

# Discutindo as Operações de Adição e Subtração com Futuros Professores dos Anos Iniciais

## Discussing Addition and Subtraction Operations with Elementary School Teachers

Maria Marta da Silva\*

 ORCID iD 0000-0003-3717-1439

Wellington Lima Cedro\*\*

 ORCID iD 0000-0002-3578-0743

### Resumo

O artigo discute parte dos dados de uma investigação realizada com professoras dos Anos Iniciais em formação. Dentre os objetivos formativos que possuíamos, destacamos que a finalidade deste é compreender como ocorreu a aprendizagem das operações de adição e subtração a partir da compreensão da estrutura interna do sistema de numeração, sendo por intermédio de atividades de ensino desenvolvidas com as quatorze licenciandas matriculadas na disciplina “Conteúdos e processos de ensino de Matemática”, do 4º período da licenciatura em Pedagogia da Universidade Estadual de Goiás – Campus Quirinópolis. Na busca por respostas de como aconteceu essa aprendizagem, foi organizado um experimento formativo, posto aqui como caminho metodológico da pesquisa. Nesse viés o experimento buscava criar situações para que a aprendizagem dessas operações se materializasse. O método de investigação escolhido foi o materialismo histórico dialético. Concernente a tais escolhas, a estrutura de análise é composta de unidade, episódio, cenas e flashes. Os resultados dão indícios de que as licenciandas compreenderam que os sistemas de numeração possuem uma lógica interna válida para todas as bases numéricas que os compõem e, a partir dessa conexão interna do sistema de numeração, é possível realizar as operações de adição e subtração como parte dessa operacionalização interna do sistema. Concluímos que as licenciandas se apropriaram da relação essencial dos sistemas de numeração, a formação de suas ordens e a gênese das operações de adição e subtração.

**Palavras-chave:** Formação de Professores dos Anos Iniciais. Sistema Numérico. Adição e Subtração. Experimento Formativo.

### Abstract

The article discusses part of the data of an investigation carried out with elementary school teachers. Among the formative objectives we had, we emphasize that the purpose of this study is to understand how the learning of addition and subtraction operations occurred from the apprehension of the internal structure of the numbering system through teaching tasks developed with the fourteen students attending the "Mathematics contents and teaching processes" subject of the 4th period of Pedagogy at Goiás State University - Quirinópolis Campus. In search for answers as how this learning happened, a formative experiment was organized, named here as research methodological path. In this bias, the experiment sought to create situations to make the learning of these

\* Doutora pela Universidade Federal de Goiás (UFG). Professora da Universidade Estadual de Goiás Campus Quirinópolis (UEG/Quirinópolis), Quirinópolis, Goiás, Brasil. Endereço para correspondência: Av. Jose Vicente de Paula, número 271, Sol Nascente, Quirinópolis, Goiás, Brasil, CEP: 75860-000. E-mail: profmariamarta@hotmail.com.

\*\* Doutor pela Universidade de São Paulo (USP). Professor da Universidade Federal de Goiás (UFG), Goiânia, Goiás, Brasil. Endereço para correspondência: Rua 222, número 467, apt. 2002, setor leste universitário, Goiânia, Goiás, Brasil, CEP: 74603-160. E-mail: wcedro@ufg.br.

operations feasible. The research method chosen was the dialectical and historical materialism one. Concerning such choices, we have a structure of analysis composed of unity, episode, scenes, and flashes. The results give us indications that the undergraduates understood that the numbering systems have an internal logic that is valid for all the numerical bases composing them, and that, from this internal connection of the numbering system on, it is possible to carry out the addition and subtraction operations, as part of this internal system operationalization. We concluded that the undergraduates have appropriated the essential relation of the numbering systems, the formation of their orders, and the genesis of addition and subtraction operations.

