




A Interface Entre o Movimento Lógico-Histórico e a Organização do Ensino do conceito matemático de ângulos

The Interface Between the Logical-Historical Movement and the Teaching Organization of the mathematical concept of angles

Bruno Silva **SILVESTRE**
Universidade Federal de Goiás, Goiânia, Brasil
brunosilvestre.prof@gmail.com
<http://orcid.org/0000-0003-3530-3522> 

Maria Marta da **SILVA**
Universidade Estadual de Goiás, Quirinópolis, Brasil
profmariamarta@hotmail.com
<http://orcid.org/0000-0002-5105-7627> 

A lista completa com informações dos autores está no final do artigo 

RESUMO

O artigo resulta de uma investigação desenvolvida com estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental quanto ao movimento lógico-histórico do conceito de ângulo e está vinculado à disciplina de Estágio Supervisionado II, do curso de licenciatura em Matemática de uma universidade pública de Goiás. Destaca-se como objetivo principal: analisar as possíveis apropriações dos estudantes do sétimo ano quanto o conceito matemático de ângulos a partir do desenvolvimento de atividades de ensino organizadas segundo o movimento lógico-histórico. Através do desenvolvimento desse conceito tínhamos a ideia de movimento e na busca por respostas de como ocorreu essa apropriação, foi organizado um experimento didático como caminho metodológico da pesquisa. O materialismo histórico dialético, apresenta-se como método de pesquisa que sustentou e mediou todas as escolhas e ações da investigação. Ofertamos aos estudantes um texto com informações sobre o Sistema Solar, além de que foi confeccionado e utilizado com os alunos um transferidor artesanal. Tais ações - exploração do texto e uso do transferidor – serviram para que o conceito de ângulo fosse apreendido como resposta aos avanços históricos humanos. Concernente a tais escolhas a estrutura de análise é composta de unidade, episódios e flashes. Os resultados dão indícios de que a interface entre a organização do ensino do conceito de ângulo e o movimento lógico-histórico possibilitou a interconexão do conhecimento matemático com a produção de conhecimento humano, conferindo-lhe o caráter formativo do sujeito.

Palavras-chave: Conceito de Ângulos, Movimento, Lógico-Histórico, Organização do Ensino.

ABSTRACT

The article results of an investigation developed with students during their final years of Elementary School regarding the logical-historical movement of the angle concept and it is linked to the Supervised Teaching Practice Course II, of the Mathematics Teaching Degree at Goiás State University. It stands out as the main objective: to analyze the possible appropriations of the seventh grade students regarding the mathematical concept of angles from the development of teaching activities organized according to the logical-historical movement. Tied to the development of this concept, we had the idea of movement, and in the search for answers of how this appropriation occurred, a didactic experiment was organized as a research. Dialectical historical materialism presents itself as the method of research that sustained and mediated all the choices and actions of the investigation. We offered the students a text with information about the Solar System, besides that, a handmade protractor was made and used by the students. Such actions - exploration of the text and use of the protractor – allowed the concept of angle to be apprehended as a response to human historical advances.



Concerning such choices, the structure of analysis is composed of unity, episodes and flashes. The results show evidence that, the interface between the organization of the teaching of the angle concept, and the logical-historical movement, made the interconnection of the mathematical knowledge with the production of human knowledge possible, conferring to it the formative character of the subject.

Keywords: Angle Concept, Movement, Logical-Historical, Teaching Organization.

1 INTRODUÇÃO

Na busca pela superação da racionalidade técnica no ensino de conceitos matemáticos autores como Dias (2007), Moura; Sousa (2005), Amorim (2007), Duarte (1987), Giardinetto (1996), Moisés (1999), Sousa (2004, 2014), Cedro e Panassion (2014), dentre outros, apoiados principalmente nas ideias de Kopnin (1978), Davydov (1982) e Moura (2010) têm defendido uma interface entre o movimento lógico-histórico e os processos de ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos para o Ensino Fundamental. A partir destas conjecturas foi elaborada uma proposta de organização do conceito matemático de ângulos em interface com o movimento lógico-histórico dos conceitos. Tal proposta foi desenvolvida no âmbito da disciplina “Estágio Supervisionado II”, ofertada no 6º período da Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual de Goiás – Campus Quirinópolis. O desenvolvimento de tal disciplina tornou-se o contexto empírico do experimento, sendo o mesmo sustentado no materialismo histórico dialético. Entretanto, para a construção desse trabalho fez-se um recorte na pesquisa, de modo que se destacasse o entendimento do conceito de ângulo por meio do desenvolvimento de atividades de ensino que privilegiam o movimento lógico-histórico com ênfase no conceito de ângulo.

Como na disciplina de Estágio Supervisionado objetiva-se a aprendizagem da docência, mediante a organização do ensino que privilegie os nexos internos existentes nos conceitos matemáticos ensinados nos anos finais do Ensino Fundamental, tem-se como objetivo analisar as possíveis apropriações dos estudantes do sétimo ano quanto o conceito matemático de ângulos a partir do desenvolvimento de atividades de ensino organizadas segundo o movimento lógico-histórico. A amostra é composta por vinte e dois alunos do 7º ano do Ensino Fundamental em uma escola pública municipal da cidade sede da IES pesquisada, ressaltando que a mesma configura, inclusive, como escola-campo de estágio.

Neste contexto, acredita-se que as ações desenvolvidas de acordo com as bases materialistas histórico-dialéticas é um dos caminhos possíveis para o entendimento e

necessária superação do atual modo de organização do ensino de Matemática nas séries finais do Ensino Fundamental. Para o leitor compreender as ações que antecederam a elaboração desse artigo inicialmente será exposta como se dá a organização do ensino de Matemática na perspectiva do lógico-histórico; depois, apresentar-se á compreensão histórica para o surgimento do conceito matemático de ângulo e a sua localização no espaço. Posteriormente, será discutido o experimento didático desenvolvido com os estudantes concebido como perspectiva metodológica ancorada no materialismo histórico dialético tomado como método. Na sequência o desenvolvimento da estrutura de análise composta de unidade, episódios e flashes e por fim, algumas considerações acerca da investigação.

2 A ORGANIZAÇÃO DO ENSINO DE MATEMÁTICA NA PERSPECTIVA DO LÓGICO-HISTÓRICO

Um dos desafios dos professores de Matemática é permitir a aprendizagem do que ensinam aos seus alunos. Na maioria das vezes os professores estão preocupados em como transmitir os conteúdos de forma compreensível, enquanto os alunos estão preocupados com o ‘para que’ aprender a maioria dos conteúdos matemáticos, em especial os que são ligados à Geometria, dadas as dificuldades de compreensão que eles apresentam com os mesmos. Apesar disso, muitos na maioria das vezes, esquece-se de utilizar como estratégia de ensino ‘o quando’ e ‘o porquê’ daqueles conhecimentos terem passado a fazer parte da vida e da história do homem. Como ensinam Vigotski (2003) e Leontiev (1978) um possível caminho é que o processo histórico de sistematização dos conhecimentos deva ser evidenciado como ferramenta para a construção do significado dos conceitos, por terem sido constituídos a partir de necessidades do próprio homem e, por isso trazem em si uma finalidade, assim “estudar algo historicamente significa estudá-lo em movimento. Esta é a exigência fundamental do método dialético” (Vigotski, 2003, p. 67).

Isso, entretanto, não quer dizer que deve-se ensinar Matemática pela história, nem repetir o percurso histórico na formação de um conceito matemático, mas buscar no processo histórico o movimento do pensamento no contexto da formação deste conceito. Cabe advertir que não se trata aqui de reforçar a prevalência do lógico sobre o histórico e vice-versa, nem os fundamentos da Matemática sobre a própria Matemática e suas aplicações. Ao serem privilegiados os elementos que propiciam a construção do conceito

matemático a ser ensinado procura-se na verdade uma via que auxilie a esboçar um caminho que conduza à apropriação do conceito pelo sujeito (Amorin, 2007, Dias 2007, Duarte, 1987, Moisés, 1999, Sousa, 2004).

