Artigo Original

REVEMAT
REVISTA ELETRÔNICA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

COMPREENSÃO DO NÚMERO RACIONAL E SUA REPRESENTAÇÃO A/B PARA ALÉM DA RELAÇÃO PARTE–TODO

Understanding the rational number and its a/b representation beyond the part whole relationship

Raquel Gomes de **OLIVEIRA**
Departamento de Educação,
Faculdade de Ciências e Tecnologia – FCT – Universidade Estadual Paulista (UNESP),
Presidente Prudente – SP, Brasil
raquel.g.oliveira@unesp.br
https://orcid.org/0000-0002-0217-2629

A lista completa com informações dos autores está no final do artigo

RESUMO

Este artigo apresenta uma pesquisa exploratória sobre a compreensão do conceito de Número Racional e sua representação a/b por alunos do 7º ano do ensino fundamental. Os resultados mostraram que nessa compreensão estão presentes a competência de observar o contexto e o conteúdo das representações semióticas, a competência de realizar ações ou habilidades cognitivas sobre propriedades do sistema de representação semiótico utilizado e a competência de compreender, que supõe a coordenação de habilidades associadas a essas duas competências anteriores. As competências de observar, realizar e compreender tiveram origem em abstrações realizadas pelo aluno ao agir em diferentes contextos e representações semióticas, passando de um contexto ao outro e transformando conteúdos contextuais e representacionais. Concluímos que a compreensão de um Número Racional e sua representação a/b, para além da relação parte – todo, apresenta-se consolidada somente quando, em diferentes situações e contextos, representados numericamente por a/b, consideram-se tanto semelhanças e diferenças, que permitem utilizar a relação parte – todo, mas também a oportunidade para superá-la.

Palavras-chave: Matemática, Número Racional, Ensino e Aprendizagem, Representação Semiótica

ABSTRACT

This paper presents an exploratory research about the understanding of the concept of Rational Number and its representation a / b by students of the 7th year of elementary school. The results showed that in this understanding are present the competence to observe the context and content of semiotic representations, the competence to perform cognitive actions or skills on properties of the representation system used and the competence to understand, which implies the coordination of skills associated with these two previous competences. The competences to observe, perform and understand had originated in abstractions carried out by the student when acting in different contexts and semiotic representations, passing from one context to the other and transforming contextual and representational contents. We conclude that the understanding of a Rational Number and its representation a / b, in addition to the part - whole relation, is consolidated only when in different situations and contexts, represented numerically by a/b, we consider both similarities and differences, which allow us to use the part-whole relationship, but also to overcome it.

Keywords: Mathematics, Rational Number, Teaching and Learning, Semiotic Representation

1 INTRODUÇÃO

O conceito de competência, apesar de polissêmico, pode ser entendido como: “A capacidade de um sujeito em mobilizar todos ou parte de seus recursos cognitivos e afectivos para fazer face a uma família de situações complexas.” (Le Boterf, 1994 apud Serrazina e Oliveira, 2005, p. 44).

Se houve tempo em que as competências de leitura, escrita e contagem eram necessárias e, na maioria das vezes, suficientes para a convivência social, o que já supunha a referência de ações realizadas em contextos, é esta mesma referência que orientou a reconsideração das competências necessárias para a inserção social atual.

Nessa direção, o Currículo do Estado de São Paulo possui como princípio o desenvolvimento de competências, pois entende que “... deve formar crianças e jovens para que se tornem adultos preparados para exercer suas responsabilidades... e para atuar em uma sociedade que depende deles.” (São Paulo, 2011, p. 12).

> Competências, nesse sentido, caracterizam modos de ser, de raciocinar e de interagir, que podem ser depreendidos das ações e das tomadas de decisão em contextos de problemas, de tarefas ou de atividades. Graças a elas, podemos inferir, hoje, se a escola como instituição está cumprindo devidamente o papel que se espera dela. (SÃO PAULO, 2011, p. 12).

Entende-se, portanto que competências podem ser parâmetros orientadores de aprendizagens com prioridade à competência de leitura e escrita, inclusive em Matemática (Currículo do Estado de São Paulo, São Paulo, 2011); Relatório Pedagógico SARESP, São Paulo, 2012).

Em todas as áreas do conhecimento, sob diferentes linguagens, as ações de ler e escrever implicam coordenação de competências identificadas com as ações de observar, realizar e compreender, considerando-se que existem as competências do sujeito, as do objeto e aquelas ditas relacionais, pois consideram o campo de interações entre várias competências e os contextos de atuação (Macedo, 2005; Teixeira, 2007). Já as ações de observar, realizar e compreender sintetizam a coordenação de diversificadas ações ou habilidades cognitivas, tais como: diferenciar objetos, situações, fatos considerando diferentes níveis de semelhança, classificar, seriar e ordenar objetos em conformidade com um dado critério e realizar, por indução, generalizações “... a partir de leis ou relações descobertas ou estabelecidas em situações diferentes, isto é, estender de alguns para todos os casos semelhantes.” (São Paulo, 2009, p. 19).

Nesse sentido, as competências ou ações gerais de observar, realizar e compreender, no contexto que requer conhecimento matemático, assentam-se na coordenação de ações específicas (habilidades) que estão associadas a diferentes categorias de conteúdos que compõem o currículo escolar: Números e Operações, Espaço e Forma, Grandezas e Medidas e Tratamento de Informações.

Apesar de o conhecimento sobre números racionais consolidar-se na mobilização e coordenação de ações específicas (habilidades), suas peculiaridades, como as apontadas por Kieren (1976), têm sido consideradas fontes de dificuldades para alunos associarem números racionais a diversos contextos, com diferentes significados e representações que superam o entendimento da forma a/b somente como relação parte-todo. Essas superações permitem conceber a forma a/b como representação de porcentagens, de divisões, comparações e de números decimais.

Nessa perspectiva, realizamos uma pesquisa exploratória descritiva (Gil, 2008) para analisar como pensam os alunos de 7º ano da Educação Básica, que demonstraram ter consolidado competências e habilidades sobre o Número Racional, seus diferentes significados e representações semióticas. Os resultados mostraram que nessa consolidação se apresentam a competência de observar o contexto e o conteúdo das representações semióticas, a competência de realizar ações ou habilidades cognitivas sobre propriedades do sistema de representação utilizado e a competência de compreender que a representação a/b não se associa somente à relação parte – todo.

Concluímos que na coordenação dessas competências juntamente com o transitar de um contexto a outro, transformando conteúdos contextuais e representacionais, é que se tornaram possíveis as abstrações necessárias para que diferentes conceitos pudessem ser representados na forma a/b, caracterizando a consolidação do conceito de Número Racional. A análise dos dados e a conclusão da pesquisa ocorreram por princípios elucidativos oriundos das teorias dos Campos Conceituais e dos Registros de Representações Semióticas.

