

# ESTRATEGIAS UTILIZADAS POR ALUMNOS DE PRIMERO DE PRIMARIA PARA ESTABLECER UNA FUNCION INVERSA

Sandra Fuentes Mardones, María Consuelo Cañadas Santiago

*Este documento se desprende de una investigación más amplia sobre pensamiento funcional en alumnos de primero de educación primaria (6-7 años). Aquí nos centramos en las estrategias empleadas para resolver preguntas que forman parte de tareas de generalización que involucran funciones inversas en un contexto de entrevistas semiestructuradas a cuatro alumnos. Predominó la estrategia de formación de grupos de elementos para establecer el valor de la variable requerido.*

Pensamiento funcional, estrategias de resolución, función inversa.

## INTRODUCCION

La propuesta curricular conocida como *early algebra* ofrece directrices de cómo desarrollar tareas algebraicas con alumnos en las primeras edades, con la intención de mitigar las dificultades encontradas en los estudiantes de secundaria. Esta propuesta tiene distintos enfoques, tanto en su aplicación como en la investigación. En los últimos años ha cobrado fuerza el enfoque funcional del álgebra, donde la función cobra protagonismo como contenido matemático involucrado. El trabajo que presentamos en este documento es parte de una investigación más amplia realizada en el marco de un proyecto de investigación financiado por el gobierno español, en el cual se indaga en el pensamiento funcional de alumnos de educación primaria.

Diferentes investigaciones abordan el pensamiento funcional en educación primaria (2017; Moss y London McNab, 2011) y dan cuenta del trabajo que realizan estos alumnos, de las estrategias y los sistemas de representación que utilizan para resolver las tareas propuestas y las generalizaciones que establecen.

A nivel internacional, se están incluyendo cada vez en más países estos contenidos en propuestas curriculares y de actividades. Por ejemplo, en España, donde se desarrolla esta investigación, el eje de álgebra se establece desde 1° de educación secundaria (12 años) y no hay contenidos algebraicos explícitos en cursos inferiores (Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, 2014). Sin embargo, hay mención a nociones que bien se podrían relacionar con el pensamiento algebraico en general y el funcional en particular. En Chile, así como en otros países, se incorpora el eje de patrones y álgebra en el currículo escolar desde 1° básico (6 años).

El objetivo de este trabajo es “identificar y describir estrategias utilizadas por alumnos de 1º de educación primaria”. En particular, nos centramos en tareas que involucran una función inversa por ser de las que menos evidencias se tienen.

## ANTECEDENTES Y MARCO CONCEPTUAL

En las últimas décadas, las investigaciones en torno a cómo introducir el álgebra a los alumnos han tenido mucha relevancia. Desde qué edad comenzar y cómo han sido dos ejes relevantes de los debates en la comunidad investigadora.

Uno de los enfoques del *early algebra* es el pensamiento funcional, describen el pensamiento funcional como un proceso cognitivo que forma parte del pensamiento algebraico basado en la construcción, descripción, representación y razonamiento con y sobre las funciones y los elementos que las constituyen (p. 211). Una función es una relación de dependencia entre dos elementos, uno del conjunto de partida (variable independiente) y el otro del conjunto de llegada (variable dependiente). La función inversa cambia la relación de dependencia de esas variables.

La literatura de investigación evidencia que la resolución de problemas es un contexto idóneo para abordar el pensamiento funcional de los alumnos de las primeras edades. En las resoluciones, los alumnos tienen la oportunidad de utilizar diferentes estrategias, entendiendo las estrategias como las diferentes formas o caminos para alcanzar la solución.

En los últimos años se han publicado diferentes trabajos sobre estrategias en el ámbito del pensamiento funcional con alumnos de los primeros cursos. Propone a alumnos de segundo curso (7-8 años) un problema que involucra la función  $f(x)=3x$ . Un tercio de los alumnos generalizó la función, utilizando diversas estrategias como contar de 3 en 3, hacer grupos de 3 elementos, u organizar filas de 3 elementos. Como continuación del trabajo anterior, implicaron la función  $f(x)=5x$ . Un cuarto de los alumnos estableció la relación funcional de forma correcta. Entre las estrategias, destacamos la formación de grupos o filas con 5 elementos.

Investigadores como, trabajaron con alumnos de 7 años, a quienes plantearon un problema que involucra la función  $y=2x$ . Algunas de las estrategias que llevaron a los alumnos a una respuesta correcta fueron ir contando de dos en dos, o bien, sumar dos veces la cantidad para encontrar el valor solicitado.

Trabajaron con alumnos de último curso de infantil (5 y 6 años) usando las funciones  $y=x$ ,  $y=2x$  e  $y=x+1$ . Las estrategias utilizadas por los alumnos fueron, específicamente en el caso de  $y=2$ , el sumar de 2 en 2 y el sumar dos veces la misma cantidad, lo que es concordante con la investigación anterior, pero con alumnos más pequeños.

Diseñaron un experimento de enseñanza en el que describen las relaciones funcionales que establecen un grupo de alumnos de 6 y 7 años, en la función  $f(x)=x+5$ , las estrategias que el autor describe son (a) respuesta directa, sin explicación alguna, (b) conteo total de los elementos, (c) operatoria, para encontrar el valor solicitado y (d) generaliza la expresión para un número indeterminado de elementos.