A perspectiva do lógico-histórico para o ensino de conceitos matemáticos tem por pressuposto a possibilidade do estudo no movimento do pensamento no sentido de apreensão do objeto, isto é, do desenvolvimento do conceito (Dias, 2007; Moura; Sousa, 2005). Segundo Kopnin (1978) o histórico do objeto é entendido no seu processo de mudança, isto é, etapas de seu surgimento e desenvolvimento, já, o lógico como meio pelo qual o pensamento realiza a reprodução do processo histórico desse objeto. Tal reprodução não significa que o pensamento deva copiar os passos da história, pois a reprodução no pensamento é formação, reconstrução e elaboração. O lógico do histórico refere-se à lógica dialética, mais ampla que a lógica formal. A relação desta com o conhecimento matemático tem sido tão estreita que, muitas vezes, toma-se uma pela outra. A lógica formal se interessa pela própria forma linguística da expressão de uma ideia como, por exemplo, de uma definição matemática. Entretanto, a lógica dialética, por sua vez, estuda, sobretudo, o conteúdo mental que se expressa por meio da forma linguística, dando atenção especial à relação desse conteúdo com a realidade objetiva no processo de pensamento, ou seja, de aquisição do conhecimento.

A relação dialética entre o lógico e o histórico no pensamento conduz à compreensão do objeto de estudo na sua forma teórica pois, embora a teoria do objeto se manifeste ao mesmo tempo como sua história, a reprodução, no pensamento, da essência e do conteúdo de “qualquer fenômeno não torna desnecessário o estudo de sua história; ao contrário, para atingir-se um degrau mais elevado no conhecimento do objeto é necessário recorrer justamente à história” (Kopnin, 1978, p. 185). Concebendo por objeto o conhecimento científico, o movimento lógico-histórico de seu processo de criação e desenvolvimento percorre gerações. Desse modo, quando o professor, o sujeito responsável pela organização do ensino, busca captar o movimento histórico real de surgimento e desenvolvimento de um conceito seleciona e organiza, no pensamento, o modo como concebe o histórico, que constituirá o lógico desse movimento. Para o professor isso significa a realização da obra que ele constrói em seu pensamento, cujo movimento está relacionado com às necessidades e preocupações de seu momento histórico. Nesse sentido, nenhuma história é única e neutra, mas reflete uma ideologia e uma racionalidade do contexto no qual é produzida. Embora esse processo pareça óbvio, os livros de História da Matemática, entretanto, não são utilizados pela maioria dos professores de Matemática

de maneira crítica. E cabe aqui lembrar que são esses livros que hoje temos como referência para apropriação do movimento de surgimento e desenvolvimento dos conceitos matemáticos ensinados na educação básica.

Assim, na formação do conceito, o histórico do objeto refletido no pensamento constitui o conteúdo do pensamento e o lógico, reflexo desse conteúdo, reproduz "a essência do objeto e da história do seu desenvolvimento no sistema de abstrações" (Kopnin, 1978, p. 183). Por esse motivo, investimos na formação de conceitos, pelo sujeito, por meio de uma proposta de organização do ensino de conceitos matemáticos capaz de desencadear, no pensamento, essa dialética entre o histórico e o lógico. Ao articular o movimento lógico-histórico do ensino de conceitos matemáticos não se procurou fazer a história guiar o pensamento de tal modo a impor o processo histórico, mas permitir que a formação das ideias acompanha a lógica do movimento do pensamento. Porém, há consciência de que a construção do momento histórico influencia na forma de conceber o desenvolvimento do conhecimento matemático que se quer ensinar.

A partir da dialética do lógico e do histórico como forma de pensamento observou-se a possibilidade didática que busca relacionar o histórico de conceitos e sua essência, o lógico, com a finalidade da formação do conceito para si. Ao reproduzir na mente a criação e o desenvolvimento de um conceito o sujeito, além de compreender sua necessidade e as aptidões humanas nele sintetizadas, elabora novos aspectos e relações do movimento do objeto no pensamento. Desse modo, o termo reprodução não deve ser aqui tomado no sentido de cópia similar, mas no de capacidade humana, como sintetiza Rubinstein (1976, p. 47) – "Tal como a retenção não é apenas uma conservação passiva, muito menos a reprodução é uma reprodução mecânica do que foi inculcado ou aprendido. No processo de reprodução, aquilo que se deve reproduzir não se reproduz apenas, mas forma-se de certo modo". Nesse viés, o próprio conteúdo significativo se forma por meio da formulação linguística e da mesma forma, o pensar está comprimido na reprodução, capta o conteúdo de uma forma mais primorosa, generaliza-o, sistematiza-o, aperfeiçoa-o e reconstrói-o. "Por isso a reprodução do reproduzido é a essência da própria reprodução como resultado da sua elaboração ideológica, como aspecto essencial da reprodução" (Rubinstein, 1976, p. 48).

Desse modo, ao se explorar o movimento lógico-histórico do conceito como proposta didática para o ensino do conceito de ângulo também busca-se contribuir com a aprendizagem do modo de produção do conhecimento. Isso possibilita ao sujeito compreender a inexistência de verdades absolutas, concepções frequentes de alunos em

relação à Matemática, geradas ou pelo método de ensino fundamentado somente na lógica formal, ou por uma concepção historiográfica de vertente positivista. Na sequência vejamos como a compreensão histórica do surgimento desse conceito foi a nós necessária para que fosse possibilitada a organização do experimento.

3 COMPREENSÃO HISTÓRICA DO SURGIMENTO DO CONCEITO DE ÂNGULO: A LOCALIZAÇÃO NO ESPAÇO COMO REFERÊNCIA

A geometria não nasceu repentinamente, vez que demorou para ser criada, se desenvolver e passou por várias modificações no decorrer do tempo. O pensamento teórico construído historicamente foi criado por várias civilizações. Alguns conceitos tiveram maior nível de aprofundamento junto a determinados povos e, por isso, foram a eles atribuídos, o que não quer dizer que outras civilizações não detivessem ou buscassem sistematizá-los. Assim, descortina-se que o conhecimento acerca da geometria, seu compartilhamento e até mesmo a necessidade de aprender são conquistas do homem, construídas historicamente, assim passaram a fazer parte do processo de desenvolvimento do sujeito, sendo este cultural e não simplesmente uma herança biológica.

Entretanto, a compreensão histórica da geometria ainda é muito incipiente para se delinear uma cronologia dos acontecimentos históricos que promoveram o seu desenvolvimento, mas alguns historiadores consideram o trabalho de Euclides, intitulado “Os elementos” como uma das primeiras considerações sobre o movimento geométrico na história da humanidade (D’Ambrósio, 1993). Quanto à ideia de ângulo concebe-se a cultura babilônica como uma importante sociedade que desenvolveu e contribuiu para o surgimento desse conceito. Segundo Lobo da Costa (2016) a sociedade babilônica exercia notórias influências nos estudos sobre a Astronomia, observando o movimento dos corpos celestes e tentando organizar um padrão de regularidade matemática para compreendê-los. Em relação a isso, Hiparco de Niceia, reconhecido estudioso, nascido onde hoje é a região da Turquia foi, provavelmente, a primeira pessoa que dividiu a circunferência em 360 partes iguais, determinando o grau como medida para representar os ângulos.