**Keywords:** Elementary School Teacher Education. Numbering System. Addition and Subtraction. Formative Experiment.

## 1 Introdução

A investigação que deu origem a esse artigo foi desenvolvida no contexto da formação de professores que ensinam Matemática nos Anos Iniciais, mais especificamente acerca do modo de organização do ensino da Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. A partir destas conjecturas foi elaborada uma proposta de organização dos conceitos matemáticos desenvolvida no âmbito da disciplina “Conteúdos e processos de ensino de Matemática”, ofertada no 4º período da Licenciatura de Pedagogia da Universidade Estadual de Goiás – Campus Quirinópolis. O desenvolvimento de tal disciplina tornou-se o contexto empírico do experimento formativo, sendo o mesmo sustentado no materialismo histórico dialético. Entretanto, para a construção desse trabalho fizemos um recorte na pesquisa, de modo que fosse dado destaque ao entendimento das operações de adição e subtração por meio da compreensão da estrutura interna do sistema de numeração. Ou seja, demos ênfase para a operacionalização do sistema de numeração, na especificidade da adição e da subtração.

Com essa proposta formativa, que possuía entre seus objetivos a aprendizagem de conceitos matemáticos, mediante a organização do ensino que privilegiasse os nexos internos existentes nos conceitos matemáticos ensinados nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, esse artigo tem como objetivo específico compreender como ocorreu a aprendizagem das operações de adição e subtração, a partir da compreensão da estrutura interna do sistema de numeração por intermédio de atividades de ensino desenvolvidas com as quatorze licenciandas em Pedagogia, em uma Instituição de Ensino Superior goiana.

Diante de tal contexto, acreditamos que as ações desenvolvidas de acordo com as bases materialistas histórico-dialéticas, como aqui propostas, é um dos encaminhamentos possíveis para o entendimento e necessária superação do atual modo de organização do ensino de Matemática nas Séries Iniciais, consoante pesquisadores como Madeira (2012), Souza (2013), Rosa, Damazio e Alves (2013), Rosa, Damazio e Crestani (2014), Sousa (2014) e outros. Os mesmos aconselham que o ensino de Matemática no Brasil, em especial nas Séries Iniciais do

Ensino Fundamental, no que tange à apreensão das operações de adição e subtração por meio da compreensão da estrutura interna do sistema de numeração deva contemplar a relação universal válida para todas as bases numéricas. Desse modo, há condições de superar as proposições que se limitam ao sistema de numeração decimal, por contemplar todas as bases, mas também dando conta dessa particularidade.

Para que se possa entender as ações que antecederam a elaboração desse artigo, inicialmente buscaremos compreender o objeto de pesquisa a partir da concepção teórica adotada para a mesma; depois será discutido o método e a metodologia escolhidos. Após, trataremos o desenvolvimento da estrutura de análise composta de unidade, episódio, cenas e flashes. Por fim, algumas considerações acerca da investigação realizada.

## **2 A problemática da pesquisa vista a partir de sua base teórica**

Inúmeras são as dificuldades apresentadas por professores dos Anos Iniciais e seus alunos durante o processo de aprendizagem dos conceitos matemáticos, inclusive aqueles considerados básicos, como, por exemplo, o sistema de numeração e as operações de adição e subtração. Tais problemas são decorrentes da falta de compreensão por parte de alunos e de seus professores da estrutura interna que organiza e sustenta tais conceitos (MOURA et. al., 2010; ROSA; DAMAZIO; ALVES, 2013; ROSA; DAMAZIO; CRESTANI, 2014). Na concepção de Rosa (2012), as proposições para o ensino de Matemática, nas Séries Iniciais, apresentadas em grande parte dos livros didáticos brasileiros, aproximam-se daquela denominada por Davydov (1982) de tradicional. Segundo esse autor, a principal finalidade do ensino escolar tradicional é “inculcar nas crianças generalizações e conceitos empíricos” (DAVYDOV, 1982, p. 14).

