

La teoría de las funciones semióticas (TFS), instrumentos de mediación y el análisis del objeto continuidad

INST. EDUCATIVA MANUEL
GERMÁN CUELLO, NACIONAL
LOPERENA, TÉCNICO LA
ESPERANZA DE VALLEDUPAR;
UNIVERSIDAD POPULAR EL
CESAR-VALLEDUPAR

GABRIEL TAMAYO VALDEZ
ALCIDES FERNÁNDEZ GUERRERO
PEDRO J. TORRES FLORES
JORGE ORTIZ PADILLA
ÁLVARO DE JESÚS SOLANO SOLANO

Introducción

En la actividad matemática los símbolos (significantes) remiten o están en lugar de las entidades conceptuales (significados). El punto básico en los procesos de aprendizaje matemático no es, sin embargo, el dominio de las sintaxis del lenguaje simbólico matemático aunque esta sea también importante, sino la comprensión de su semántica y pragmática, es decir, la naturaleza de los propios conceptos y proposiciones matemáticas y su dependencia de los contextos y situaciones - problemas de cuya resolución provienen. Se hace necesario elaborar modelos teóricos que articulen las dimensiones semióticas (en sus aspectos sintácticos, semánticos y pragmáticos), epistemológica, sociológica y sociocultural en educación matemática (Godino, 1998).

La ontología matemática asociada a la Teoría de las Funciones Semióticas caracteriza los siguientes elementos: Prácticas matemáticas, significados institucionales y personales, Función Semiótica, entidades primarias y dualidades cognitivas, enfoque semiótico de los conocimientos matemáticos, análisis ontológico - semiótico.

La noción de Función Semiótica (Relaciones de dependencia o función entre la expresión y contenido), el tipo de objeto matemático asociado y las dualidades cognitivas se usan para desarrollar un análisis que permite determinar o caracterizar los significados que se ponen en juego en la actividad matemática, y en los procesos de enseñanza y aprendizaje de objeto **CONTINUIDAD**.

La calculadora graficadora TI-92 Plus (y/o Voyage-200) son herramientas adecuadas para que los estudiantes desarrollen actividades que interrelacionan las representaciones simbólicas-

analíticas- y visuales. Estas herramientas (que se transforman en instrumentos de mediación) sirven para establecer la comunicación a través de sistemas de signos. La semiosis es fundamentalmente un acto comunicativo (Winslow, 2003).

Marco teórico

La Teoría de la Función Semiótica (TFS) propone una semiótica específica basada en la teoría del lenguaje de Hjelmslev (1943) y sustentada en una ontología matemática explícita de naturaleza pragmática - realista, que pretende ser una herramienta analítica de la cognición matemática adaptada a las necesidades de las investigaciones en Educación Matemática.

La noción de función semiótica (relaciones de dependencia o función entre expresión y contenido) pueden ser de tipo representacional (un objeto se coloca en lugar de otro), instrumental u operativa (un objeto usa a otro u otros como instrumento), y componencial o cooperativo (dos o más objetos componen un sistema del que emergen nuevos objetos). De esta manera las funciones semióticas y la ontología matemática asociada tienen en cuenta la naturaleza esencialmente relacional de las matemáticas y generalizan de manera radical la noción de representación. (Godino, 1998).

El problema sobre el que se centra la teoría de la función semiótica se describe como la elaboración de un enfoque teórico unificado de la cognición e instrucción matemática. Interpretar el conocimiento y la comprensión de un objeto (sea ostensivo, no ostensivo; elemental o sistémico) por parte de un sujeto (persona o institución) en términos de las funciones semióticas que el sujeto puede establecer, en unas circunstancias fijadas, en las cuales está en juego el objeto. Cada función semiótica implica un acto de semiosis por un agente interpretante y constituye un *conocimiento*. Tratar conocimiento equivale a tratar significado, esto es, resultando una variedad de tipos de conocimientos en correspondencia con la diversidad de funciones semióticas que se pueden establecer entre las diversas entidades introducidas en el modelo.