A primeira amostra documentada de contribuição grega para o estudo da trigonometria apareceu por volta de 180 a.C. quando Hipsícles, influenciado pela cultura babilônica, dividiu o zodíaco em 360 partes. Essa ideia foi posteriormente generalizada por Hiparco para qualquer círculo (Lobo da Costa, 2016, p. 5)

Os estudos que envolviam conceitos de ângulos e medidas específicas da circunferência também eram destaque nos estudos de estudiosos gregos como, por

exemplo, Eratóstenes de Cirene, Arquimedes e Aristarco, pioneiros que utilizaram uma unidade de medida para determinar a circunferência da Terra.

Por volta do ano 200 a.C. os astrônomos gregos estavam muito interessados em calcular a distância entre dois pontos da superfície terrestre e também o raio da Terra. Foi Eratóstenes de Cirene (276 -196 a.C.), contemporâneo de Arquimedes (287-212 a. C.) e Aristarco (310-230 a. C.) que produziu a mais notável medida da Antiguidade para a circunferência da Terra, usando semelhança de triângulos e raízes trigonométricas, o que o levou a perceber a necessidade de relações mais sistemáticas entre ângulos e cordas. Salientamos que, para tornar possível o trabalho de Eratóstenes, foi determinante na época o conhecimento do conceito de ângulo e de como medi-lo. O tratado 'Sobre a medida da Terra' resume as conclusões a que ele chegou, mas, infelizmente, esses escritos se perderam e tudo o que conhecemos sobre o assunto chegou até nós pelos relatos de Ptolomeu e Heron. (Lobo da Costa, 2016, p. 5)

Os estudos sobre o conceito de ângulo estavam relacionados à Astronomia, ou seja, ao estudo dos corpos celestes. Devido a isso organizou-se o ensino do conceito geométrico de ângulo a partir de uma situação desencadeadora de aprendizagem que contemplou a ideia de movimento dos corpos celestes. Tal organização estaria na contramão do ensino de ângulos apresentado na maioria dos contextos escolares, vez que segundo Sousa (2014) é oferecido como uma mera manipulação, o que impossibilita ao estudante estabelecer relações teóricas sobre o referido conceito, limitando-o ao estabelecimento do pensamento empírico.

De forma geral, o estudo de ângulos é feito a partir de algumas manipulações geométricas e algébricas que são feitas a partir de materiais manipuláveis, como por exemplo: palitos, recortes de papel etc., os quais desconsideram o conceito de movimento. Aqui, priorizam-se, no pensamento empírico-discursivo, algumas relações estabelecidas entre a linguagem do cotidiano e a figura padronizada. É como se a figura tivesse vida própria e falasse por si mesma (Sousa, 2014, p. 64).

Para promover uma organização do ensino do conceito de ângulo que permita o desenvolvimento do pensamento teórico acerca do mesmo o professor não deve se ater a elementos e objetos que expressem apenas uma representatividade de ângulos em sala de aula, é necessário uma busca pela gênese do conceito, não se atendo somente aos objetos estáticos mas sim partindo para elementos que expressem o movimento.

Nesse sentido, o simples fato de classificarmos os ângulos em reto, agudo e obtuso na sala de aula, a partir de elementos angulares de objetos, seja da vida diária, seja construído pela criança ou ainda da observação da natureza, não garante o entendimento profundo e complexo do conceito de ângulo. Há o esquecimento de se considerar o conceito de movimento que, por sua vez, a abordagem lógico-histórica desse conceito abrange. Na perspectiva lógico-histórica os nexos conceituais do ângulo não se estabelecem por apenas uma representação estática: o desenho, seja essa representação gráfica, seja nos objetos

mas, sobretudo, pelo estudo das relações do movimento dos corpos (Sousa, 2014, p. 65).

Seguindo essa perspectiva – de considerar o conceito de movimento – priorizou-se a organização do ensino pautada na perspectiva do movimento lógico-histórico do conceito, planejando e desenvolvendo com alunos dos anos finais do Ensino Fundamental atividades que possuam uma “organização do ensino, em que seu conteúdo principal é o conhecimento teórico e seu objeto é a constituição do pensamento teórico do indivíduo no movimento de apropriação do conhecimento” (Moura et. al., 2010, p. 221). Nesse caminho, a apreensão do conhecimento matemático acerca do conceito de ângulos se concretizará nas interações que o indivíduo estabelecerá num ambiente intencionalmente estruturado para a apropriação dos conhecimentos construídos pela humanidade ao longo de sua história.

Para essa concretização foi elaborada uma atividade relacionada ao movimento dos corpos celestes na tentativa de desenvolver o pensamento teórico sobre o referido conceito, relacionando-o à ideia de movimento. “Qualquer corpo em movimento em relação ao outro requer necessidade ou sugere a formação de ângulos. Assim, é a Terra em relação ao Sol. O ângulo aparece como resultado do movimento relativo desses dois corpos celestes” (Sousa, 2014, p. 65). A ideia de movimento é importante para que os alunos compreendam que a vida humana é permeada por esse conceito e para Karlson (1951) serve como símbolo para a mesma. Caraça (1958, p. 110) afirma que “do extremo superior ao inferior da escala, do movimento prodigioso de expansão do Universo, ao movimento, não menos prodigioso, das partículas constituintes do átomo, tudo se movimenta, tudo devém, tudo é, a todo momento, uma coisa nova”.

Para o desenvolvimento dessa proposta de organização para o ensino do conceito matemático de ângulos optou-se pelo experimento didático como metodologia. Mais importante que escolher qual metodologia usar é fazer a escolha por uma que vá ao encontro das necessidades da pesquisa que se tem em mãos, ou seja, eleger uma que permita encontrar explicações para o problema proposto: quais são os indícios de que a apropriação do conceito matemático de ângulos a partir do desenvolvimento de uma atividade que valoriza o movimento lógico-histórico dos conceitos com alunos dos anos finais do Ensino Fundamental está em processo de desenvolvimento? De acordo com esse ponto de vista o experimento didático se mostra como um caminho metodológico possível para a solução do nosso problema elencado nesta investigação.

4 O EXPERIMENTO DIDÁTICO COMO METODOLOGIA

Na busca pela compreensão acerca do fenômeno investigado planejou-se e foi desenvolvido com alunos dos anos finais do Ensino Fundamental um experimento didático durante duas semanas de aulas. Buscou-se compreender como ocorreu a apropriação do conceito matemático de ângulos a partir do desenvolvimento de uma atividade que compreende o movimento lógico e histórico dos conceitos, a partir da lógica dialética que pretende revelar a essência dos fenômenos por meio de formas de pensamento teóricas. Tal proposta metodológica “[...] permite estudar a essência das relações internas entre os diferentes procedimentos da educação e do ensino e o correspondente caráter de desenvolvimento psíquico do sujeito” (Moura & Cedro, 2012, p. 31).

No intuito de conhecer e compreender o fenômeno que ali se desenrolava todo o desenvolvimento do experimento didático foi registrado de forma audiovisual; posteriormente, as gravações foram transcritas tornaram-se o universo de dados da pesquisa que, na sequência, seriam analisados para que fosse alcançado o objetivo da pesquisa como um todo e também desse artigo. Para facilitar a compreensão da estrutura e desenvolvimento do experimento didático foi elaborada a seguir a decomposição – para fins didáticos - do mesmo em seus momentos no Quadro 1. Didático, porque o mesmo não aconteceu nesses momentos estanques e delineados, sendo a todo tempo sustentado pela premissa do movimento em que tudo é determinado por elementos contraditórios convivendo numa totalidade estruturada (Silva, 2018).