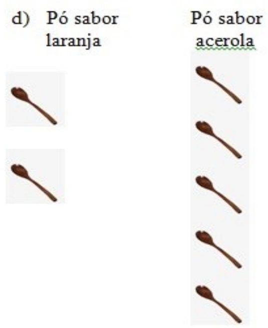
2 SOBRE CAMPOS CONCEITUAIS E REGISTROS DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS COMO REFERÊNCIAS PARA A GESTÃO CURRICULAR DE MATEMÁTICA

A expressão “campos conceituais”, quando em contexto de questões e procedimentos para o ensino e aprendizagem de conceitos gerais e especificamente matemáticos, apresenta-se frequentemente associada às pesquisas de Vergnaud (1990, 1998, 2009).

Interessado em referenciar o processo de conceitualização, tido como a base do desenvolvimento cognitivo, Vergnaud (1990, 1998, 2009) defende que: 1º) uma única situação não envolve todas as propriedades de um conceito: é preciso contextualizá-lo em diferentes situações; 2º) uma situação geralmente não se refere a um único conceito. Por exemplo, as estruturas aditivas requerem os conceitos de medida, de transformação, de comparação, diferença e inversão, operações unárias e binárias, entre outros e 3º) a formação de um conceito requer tempo: concepções se formam e se misturam, reelaborando-se e formando outras concepções.

Denominada de interativa (Vergnaud, 2009), a definição de conceito se associa ao terno (S, I, R) no qual os elementos S, I e R não se dissociam, sendo S o conjunto de situações que tornam o conceito significativo, I o conjunto de invariantes (propriedades, características, relações, funções, operações...), que formam o conceito e R o conjunto de representações simbólicas utilizadas tanto para representar o conceito, suas propriedades, bem como as situações a que se refere (Quadro 1).

Quadro 1: Exemplo de situação contextualizada, invariante operatório e representação para representação numérica racional $(\frac{a}{b})$ como razão

Situação	1) Uma jarra de 1 litro contém mistura de pó para sucos nos sabores laranja e acerola. Essa mistura foi feita assim: 2 colheres de pó de sabor laranja para 5 colheres de pó de sabor acerola. 1) Como pode ser representada a quantidade de pó?
Invariante	Colocar quantidades em correspondência, fazendo comparação entre as mesmas sendo estas grandezas iguais ou não; comparar proporcionalmente; considerar para a/b as propriedades de covariância e invariância.
Representação Semiótica	a) 2 está para 5 b) 2/5 c) 2 : 5 

Fonte: Elaborado pela autora

A indissociação entre S, I e R pressupõe que um conceito para ser cognitivamente construído necessita de oportunidades para representá-lo de diferentes modos, através de diferentes registros de representação e para discriminar essas representações ao utilizá-lo em diferentes situações ou contextos. Por exemplo, o conceito de metade ou meio pode ser representado em uma figura geométrica como  ou como numerais pertencentes ao Sistema de Numeração Decimal, tais como: 1/2, 5.10^{-1}, 0,5, 50%, 0,50. A despeito dessas diferentes representações semióticas e dos conteúdos de cada uma delas (ter vírgula, ter barra, ter o símbolo %, ter numerais distintos, ser uma potência de base 10 com expoente negativo), o conceito de metade/meio permanece, sendo o referente dessas representações.

No campo das representações semióticas, afirma-se que seus diferentes registros acarretam modos de proceder e dificuldades igualmente diferenciadas, tanto quando se procede em um mesmo registro ou tratamento, por exemplo, 0,5 + 0,8 = 1,3, quanto entre registros diferentes ou conversão, por exemplo, 1/2 + 0,75 + 3 = 4,25, o que leva à necessidade de se relacionar diferentes situações com diferentes representações semióticas para um mesmo objeto matemático (Damm, 2010). Questões específicas sobre representações semióticas, nas quais os signos pertencem a um sistema de representação, com dificuldades próprias para ser representado e ter funcionalidade, têm sido objeto das pesquisas de Duval (2010), estabelecendo-se como referência para o ensino e a aprendizagem da Matemática.

Para Duval (2010), é preciso oportunizar aos alunos lidar com conceitos através de diferentes registros de representações semióticas. Isto porque cada registro possibilita diferenciados procedimentos que necessitam considerar propriedades, características e diferenciadas situações de aplicação ou associação de cada conceito. Tal como cada objeto matemático, cada registro de representação semiótica possui um conteúdo que o distingue de demais registros. A diversidade de informações oportunizada pelos diferentes registros de representação semiótica possibilita a conceitualização do objeto matemático. Como exemplos desses registros de representação estão: a língua materna, a escrita numérica, a escrita algébrica, os desenhos, os gráficos, as tabelas...

Transitar entre diferentes registros, convertendo, por exemplo, uma equação algébrica de uma reta em um gráfico, supõe a mobilização e coordenação de elementos e ações cognitivas que superam a natureza e as características daqueles encontrados em procedimentos realizados em um mesmo registro de representação (tratamento). A diferenciação entre tratamento e conversão não é um processo simples e muito menos pode ser reduzida a ideia de traduzir um registro em outro (Duval, 2010).

No entanto, a mobilização e a coordenação de elementos e ações cognitivas são consideradas fundamentais para consolidação cognitiva de um conceito matemático no que tange aos seus vários significados e tipos de representações (Duval, 2010). É nesse sentido que Duval defende em sua teoria sobre representações semióticas que dificuldades para a aprendizagem de Matemática estão relacionadas aos vários tipos e aos usos "confusos" de representações semióticas e não propriamente aos conceitos matemáticos e suas aplicações.

Mesmo que a história do conhecimento científico leve a entender que o mesmo tem origem em problemas e situações a serem resolvidos "... a mais geral tendência em Educação Matemática é ensinar algoritmos tanto independentemente de problemas como por associá-los a apenas um estreito conjunto de situações." (Vergnaud, 1982, p. 31). Esta afirmação possibilita considerar a capacidade das situações didático-pedagógicas para uma contributiva atuação na formação de um conceito matemático.

> Quando fenômenos intrínsecos aos registros de representação e a sua mobilização não são considerados é possível que situações de ensino sejam a origem de obstáculos da natureza cognitiva ao aprendizado dos alunos. (MARANHÃO & IGLIORE, 2010, p. 69).

Entendemos que analisar como pensam os alunos que consolidaram competências e habilidades, sobre o Número Racional, seus diferentes significados e representações, alinha-se a pesquisas que objetivam propor situações de ensino e aprendizagem, minimizando o surgimento de obstáculos cognitivos ao aprendizado dos alunos e cujos resultados têm se constituído como referências metodológicas fundamentais para o ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos, desde a formação inicial de professores. Exemplos dessas pesquisas são as que tratam de problemas aditivos (Damm, 2010; Magina, Campos, Nunes & Citirana, 2008), números racionais (Maranhão & Igliore, 2010), vetores (Bittar, 2010), probabilidades (Silva, 2010).