Conforme Davydov, o processo de generalização, no ensino tradicional, ocorre por meio da passagem, da descrição dos nexos externos do objeto para separá-los em uma classe comum. Neste movimento generalizador os alunos destacam algumas características que se repetem nos diferentes objetos e as separam das demais, que não se repetem.

Ao terminarem o processo de generalização, os alunos separam, nos objetos, as características variáveis das invariáveis e as abstraem, tal como ocorre atualmente na maioria das proposições brasileiras para o ensino de Matemática nas Séries Iniciais (ROSA; DAMAZIO; ALVES, 2013). “As características da abstração, generalização e conceito, desenvolvidas no ensino tradicional, coincidem rigorosamente com a descrição da lógica formal tradicional” (DAVYDOV, 1982, p. 45).

Mas, em que consistem a abstração, generalização e conceito, de acordo com os fundamentos da lógica formal tradicional? O termo generalização na lógica formal tradicional, segundo Davydov (1982), é utilizado para designar múltiplos aspectos do processo de apropriação dos conhecimentos pelos alunos. A generalização formal está conectada ao processo de abstração, pois o conhecimento do geral, fixado em um signo, resulta em algo abstrato.

O conceito, nesta mesma lógica, “é a forma na qual se refletem as características essenciais do objeto” (ROSENTAL, 1962, p. 233). Seu processo de formação está associado ao “simples descobrimento e separação de qualquer indício comum entre os mais diversos objetos” (KOPNIN, 1978, p. 155). De acordo com Rosa (2012), o processo de generalização empírica, continuamente repetido nos processos formativos dos professores dos Anos Iniciais, acaba por encaminhar esses professores (ao assumirem suas salas de aula) à busca e nomeação “por meio da palavra, de certo invariante entre a diversidade de objetos e suas propriedades [...], como também a identificação dos objetos na diversidade dada com a ajuda do invariante escolhido” (DAVYDOV, 1982, p. 13).

Essa lógica, conforme nossa proposição teórica (que é apenas uma das opções de compreensão do mundo ao nosso redor) não dá conta de representar, no pensamento, o movimento da realidade. Para tal captação, deve-se considerar a necessidade da lógica dialética. Isto porque, de acordo com essa opção teórica, as leis da lógica dialética são exatamente as que dirigem o movimento objetivo da realidade, transformadas em leis do pensamento, que a nós se apresentam por meio de conceitos de máxima generalidade. Então, por que temos a continuidade e predomínio dos fundamentos da lógica formal nas proposições brasileiras no que tange a formação de professores para os Anos Iniciais e para o ensino de conceitos matemáticos nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental?

De acordo com Mészáros (2008, p. 25), “os processos educacionais e os processos sociais mais abrangentes de reprodução estão intimamente ligados”. Isto significa que há uma conexão entre os processos formativos desses professores, a forma como está organizado o ensino de Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental e o atual modo de produção capitalista.

Tais reflexões podem ajudar na compreensão das razões que determinam o predomínio dos fundamentos da lógica formal na maioria das proposições brasileiras de ensino de Matemática e para o processo formativo de professores de Matemática das Séries Iniciais. Ou seja, é uma questão de coerência com o próprio modo de produção vigente. Esta questão torna-se ainda mais complexa, porque a reformulação significativa dos processos formativos de

professores para as Séries Iniciais do Ensino Fundamental e, posteriormente, a reorganização do ensino de Matemática nessas séries é inconcebível “sem a correspondente transformação do quadro social no qual as práticas educacionais da sociedade devem cumprir as suas vitais e historicamente importantes funções de mudança” (MÉSZÁROS, 2008, p. 25).

E agora? O que fazer? Simplesmente esperar uma transformação de tal realidade social? Não, afinal a educação escolar compõe-se como possibilidade de, no processo de luta pela transformação das condições alienadoras de nossa sociedade, as quais impedem a formação humano-genérica dos sujeitos, permitir a objetivação de um determinado projeto de sociabilidade. Não se pode aguardar inerte, mas sim movimentar pela pesquisa, afinal, de acordo com Kopylov (1978, p. 228) a “pesquisa autenticamente científica está imediatamente voltada para a procura de formas e ideias segundo as quais o mundo deve ser mudado”.