Quadro 1: Momentos do experimento didático

1º Momento Planejamento das Atividades de Ensino	2º Momento Desenvolvimento das atividades de ensino	3º Momento O movimento de análise e síntese
Destinado ao planejamento da atividade. O planejamento é aqui entendido como aspecto constituinte da atividade pedagógica do professor de Matemática e, também visto como componente histórico da vida humana. O mesmo é tido como uma atividade que orienta a tomada de decisões dos docentes, sendo compreendida como atividade conscienciosa e sistemática, centrada na aprendizagem ou no estudo, mediada intencionalmente	No desenvolvimento da tarefa de estudo, procurou-se partir do <i>geral</i> – contemplado pela ideia de movimento do conceito de ângulos, partindo da ideia de movimento dos corpos celestes – para o <i>particular</i> – aplicando os ângulos para a localização no espaço (DAVYDOV, 1982). As principais ações foram: - Foi-lhes oferecido um texto informativo sobre o sistema solar, acompanhado de um esquema que representa as órbitas elípticas que cada planeta percorre em seus respectivos movimentos de translação, o mesmo foi amplamente discutido; - Realização de dobraduras em um círculo de papel Carmem, seguindo a ordem: 1ª dobradura: dobra-se o círculo ao meio, formando dois ângulos de 180º cada; 2º	Ocasião destinada para que os alunos que participaram do experimento didático socializassem as situações vivenciadas. Almejava-se, dessa maneira, apreender o trajeto percorrido por eles. Momento usado como forma de evidenciar a

<p>pelo professor (Silva, 2014). Ou seja, “a ação de planejar não se reduz ao simples preenchimento de formulários para controles administrativos; é, antes, a atividade consciente de previsão das ações docentes, fundamentadas em opções político-pedagógicas” (LIBÂNEO,1994, p.222). Dessa forma ao serem avaliadas as situações reais do ensino do conceito matemático de ângulos planejou-se a referida atividade para transformar a organização do ensino de tal conceito.</p>	<p>dobradura: tendo o círculo dobrado ao meio, solicitou-se aos estudantes que pensassem em um modo que conseguissem dobrar aquela metade em três partes iguais, para isso dividiu-se a peça em três medidas de igual tamanho, cada uma representando 60°; como última dobra, realizou-se a 3ª dobradura, finalizando com uma dobradura ao meio novamente, dividindo cada ângulo de 60° ao meio, formando 12 ângulos de 30° cada;</p> <ul style="list-style-type: none"> - Após realizar todas as dobraduras necessárias solicitou-se aos estudantes que enumerassem o transferidor em cada vinco, identificando os graus em evidência no círculo colorido, ressaltando que o transferidor artesanal, mediria com precisão ângulos que fossem múltiplos de 30°, e que os demais ângulos – com medidas diferentes – seriam calculadas por meio de aproximações; - Fazendo uso do transferidor artesanal que construíram são intencionalmente conduzidos a resolverem atividades em que percebam a relação entre a posição dos planetas conforme se movimentam em torno do Sol e a construção da ideia de ângulo. 	<p>apropriação singular do conceito matemático de ângulo, a partir da análise e síntese das ações desenvolvidas ao longo do experimento.</p>
---	---	--

Fonte: Elaboração dos autores.

O experimento didático apresentou caráter de investigação psicológica por pesquisar as possíveis compreensões dos estudantes na resolução das atividades de ensino propostas, procurando determinar como as mesmas se desenvolvem ao resolverem a atividade sobre ângulos e sua aplicabilidade à navegação no espaço, estando em confluência com o que Moura e Cedro (2012) caracterizam como elementos estruturantes do experimento: orientação para os processos de descoberta dos conceitos; intervenções do pesquisador no processo de aprendizagem; observações coletadas com o desenvolvimento futuro das ações dentre outros. As ações contidas nos momentos do experimento foram pensadas para possibilitar a apropriação do conceito de ângulo pelos estudantes relacionando-os à ideia de movimento e fazendo uso do transferidor artesanal, sendo este conceito tão necessário para localização\ navegação no espaço em períodos históricos anteriores aos atuais.

Como observável no Quadro 1 o experimento didático foi organizado e desenvolvido em consonância com os pressupostos teóricos que alicerçam o movimento lógico-histórico dos conceitos, portanto, é preciso uma estrutura analítica na qual o fenômeno estudado se apresente de tal forma que possa ser apreendido em sua totalidade. Para tal são imprescindíveis aproximações sucessivas e cada vez mais abrangentes. Dessa forma, é possível detectar as exterioridades das coisas. Essa estrutura analítica – que será

posteriormente apresentada - pretende gradativamente apreender a compreensão do conceito de ângulo e de sua interconexa relação com a ideia de movimento no próprio devir do experimento. Tais peculiaridades serão evidenciadas na unidade de análise, seus episódios, e inúmeros flashes, como exposto a seguir.

5 ANÁLISE DOS DADOS

Como explica Silva (2018) o momento exato do surgimento da apropriação de novos conhecimentos não é simples de ser alcançado, daí a necessidade de procurar indícios desse processo. “Buscá-los no seio de um processo em movimento é bastante distinto de procurar relações causais entre fatos” (SILVA, 2018, p. 149). Isso nos coloca diante de opções metodológicas também diversas, como o experimento didático desenvolvido. Obviamente, a escolha teórico-metodológica de análise também teria que ir ao encontro da base teórica. “Com efeito, procurar indícios implica optar por um tipo de análise que siga pistas, não evidências, sinais, inferências, não causas desse processo” (Pino, 2005, p. 177). Averiguar a existência de um processo não é apenas mostrar os fatos que dele fazem parte, mas seguir o caminho dos eventos para constatar as transformações que se operam nele. Afinal, a transformação supõe que algo novo emergja, mas, coincidentemente, algo permanece do que foi transformado. A busca de indícios, como a proposta aqui escolhida, requer metodologia de análise que se distancie de investigações calcadas na existência de relações diretas, do tipo causa e efeito.

Nessa trajetória definiu-se a partir dos dados obtidos na forma de gravação audiovisual de todos os momentos do experimento didático realizado com alunos dos anos finais do ensino fundamental, uma unidade que seria, conforme Vigotski (2001, p. 19), “[...] uma parte viva e indivisível da totalidade”. Dessa unidade foram selecionados dois episódios de ensino que pode ser entendido como ações reveladoras do processo de formação (Moura et. al., 2010). Desses episódios destacaram-se os flashes que seriam “os indícios da transformação do pensamento do sujeito” (Silva & Cedro, 2015, p. 61). Os flashes encontrados nos episódios “não seriam somente uma mera definição dos sinais, mas sim uma tentativa de encontrar na sua trama, não somente a existência, mas também a natureza do processo de significação dos sujeitos envolvidos” (SILVA, 2018, p. 150). A procura por esses indícios não seria apenas para comprovar fatos que demonstrem a existência desse processo, mas para desvelar a dinâmica do movimento de sua

constituição. Nesse movimento processual de expor o desenvolvimento e entendimento do fenômeno estruturou-se a análise objetivada no quadro 2:

Quadro 2: Estrutura da análise dos dados

Unidade de análise – O desenvolvimento da apropriação do conceito matemático de ângulo a partir de outra organização do ensino	
Primeiro Episódio	Segundo Episódio
A defesa pela proposta de ensino com base na dinâmica lógico-histórica dos conceitos matemáticos: o ângulo em destaque	Confecção e uso do transferidor artesanal: o papel da ideia de movimento na compreensão do conceito de ângulo

Fonte: Elaboração dos autores

Nessa unidade de análise buscou-se o entendimento de como o processo de apropriação do conceito matemático de ângulo se desenvolve a partir de uma organização do ensino de Matemática que privilegia a interdependência de:

[...] conhecimentos específicos metodológicos, compondo-se na materialização de ações docentes que unam ensino e aprendizagem. Assim constituída permitirá que o aluno não seja só objeto da atividade do professor, mas principalmente sujeito, constituindo-se como tal na atividade de ensino/aprendizagem na medida em que participa ativamente e intencionalmente do processo de apropriação dos conceitos matemáticos (Silva; Cedro, 2015, p. 199).