3 AÇÕES METODOLÓGICAS

Participaram da pesquisa alunos do 7º ano do ensino fundamental de uma escola estadual pública do interior paulista. A pesquisa foi submetida à apreciação de um Comitê de Ética, sendo aprovada com Certificado de Apresentação para Apreciação Ética (CAEE) nº 67764317.9.0000.5402.

Relativamente à obtenção de dados, após a observação que realizamos de aulas sobre o ensino e aprendizagem do conceito de Número Racional, aplicamos uma avaliação diagnóstica individual com 28 alunos (ANEXO I), composta por 10 questões, que utilizavam sempre o valor 2/5. A questão 7, era formada pelas Questão 1 e Questão 2 e também realizamos uma entrevista semiestruturada (ANEXO II) com 8 dos 10 alunos que tiveram entre 80% e 100% de frequência de acertos na avaliação diagnóstica.

Na entrevista, para cada aluno foram mostradas suas realizações na atividade diagnóstica. Posteriormente, o aluno era questionado sobre essas realizações. O objetivo desta entrevista era obter informações sobre como pensam esses alunos para realizarem as operações de conversão e de tratamento (Duval, 2010) entre a representação racional a/b e diferentes representações e entendimentos de um número racional, tais como: relação parte – todo, porcentagem, operador, razão e divisão, a partir de situações/contextos presentes na atividade diagnóstica.

Para sua identificação na pesquisa, os alunos tiveram suas atividades diagnósticas numeradas de 01 a 28, seguindo a disposição dos alunos na sala de aula e não a lista de presença. As frequências de acertos e erros e suas respectivas porcentagens foram relativas a 11 questões, sendo estas elaboradas tendo em vista as ações de solução (categorias) descritas no quadro 2.

Quadro 2: Categorias para questões da atividade diagnóstica sobre número racional

Questão	Ação prevista para solucionar a questão
Q1	Conversão entre linguagem discursiva/linguagem natural e representação racional a/b como operador em quantidade discreta;
Q2	Conversão entre uma razão entre conjuntos disjunto, descrita em linguagem discursiva/linguagem natural e sua representação racional a/b;
Q3	Conversão da representação racional a/b como divisão para a representação a: b
Q4	Conversão do conceito de porcentagem dado em linguagem discursiva/linguagem natural para a representação numérica x %;
Q5	Conversão entre representação racional a/b e representação numérica decimal;
Q6	Conversão entre representação racional a/b e relação parte – todo como porcentagem;
Q7	Questão 1: entendimento de porcentagem a partir da representação racional a/b; Questão 2: conversão de porcentagem sob representação racional a/b para a representação decimal;
Q8	Entendimento de porcentagem a partir do símbolo %;
Q9	Conversão entre uma razão descrita em linguagem discursiva/linguagem natural e sua representação racional a/b em conjuntos não disjuntos;
Q10	Conversão entre linguagem discursiva/linguagem natural e representação a/b de como operador em quantidade contínua.

Fonte: Elaborado pela autora

4 RESULTADOS E ANÁLISES DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA ESCRITA

A tabela 01 exibe frequências de acertos e erros, por aluno, para as 11 questões e igualmente o número de respostas consideradas como “não sabe/deixou em branco”. Nessa tabela também constam a frequência de acertos, de erros e de “não sabe/deixou em branco” para o número de alunos multiplicado pelo número de questões a serem respondidas, ou seja, 28 alunos X 11 questões = 308 frequências de respostas, sendo então possível obter resultados relativos a cada aluno e ao grupo de 28 alunos.

Tabela 1: Resultados por aluno nas questões de 01 a 10

número do aluno na avaliação diagnóstica	número de acertos		número de erros		respondeu não sabe ou deixou em branco		total
	frequência em 11	%	frequência em 11	%	frequência em 11	%	
01	0	0	01	9%	10	91%	100%
02	06	54,5%	03	27,3%	02	18,2%	100%
03	10	91%	01	9%	0	0	100%
04	09	82%	0	0	02	18,2%	100%
05	10	91%	01	9%	0	0	100%
06	09	82%	01	9%	01	9%	100%
07	0	0	04	36,4%	07	63,7%	100%
08	05	45,5%	01	9%	05	45,5%	100%
09	03	27,3%	02	18,2%	06	54,5%	100%
10	11	100%	0	0	0	0	100%
11	08	72,8%	01	9%	02	18,2%	100%
12	11	100%	0	0	0	0	100%
13	0	0	11	100%	0	0	100%
14	09	82%	02	18,2%	0	0	100%
15	08	72,8%	03	27,3%	0	0	100%
16	03	27,3%	01	9%	07	63,7%	100%
17	09	82%	02	18,2%	0	0	100%
18	0	0	0	0	11	100%	100%
19	05	45,5%	0	0	06	54,5%	100%
20	07	63,7%	02	18,2%	02	18,2%	100%
21	01	9%	06	54,5%	04	36,4%	100%
22	11	100%	0	0	0	0	100%
23	08	72,8%	01	9%	02	18,2%	100%
24	04	36,4%	03	27,3%	04	36,4%	100%
25	06	54,5%	04	36,4%	01	9%	100%
26	0	0	11	100%	0	0	100%
27	07	63,7%	02	18,2%	02	18,2%	100%
28	09	82%	0	0	02	18,2%	100%
Total de alunos: 28 (100%)	Total de acertos: 169/308 (54,88%)		Total de erros: 63/308 (20,45%)		Total de respostas não sabe/deixou em branco: 76/308 (24,67%)		100%

Fonte: Elaborada pela autora

Em relação à frequência de acertos, 10 (35,7%) alunos acertaram entre 80% e 100% das questões, 5 (17,8%) dos alunos acertaram entre 60% e 70% das questões, 4

(14,3%) acertaram entre 40% e 60% das questões, 3 (10,7%) alunos acertaram entre 20% e 40% das questões, 5 (17,8%) alunos não acertaram nenhuma questão e 1 (0,04%) alunou acertou 9% das questões.

A questão 7 era composta pelas questões 1 e 2. A questão 1, que tratava do conceito de porcentagem a ser identificado a partir da representação a/b, em que b = 100, teve o maior número de acertos: 20 acertos (71,4% dos alunos). Os menores números de acertos tiveram a questão 2 da questão 7, 11 acertos (39,1%), tratando da conversão de a/b para a representação decimal e a questão 5, 10 acertos (35,7%), tratando da conversão entre a representação a/b e a representação numérica decimal.