A pesquisa tinha como hipótese que as professoras em formação podiam desenvolver o pensamento teórico acerca das operações de adição e subtração por meio da apropriação da estrutura interna do sistema de numeração. Em outras palavras, almejava-se organizar e estruturar o ensino de conceitos matemáticos na disciplina que subsidiava o experimento formativo, de forma tal que beneficiasse a aprendizagem de conceitos científicos com potencial para o desenvolvimento do pensamento teórico.

Entretanto, o desenvolvimento do pensamento teórico não ocorre mediante generalizações empíricas. É imprescindível a revelação de “certa sujeição à lei, uma inter-relação necessária dos fenômenos particulares e singulares com a base geral de certa totalidade, descobrindo assim a lei de formação da unidade interna deste” (DAVIDOV, 1988, p. 152). Essa generalização não se alcança mediante a simples comparação dos traços de objetos isolados, o que é característico da generalização puramente indutiva, “mas por meio da análise da essência dos objetos e fenômenos estudados; sua essência define-se precisamente pela unidade interna de sua diversidade” (DAVIDOV, 1988, p. 152).

Buscamos, ancorados nessas proposições davidovianas, a lógica do conceito do sistema de numeração, a formação das diferentes ordens de medidas a partir dos agrupamentos, seus nexos internos – quantificação, medida e unidade de medida - e sua conseqüente interdependência no entendimento das operações de adição e subtração. Tal lógica reflete a sua história, porém sem repeti-la fielmente, mas refletindo-a. Afinal, historicamente, os agrupamentos eram realizados nas diferentes bases.

Assim, por que não propor um ensino do sistema de numeração que transite pela lógica comum das diversas bases numéricas particulares? Nesse entendimento, intencionalmente, mediou-se o processo de aprendizagem de conceitos matemáticos às professoras em formação,

criando condições para que alguns questionamentos surgissem: Como esse movimento se expressa na operacionalização do sistema de numeração decimal vigente? E ainda, como o sistema de numeração se expressa nas operações fundamentais de adição e subtração?

Ao encontro das possíveis respostas a essas questões, foram sendo criadas condições para que se apercebessem de que o movimento conceitual posto a elas, adotado na proposição de ensino das operações de adição e subtração, a partir do entendimento da estrutura interna do sistema de numeração, contemplava a unidade entre o lógico e o histórico. Para Rosental (1960, p. 330), “a unidade do lógico e do histórico se expressa, também, na complexa conexão dialética existente entre o universal, o particular e o singular”.

Neste sentido, e com a finalidade de interpretar com profundidade o movimento conceitual referente ao entendimento da estrutura interna do sistema de numeração e sua interconexão com as operações de adição e subtração, adotamos como método o materialismo histórico dialético e, como metodologia de pesquisa o experimento formativo. Tais opções se sustentam na ideia de Kosik (1995, p. 28) de que “não é possível compreender imediatamente a estrutura da coisa ou a coisa em si mediante a contemplação ou a mera reflexão, mas sim, mediante a uma determinada atividade” (p. 28).

Assim, a opção pelo desenvolvimento do experimento formativo com as professoras em formação passou necessariamente por uma atitude ativa do sujeito perante o objeto de conhecimento e, portanto, sugere uma dimensão prática da atividade. A seguir será mostrado como o experimento se organizou e se objetivou sustentado nas premissas do materialismo histórico dialético.

## **2.1 Método e metodologia: elementos delineadores da trajetória investigativa**

Fazer a escolha pelo materialismo histórico dialético como método de pesquisa pressupôs defender a visão de que escolher um método de conhecimento implica apoiar-se numa estrutura teórica que consente a interpretação do movimento entre os acontecimentos produzidos historicamente, a realidade objetiva e o desenvolvimento do pensamento. Assim, segundo Kopnin (1978, p. 91), o método é “um meio de obtenção de determinados resultados no conhecimento e na prática”.