Os episódios selecionados buscam compreender como se deu a apropriação desse conceito matemático. Tal desafio está centrado na organização do ensino pelo viés do movimento lógico-histórico como proposta de superação para o modelo de ensino e aprendizagem dos conceitos matemáticos na educação básica, a partir da ideia de que os conhecimentos desenvolvidos historicamente pela espécie humana podem ser apropriados pelos sujeitos a ela pertencentes. O desafio que surge é o de como organizar um ensino capaz “de promover o salto qualitativo das concepções individuais àquelas que refletem os conhecimentos universais obtidos pela humanidade” (Cedro, 2008, p. 15).

Os episódios possuem como particularidade comum o fato de representarem ações coletivas que demonstram o caminho percorrido pelos sujeitos. O intuito desvelado nesse processo é o entendimento da necessidade de se levar em conta a relação entre ensino e aprendizagem, presente na atividade orientada para o ensino por meio da ação intencional do educador. Na sequência, desvelamos os indícios das transformações dos sujeitos em questão na análise de cada episódio e seus flashes componentes.

5.1 Primeiro episódio – a defesa pela proposta de ensino com base na dinâmica logico-histórica dos conceitos matemáticos: os ângulos em destaque

A defesa dessa proposta se alicerça na concepção de que o desenvolvimento de um conceito matemático compreende a história do mesmo como objeto matemático, por isso este é mais amplo que sua mera definição. Nesse caminho optou-se por oferecer aos sujeitos da pesquisa um texto sobre o Sistema Solar. Tal escolha foi intencional, pois o documento envolve conhecimento matemático, permite o desenvolvimento do conceito de ângulo e ainda consente a apreensão da produção de conhecimento acerca desse conceito, enquanto processo. Vejamos flashes que corroboram essa discussão: *De verdade eu sempre achei que as coisas assim de Matemática mesmo, só tinha a ver com a Matemática mesmo e já vinha pronto, já nascia pronto e não tinha uma história por trás (Episódio 1, Flash 1, Aluno 1). Tipo assim, professora, a gente pensou que as coisas de Matemática já nasciam prontas, não era algo que ia surgindo aos poucos e ia melhorando com o tempo e que também tinha a ver com outras coisas, tipo com ciências, com o Sol e os planetas, com a vida das pessoas (Episódio 1, Flash 2, Aluno 2).*

Entender o lógico e o histórico do movimento da vida significa entender a relação existente entre a mutabilidade e a imutabilidade das coisas, bem como perceber a relatividade existente entre o pensamento e a realidade objetiva. Observemos o flash que dá sinais de que a forma como organizamos o experimento didático permitiu esse entendimento: *Sempre que ensinam um conteúdo de Matemática pra gente ele já vem pronto e sem relação com nada e com ninguém, como se o jeito que ele existe hoje fosse a forma como ele sempre existiu e nos vimos que não é bem assim, afinal o conceito de ângulo não foi sempre entendido do jeito que é hoje, não nasceu pronto já, ele veio de uma relação com a realidade das pessoas de acordo com a época em que elas viviam, então isso vai mudando, não fica pronto e acabado nunca (Episódio 1, Flash 3, Aluno 8).* Acerca dessa discussão Kopnin (1978) esclarece-nos que o histórico consiste no processo de mudança do objeto, nas etapas de seu surgimento e desenvolvimento. O lógico é o meio pelo qual o pensamento realiza esta tarefa no processo de reflexão sobre o histórico, de forma que o lógico reflete os principais períodos da história do objeto. Pensar o conceito de ângulos a partir dessa perspectiva envolve pensar “a confluência, a síntese das mais diversas ideias, o resultado de um longo processo de conhecimento” (Kopnin, 1978, p. 191).

Entender o lógico-histórico do pensamento do homem e dos objetos por ele estudado

envolve entender o porquê dos seres humanos não se habituarem a viver sob o jugo do 'constante'. As abstrações se processam a todo instante em nosso pensamento e elas estão em fiel transformação, tornando-se dessa forma o conteúdo concreto de nosso pensamento, uma vez que o núcleo que processa as abstrações do pensamento humano está sempre em movimento, em transformação, seguindo o ritmo do universo, do mundo, do pulsar da vida, sempre pronto a elaborar novos conceitos, sem conseguir se desligar das raízes que o compuseram, pois para encarar o desconhecido carecemos nos ater ao já conhecido, aos conceitos concebidos momentaneamente fixos, verdades sólidas de onde damos o impulso para o mutável, para o novo. Os flashes a seguir mostram que os alunos no decorrer das ações do experimento que participaram entenderam o lógico-histórico como uma perspectiva humana de se criar conhecimento: *Muito antes de ângulos ter a ver com construção de moradias, com cantos de casas e muros, eles tinham a ver com o entendimento dos corpos celestes que nem eram fixos, que se movimentam o tempo todo, assim como o que entendemos sobre ângulos também está mudando, nada é sempre fixo, verdade absoluta que não pode mexer (Episódio 1, Flash 4, Aluno 3). Sempre achei que na Matemática tudo já tinha nascido pronto e jamais mudava, muito menos que algo com ângulos tinha ver com o Universo, jamais imaginei isso, mais gostei muito de saber isso (Episódio 1, Flash 5, Aluno 10). Eu gostei de saber que as coisas da Matemática que vocês professores chamam de conceitos não surgiram do nada, que partem de coisas reais da vida do homem, tipo o conceito de ângulo que vimos que tem tudo a ver com a necessidade do homem antigo de entender como os planetas se movimentavam no céu. Eu já tinha visto esse conteúdo em outras séries e nunquinha imaginei que tinha relação com isso aí não (Episódio 1, Flash 6, Aluno 11). É bom também saber que isso nunca tá pronto, que isso pode mudar com o tempo, não assim do nada, tipo reinventar o que são ângulos ou outra coisa da Matemática, porque entendi que toda mudança parte de algo que já se tinha, mas que podemos contribuir para essas mudanças em qualquer época (Episódio 1, Flash 7, Aluno 15).*

A defesa da proposta de ensino com base na perspectiva lógico-histórica dos conceitos matemáticos se baseia no rompimento da visão fragmentada do universo, a qual enrijece os momentos de permanência dos conceitos. Assim, procurou-se dar outra forma ao ensino e à aprendizagem do conceito matemático de ângulo a partir da reflexão sobre sua essência como forma de conhecer o mutável, o movimento, o incomensurável. Nessa concepção o objetivo foi encontrar nos fundamentos das ideias uma maneira para romper com o pensamento fixo, da não mudança, da verdade incontestável que tem acompanhado

o estudo dos conceitos matemáticos ensinados na educação básica. Conjecturar sobre questões simples da vida humana e suas correlações com os conceitos matemáticos ensinados em sala de aula leva os pesquisadores à relativização dos movimentos da mesma e a construir argumentações que permitem entender que para estudar e compreender determinadas exterioridades da realidade é necessário fragmentá-la, todavia o que há é a totalidade da realidade objetiva, em que tudo tem a ver com tudo (Silva, 2018). Em se tratando da sala de aula dos anos finais dos Ensino Fundamental a totalidade do conhecimento científico pode ser percebida enquanto movimento que vai do geral para o particular e vice-versa (Davydov, 1984). Para que algo assim se realize é preciso que o pensamento se desenvolva da teoria (ou lógica) à história e desta novamente à teoria (lógica) mediante as abstrações que se apresentam durante o seu desenvolvimento. É um processo contínuo e dinâmico que nunca tem fim (Kopnin, 1978).