Sobre a frequência de erros, as maiores frequências foram na questão 2 e na questão 5, com 09 erros cada (32,1%). Na questão 2 era necessário converter uma razão entre conjuntos disjuntos, descrita em linguagem discursiva/linguagem natural, em sua representação racional a/b e na questão 5, esperava-se a conversão entre representação racional a/b e representação numérica decimal.

As questões 1, 4 e 6 tiveram 07 erros cada (25%). A questão 1 tratava da conversão entre linguagem discursiva/linguagem natural e representação racional a/b como operador em quantidade discreta; a questão 4 sobre a conversão do conceito de porcentagem dado em linguagem discursiva/linguagem natural para a representação numérica x % e a questão 6 sobre conversão entre representação racional a/b e relação parte – todo como porcentagem.

A questão 3 (conversão de a/b como divisão para a representação a:b) e a questão 2, da questão 7 (conversão de porcentagem a/b para a representação decimal), tiveram 06 erros cada (21,4%). Por fim, a questão 1, da questão 7, e as questões 8 (entendimento de porcentagem a partir do símbolo %), 9 (conversão entre uma razão descrita em linguagem discursiva/linguagem natural e sua representação a/b em conjuntos não disjuntos) e 10 (conversão entre linguagem discursiva/linguagem natural e representação a/b como operador em quantidade contínua) tiveram 03 erros (10,7%) cada.

As questões com maiores frequências de respostas em branco/não sabe foram a questão 2, da questão 7, com 11 frequências (39,3%) e a questão 5, com 9 frequências (32,1%), seguidas das questões 6 e 10 , com 8 frequências (28,6%) cada.

5 RESULTADOS E ANÁLISES DA ENTREVISTA

A entrevista foi um instrumento de levantamento de dados relativos aos processos de raciocínios que os alunos utilizaram para resolver as questões para as quais eram esperados procedimentos de resolução (Quadro 1). Essas questões foram assim agrupadas: Q1 e Q1 por tratarem de questões sobre um mesmo conteúdo (operador) a ser relacionado em contextos diferentes (discreto e contínuo); Q2 e Q9 por tratarem de questões sobre razão a ser relacionada em contextos diferentes (conjuntos disjuntos e não disjuntos); Q3 e Q5 por tratarem da representação racional a/b como divisão e também sua conversão para a representação decimal e Q4, Q6, Q7 e Q8 por tratarem do conceito de porcentagem, seu símbolo e das conversões entre diferentes representações.

Q1 e Q10 solicitavam do aluno representações verbais e não verbais sobre como pensou para converter a linguagem discursiva, sobre a representação racional a/b, na condição de operador, em contextos discreto e contínuo. Precisamente, buscou-se explorar quais são as unidades de sentido, como palavras, expressões, sinais... (Duval, 2010) na representação discursiva que levaram o aluno a agir da forma que agiu. Na questão 10, a intenção era saber sobre o entendimento da representação racional a/b associada à situação apresentada. Assim, por que não se realizaram operações como 2 x 5, 2 + 5 ou 5 – 2, mas sim a composição das operações de divisão e de multiplicação? Todos os alunos demonstraram entender a necessidade de se obter 2/5 de um inteiro.

A representação racional a/b, como operador, foi identificada como relação parte – todo, nas explicações verbais e não verbais. Na questão 1, com o inteiro formado pelo número 15, 6 alunos verbalizaram a regra “divide pelo debaixo e multiplica pelo de cima”, que se mostrou fonte de dificuldade na conversão da representação racional a/b como operador em uma representação figural. Na questão 10, o inteiro era representado por um fio, podendo ser considerado como um conjunto contínuo a ser dividido em 5 partes iguais, sendo tomadas 2 destas partes. Nesse sentido, o contexto contribuiu para que a aplicação da regra (divide pelo debaixo e multiplica pelo de cima) não resultasse em conflito para os alunos, diferentemente do que aconteceu com a quantidade discreta.

Na questão 1, dois alunos não verbalizaram a regra e fizeram a representação considerando o conjunto discreto e pensando sobre o número de vezes que um agrupamento cabia no 15. Três alunos converteram a representação racional a/b como operador para a forma figural/desenho, tomando a quantidade de 15 chicletes como uma figura geométrica, o que os levou ao erro por não considerarem a necessidade de obter 5 grupos com o mesmo número de chicletes. Nos desenhos, os chicletes, como formadores do inteiro/todo, não foram considerados.

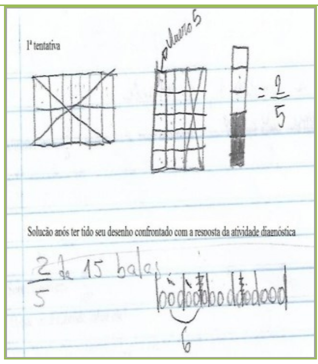
Nenhum aluno duplicou a quantidade de 15 chicletes para depois dividi-la por 5, ações pertinentes para um operador em conjunto discreto (Lamon apud Oliveira e Silva, 2014) que, levariam ao acerto da resposta. Assim, entende-se o quanto seus raciocínios estão em função da relação parte – todo, que no contexto discreto levou ao não entendimento do conceito de operador como um transformador de uma quantidade.

Provavelmente a recorrência dos alunos ao conceito de parte – todo, em um contexto de uso de um operador, possa ser explicada pela necessidade de uma qualitativa ampliação de estrutura cognitiva (Skemp, 1980), com diversificadas capacidades de entendimentos que este conceito requer. Entre esses entendimentos está aquele associado a um:

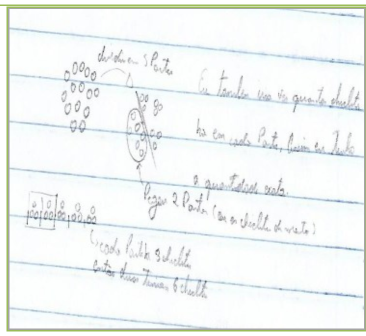
> [...] conjunto de instruções para um processo. [...] “2/3 de” é um operador que instrui você para multiplicar por 2 e dividir por 3. Para aplicar o operador “2/3 de” realizamos as operações familiares de multiplicação e divisão sucessivamente. [...] o operador 2/3 pode ser visto como uma única operação numa quantidade Q, [...] como uma multiplicação de Q por 2 seguida da visão do resultado por 3, ou ainda, como uma divisão de Q por 3 seguida da multiplicação do resultado por 2. (LAMON apud OLIVEIRA & SILVA, 2014, p. 80).

Ciscar & Garcia (1988) elucidam diferentes intepretações contextuais para um número racional e igualmente a origem de dificuldades para a aprendizagem desse conceito.

