

# ANÁLISE DE ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE GRANDEZAS GEOMÉTRICAS EM AVALIAÇÕES EM LARGA ESCALA DE REDES PÚBLICAS DO ESTADO DE PERNAMBUCO<sup>1</sup>

José Carlos Alves de Souza<sup>2</sup>

Marcelo Câmara dos Santos<sup>3</sup>

**Resumo:** O presente trabalho buscou analisar a produção de alunos de 4<sup>a</sup>, 5<sup>a</sup> e 8<sup>a</sup> séries do Ensino Fundamental de redes públicas de Pernambuco diante de problemas envolvendo os conceitos de perímetro e de área, em situações de avaliação em larga escala. Tal produção foi selecionada a partir de cadernos de provas de alunos dos municípios do Recife e do Cabo de Santo Agostinho, que fizeram parte de avaliações coordenadas pelo NAPE/UFPE (Núcleo de Avaliação e Pesquisa Educacional da Universidade Federal de Pernambuco), e dos resultados do SAEPE/2002 (Sistema de Avaliação Educacional de Pernambuco), cedidos pela SEDUC/PE (Secretaria de Educação de Pernambuco). A análise que fizemos tomou como referência teórica estudos sobre avaliação da aprendizagem e resultados de pesquisas sobre dificuldades dos alunos no trabalho com grandezas geométricas. Os resultados sugerem que, muitas vezes, a afirmação de sucesso ou fracasso em determinado descritor de avaliação não representa

necessariamente que o aluno “sabe” ou “não sabe” certo conceito expresso pelo descritor. A análise do comportamento dos alunos em situação de resolução de problemas permite avançar na identificação de suas concepções acerca de determinados conceitos.

**Palavras-Chave:** Educação Matemática, Perímetro, Área, Avaliação.

## CONSIDERAÇÕES INICIAIS

A avaliação vem tomando espaço significativo nos debates educacionais, sendo reconhecida como uma das mais importantes atividades do processo de ensino-aprendizagem na medida em que pode fornecer elementos essenciais para o direcionamento de ações que visem promover o sucesso de todos os envolvidos nesse processo. Entretanto, como afirma Hoffman (1998),

*“... cada avaliador se denuncia ao avaliar, pela releitura própria do que vê a partir de suas próprias concepções e do seu grau*

*de saber sobre uma disciplina ou área de conhecimento”* (p.44). Assim, a avaliação realizada no cotidiano escolar revela informações para um observador local, que tem seus objetivos, suas intenções, suas crenças, sendo essas informações necessárias, naquele momento e lugar, para que se efetivem ações visando à realização das aprendizagens.

Da mesma forma, a avaliação institucional em larga escala adquire relevância na medida em que oferece informações significativas relativas ao funcionamento de toda uma rede de ensino. Pelo fato de que esse tipo de avaliação é aplicado no universo das escolas, das séries e das turmas de uma determinada rede de ensino, ela pode abrir a possibilidade de inferir as condições do processo de ensino-aprendizagem de toda uma população escolar, possibilitando que sejam tomadas medidas adequadas em diferentes direções, desde a estrutura física da

<sup>1</sup> Esse texto se baseia na Dissertação de Mestrado, com o mesmo título, realizada no Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências da Universidade Federal Rural de Pernambuco, defendida em agosto de 2004, sob a orientação do Prof. Dr. Marcelo Câmara dos Santos.

<sup>2</sup> Professor de Matemática do Colégio de Aplicação da UFPE. E-mail: jcalves@cap.ufpe.br.

<sup>3</sup> Professor do Colégio de Aplicação e do Programa de Pós-Graduação em Educação da UFPE. E-mail: marcelo.santos@ufpe.br.

escola até a formação continuada de professores.

Embora não exista consenso acerca da função ou necessidade da realização dessas avaliações em larga escala (AFONSO, 2000), elas vêm acontecendo em diversos níveis: municipais, como as que têm sido coordenadas no estado de Pernambuco pelo Núcleo de Avaliação e Pesquisas Educacionais – NAPE, da UFPE; estaduais, a exemplo do SAEPE, em Pernambuco, e do SARESP, em São Paulo; nacionais, a exemplo do SAEB e do ENEM; e internacionais, a exemplo do PISA. Ainda que de forma restrita, seus resultados vêm sendo utilizados como indicadores do estado atual da educação, além de servirem, muitas vezes, para o estabelecimento de políticas de financiamento às escolas. De fato, pouco se tem feito na direção de explorar os resultados obtidos por esse tipo de avaliação de um ponto de vista didático, ou seja, que forneça informações àqueles que deveriam ser os principais usuários de seus resultados, o professor e seus alunos.