Nesse processo o formal do pensamento se transforma em histórico, e este se apresenta no formal do pensamento, uma vez que este último está conexo ao derradeiro estágio de exatidão e abstração a que alguns povos ou civilizações alcançaram, ou seja, o formal do pensamento está conectado ao reconhecimento científico de uma definida comunidade humana. Mas, a partir do momento em que o concreto do conteúdo abstrato contido no pensamento desta comunidade tem uma determinada trajetória de tal forma que é compartilhado e entendido pelo coletivo, impõe-se, a partir daí, na prática social, tornar esse conteúdo em científico (Kosik, 1969).

Autores como Lanner de Moura (1995), Moisés (1999), Moura (2001) e Cedro & Panassian (2014) também se fundamentam no desenvolvimento lógico-histórico do conceito para o ensino de conceitos matemáticos. Também defendem uma proposta de ensino de Matemática com base na dinâmica lógico-histórica dos conceitos por entenderem que quando uma proposta curricular sublinha exclusivamente o aspecto analítico e funcional dos conceitos está priorizando o conceito em seu aspecto simbólico, o qual representa o último estágio de rigor e de abstração do pensamento elaborado pela humanidade. As atividades de ensino decorrentes de propostas assim embasadas priorizam o lógico, o formal, a fragmentação dos conceitos. Na sequência outros flashes que complementam essa discussão: *Na verdade a gente mede os ângulos nas gravuras dos exercícios do livro, mais a gente não sabia nem de onde veio essa ideia de ângulo, como surgiu, porque surgiu, como evoluiu, a gente só via os modelos e colocava os nomes, classificava eles, e pra ser bem sincero achava que só tinha ângulos naquelas gravuras dos exercícios, nunquinha imaginei que tinha ângulo até no céu e que povos tão antigos já*

conheciam e se preocupavam com isso (Episódio 1, Flash 8, Aluno 20). Sabe o porquê disso, e que só ensinam o que tá pronto sobre ângulos e outros conteúdos de Matemática também, e só o hoje, o como chegou no hoje eles pulam, não ensinam não, então recortam o pedaço atual e ensinam, tipo a última parte do negócio, jogam fora o como foi feito, pensado, discutido por tanta gente para se chegar até o momento atual, mais isso não é bom pra gente aprender não, fica confuso, sem início e meio, só com a parte final da ideia toda (Episódio 1, Flash 9, Aluno 22).

Essa relação lógica e formal destacada nos Flashes 8 e 9 se apresenta na intencionalidade do professor ao ensinar, fazendo com que o conteúdo concreto dos conceitos seja apreendido pelos alunos dos anos finais do Ensino Fundamental como sendo algo que está pronto e acabado, uma vez que, tanto alunos como professores não o (re)constroem para si, em sua subjetividade, nas salas de aula. Entretanto, o entendimento do lógico-formal dos conceitos matemáticos, ou seja, a compreensão do conteúdo concreto dos conceitos ensinados se dará a partir do momento em que a organização das atividades de ensino priorizar o lógico-histórico do desenvolvimento dos conceitos presentes nos conteúdos. Nesse viés educar significa proporcionar ao aluno um encontro pedagógico com os conceitos, permitindo a formação de uma visão de transformação e de movimento ininterrupto da realidade humana (Silva, 2018). Portanto, para que se possa reconstruir e (re)criar os conceitos que vão ser ensinados a partir de leituras de realidades vividas e em que vivem, torna-se necessário planejar atividades que tenham este processo como objetivo (Lanner de Moura & Sousa, 2000)

Ao defender um ensino que se fundamente no par lógico-histórico, pretende-se compartilhar do pensamento de Moisés (1999) que prioriza tal relação na organização do ensino de Matemática, uma vez que a mesma “se configura, (...) no centro da ação pedagógica comprometida com a dinâmica que combina as dimensões do relacionamento humano do indivíduo/particular até o coletivo/geral” (Moisés, 1999, p. 68). Faz-se necessário tornar este construto teórico acessível a professores e alunos dos anos finais do Ensino Fundamental, uma vez que o proposto até então com base nos autores aqui citados, não tem consentido que esses sujeitos adquiram conhecimento que lhes permitam entender os conceitos matemáticos como um processo de elaboração do próprio homem no devir de um constante movimento. Falta uma intencionalidade orientada para a aprendizagem desses conceitos, por isso essa questão será melhormente aclarada no próximo episódio que discutirá no seio dos flashes que compõem esse episódio como a confecção e utilização de um transferidor artesanal pelos alunos que realizaram o

experimento contribuiu para a aprendizagem do conceito matemático de ângulo.

5.2 Segundo episódio – confecção e uso do transferidor artesanal: a intencionalidade orientada para aprendizagem do conceito de ângulo

Entre as ações propostas no segundo momento do experimento didático realizado (ver Quadro 1) escolheu-se a confecção de um transferidor artesanal que seria posteriormente usado para que se apercebessem da existência da interdependência entre o movimento dos planetas em torno do Sol e o ângulo formado entre eles e a referida estrela. Tal ação era intencionalmente orientada para a aprendizagem desse conceito pelos sujeitos da pesquisa e pode ser observada na figura 1 como foi produzido pelos estudantes:

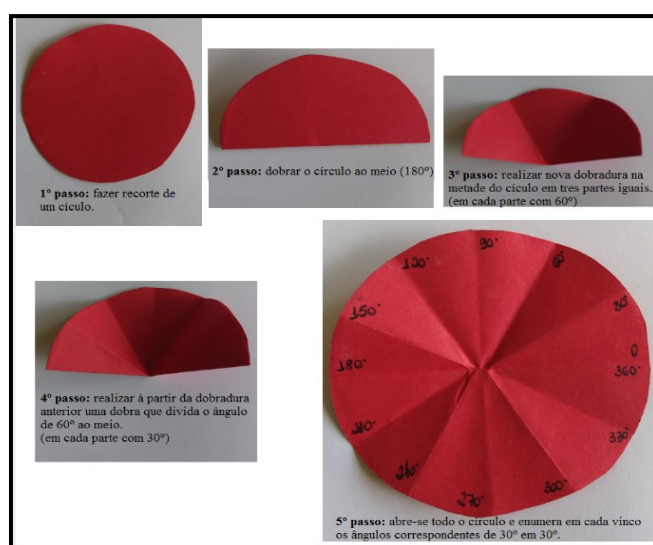


Figura 1: Processo de produção do transferidor artesanal
Fonte: Elaboração dos autores.

A opção pelo transferidor artesanal em detrimento do convencional era por acreditar que o movimento de plasticidade que esta ferramenta tem em se transformar a cada dobradura quando o estudante a utiliza para aferir de maneira aproximada os graus poderia contribuir, também, para a ideia de que o conceito de ângulo não é estático, corroborando com o que já fora discutido na ação anterior quando tiveram acesso ao texto sobre o Sistema Solar.

As aferições eram feitas de forma aproximada, afinal não era a exatidão da mesma o objetivo, mas sim que os alunos pudessem compreender a relação histórica desse conceito com a ideia de movimento e que o mesmo podia ser aplicado à localização de corpos celestes no espaço, sendo esse imperativo uma necessidade histórica de momentos em que a humanidade possivelmente deu início ao surgimento do conceito matemático de

ângulo, visto naquelas circunstâncias históricas como um recurso para a localização no espaço dos corpos celestes conhecidos pelo homem naquele recorte temporal. Vejamos flashes que vão ao encontro de tais discussões: *Quando traçamos pontos nas orbitas dos planetas e depois fomos fazendo retas que uniam esses pontos com o Sol, com a Terra, não vi na hora qual conteúdo a professora estava querendo ensinar não e, muito menos que esse conteúdo de ângulos um dia podia ter servido para os homens antigos localizarem os planetas no céu (Episódio 2, Flash 1, Aluno 3). Não só localizar mais também entender que eles se movimentavam e como se movimentavam (Episódio 2, Flash 2, Aluno 9). Eu achava que esse negócio de ângulo era só como já tinha visto nas séries pra trás, só existia mesmo nos livros na forma de desenhos que já vinham prontos pra gente medir e depois vinha uns parecidos pra medir na prova com um transferidor de plástico que a professora pediu para comprar (Episódio 2, Flash 3, Aluno 4) Nunca nem entendi como usar um desses, muito menos que faria um e que usaria o que eu fiz e que transferidor é tão antigo desse jeito e que os ângulos já serviu e ainda deve servir né para localizar coisas que se movimentam como os planetas (Episódio 2, Flash 4, Aluno 1). Tô aqui imaginando o trabalho que deu pra organizar essas atividades pra nós, descobrir tudo isso, e organizar de um jeito pra que a gente aprendesse pela primeira vez de verdade o que é e pra que serve esse tal de ângulo (Episódio 2, Flash 5, Aluno 5).*