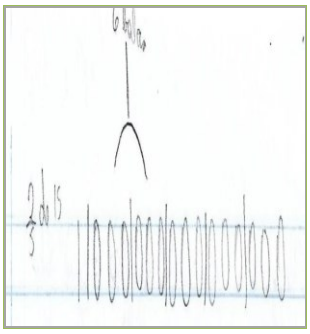
> [...] no uso de contextos discretos se força para que a criança amplie seu esquema de relação parte – todo já que [...] por exemplo no conjunto (o o o o o o o o o o o) se queremos representar a fração 3/5 [...] os conjuntos resultantes também estão formados cada um deles por vários objetos em contraposição ao contexto contínuo em que as partes estão formadas por pedaços simples. Logicamente a dificuldade aumenta se são pedidos os 3/5 [...] em situações em que a fração não se pode aplicar.”(CISCAR & GARCIA, 1988, p.57).



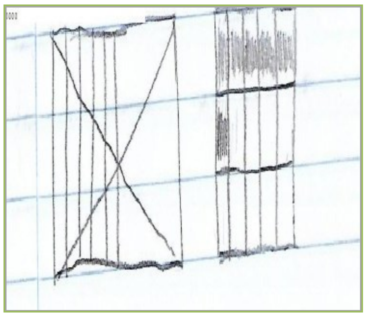
Fonte: Aluno 4



Fonte: Aluno 6



Fonte: Aluno 5



Fonte: Aluno 10

FIGURA 1: Exemplos de soluções dos alunos para a solução de 2/5 de 15 chicletes em representação figurativa
Fonte: Elaborada pela autora

Alunos que converteram a/b, como operador, em uma representação figural/desenho, mostraram capacidades cognitivas que, diante do contexto, permitiram representar a divisão do todo em agrupamentos com iguais números de elementos, ou seja, como medida, ultrapassando o conceito de relação parte – todo (divisão em partes iguais e contagem das partes). Porém, houve alunos que, como A4 e A10, insistiram em representar 2/5 de 15 chicletes em uma barra, como se fosse um todo contínuo.

Além da intenção de saber sobre raciocínios para a conversão da linguagem discursiva/linguagem natural na representação racional a/b, na situação/contexto de razão (comparação), houve igualmente a necessidade de se saber como os alunos entendem e representam comparações nas quais as quantidades comparadas pertencem a conjuntos disjuntos (questão 2) e conjuntos não disjuntos (questão 9).

Ao serem questionados sobre suas resoluções na questão 9, 5 alunos justificaram a comparação realizada entre 2 carrinhos e 5 brinquedos fazendo alusão ao fato de carrinhos serem brinquedos, então pertencem ao conjunto de brinquedos. Portanto, lidaram com a comparação como relação parte – todo.

Aluno 5: Carrinhos estão dentro de brinquedos. Então dá para fazer 2/5.

Aluno 3: Se cada 5 brinquedos, 2 são carrinhos, nos 5 brinquedos tem 3 bonecas e 2 carrinhos.

Na questão 2 (conversão entre uma razão entre conjuntos disjuntos, descrita em linguagem discursiva e sua representação racional a/b), mesmo com acerto,houve alunos que não explicaram a representação realizada em termos de uma razão (comparação), pois acreditavam ter realizado uma relação parte – todo, cuja representação era equivalente à apresentada na questão 2. Apesar dessa crença, confundiam-se ao explicar o que realizaram, referindo à relação parte – todo, pois estavam certos que sapatos não fazem parte do conjunto de camisas. Pode-se afirmar que essa confusão é parte do processo de ampliação da estrutura cognitiva (Skemp, 1980) que possuem.

A explicação de A4 revela que ter discriminado a situação, como uma situação na qual não se aplica a relação parte – todo, levou à negação da resposta sob representação racional a/b. Tanto em sua resposta para a avaliação diagnóstica como em sua entrevista, foi possível entender que A4 não sabe identificar em uma representação de comparação/razão, neste caso, em linguagem discursiva/linguagem natural, as unidades de sentido que lhe permitiram representá-la na forma racional como a/b.

Aluno 4: Se as camisas foram divididas em 5 grupos, como os sapatos podem estar nesses grupos? Esses dois itens que estão sendo divididos não combinam.

Questionados sobre o porquê da representação racional a/b ser possível para aquela situação, os alunos não associavam a expressão “2 para 5” com a representação racional a/b.

Aluno 4: A barra significa divisão. O professor ensinou que significa dividir os 2 números.

Esta fala comparada com sua resposta à questão na atividade diagnóstica, permite entender que a ideia de divisão associada por A4 à barra na representação a/b é aquela relacionada à divisão de um inteiro em partes iguais, mesmo afirmando que o professor ensinou que significa dividir os 2 números.

A representação racional a/b como divisão e também sua conversão para a representação decimal foram conteúdos das questões 3 e 5 da entrevista, que se referiam às respostas dos alunos na atividade diagnóstica, buscaram saber sobre o entendimento do conceito de divisão que também se representa na forma a/b e suas possíveis conversões a outras representações, entre elas a representação decimal.

Na questão 3, a operação de divisão estava explícita na situação apresentada. O objetivo era saber dos alunos sobre os conteúdos e possíveis unidades de sentido (Duval, 2010) das representações a/b e a:b, que indicam a operação de divisão. Logo, as questões da entrevista se referiram à barra em a/b e aos dois pontos em a:b. Apesar da clareza da situação sobre a divisão de um número pelo outro, houve alunos que ao dividirem 2 por 5 remeteram à relação parte – todo.

> *Aluno 4: Porque esse sinal, (referindo-se ao sinal de dois pontos) indica divisão e esse (referindo-se à barra) indica divisão que, tipo, uma barra foi dividida em 5 e pegamos 2 partes dela.*

Na questão 5, remeter a uma divisão por 10 era um possível caminho de conversão (Duval, 2010) para o reconhecimento da equivalência entre 2/5 e 0,4,. Por exemplo, as respostas de A5 revelaram que a leitura do número decimal 0,4, como quatro décimos, motivou conversões baseadas em operações e propriedades necessárias à representação 2/5. Ler a representação 0,4, como quatro décimos, levou à representação racional 4/10, que por equivalência, tornou-se a representação 2/5.

> *Aluno 22: Eu leio quatro décimos e aí faço a fração (aponta 2/5) até o denominador 10, porque é uma casa após a vírgula (aponta para 0,4).*

O conceito de porcentagem, seu símbolo e as conversões entre diferentes representações foram os conteúdos das questões 4, 6, 7 e 8. Nas entrevistas, buscou-se, com as mesmas, saber sobre a conversão entre a linguagem discursiva e o símbolo % e a interpretação deste símbolo em escritas como, por exemplo, 18%.