En las investigaciones citadas, se trabaja la función directa. En cambio, son escasas las que abordan la función inversa. López-Centella (2019) es una de las pocas identificadas. Trabajó con un grupo de 30 alumnos de primero de primaria (6-7 años) y la tarea involucraba la  $f(x)=x+5$ . Los alumnos evidenciaron más dificultades con la función inversa. Algunas de las estrategias observadas fueron: (a) respuesta directa, (b) variación constante, (c) operación, conteo, (d) particularización, (e) generalización, (f) repetición y (g) recursión.

En este trabajo abordamos algunas de las cuestiones abiertas por nuestros antecedentes para el caso de la función inversa. En particular, nuestro objetivo de investigación es describir las estrategias que emplean alumnos del primer curso (6-7 años) cuando abordan el trabajo de un problema que involucra una función inversa.

## METODOLOGIA

Esta investigación es de carácter exploratorio, pues hay escasos estudios en torno a las estrategias que establecen los alumnos en una tarea de función inversa. Y también es descriptivo por la naturaleza misma del objetivo de investigación (Hernández, Fernández y Baptista, 2010).

Este apartado forma parte de un trabajo más amplio, donde 32 alumnos de primero de primaria con edades comprendidas entre los 6 y 7 años, trabajaron sobre un cuestionario escrito que incluía tareas de generalización, que involucraban una función directa. En un contexto de una fiesta de cumpleaños planteamos varias tareas que involucraron diferentes funciones. Diseñamos y aplicamos una entrevista semiestructurada a 4 de estos 32 alumnos, escogidos intencionalmente por las respuestas entregadas en la prueba escrita, ya fuera porque estaba todo correcto o porque sus estrategias los llevaron a establecer relaciones funcionales adecuadas a las tareas propuestas.

En cuanto a los conocimientos previos de estos alumnos, no habían trabajado tareas similares, ya que no corresponden a los contenidos de este curso. El día anterior a la entrevista trabajaron en la prueba escrita con tres tareas que involucraban la función directa ( $f(x)=x$ ,  $f(x)=3x$  y  $f(x)=5x$ ), lo que nuevamente se retoma al inicio de la entrevista.

La entrevista tuvo dos partes: (a) análisis de las respuestas dadas en la prueba escrita y (b) desarrollo de tareas de funcionalidad inversa. En la primera parte de la entrevista planteamos preguntas sobre las respuestas dadas al cuestionario, del estilo “¿qué hiciste?” o “¿cómo lo hiciste?”. Los alumnos también contaron con fichas (material manipulativo) que podían utilizar si querían. En la segunda parte de la entrevista planteamos tareas que involucraban las funciones inversas a las propuestas en la prueba escrita ( $f^{-1}(x)=x$ ,  $f^{-1}(x)=x/3$ ,  $f^{-1}(x)=x/5$ ). Las entrevistas tuvieron una duración de entre 25 a 35 minutos por cada alumno.

Tarea 1: relación inversa de número de niños y gorros que deben comprarse para una fiesta de cumpleaños, se les plantea la relación 1 niño-1 gorro y se les pregunta por la cantidad de niños sabiendo que hay 7 y 12 gorros.

Tarea 3: relación inversa de número de niños y piruletas necesarios que deben comprarse para una fiesta de cumpleaños, se les plantea la unidad, 1 niño-3 piruletas, y se les pregunta por los niños que pueden ser invitados si hay 6 y 15 piruletas (figura 1)

3.- Las piruletas

niños	piruletas
1 	3 
	6
	15

Figura 1. Tarea 3

Tarea 4: relación inversa de número de niños y globos que deben ser comprados para la fiesta de cumpleaños, se plantea la relación particular 1 niño-5 globos, y se les pregunta por la cantidad de niños si sabemos que hay 15 y 25 globos.

Usamos las categorías sobre estrategias consideradas por nuestros antecedentes para el análisis de datos.

## **ANÁLISIS DE DATOS Y RESULTADOS**

Describiremos las estrategias que siguen los alumnos en las tareas indicadas. Organizamos los resultados según las tareas propuestas. Mostramos algunas a modo de ejemplos, cabe destacar que las estrategias no son excluyentes. Para individualizar a los alumnos entrevistados utilizaremos las etiquetas A7, A12, A15 y A27, que corresponde a la posición de archivo de su prueba escrita.

### **Tarea 1**

Los alumnos evidenciaron en la tarea 1 solo la estrategia de respuesta directa, la cual puede ser un número escrito o de forma verbal.

Los cuatro alumnos resolvieron la tarea, dando una respuesta correcta a las diferentes preguntas. Sus respuestas fueron “a un niño un gorro”, “para cada uno hay un gorro”, “si tenemos un niño un gorro”, esto se puede explicar por la sencillez de la función identidad. En el desarrollo de esta tarea los alumnos no utilizaron el material concreto que se les puso a su disposición.