Las entidades primarias en matemáticas pueden ser de tipo notacional, intensional o extensional y se presentan en la interacción del aula en forma ostensiva (que se puede mostrar a otro directamente, pública). Cada una de estas entidades puede jugar el papel de expresión o de contenido en

una función semiótica: "... vamos a esbozar un modelo teórico que incluye los siguientes tipos de entidades básicas:

Fenomenologías, considerando como tales las situaciones-problemas, aplicaciones, tareas, en general, las "entidades extensionales" que inducen actividades matemáticas,

Notaciones, esto es, todo tipo de representaciones materiales ostensivas usadas en la actividad matemática (términos, expresiones, símbolos, gráficas, tablas, diagramas, etc.), en general, "entidades notacionales",

Generalizaciones, ideas matemáticas, abstracciones (conceptos, proposiciones, procedimientos, teorías, esto es, "entidades intensionales") " (Godino y Recio, 1998, citado por Font, 2000).

Las Funciones Semióticas se expresan en la siguiente tabla:

	Ext	Int	Not
Ext	FS1	FS2	FS3
Int	FS4	FS5	FS6
Not	FS7	FS8	FS9

- **FS1** Esta función semiótica relaciona una entidad extensional con otra entidad extensional.
- **FS2** Esta función semiótica relaciona una entidad extensional con una entidad intensional.
- **FS3** Esta función semiótica relaciona una entidad extensional con un signo.
- **FS4** Esta función semiótica relaciona una entidad intensional con una entidad extensional.
- **FS5** Esta función semiótica relaciona una entidad intensional con otra entidad intensional.
- **FS6** Esta función semiótica relaciona una entidad intensional con un signo.
- **FS7** Esta función semiótica relaciona el signo con una entidad extensional.
- **FS8** Esta función semiótica relaciona el signo con una entidad intensional.
- **FS9** Esta función semiótica relaciona una notación con otra notación.

Una de las tesis centrales de los enfoques psicocognitivos de corte sociocultural, consiste en sostener que la acción cognitiva humana es siempre una acción mediada por alguna forma de herramienta o instrumento. Para el aprendizaje se deriva una consecuencia nodal: La naturaleza del conocimiento originado depende de la herramienta o instrumento (semiótico). La calculadora graficadora TI-92 Plus (y/o Voyage-200), herramienta semiótica (instrumento de mediación), sirve para estable-

cer la comunicación a través de sistemas de signos-la semiosis es fundamentalmente un acto comunicativo (Winslow, 2003)-, construir y estructurar el conocimiento matemático de los estudiantes, en la interrelación de representaciones visuales y analíticas-simbólicas-(Moreno,1999).

Las representaciones que suministra la herramienta semiótica (la TI-92 Plus y/o Voyage-200) son representaciones "ejecutables" , es decir, portadoras de simular acciones cognitivas con independencia del usuario, se comunica e interactúa con el estudiante y permite construir nuevos significados. El conocimiento que "vive" en la herramienta es un referente para el niño y la niña, en el proceso de socializar su conocimiento.

Los instrumentos mediadores suministran un amplio abanico de representaciones de objetos y relaciones matemáticas en diferentes registros y permiten establecer relaciones entre las diversas funciones semióticas.

Desarrollo de la actividad

El análisis que se hace del objeto continuidad, es la definición que aparece en los textos escolares de educación media y utilizaremos la calculadora graficadora TI - 92 Plus y/o voyage - 200 (también se podrá utilizar otro medio computacional).

1. Inicialmente se plantea la situación problema: " El pulso (en pulsaciones por minuto) de un deportista de alto rendimiento t minutos después que comienza a correr está dado por $P(t) = 56 - t + 2t^2$, donde $0 \leq t \leq 4$. ¿Cómo es la variación del pulso entre 2,5 y 3 minutos, y entre 3,5 y 3 minutos? "

Esta situación establece las siguientes funciones semióticas, **FS3**, **FS8**, **FS2**, **FS6**. Aquí se presenta un conflicto semiótico entre el modelo y la situación, la distinción de variables, reconocimientos de conceptos y signos.