O campo de possibilidades ofertado pela confecção e uso do transferidor artesanal - instrumento matemático que agrega uma forma de síntese de conhecimentos de uma época e com uma determinada finalidade prática - somente se materializou devido à organização desse momento da atividade ter sido orientada por uma intencionalidade de aprendizagem dos alunos, questão essa destacada no **Flash 5** transcrito anteriormente. Tal intencionalidade orientada para a aprendizagem, por sua vez, aliada às condições objetivas configura-se no objetivo do experimento didático como um todo.

Ao terem que articular um conceito matemático (ângulo) com conceitos extramatemáticos (corpos celestes) havia clara a intencionalidade de ofertar a esses alunos atividades de ensino diferenciadas dos exercícios comuns que aparecem em seus livros didáticos. Particularmente, no caso do instrumento confeccionado quando se depararam com o quadrante num quarto de círculo, a potencialidade de tal momento pode ser defendida pelo entendimento que tal ação reúne diferentes conceitos matemáticos como divisão de segmentos, proporcionalidade, quadrilátero, medida, precisão, distâncias, dentre outros. Tais conceitos não foram simplesmente explicitados por palavras-termo (Davydov, 1988) como normalmente acontece em salas de aula: *Eu gostei da gente ter tido que*

descobrir sozinhos o que de matemática que a gente estava aprendendo ao invés da professora já contar o que era como sempre é feito (Episódio 2, Flash 6, Aluno 6). Quando a gente mesmo teve que construir nosso transferidor artesanal a gente teve que descobrir e aprender muita coisa de matemática pelo caminho até ele ficar pronto e isso eu acho que acabou ajudando a gente a entender como era que usava ele depois de pronto, porque eu nunca acertava na hora de medir esses tais de ângulos, eu acho que era porque eu não entendia nem o que era o transferidor e nem o que era o tal ângulo (Episódio 2, Flash 7, Aluno 12). Uma das intenções era permitir aos estudantes que utilizassem seus conhecimentos para a construção do significado do conceito: *Verdade foi difícil mais foi muito bom a gente mesmo ter construído o nosso transferidor, isso nos ajudou também a entender o conteúdo que a professora estava ensinando, porque ela não veio com as coisas já prontas, a gente foi começando com o que a gente já sabia e foi pondo mais coisas que a gente não sabia (Episódio 1, Flash 8, Aluno 9).* Com tal organização intencional do ensino voltada para a aprendizagem o professor pode problematizar situações singulares a partir da confecção e uso de instrumentos simplistas como foi o caso do transferidor artesanal, que requisitou conhecimentos também comuns como, por exemplo, a divisão de segmentos em partes iguais. A partir daí o próprio contexto vai justificar a necessidade de precisão nessas divisões, pois, caso contrário, as medidas das distâncias com o instrumento não refletirão a realidade.

Havia objetivos definidos ao propor a esses alunos a confecção e uso do transferidor artesanal e um deles se refere à análise das potencialidades pedagógicas de tal instrumento para o processo de ensino e aprendizagem do conceito matemático de ângulo, e bem como a promoção de discussões dos conhecimentos matemáticos ou não mobilizados a partir do desenvolvimento de tal ação (Dias & Saito, 2010a, 2010b). A proposta de ensino alicerçada numa intencionalidade orientada para a aprendizagem do conceito de ângulo por meio de um texto sobre o sistema solar e com posterior construção e utilização do instrumento transferidor, por meio da realização de medições entre os planetas e o Sol, permitiu a apresentação do resultado desse processo e a discussão da validação de tal proposta. Inferiu-se que essas ações permitem constituir a significação do conceito matemático de ângulo para o sujeito e assim a exigência de um plano de ações organizado com o fornecimento de condições objetivas a fim de proporcionar discussões, análises e sínteses sobre o processo de ensino e de aprendizagem de conceitos matemáticos nos anos finais do Ensino Fundamental.

6 ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

A interface entre a organização do ensino do conceito de ângulo e o movimento lógico-histórico dos conceitos apresentada nesse artigo teve a intenção de mostrar o conhecimento matemático integrado e inserido num contexto de produção de conhecimento, conferindo-lhe o caráter formativo do sujeito. Na sua organização foi considerada a apreensão que pode ser feita pelo sujeito da cultura humana, situando-o num lugar histórico com o propósito de articular movimento histórico e ensino de conceitos matemáticos. Dessa maneira, estabeleceu-se um diálogo com o passado sem repetir o percurso histórico e isso só foi possível porque, inicialmente, foi construída uma interface entre o lógico-histórico do conceito de ângulos e seu ensino.

Por construção de interface entre o movimento lógico-histórico e a organização do ensino do conceito matemático de ângulo entendeu-se a constituição de um conjunto de ações e produções que levaram em consideração o movimento do pensamento na formação do conceito e o contexto no qual os conceitos foram desenvolvidos. Desse modo, a interface conduziu a novas análises e sínteses sobre o processo histórico da construção do conhecimento para a elaboração de atividades de ensino que articulem o aspecto lógico-histórico e o ensino de matemática.

Tal interface não implica simplesmente fornecer aos alunos um instrumento ou textos históricos para que eles formulem hipóteses espontâneas, pois o dispêndio de esforços pelo professor para que eles compreendam pode ir além dos propósitos da atividade como um todo. Além disso, é preciso considerar a intencionalidade do professor, o público-alvo e o conceito a ser desenvolvido no ambiente escolar. Portanto, a interface possibilita a organização do ensino que considera pressuposições dentro de um campo de possibilidades do desenvolvimento do conceito. Este campo leva em conta as conexões internas e externas trazidas pelos momentos da atividade e a forma de pensamento do desenvolvimento do conceito, permitindo a construção do significado do objeto matemático pelo sujeito.

Deve-se ressaltar ainda que as ações da atividade desenvolvida podem conduzir a questões conceituais não contempladas pelo modelo de ensino de Matemática posto na atualidade, visto que o mesmo não possui elementos de interconexão com a história ou outras áreas de conhecimento. Desse modo, a proposta aqui apresentada pode contribuir para outras investigações, além de incentivar novas sínteses e análises. Desse modo, as

investigações já realizadas compõem a dinâmica da dialética no campo de possibilidades da interface entre a perspectiva lógico-histórica e o ensino de conceitos matemáticos.

