características das pesquisas apresentadas nesses trabalhos.

Quadro 2: Principais características das teses e dissertações que contemplaram a Teoria APOS em seu quadro teórico (2010 – 2017)

Material	Objeto de Pesquisa	Objeto Matemático	Total de Trabalhos
Dissertação	Concepções/Compreensões de estudantes de Ensino Médio sobre determinado conceito matemático	Conceito de divisibilidade	1
		Divisibilidade de polinômios	1
		Zeros de função quadrática	1
	Concepções/Compreensões de estudantes de Ensino Fundamental sobre determinado conceito matemático	Operações com números inteiros	1
	Concepções/Compreensões de estudantes de Ensino Superior sobre determinado conceito matemático	Conceito de grupo e Isomorfismo grupos	1
		Conceito de anel	1
		Base de um espaço vetorial	1
		Dependência e independência linear	1
Tese	Concepções/Compreensões de estudantes de Ensino Médio sobre determinado conceito matemático	-	-
	Concepções/Compreensões de estudantes de Ensino Fundamental sobre determinado conceito matemático	-	-
	Concepções/Compreensões de estudantes de graduação e pós-graduação sobre determinado conceito matemático	Autovalor e autovetor	1
		Transformação linear	1
		Derivada clássica e derivada fraca	1
Total Geral			11

Fonte: Elaborado pelos autores.

Verificamos, mediante o quadro 2, que na maioria das pesquisas realizadas, os autores optaram por investigar as concepções/compreensões de estudantes de nível superior acerca de determinado objeto matemático (total de sete trabalhos). E, nesse sentido, chamamos atenção para o fato de esses objetos estarem inseridos, principalmente, no eixo de conhecimentos da Álgebra Linear ou da Álgebra Abstrata. Ressaltamos, ainda, que grande parte dos materiais encontrados em nossa busca foram dissertações de mestrado (total de oito trabalhos).

Tendo em vista o que apresentamos nesse tópico, traçamos apontamentos quanto à questão norteadora e objetivos delineados para esse trabalho, que detalhamos, em nossas considerações finais (a seguir).

4 Considerações Finais

Como a teoria APOS tem sido utilizada nas teses e dissertações defendidas no Brasil? Foi essa a questão que norteou a revisão de literatura efetivada nesse trabalho, com o qual objetivamos descrever como a teoria APOS tem sido relacionada aos objetos de estudo de pesquisas relativas às áreas de ensino ou ensino de ciências e matemática no Brasil.

Verificamos que os trabalhos contemplados em nossa revisão de literatura se apoiaram na teoria APOS para investigar a compreensão de estudantes sobre algum conceito matemático, seja por meio de questionários, entrevistas semiestruturadas, ou ainda, durante sessões de ensino planejadas com o intuito de construir o conceito a ser investigado. Observamos, nesse sentido, que os trabalhos que apresentaram *decomposições genéticas*, utilizaram-nas, principalmente, como referência para analisar as concepções evocadas pelos sujeitos investigados em suas pesquisas, as quais foram classificadas enquanto Ações, Processos e Objetos, do modo a verificar os (possíveis) Esquemas a serem construídos a partir dessas estruturas mentais e dos mecanismos a elas adjacentes.

Ressaltamos, também, que os objetos de pesquisa das teses e dissertações elencadas nesse trabalho estiveram, sobretudo, vinculadas aos conhecimentos matemáticos estudados no nível superior. Porém, não devemos desconsiderar a possibilidade de relacionar a teoria APOS com a apreensão matemática em outros segmentos de ensino.

É interessante destacarmos o fato de que poucas pesquisas no âmbito da Educação Matemática ou do Ensino de Ciências e Matemática no Brasil tiveram a teoria APOS como parte constituinte de sua fundamentação teórica. Além disso, vale ressaltar que as teses e dissertações explicitadas no decorrer desse texto foram defendidas exclusivamente em programas de pós-graduação provenientes de instituições localizadas no eixo sul/ sudeste de nosso país, fato que reforça a necessidade de estender esse tipo de discussão para outras regiões do Brasil.