### **Tarea 3**

En esta tarea observamos las estrategias que mostramos a continuación, junto con algunos ejemplos de las respuestas de los alumno:

(a) respuesta directa: los 4 alumnos entregan una respuesta directa, por ejemplo: “son 6, tres para un niño y tres para otro, son 2 niños”

(b) asociación de elementos en grupos: los alumnos A7, A12 y A15 utilizaron esta estrategia para resolver la tarea. Algunas expresiones utilizadas fueron, “hemos puesto las 15 en montones de 3 piruletas y conté 5 montones, lo que me da 5 niños”, “pongo en un grupo tres piruletas y cuento los grupos y sé cuántos niños son”, en este caso, la conformación de grupos no sigue un orden, son solo montones de elementos, “un niño, 3 piruletas”, en este caso el alumno utilizó las series “ahora de revés” donde va ordenando por filas conjuntos de 3 piruletas y los asoció con una carita de niño

(c) otra estrategia: aquí el alumno A27 establece la relación 1 a 1, sin considerar el caso particular de 1 niño, 3 piruletas.

Tres de los cuatro entrevistados (A7, A12 y A15) establecieron la relación funcional inversa contando desde las piruletas a la cantidad de niños, fue de utilidad el material concreto, ya que con las fichas pudieron ir formando grupos o filas ordenadas y con ello responder a las preguntas planteadas.

### **Tarea 4**

En la tarea 4 los alumnos utilizaron las mismas estrategias que en la tarea anterior, a continuación, se listan las estrategias utilizadas y evidencias del trabajo realizado por los alumnos

(a) respuesta directa: todos los alumnos entregan una respuesta directa en esta tarea, por ejemplo: “si uno es 5 globos, entonces para 2 serán 10”

(b) asociación de elementos en grupos: dos alumnos utilizan esta estrategia, el alumno A7 nos dijo “he puesto los 25 globos y hay 5 montones de globos...” formó grupos de 5 globos, relacionando los niños con cada grupo hasta completar los 25 globos pedidos y descubrir que son 5 niños los involucrados, en cambio el alumno A15 formó filas de 5 elementos y contó las filas que obtuvo lo que es igual al número de niños involucrados en el problema.

(d) otra estrategia: aquí el alumno A27 establece la relación 1 a 1, sin considerar el caso particular de 1 niño 5 globos.

Dos de los cuatro alumnos entrevistados (A7 y A15) establecen la relación funcional inversa de la tarea planteada, las estrategias que establecieron fueron las mismas que en la tarea anterior.

## CONCLUSIONES

En este trabajo identificamos y describimos estrategias utilizadas por alumnos de 1º de educación primaria en tareas que involucran una función inversa. Se trata de un aporte en el contexto de una aproximación al pensamiento funcional en las primeras edades. Somos conscientes de que no podemos generalizar, por el tamaño y tipo de muestra empleada. Los alumnos siguen mayoritariamente la estrategias de formar grupos o hacer filas con los elementos descritos en los enunciados de las tareas para los valores mayores no consecutivos, se apoyan en el uso del material concreto entregado; sólo uno de los alumnos utiliza la función identidad en todas las tareas propuestas, lo que fue categorizado como otra estrategia. En cuanto a los valores consecutivos y cercanos, los alumnos siguen como estrategia entregar una respuesta directa duplicando los valores dados.

En la literatura consultada, los alumnos lograron resultados similares en cuanto a las estrategias utilizadas. En la investigación de función inversa (López-Centella, 2019), esta consistía en quitar un elemento fijo para obtener el número deseado, en cambio las funciones inversas planteadas en este trabajo fueron de fácil resolución para los alumnos.

Un aporte de esta investigación es que la función inversa que planteamos en las tareas, tenía implícita la repartición de los elementos y los conceptos de multiplicar y dividir aún no los manejan por currículo, lo que genera en ellos de forma intuitiva esta repartición equitativa, formado grupos o series de elementos.

Una posible limitación fue la fatiga de los alumnos, por lo que se sugiere en una próxima aplicación trabajar solo una de las tareas en cada entrevista.

## Referencias

- Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, M. (2010). *Metodología de la investigación*, 5º edición. McGraw Hill.
- López-Centella (2019). Estrategias de resolución de problemas que involucran una función afín y su inversa de alumnos de primero de Educación Primaria desde una aproximación funcional del pensamiento algebraico. Trabajo Fin de Máster. Universidad de Granada, España.
- Ministerio de Educación, Cultura y Deporte (2014), Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria.

- Moss, J. y London, McNab. (2011). An approach to geometric and numeric patterning that fosters second grade students' reasoning and generalizing about functions and co-variation. En J. Cai y E. Knuth (Eds.), *Early algebrization, advances in mathematics education*. Berlín, Alemania: Heidelberg.

Citar como (Normas APA 7)

Fuentes, S. y Cañadas, M.C. (2021). Estrategias utilizadas por alumnos de primero de primaria para establecer una función inversa. En A. Figueroa, G. Meza, M. Moya, S. Navarrete, M. Silva y A. Quiroz (Eds.), *Actas XXIV JNEM* (pp.147-152). SOCHIEM.