2. Elaboración de una tabla de valores previo almacenamiento de la función.



F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	
←	Conf	Gráf	Cel	Encab	Calc	Util	Est
DAT	to	at	to+at	p(c3)	to-at	p(c5)	
	c1	c2	c3	c4	c5	c6	
1	3.	.5	3.5	77.	2.5	66.	
2		.25	3.25	73.88	2.75	68.38	
3		.125	3.125	72.41	2.875	69.66	
4		.0625	3.063	71.7	2.938	70.32	
5		.0313	3.031	71.35	2.969	70.66	
6		.0156	3.016	71.17	2.984	70.83	
7		.0078	3.008	71.09	2.992	70.91	

r2c1=

MAIN RAD APROX FUNC

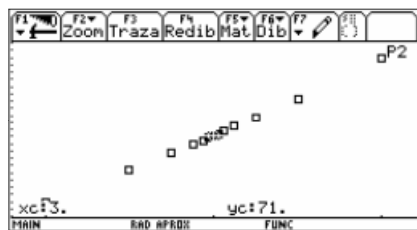
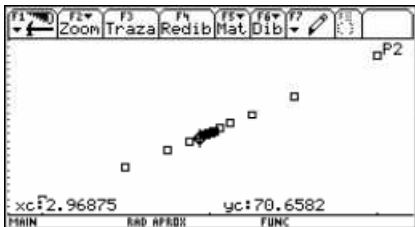
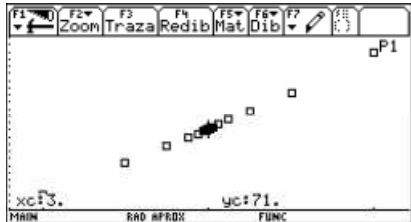
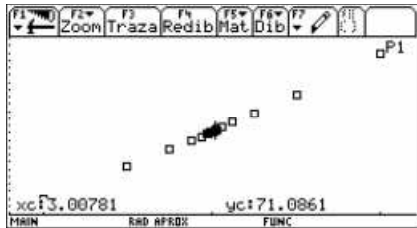
F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	
←	Conf	Gráf	Cel	Encab	Calc	Util	Est
DAT	to	at	to+at	p(c3)	to-at	p(c5)	
	c1	c2	c3	c4	c5	c6	
10		.001	3.001	71.01	2.999	70.99	
11		.0005	3.	71.013	3.	70.99	
12		.0002	3.	71.	3.	71.	
13		.0001	3.	71.	3.	71.	
14		6.e-5	3.	71.	3.	71.	
15		3.e-5	3.	71.	3.	71.	
16		2.e-5	3.	71.	3.	71.	

r13c1=

MAIN RAD APROX FUNC

En la elaboración de las tablas se establecen las funciones semióticas FS3, FS2 y FS8. En esta relación el estudiante visualiza variaciones, intervalos, convergencias o punto de acumulación.

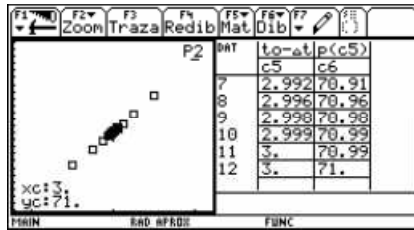
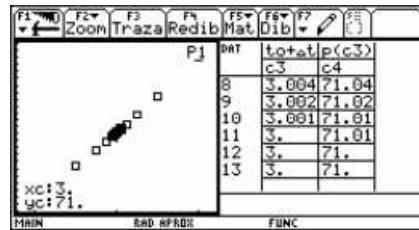
3. Se orienta la construcción de la gráfica:



En esta representación se analizan las funciones semióticas, FS8, FS3.

Los estudiantes tienen la posibilidad de afirmar la noción de puntos de acumulación, variaciones e intervalos

4. Análisis en pantalla dividida

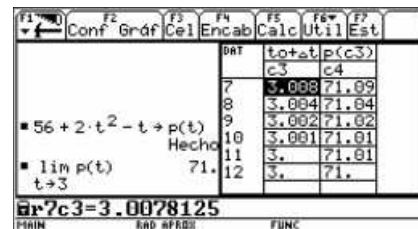
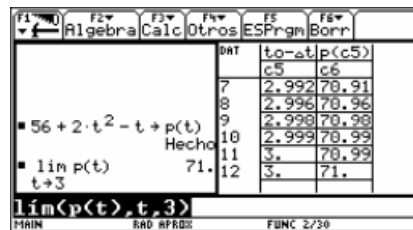


Esta situación presenta las funciones semióticas: FS8, FS9, se establece el límite funcional.