A questão1, da questão 7, que questionava o entendimento do número racional 40/100, teve o maior número de acertos na atividade diagnóstica. Com as repostas dos 8 alunos entrevistados, foi possível inferir que o conceito de porcentagem e sua representação estão consolidados para os mesmos, pois suas respostas remetiam tanto à relação parte – todo, que também pode ser uma porcentagem, considerando o todo composto por 100 partes iguais quanto à comparação entre uma ou mais partes e um inteiro formado por 100 partes, considerando, a natureza relacional da porcentagem.

> *Aluno 22: O 40% você tem que dividir (referindo-se a um inteiro) por 100 e pegar 40.*

Sobre o símbolo %, houve respostas que evidenciaram que os alunos aprenderam a associar o conteúdo das representações como 40/100.

> *Aluno 4: Eu olhava nas bolinhas (referindo-se ao símbolo%) e lembrava do 100 embaixo e olhava a barra (referindo-se à barra em %) e lembrava da fração.*

Quando se questionou A5 sobre o que uma pessoa precisa saber para entender que 18% é diferente de 18, a reposta foi:

> *Aluno 5: Para entender o 18%, ela precisa entender fração.*
> *Pesquisadora: qual?*
> *Aluno 5: Dezoito sobre 100.*

Aluno 6: Vamos supor que 90% é 90/100 então 50% será 50/100, mas não é só isso. Há um fator comum, o 100, pois sem ele não seria o porcento. Não tem como 20/10 ou 20/1000 serem 20%, e sim 20/100.

A natureza relacional da porcentagem, contrária à natureza absoluta de um número inteiro, foi pesquisada nas entrevistas a partir da aplicação de porcentagem para um inteiro diferente de 100. Pois, com o inteiro 100 essas naturezas se igualam. Assim, foi realizada a seguinte questão:

Pesquisadora: Se um produto custa 200 reais, ter um desconto de 40 reais ou 40% é a mesma coisa? Como você pensou para responder?

Um dos 8 alunos, mesmo verbalizando a compreensão de porcentagem para o todo 100, não conseguiu aplicar o conceito para o todo igual a 200. Outro aluno chegou à conclusão de que 40% de 200 reais era igual a 80 reais. Contudo, quando questionado sobre como chegou a esta resposta, respondeu que era de forma indutiva. Mas não soube explicar o porquê de chamar a forma de indutiva. A3 respondeu corretamente sobre a comparação entre 40 reais e 40% relacionados a 200 reais, mas também não conseguiu verbalizar como fez para compará-los.

A6 primeiramente pensou em 40%, não se referindo ao inteiro de valor 200. Após indagado sobre quantos 100 formam o 200, fez a relação proporcional, chegando ao desconto de 80 reais, reconhecendo-o como mais vantajoso, chegando à diferença entre 40 reais e 40%. Já as respostas de A22 revelaram tanto a natureza quantitativa quanto qualitativa de ações cognitivas que suportam o entendimento do conceito de porcentagem para um inteiro diferente de 100. Após ser incentivado a pensar sobre no inteiro valendo 200 reais, chegou à conclusão de que 40% valem 80 reais.

Aluno 22: O 40% você tem que dividir por 100 e tirar 40. E 40 reais já é esse valor. Se fosse 100, então era 100 reais.

Caminhos diversificados reveladores da presença e da coordenação de diferentes ações cognitivas (Skemp, 1980, Vergnaud, 2009) para a aplicação da porcentagem em um inteiro diferente de 100, puderam ser percebidos pela resposta de A17.

Aluno 17: Quarenta porcento. Porque primeiro quero saber 10% do produto, porque é uma parte de 100%. Então multiplico por 4 ou somo 4 partes.

A resposta e a realização de A17 (Figura 2) demonstram que o conceito de porcentagem foi convertido em outra porcentagem, agora de numerador 10, sendo tomada como uma fração ordinária em relação aos 200 reais e somada 4 vezes.

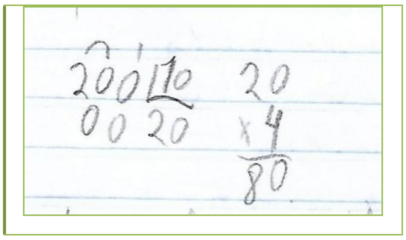


Figura 2- Resolução de A17 para determinar 40% de 200 reais
Fonte: resolução realizada pelo aluno A17

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os resultados e análises apresentados permitem concluir que a compreensão de um Número Racional, para além da relação parte – todo, apresenta-se consolidada somente quando em diferentes situações e contextos, cujas representações numéricas são na forma a/b, consideram-se tanto as semelhanças, que permitem utilizar a relação parte – todo, mas também superá-la, quanto as diferenças, que levam a negá-la.

Compreender um Número Racional, representado por a/b, como expressão de conceitos como medida; operador (transformador e relação parte – todo); razão (comparação); divisão e porcentagem (razão, relação parte – todo e operador), além da relação parte – todo necessita do processo de conceitualização no qual está em jogo "... certo número de experiências que tenham algo em comum." (Skemp, 1980, p. 26). Em cada uma dessas experiências o que é comum é reconhecido como referência invariante, que é o fundamento de toda abstração (Skemp, 1980).

Abstrações realizadas a partir do conteúdo contextual e o conteúdo das representações levam a conceituar uma relação parte – todo, uma medida, um operador, uma razão, uma divisão e uma porcentagem, que podem ser representadas como a/b. Já as abstrações entre semelhanças conceituais, entre elas a possibilidade de se representar por a/b, levam à construção de uma estrutura cognitiva ou esquema (Skemp, 1980) que possibilita integrar e diferenciar conceitos, por suas semelhanças e diferenças relacionadas às características dessa estrutura cognitiva.

Na compreensão da representação racional a/b concorrem competências de observar (o contexto, o conteúdo das representações), de realizar (sobre propriedades do sistema de representação utilizado) e propriamente de compreender essa representação superando a ideia inicial de relação parte-todo, pois se atribui significado à representação a/b face ao contexto apresentado e as suas possíveis representações: desenhos, material manipulável, representação simbólica, linguagem discursiva.

Relativamente aos resultados encontrados, se por um lado “A originalidade da atividade matemática está na mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação [...] ou na possibilidade de trocar a todo momento de registro de representação.” Duval (2010, p.14), por outro lado é imprescindível a utilização dessas competências para a execução de atividades de tratamento e de conversão entre diferentes registros de representação.