O que podemos observar, na realidade, é que o olhar lançado sobre os resultados das avaliações em larga escala parecem se concentrar na “performance” de uma determinada série ou rede de ensino. Desse ponto de vista, o privilégio recai, quase que exclusivamente, no índice de acertos de itens ou grupos de itens. Assim, o erro do aluno é identificado, nesse tipo de avaliação, da mesma forma que na grande parte de nossas salas de aula, ou seja, como algo nefasto e revelador de uma espécie de “falta de conhecimento”. Em nosso trabalho, buscamos romper com esse paradigma, procurando considerar o erro do aluno como a manifestação de um certo conhecimento.

Foi a partir dessa idéia que

buscamos, em nosso trabalho, analisar as respostas de alunos em situação de avaliação de redes de ensino, ou seja, no momento em que o sujeito se encontra interagindo com um problema específico, buscando identificar que concepções estariam sendo mobilizadas por esses alunos nesse momento. Não podemos esquecer, porém, que essas possíveis concepções dos sujeitos estariam intimamente ligadas à própria situação que lhes é oferecida, ou seja, as estratégias dos alunos, diante de um problema matemático, dependem essencialmente do tipo de problema oferecido.

A nossa participação, já há alguns anos, nos sistemas de avaliação em grande escala do NAPE/UFPE e do SAEPE nos tem revelado a grande dificuldade apresentada pelos alunos na resolução de itens envolvendo as grandezas geométricas, particularmente áreas e perímetros. Por exemplo, os resultados da última avaliação do SAEPE (2002) demonstram que o índice de acertos nas questões relativas a esse bloco de conteúdos se situa, em média, em 39% para alunos de quarta série do Ensino Fundamental. Esse índice cai para 22%, na oitava série, e, o que nos parece mais preocupante, para 17% na terceira série do Ensino Médio.

Por outro lado, o bloco temático das Grandezas e Medidas é reconhecido nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), em todos os ciclos do ensino fundamental, como um tema de grande importância social, na medida em que os conceitos envolvidos nesse bloco aparecem diretamente associados ao cotidiano dos alunos. Além disso, essas idéias aparecem fortemente articuladas com os demais blocos de conteúdos em que a matemática está didaticamente organizada, e também essa disciplina

com outras do currículo desse nível de ensino (BRASIL, 1988).

Diversos estudos em Educação Matemática vêm identificando dificuldades apresentadas pelos alunos durante o processo de ensino-aprendizagem das grandezas geométricas, em particular na construção da noção de perímetro e da noção de área. Por exemplo, estudos têm mostrado que o trabalho simultâneo e apressado com essas duas noções tem contribuído para que os alunos não consigam fazer a dissociação entre a grandeza perímetro e a grandeza área.

Além disso, a ausência de atividades iniciais que solicitem dos alunos o cálculo do perímetro, ou da área, de figuras de contornos ‘não regulares’ induz os mesmos a pensar que só as figuras de contorno retilíneo podem ter perímetro ou área (CÂMARA DOS SANTOS, 2000).

Uma outra dificuldade que tem sido identificada parece estar ligada à valorização prematura do uso de fórmulas. Essa valorização tem contribuído para que alunos identifiquem a grandeza, por exemplo, a área, com um procedimento que permite determinar a medida da área de uma superfície. Isso tem favorecido a extensão indevida dessas fórmulas para situações não adequadas. Por exemplo, é freqüente encontrarmos alunos que multiplicam os lados de um paralelogramo qualquer para determinar a sua área (LIMA, 1995, citado em BELLEMAIN E LIMA, 2002).

Um outro importante resultado das pesquisas no domínio das grandezas geométricas é a classificação das concepções de áreas em dois pólos – as concepções geométricas e as concepções numéricas – proposta por Perrin-Glorian e Douady (1988) e por Balacheff (1988) (citadas em

BELLEMAIN & LIMA, 2002). Desse ponto de vista, o modelo didático proposto por esses autores sugere que, no processo de ensino-aprendizagem da noção de área, seja feita a distinção de três quadros de objetos matemáticos: o quadro geométrico, o quadro numérico e o quadro das grandezas. Partindo dessa distinção, as autoras elaboraram e experimentaram uma engenharia didática baseada na hipótese de que a construção do conceito de área enquanto grandeza autônoma, favorece o estabelecimento das relações necessárias entre os quadros geométrico e numérico. Nesse sentido, a associação precoce da superfície a um número pode favorecer o amálgama entre as diferentes grandezas em jogo, ou seja, a indissociabilidade entre área e perímetro. Essas hipóteses vêm sendo estendidas para as noções de comprimento e perímetro pelo Grupo Pró-Grandezas da UFPE<sup>4</sup>.