Los estudiantes pueden interpretar la expresión $\lim_{t \rightarrow 3} P(t)$

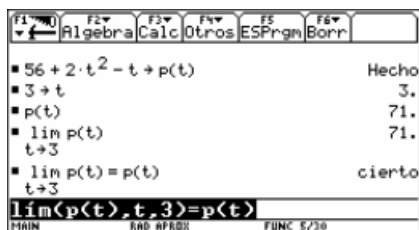
$$x \rightarrow a$$

5. Ampliando las relación anterior:



En estas representaciones se establecen las funciones semióticas: FS6, FS8, FS9

6. Cuando se propone:



Se establecen las funciones semióticas **FS8**, **FS9**, **FS3**, **FS5**.

Aquí se presenta el objeto **continuidad**, para superar el conflicto semiótico de entender la evaluación de la función y su límite, en un valor fijo.

Conclusiones

- La noción de función semiótica, la tipología de objetos matemáticos asociada y las dualidades cognitivas se usan para desarrollar una técnica analítica que permite determinar o caracterizar los significados que se ponen en juego en la actividad matemática y en los procesos de enseñanza y aprendizaje.
- Al aplicar la teoría de la función semiótica, en lo que respecta al análisis ontológico - semiótico del objeto **continuidad** en el marco de la actividad matemática y didáctica desarrollada por los sujetos participantes, permite la indagación sistemática de los contenidos de las funciones semióticas presentes en la actividad, a partir de la transcripción del proceso y de cada una de las partes en que se puede descomponer dicho objeto, para un interpretante potencial (análisis a

- priori). Se pueden confrontar con los significados institucionales en referencia, lo que permite formular hipótesis sobre conflictos semióticos.
- Las funciones semióticas son herramientas de tipo descriptivo que pueden ser útiles, ya que permiten describir con un lenguaje unificado muchos procesos que se han estudiado en el campo del pensamiento matemático.
- Las funciones semióticas y los instrumentos de mediación posibilitan la construcción del conocimiento en lo referente a la comprensión de los objetos matemáticos.

Referencias bibliográficas

- CONTRERAS, A, y FONT, V, (2002) ¿ Se aprende por medio de los cambios entre los sistemas de representación semiótica? XVIII Jornadas del SI - IDM, pp.1-23.
- DUVAL, R. (1999). Semiosis y pensamiento humano. Traducción al español a cargo de M. Vega, realizada en la U. del Valle, del original francés del mismo título publicado por P. Lang, Suiza en 1995.
- FONT, V. (2000), Representaciones ostensivas activadas en prácticas de justificación en instituciones escolares de enseñanza media, Departamento de Didáctica de las CCEE y la Matemática de la Universidad de Barcelona. International Newsletter on the teaching and learning of Mathematical proof. Pp. 1 - 22. (Font00.pdf)
- GODINO, J.D. (2003), Teoría de las Funciones Semióticas en Didáctica de las Matemáticas; Departamento de Didáctica de las Matemáticas de la Universidad de Granada, pp. 1 - 19., (Teoría fs.pdf)
- LUPIAÑEZ, J. L. & MORENO A., L.(1999). Tecnología y representaciones semióticas en el aprendizaje de las matemáticas. CINVESTAV, IPN, México.
- WINSLOW, CARL. (2003). Semiotics as an analytic tool for the didactics of mathematics.(NOMAD_ICME10.pdf)

Un problema de optimización mediado por la calculadora algebraica y graficadora

UNIVERSIDAD
POPULAR DEL CESAR

ÁLVARO DE JESÚS SOLANO SOLANO
GELIS MESTRE CARRILLO

Introducción

En el marco del proyecto "Incorporación de Nuevas Tecnologías al Currículo de Matemáticas de la Educación Media de Colombia", se han suscitado

una serie de actividades y situaciones problemas con el propósito de potenciar el desarrollo del pensamiento matemático de los alumnos en el nivel medio y en el universitario. En el caso del Departamento del Cesar, se han trabajado diversos problemas que conllevan al desarrollo del pensamiento variacional, sin descartar que en el proceso se utilicen los pensamientos geométrico, numérico, métrico y aleatorio.

Problema

Se construirá un cableado eléctrico desde una Central de energía hasta una estación eléctrica en una