As ações de observar e realizar discriminações por semelhanças e diferenças, em diferentes contextos, são fundamentais para consolidar a aprendizagem do conceito de Número Racional. Por exemplo, o conceito de operador pode estar associado ao de transformador em contexto discreto, ao de relação parte – todo em contexto contínuo e ao de porcentagem em relação a um inteiro. Já o conceito de porcentagem se associa tanto à comparação expressa por uma razão entre um número qualquer e 100, como à relação parte – todo, com o inteiro dividido em 100 partes iguais e como a um operador que expressará o valor relacional entre a representação a/100 e o todo/inteiro.

Esses resultados asseguram que a complexidade, para o entendimento de várias interpretações relacionadas à representação numérica racional a/b (Kieren, 1976; Behr, Lesh, Post & Silver, 1983; Ciscar & Garcia, 1988, Verganud,1982, 1990, 1998, 2009), pode ser explicada por pressupostos nos quais conceitos representados na forma racional a/b são compreendidos pelo “... domínio de diferentes estruturas cognitivas – entendidas como esquemas de pensamentos subjacentes a ações necessárias para desenvolver tarefas que implicam a ideia de número racional em qualquer de suas intepretações...” (Ciscar & Garcia, 1988, p. 75). No entanto, nenhuma interpretação é totalmente independente de outras: “Algumas delas têm vínculos “naturais” que não se podem ignorar e fazem com que ao tratar de um determinado aspecto de um número racional, implicitamente estejam presentes outros aspectos.” (Ciscar & Garcia, 1988, p.75). Do mesmo modo, contextos podem ter distintas representações, com diferentes conteúdos (numerais, letras, pontos, vírgulas, símbolos, traçados, contornos...).

Reconhecer contextos conceituais, que remetem a diferentes conceitos, supõe sempre uma classificação, uma abstração, que é “... certo tipo de mudança mental, o resultado de abstrair, que nos capacita para reconhecer novas experiências com uma classe já formada.” (Skemp, 1980, p. 26) que se assenta na identificação de propriedades, ou seja, de invariantes operatórios de cada conceito, bem como de suas diferentes representações (Vergnaud 1982, 1990, 1998, 2009), dos diferentes conteúdos de cada representação (Duval, 2010) e igualmente de sua representação comum, como por exemplo, a representação racional a/b.

A compreensão de uma ideia matemática subentende a capacidade de lidar com a mesma em diferentes representações e de realizar tratamentos/conversões entre elas (Duval, 2010). “Compreender um conceito tem origem na coordenação de 2 diferentes registros de representação. E toda coordenação tem origem na atividade cognitiva de conversão.” (Duval, 2010). Nesses pressupostos, as ideias sobre conceitualização, tendo origem e se consolidando através de diferentes contextos e do trânsito entre diferentes representações semióticas, coordenam-se e complementam-se.

REFERÊNCIAS

BEHR, M., LESH, R., POST, T., & SILVER E. (1983). Rational Number Concepts. In: R. Lesh & M. Landau (Eds.). *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes*. (pp. 91-125). New York: Academic Press.

BITTAR, M. (2010). O Ensino de Vetores e os Registros de Representação Semiótica. In: MACHADO, S. D. A. (Org*). Aprendizagem em Matemática: registros de representação semiótica.* (pp. 71 – 94). Campinas: Papirus.

CISCAR, S. & GARCÍA, M. V. (1988). *Fracciones.* Madri-Espanha: Editorial Sintesis.

DAMM, R. F. Representação, Compreensão e Resolução de Problemas Aditivos. (2010). In: MACHADO, S. D. A. (Org). *Aprendizagem em Matemática: registros de representação semiótica.* (pp. 35 – 48). Campinas: Papirus.

DUVAL, R. Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão Matemática. (2010). In: MACHADO, S. D. A. (Org*). Aprendizagem em Matemática: registros de representação semiótica.* (pp. 11 – 34). Campinas: Papirus.

GIL, A. C. (2008). *Como elaborar projetos de pesquisa*. São Paulo: Atlas.

KIEREN, T. On the Mathematical, Cognitive and Instructional Foudantions of Rational Numbers. (1976). In: Lesh, R. (Ed). *Number and Measurement: Papers from a Research Workshop.* (pp. 101 – 144). Ohio: Information Reference Center (ERIC/IRC).

MACEDO, L. (2005). Competências e Habilidades: Elementos para uma Reflexão Pedagógica. In: *Exame Nacional do Ensino Médio (Enem): fundamentação teórico-metodológica/Inep.* (pp. 13 – 28). Brasília: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Anísio Teixeira (INEP).

MAGINA, S., CAMPOS, T., NUNES, T. & CITIRANA, V. (2008). *Repensando Adição e Subtração: contribuições da Teoria dos Campos Conceituais.* São Paulo: PROEM.

MARANHÃO, M. C. & IGLIORI, S. B. (2010). Registros de Representação e Números Racionais. In: MACHADO, Sílvia Dias Alcântara. (Org). *Aprendizagem em Matemática: registros de representação semiótica.* (pp. 57 – 70). Campinas: Papirus.

OLIVEIRA, R. G. & SILVA, L. (2014). Aprendizagem do conceito de frações frente a situações de aprendizagem sugeridas pela Secretaria de Educação do Estado de São Paulo. In: *REVEMAT.* v. 9, n. 1, pp. 69 – 89.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. (2011). *Currículo do Estado de São Paulo: Matemática e suas tecnologias.* São Paulo: SEE.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. (2012). *Relatório Pedagógico SARESP 2012* – Matemática. Fundação VUNESP – São Paulo: SEE.

SERRAZINA, L. & OLIVEIRA, I. (2005). O Currículo de Matemática do Ensino Básico sob o Olhar da Competência Matemática. In: Grupo de Trabalho de Investigação (Org). *O Professor e o Desenvolvimento Curricular.* (pp. 35 – 62). Associação de Professores de Matemática: Lisboa.

SILVA, B. A. (2010). O Conceito de Probabilidade Condicional: Registros de Representação. In: MACHADO, S. (Org). *Aprendizagem em Matemática: registros de representação semiótica.* (pp. 95 – 112). Campinas: Papirus.

SKEMP, R. R. (1980). *Psicologia del Aprendizaje de las Matemáticas*. Madri: Ediciones Moratas.

VERGNAUD, G. (1982). Cognitive and Developmental Psychology and Research in Mathematics Education: some theoretical and methodological issues. In: *For the Learning of Mathematics,* v. 3, n. 2, pp. 31 – 41. Recuperado de http://flm-journal.org/Articles

TEIXEIRA, L. M. R. (2007). A Noção de Competência: uma Visão Construtivista. In: *Eixos Cognitivos do Enem.* (pp. 9 – 20). Brasília: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP).

VERGNAUD, G. (1990). La Théorie des Champs Conceptuels. In: *Recherches em Didactique des Mathématiques,* v. 10, n. 2-3, pp. 133 – 170.