Objetivando identificar as estratégias mobilizadas por alunos do ensino fundamental na resolução de problemas envolvendo as grandezas área e perímetro, buscamos analisar a produção de alunos de 4<sup>a</sup>, 5<sup>a</sup> e 8<sup>a</sup> séries do Ensino Fundamental de redes públicas de Pernambuco. Essa produção foi selecionada a partir de duas fontes de dados. A primeira constou de cadernos de provas (compostos por 20 itens) de alunos dos municípios do Recife e do Cabo de Santo Agostinho, que fizeram parte das avaliações em larga escala realizadas pelo NAPE/UFPE. A segunda fonte constou dos dados estatísticos relativos ao SAEPE/2002, cedidos pela Secretaria de Educação e Cultura de Pernambuco. Esses dados foram coletados a partir de cadernos de provas

compostos por 40 itens.

Para o nosso trabalho, selecionamos os itens que solicitam o cálculo da medida do perímetro, ou da área, a comparação do perímetro ou da área, ou o reconhecimento do que acontece com o perímetro, ou com a área, de uma figura quando a mesma sofre uma transformação homotética. Ignoramos, assim, os itens cujos descritores priorizam a conversão de unidades de medida. Nessas condições, encontramos dez itens do NAPE/UFPE e nove itens do SAEPE/2002. No total, foram analisados sete itens de 4<sup>a</sup> série, seis itens de 5<sup>a</sup> série e seis itens de 8<sup>a</sup> série, totalizando dezenove itens.

Inicialmente fizemos uma previsão das possíveis estratégias que os alunos poderiam adotar em suas tentativas de resolução dos itens. Nessa etapa, buscamos levar em consideração os resultados de pesquisas envolvendo a questão das grandezas geométricas e as dificuldades identificadas nesses trabalhos. A segunda etapa, de análise das produções dos alunos, constou essencialmente do confronto dos dados obtidos com as hipóteses levantadas na primeira etapa.

## RESULTADOS

Observamos, em muitos dos itens que analisamos, a manifestação da confusão que os alunos têm feito entre a noção de perímetro e a noção de área em seus processos de escolarização. Em todas as séries contempladas em nosso trabalho, 4<sup>a</sup>, 5<sup>a</sup> e 8<sup>a</sup> séries do Ensino Fundamental de redes públicas, encontramos um número importante de alunos que não consegue dissociar as noções de perímetro e área, com percentuais que variam de 8% a 53,4%, em função do item. Esse comportamento apareceu em sete dos dezenove itens analisados. É

preciso ressaltar que nem todos os itens, em função das alternativas propostas, possibilitaram o aparecimento dessa confusão. Entendemos que fatores relacionados ao enunciado do item e à sua apresentação contribuem para uma maior ou menor revelação desse comportamento por parte dos alunos. O percentual mais baixo (8%) foi revelado em situações em que o aluno é solicitado a determinar a área de uma figura dada, com as unidades de medida apresentadas na figura. Já o percentual mais alto (53,4%) de alunos manifestando a confusão entre as duas grandezas apareceu em situações de determinação da medida do perímetro de figuras que não apareceram representadas no item, ou seja, em que os dados eram apresentados unicamente no enunciado do item. Essa concepção aparece reforçada de maneira bastante marcante quando se trata de determinar a medida do perímetro de um retângulo, em que são apresentadas as medidas de apenas duas dimensões. Nesses casos, fica bastante evidente a tendência dos alunos em identificar a medida do perímetro da figura com o produto de suas duas dimensões.

Um outro objetivo de nosso trabalho foi investigar como os alunos relacionam a ampliação dos lados de uma figura com a ampliação de sua área. Em outras palavras, buscamos identificar se os alunos apresentam a concepção de que as grandezas perímetro e área variam em uma mesma direção, isto é, a figura de maior perímetro é aquela que também deve ter maior área, ou que, se o perímetro de uma dada figura é duplicado, a área será quadruplicada. Essa concepção foi menos presente (9,2% dos sujeitos) em situações em que a figura era

<sup>4</sup> Trata-se de um Grupo de Estudos e Pesquisas do Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal de Pernambuco, cujos trabalhos estão centrados no processo de ensino e aprendizagem das grandezas geométricas, particularmente áreas, perímetros e volumes.