REFERÊNCIAS

- Amorim, M. P. (2007). *Apropriação de significações do conceito de números racionais: um enfoque histórico-cultural*. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Extremo Sul Catarinense. (154 f.) Criciúma-SC.
- Caraça, B. J. (1958). *Conceitos fundamentais da Matemática*. Lisboa: Sá da Costa.
- Cedro, W. L. Panossian, M. L. (2017) *Do movimento lógico e histórico à organização do ensino: o percurso dos conceitos algébricos*. Campinas: Mercado das Letras.
- D'Ambrosio, U. (1993). Educação Matemática: uma visão do estado da arte. *Pró-posições*. Vol. 4, nº1 (10) março. p. 7- 17.
- Davydov, V. V. (1988). *La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico*. Madrid: Progreso.
- Davydov, V. V. (1982). *Tipos de generalización en la enseñanza*. Editorial Pueblo y Educación, Ciudad de La Havana, 2a. Reimpresión.
- Dias, M. S. (2007). *Formação da imagem conceitual da reta real: um estudo do desenvolvimento do conceito na perspectiva lógico-histórica*. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo. (251 f.) São Paulo-SP.
- Duarte, N. (1987). *A relação entre o lógico e o histórico no ensino da matemática elementar*. Dissertação (Mestrado em Educação) – Centro de Educação e Ciências Humanas, Universidade Federal de São Carlos. (185 f.) São Carlos-SP.
- Giardinetto, J. R. B. (1996). A relação entre o lógico e o histórico: categoria subsidiadora da investigação histórica para elaboração de procedimentos de ensino da matemática. In: HPM História e Educação Matemática. *Actas...* Braga: Universidade do Minho, v. 2. p. 265-268.
- Karlson, P. (1961). *A magia dos números*. Tradução de Henrique Carlos Pfeifer, Eugênio Brito e Frederico Porta. Editora Globo – Rio de Janeiro, Porto Alegre – São Paulo. Coleção Tapete Mágico.
- Kosik, K. (1969). *Dialética do concreto*. 2 ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra.
- Kopnin, Pável V. (1978). *A dialética como lógica e teoria do conhecimento*. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira.

- Lanner de Moura, A. R. (1995). Movimento Conceitual em sala de aula. In: M. R. Migueis & M. G. Azevedo (Eds.): *Educação Matemática na infância* (pp. 65-84). Serzedo, Brasil: Gailivro.
- Lanner de Moura, A. R. de; Sousa, M. C. (2005). O lógico-histórico da álgebra não simbólica e da álgebra simbólica: dois olhares diferentes. *Zetetiké*, Campinas, v. 13, n. 24, p. 11-46.
- Leontiev, A. (1978). *O desenvolvimento do psiquismo*. Lisboa: Livros Horizonte.
- Libâneo, J. C. (1994). *Didática*. 2ª ed. São Paulo: Cortez.
- Lobo da Costa, Nielce M. (2016). *A História da Trigonometria*. Artigo – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo. Recuperado em <<http://www.paulofreire.org/Biblioteca/histtrigon.pdf>>. Acesso em: 10 de fev. de 2019.
- Moisés, R. P. (1999). *A resolução de problemas na perspectiva histórico/lógica: o problema em movimento*. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo. (156 f.) São Paulo-SP.
- Moura, M. O. (Org.) (2010). *A atividade pedagógica na teoria Histórico-Cultural*. Brasília. Liber Livro.
- Moura, M. O. (2001). A atividade de ensino como ação formadora. In: CASTRO, Amélia Domingues; CARVALHO, Ana Maria Pessoa de (Org.). *Ensinar a ensinar*. São Paulo: Pioneira.
- Moura, M. O. & Cedro, W. L. (2012). Possibilidades metodológicas na pesquisa em educação matemática: o experimento didático. *Educativa*, Goiânia, v. 15, n. 1, jan/jun 2012. p. 25-38.
- Pino, Angel. (2005). *As marcas do humano: às origens da constituição cultural da criança na perspectiva de Lev. S. Vigotski*. São Paulo: Cortez.
- Rubinstein, Sergey L. (1978). *Principios de psicología general*. Havana: Pueblo y Educación.
- Silva, Maria Marta (2018). *A apropriação dos aspectos constituintes da Atividade Pedagógica por professores de Matemática em formação inicial*. Tese - Doutorado em Educação Ciências e Matemática da Universidade Federal de Goiás. Goiânia.
- Silva, Maria Marta & Cedro, Wellington Lima. (2015). Estágio Supervisionado e Planejamento Compartilhado: Possibilidades da Organização do Ensino de Professores de Matemática em Formação. *Revista Educação, Matemática e Pesquisa*. v.17, n.2, São Paulo. p.190-215.
- Silva, Maria Marta (2014). *Estágio supervisionado: planejamento compartilhado como organizador da atividade pedagógica*. 2014. 244 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) - Universidade Federal de Goiás, Goiânia.

Sousa, M. C. (2004). *O ensino de álgebra numa perspectiva lógico-histórica: um estudo das elaborações correlatas de professores do ensino fundamental*. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas. (285 f.) Campinas-SP.

Sousa, M. C. O (2014). Ensino de Matemática da Educação Básica na Perspectiva Lógico-Histórica. *Perspectivas da Educação Matemática*, v. 7, nº 13. UFMS, Mato Grosso do Sul. Recuperado em: <http://seer.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/490>

Vigotski, L. (2003). *Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem*. 10 ed. São Paulo, SP: Ícone.

NOTAS

TÍTULO DA OBRA

A INTERFACE ENTRE O MOVIMENTO LÓGICO-HISTÓRICO E A ORGANIZAÇÃO DO ENSINO DO CONCEITO MATEMÁTICO DE ÂNGULOS

Bruno Silva Silvestre

Doutorando em Educação em Ciências e Matemática - UFG

Universidade Federal de Goiás, Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Goiânia, Brasil

brunosilvestre.prof@gmail.com

<http://orcid.org/0000-0003-3530-3522>

Maria Marta da Silva

Doutora em Educação em Ciências e Matemática - UFG

Universidade Estadual de Goiás, Licenciatura em Matemática, Quirinópolis, Brasil

profmariamarta@hotmail.com

<http://orcid.org/0000-0002-5105-7627>

Endereço de correspondência do principal autor

Alameda Palmeiras, Sala 307 – Bloco de aulas B (Baru), Campus II. CEP 74482-210 – Universidade Federal de Goiás - UFG. Goiânia, GO. Brasil.

CONTRIBUIÇÃO DE AUTORIA

Concepção e elaboração do manuscrito: B. S. Silvestre, M. M. Silva

Coleta de dados: B. S. Silvestre, M. M. Silva

Análise de dados: B. S. Silvestre, M. M. Silva

Discussão dos resultados: B. S. Silvestre, M. M. Silva

Revisão e aprovação: B. S. Silvestre, M. M. Silva

CONJUNTO DE DADOS DE PESQUISA

O conjunto de dados que dá suporte aos resultados deste estudo não está disponível publicamente.

FINANCIAMENTO

Não se aplica.

CONSENTIMENTO DE USO DE IMAGEM

Não se aplica.

APROVAÇÃO DE COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA

Não se aplica.

CONFLITO DE INTERESSES

Não se aplica.

LICENÇA DE USO

Os autores cedem à **Revemat** os direitos exclusivos de primeira publicação, com o trabalho simultaneamente licenciado sob a [Licença Creative Commons Attribution](#) (CC BY) 4.0 International. Esta licença permite que **terceiros** remixem, adaptem e criem a partir do trabalho publicado, atribuindo o devido crédito de autoria e publicação inicial neste periódico. Os **autores** têm autorização para assumir contratos adicionais separadamente, para distribuição não exclusiva da versão do trabalho publicada neste periódico (ex.: publicar em repositório institucional, em site pessoal, publicar uma tradução, ou como capítulo de livro), com reconhecimento de autoria e publicação inicial neste periódico.

PUBLISHER

Universidade Federal de Santa Catarina. Grupo de Pesquisa em Epistemologia e Ensino de Matemática (GPEEM). Publicação no [Portal de Periódicos UFSC](#). As ideias expressadas neste artigo são de responsabilidade de seus autores, não representando, necessariamente, a opinião dos editores ou da universidade.

EDITOR

Sr. Mérciles Thadeu Moretti e Rosilene Beatriz Machado

HISTÓRICO – uso exclusivo da revista

Recebido em: 05-04-2019 – Aprovado em: 09-10-2019