VERGNAUD, G. (1998). A Comprehensive Theory of Representation for Mathematics Education. In: *Journal of Mathematical Behavior*, v.17, n. 2, p. 167 – 181.

VERGNAUD, G. (2009). *A Criança, a Matemática e a Realidade*. Curitiba: Editora da UFPR.

ANEXO I - QUESTÕES DA ATIVIDADE DIAGNÓSTICA

Vamos conversar um pouco sobre o número 2/5 Está bem?

1) Se um problema diz que em uma caixa com 15 chicletes, 2/5 dos chicletes são de menta, o que você faz para saber quantos são os chicletes de menta?

2) Se uma pessoa afirma que tem 2 sapatos para 5 camisas e representa esta afirmação assim: 2/5. Está correto ou não? Por quê? (como sei que este símbolo 2/5 representa o que a pessoa afirma sobre sapatos e camisas?).

3) Eu quero dividir o número 2 pelo número 5. Posso escrever assim 2:5 ou 2/5 você concorda? Por quê? Aponte onde está a operação que indica uma divisão em 2:5 e também em 2/5.

4) Se um encarte de supermercado traz a informação de que produtos de limpeza estão com quarenta por cento de desconto. No encarte, o desconto está escrito assim: Produtos de limpeza com 40% de desconto. Está correto? Por quê?

5) Afirmam que 2/5 é igual ao número 0,4. Isto é verdade ou falso? Por quê?

6) Afirmam que 2/5 é igual a 40 %. Você concorda? Como você mostraria essa igualdade?

7) Sobre o número 40/100. 1) O que você entende sobre ele? 2) Existe outro modo de representar este número? Se existe, como pode ser feita esta representação?

8) Quando um número está escrito seguido do símbolo %. O que significa? Dê um exemplo.

9) A afirmação, “ em um cesto de brinquedos, de cada cinco brinquedos, dois são carrinhos”, pode ser representada como?

10) João para obter $\frac{2}{5}$ de um fio elétrico fez o seguinte: dividiu o fio elétrico em 5 partes iguais. Depois ele pegou 2 dessas partes. Por que João agiu dessa maneira?

ANEXO II - QUESTÕES DA ENTREVISTA

(Pesquisadora): Vou fazer para você, algumas perguntas sobre suas respostas naquela atividade com números racionais, está bem?

Sobre Q1. (Pesquisadora): Você dividiu o 15 por 5 e multiplicou pelo 2. (Mostrando a solução do aluno). Em que parte/palavra/expressão do problema escrito “diz” que é para fazer isto? Por que você fez este desenho? Em que parte/palavra/expressão do problema escrito “diz” que é para fazer isto?

Sobre Q10. (Pesquisadora): no número racional 2/5, o que indicou ao João para dividir o fio em 5 partes iguais e pegar 2 dessas partes? Por que ele não fez 2 + 5, 5 - 2 ou 2 x 5?

Sobre Q2 e Q9. (Pesquisadora, ao ler Q2): O que no texto leva a gente a representar assim (mostrando o 2/5)? Ou seja, o 2 sobre o 5? Por que não é o 5 sobre o 2? Existe diferença entre as questões 2 e 9? Qual? Para você, qual é a mais difícil? Por quê?

Sobre Q4 e Q8. (Pesquisadora): No encarte da promoção estava impresso o número 40%. Por que não imprimiu assim: (mostra o número 40). Qual parte do texto representa o símbolo %? O que você acredita que acontece com uma pessoa que entende, por exemplo, 18% como 18?

Sobre Q3 e Q5. (Pesquisadora mostrando a questão e a solução para o aluno): A questão 3 diz que se quero dividir o 2 pelo 5 posso representar/escrever assim (mostrando a questão ao aluno e afirmando que ele concordou). O que lhe deu essa certeza? Como sabe e como aprendeu que isto é correto?

(Pesquisadora): 0,4 tem uma escrita/jeito diferente dessa escrita aqui (mostrando 2/5). Mesmo assim, você afirma que são iguais e fez isto (mostrar solução). Por que você pode escrever 0,4 como sendo igual a 4/10? Na escrita de 0,4 tem algo que indique que você pode fazer isso? Por que escreveu 0,4 como 40/100? Na escrita de 0,4 tem algo que indique que você pode fazer isso?

(Pesquisadora): Por que dividiu o numerador e o denominador por 5? Há outra maneira de resolver?

(Pesquisadora): Por que multiplicou o numerador e o denominador por 5? Há outra maneira de resolver?

Sobre Q6. (Pesquisadora mostrando a questão e a solução para o aluno). Por que você transformou 2/5 em um número de denominador 100? Há outra maneira de resolver a questão?

Sobre Q7. (Pesquisadora mostrando a questão e a solução para o aluno): Como você sabe que 2/5, 40% e 0,4 podem ser igualados. O que a gente precisa entender para poder fazer essa igualdade. No que você pensa quando iguala esses números que têm escritas diferentes?

NOTAS

TÍTULO DA OBRA
COMPREENSÃO DO NÚMERO RACIONAL E SUA REPRESENTAÇÃO A/B PARA ALÉM DA RELAÇÃO PARTE – TODO.

Raquel Gomes de Oliveira
Doutorado em Educação
Faculdade de Ciências e Tecnologia – FCT – Universidade Estadual Paulista (UNESP), Departamento de Educação, Presidente Prudente – SP, Brasil
raquel.g.oliveira@unesp.br
https://orcid.org/0000-0002-0217-2629

Endereço de correspondência do principal autor
Avenida Coronel José Soares Marcondes, 2267, aptº 54, CEP 19013 – 050, Presidente Prudente – SP, Brasil.

CONJUNTO DE DADOS DE PESQUISA
O conjunto de dados que dá suporte aos resultados deste estudo não está disponível publicamente.

FINANCIAMENTO
Não se aplica.

CONSENTIMENTO DE USO DE IMAGEM
Não se aplica.

APROVAÇÃO DE COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA
A pesquisa foi submetida à apreciação de um Comitê de Ética, sendo aprovada com Certificado de Apreciação Ética (CAEE) nº 67764317.9.0000.5402, em 09/06/2017. O Parecer final foi anexado no sistema como documento suplementar.

CONFLITO DE INTERESSES
Não se aplica

PUBLISHER
Universidade Federal de Santa Catarina. Grupo de Pesquisa em Epistemologia e Ensino de Matemática (GPEEM). Publicação no Portal de Periódicos UFSC. As ideias expressadas neste artigo são de responsabilidade de seus autores, não representando, necessariamente, a opinião dos editores ou da universidade.

EDITOR
Sr. Méricles Thadeu Moretti e Rosilene Beatriz Machado.

HISTÓRICO
Recebido em: 25-03-2019 – Aprovado em: 17-11-2019