Consideramos, por fim, que o trabalho que desenvolvemos é relevante, uma vez que – a partir do levantamento e descrição dos estudos desempenhados no âmbito da teoria APOS – admitimos possibilidades de despertar o interesse de pesquisadores em desenvolver pesquisas

vinculadas à compreensão e construção do pensamento matemático nos diferentes níveis de ensino tendo essa teoria cognitiva como perspectiva teórica⁴.

Referências

- Arnon, I.; Cottrill, J.; Dubinsky, E.; Oktaç, A.; Roa-Fuentes, S.; Trigueros, M. & Weller, K. (2014). *APÓS Theory: A framework for research and curriculum development in Mathematics Education*. New York: Springer.
- Azambuja, F. F. (2013). *Divisibilidade de polinômios no Ensino Médio via generalização da ideia de divisibilidade de números inteiros* (Dissertação de Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.
- Chaparin, R. (2010). *Concepções de divisibilidade de alunos do 1º ano do Ensino Médio sob o ponto de vista da teoria APOS* (Dissertação de Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.
- Dubinsky, E. (1991). Reflective abstraction in advanced mathematical thinking. In D. Tall. (Ed.), *Advanced Mathematical Thinking*. (p. 95-123). Kluwer Academic Publishers.
- Dubinsky, E. & McDonald, M. A. (2001). APOS: A Constructivist Theory of Learning in Undergraduate Mathematics Education Research. In D. Holton. (Ed.), *The Teaching and Learning of Mathematics at the University Level*. (p. 273-280). Kluwer Academic Publishers.
- Elias, H. R. (2012). *Dificuldades de estudantes de licenciatura em matemática na compreensão de conceitos de grupo e/ou isomorfismo de grupos* (Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Estadual de Londrina, Londrina.
- Jesus, M. S. (2016). *Um estudo das concepções de licenciandos em matemática, à luz da teoria APÓS, a respeito do conceito de anel* (Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Estadual de Londrina, Londrina.
- Messias, M. A. V. F. (2018). *Teorias Cognitivas do Pensamento Matemático Avançado e a construção do conhecimento: um estudo envolvendo os conceitos de limite e continuidade* (Tese de Doutorado em Educação em Ciências e Matemáticas). Universidade Federal do Pará.
- Nomura, J. I. (2014). *Esquemas cognitivos e mente matemática inerentes ao objeto matemático autovalor e autovetor: traçando diferenças na formação do engenheiro* (Dissertação de Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

⁴ A primeira autora desse trabalho desenvolveu sua pesquisa de doutoramento a partir de teorias cognitivas no âmbito do Pensamento Matemático Avançado, dentre elas, a APOS. Seus estudos foram realizados sob a orientação do segundo autor desse artigo. Para maiores esclarecimentos sobre o trabalho desenvolvido, sugerimos a leitura de Messias (2018).

- Prado, E. A. (2010). *Alunos que completaram um curso de extensão em Álgebra Linear e suas concepções sobre base de um espaço vetorial* (Dissertação de Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.
- Rachelli, J. (2017). *Compreensões dos conceitos de derivada clássica e derivada fraca: análise segundo o modelo cognitivo APOS* (Tese de Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática). Centro Universitário Franciscano, Santa Maria, Rio Grande do Sul.
- Roa-Fuentes, S.; Oktaç, A. (2010). Construcción de una decomposición genética: Análisis teórico del concepto transformación lineal. *Revista Latino-americana de Investigación Matemática Educativa*, n. 13, v. 1, p. 89-112.
- Souza, M. L. (2016). *Dependência e Independência Linear: um estudo a respeito das dificuldades e concepções de licenciando em matemática* (Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Estadual de Londrina, Londrina.
- Silva, M. E. S. C. (2016). *Concepções de transformação linear por estudantes de licenciatura em matemática* (Tese de Doutorado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.
- Siqueira, F. R. (2012). *A programação no Ensino Médio como recurso de aprendizagem dos zeros de função polinomial do 2º grau* (Dissertação de Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.
- Soares, N. C. (2012). *As operações com números naturais e alunos em dificuldades do 8º ano do Ensino Fundamental* (Dissertação de Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

Submetido em: 14/07/2018

Aceito em: 06/09/2019