apresentada em uma malha quadriculada, permitindo que o aluno fizesse a contagem de quadradinhos. Em situações em que a figura apresentada era um retângulo, sem o suporte da malha quadriculada, a tendência em identificar o crescimento do perímetro com o crescimento da área foi apresentada por 30,1% dos sujeitos. Finalmente, encontramos 40,1% dos alunos manifestando essa concepção em itens que não apresentam o suporte do quadriculado e cuja figura de referência era formada por triângulos. Isso nos leva a refletir sobre o papel do tipo de figura geométrica no trabalho com grandezas. De fato, nossa experiência de sala de aula nos mostra que os triângulos são pouco utilizados como suporte no trabalho com grandezas que privilegia os quadrados e retângulos. Além disso, fica mais evidente a necessidade de se fazer uma análise mais fina dos resultados de avaliação em grande escala. Por exemplo, os resultados divulgados, referentes ao descritor associado a essa noção, indicam que apenas 21,6% dos alunos da rede pública do estado de Pernambuco conseguem “identificar propriedades e/ou medidas que se modificam ou não se alteram em uma transformação homotética” (PERNAMBUCO, 2003).

Quanto ao desempenho dos alunos em itens cujos enunciados contemplam, explicitamente ou não, os vocábulos perímetro e área, percebemos que há uma tendência de desempenho um pouco melhor quando o item não anuncia de forma explícita a grandeza envolvida. Por exemplo, em dois itens aplicados a alunos de 4ª série, um solicita a quantidade de tela necessária para “cercar” um terreno quadrado cuja medida do lado é um dos dados do problema; nesse item, o índice de acertos foi de 23,2%. Um outro item

solicita o perímetro de um quadrado cuja medida do lado foi fornecida; nesse item, o índice de acertos cai para 18,2%. Observemos que, no primeiro, a demanda de determinar o perímetro aparece de forma implícita, representada pelo vocábulo cercar, enquanto no segundo a palavra perímetro aparece explicitamente, apesar de os dois itens apresentarem as mesmas características. Esses resultados vão na mesma direção daqueles encontrados por Teixeira (2004) em um estudo sobre as concepções de alunos de um Curso de Pedagogia sobre a idéia de perímetro, o que nos leva a pensar em que medida a utilização cultural de um certo vocábulo pode interferir na concepção que o aluno manifesta, na escola, sobre o seu significado matemático.

Em nosso trabalho, buscamos identificar também possíveis diferenças de rendimento dos alunos em itens que demandavam comparação de grandezas, em itens baseados em cálculo de medidas e em itens que solicitavam do aluno uma produção. Nos instrumentos de avaliação que analisamos, encontramos somente um item do terceiro tipo, qual seja o que demanda ao aluno a produção de uma superfície. É preciso ressaltar também que, nos estudos desenvolvidos pelo Grupo Pró-Grandezas, tem-se verificado que atividades que exploram o cálculo de medidas representam a quase totalidade das atividades encontradas em salas de aula e nos livros didáticos brasileiros.

O que pudemos encontrar, mesmo com a predominância do trabalho com cálculo de medidas, é que os sujeitos têm melhor rendimento em situações em que se solicitam aos alunos a comparação de grandezas e a produção de uma superfície. O rendimento mais baixo ficou por conta dos itens solicitando o cálculo de medidas, como mostrado no quadro seguinte.

	<b>Comparação</b>	<b>Medida</b>	<b>Produção</b>
4ª série	47,5%	41,8%	-----
5ª série	26,7%	20,4%	-----
8ª série	-----	26,3%	33,8%

Devido ao fato de termos encontrado apenas um item envolvendo a produção de superfícies, em uma única série, resolvemos considerar apenas o rendimento obtido pelos sujeitos nos itens envolvendo comparação e medição de grandezas. Encontramos, então, um rendimento médio de 37,1% de acertos em itens que demandam a comparação de grandezas e de 29,5% em itens que solicitam a medição de grandezas. Se introduzirmos nesse cenário o índice de acertos no item que solicitava uma produção, podemos observar que os alunos parecem ter mais facilidade, justamente, nas atividades que menos aparecem em seu cotidiano escolar. Isso nos leva a refletir sobre o papel do significado dos problemas oferecidos aos alunos em situações de sala de aula.

Finalmente, encontramos indícios de que a menção a uma unidade de medida influencia o desempenho dos alunos. Tomamos, como exemplo, dois itens aplicados a alunos de 5ª série, que se diferenciavam apenas pela unidade de medida de área envolvida. Os dois itens solicitavam a medida da área de um trapézio desenhado em malha quadriculada, sendo que um indicava como unidade de medida de área o quadradinho da malha e o

outro solicitava a medida da área em centímetros quadrados. Podemos constatar que, no primeiro item, o índice de acertos foi de 12,3%, enquanto no item que envolvia uma unidade padronizada, no caso centímetros quadrados, o rendimento foi de apenas 8,1%. Por esses dados, pode-se inferir que a menção a uma unidade formal de medida de área influenciou, para baixo, o desempenho dos alunos, nesse momento.

### CONSIDERAÇÕES FINAIS

O conjunto dos resultados obtidos em nosso trabalho parece apontar em duas direções. Em primeiro lugar, parece-nos importante romper com a idéia de que o erro do aluno

estaria associado à falta de conhecimento. Ao contrário, a análise dos erros cometidos pelos sujeitos, em nosso trabalho, parece indicar que eles representam, muito mais, concepções estáveis sobre determinados conceitos, ou seja, um conhecimento fortemente internalizado pelos sujeitos. Parece-nos importante também ressaltar, à luz de diversos estudos realizados sobre as grandezas geométricas, que grande parte dessas concepções parece estar fortemente ligada ao trabalho realizado em nossas salas de aula.

Uma segunda direção apontada por nosso estudo diz respeito às avaliações de redes públicas de ensino, particularmente no momento

de informar seus resultados aos maiores interessados, quais sejam os professores que atuam nessas redes. Como podemos observar, o rendimento dos alunos aparece diretamente relacionado ao tipo de atividade que lhes é solicitado. Ou seja, a apresentação dos resultados por descritores de avaliação, muitas vezes, mascara o efetivo conhecimento dos alunos. Por exemplo, como afirmar que um certo percentual de alunos não consegue "determinar a medida do perímetro de uma figura plana", quando encontramos índices de rendimento que chegam a ser reduzidos à sua metade, se se modifica a apresentação dos dados do problema?

### REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BARBOSA, Pedro Ribeiro. Efeitos de uma sequência de atividades relativas aos conceitos de comprimento e perímetro no ensino fundamental. Dissertação de Mestrado em Educação. UFPE. Recife, 2002.
- BELLEMAIN, Paula M. Baltar; LIMA, Paulo F. Um estudo da noção de grandeza e implicações no ensino fundamental. Série Textos de História da Matemática, v.8. Sociedade Brasileira de História da Matemática. Natal, 2002.
- BRASIL. MEC/SEF. Parâmetros curriculares nacionais. Matemática: ensino de primeira à quarta série. Brasília: MEC / SEF, 1997.
- \_\_\_\_\_. Parâmetros curriculares nacionais. Matemática: ensino de quinta à oitava série. Brasília: MEC / SEF, 1998.
- \_\_\_\_\_. Sistema nacional de avaliação da educação básica: SAEB. Relatório SAEB 2001 – Matemática. Brasília: MEC / INEP, 2002.
- BROUSSEAU, Guy. Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques. Recherches en Didactique des Mathématiques. v.4, n° 2, p. 165-198, 1983.
- CÂMARA DOS SANTOS, Marcelo. Un dispositif de recherche/formation sur les grandeurs dans le cadre de la coopération franco-brésilienne PRO-MATEMÁTICA. Institut Mathématique de Rennes. Rennes, 2000.
- DAVIS, Claudia; ESPOSITO, Yara Lucia. Papel e função do erro na avaliação escolar. Caderno de Pesquisa. Fundação Carlos Chagas. São Paulo. n° 74, p.71, agosto 1990.
- DUARTE, Jorge Henrique. Análise de situações didáticas para a construção do conceito de área, como grandeza, no ensino fundamental. Dissertação de Mestrado em Educação. UFPE. Recife, 2002.
- HOFFMAN, Jussara M. L. Contos e contrapontos: do pensar ao agir em avaliação. 4 ed. Porto Alegre, Mediação, 1998.
- LIMA, Paulo F. Considerações sobre o ensino do conceito de área. Semana de estudos em psicologia da educação matemática. Livro de resumos. Recife: UFPE, 1995.
- MACHADO, Silvia D. A. ... [et. al.]. Educação matemática: uma introdução. São Paulo: PUC-SP, 1999.
- MARCUSCHI, Elizabeth; SOARES, Edla A. L. (Org.). Avaliação educacional e currículo: inclusão e pluralidade. Recife: Universitária da UFPE, 1997.
- PERNAMBUCO. Governo do estado de. Sistema de avaliação educacional de Pernambuco SAEPE: relatório 2002. Secretaria de Educação e Cultura. Recife, 2003.
- TEIXEIRA, Suely Gomes. Concepções de alunos de pedagogia sobre os conceitos de comprimento e perímetro. 220 f. Dissertação de Mestrado em Educação. UFPE, 2004.