De posse dessas perspectivas teóricas, buscamos explicações coerentes e lógicas para o fenômeno formativo docente que se delineava aos órgãos da nossa individualidade humana, fenômeno esse que é também da natureza e da sociedade. Nessas condições o materialismo histórico dialético convinha sobremaneira como método que permite a inclusão das leis

sociológicas caracterizantes da vida humana social. Sendo, portanto, imprescindível para a compreensão “do desenvolvimento e da explicitação dos fenômenos culturais partindo da atividade prática objetiva do homem histórico” (KOSIK, 1995, p. 39). Ou seja, se instituía adequadamente para apreender e reproduzir no pensamento o movimento do real, estando dessa forma intimamente ligado ao fenômeno e à sua gênese, que é revelada por ele.

Na busca pela compreensão da verdade acerca do fenômeno investigado, planejou-se e foi desenvolvido com elas um experimento formativo durante um semestre letivo (64h\ como carga horária semestral e 4 aulas semanais). Segundo Davydov e Markova (1987, p. 326), o experimento formativo “é uma estrutura de investigação do desenvolvimento da psique humana, que possui suas bases nos trabalhos de Vigotski”.

Vigotski (2003) considerava que, somente por intermédio da análise experimental, era possível revelar toda a essência do processo genético de desenvolvimento da psique humana e que esse tipo de investigação seria a “chave para a compreensão do processo pelo qual a formação do conceito se desenvolve na vida humana real” (VIGOTSKI, 2003, p. 86). Seria, então, a essência do experimento formativo expressada “[...] no estudo dos processos e novas formas da psique, no estudo das condições do surgimento das condições necessárias para que surjam” (DAVYDOV; MARKOVA, 1987, p. 326).

Na busca por conhecer e compreender o fenômeno que ali se desenrolava, todo o desenvolvimento do experimento formativo foi registrado de forma audiovisual. Tais gravações foram transcritas na íntegra e se tornaram nosso universo de dados da pesquisa que, posteriormente, seriam analisados para que alcançássemos o objetivo da pesquisa como um todo e, também, desse artigo.

Para facilitar a compreensão da estrutura e desenvolvimento do experimento formativo, foi elaborada a seguir a decomposição – para fins didáticos - do mesmo em seus momentos no Quadro 1. Didático, porque o mesmo não aconteceu nesses momentos estanques e delineados, sendo a todo tempo sustentados pela premissa do movimento, onde tudo é determinado por elementos contraditórios convivendo numa totalidade estruturada.

<b>1º Momento Princípio da apropriação teórica</b>	<b>2º Momento Desenvolvimento pela pesquisadora de atividades de ensino</b>	<b>3º Momento Desenvolvimento pelas licenciandas de atividades de ensino</b>	<b>4º Momento O movimento de análise e síntese</b>
Destinado ao entendimento de qual seria a base teórica que subsidiaria as atividades de ensino desenvolvidas tanto pela pesquisadora, quanto pelas professoras em formação. Pretendíamos ofertar-lhes meios	1- O sistema de numeração de acordo com nossa proposição teórica. 2 – A estrutura interna e a operacionalização do sistema de numeração. 3 – Operacionalização do	1- O sistema de numeração de acordo com a proposição teórica ofertada a elas. 2 – A estrutura interna e a operacionalização do sistema de numeração. 3 – Operacionalização do	Ocasão destinada para que as licenciandas socializassem as situações vivenciadas no experimento formativo. Queríamos, dessa maneira, apreender o trajeto

cognitivos de compreender e transformar a realidade objetiva a qual pertenciam: tanto a formação inicial, quanto a realidade escolar da qual fariam parte no futuro. Portanto, nas primeiras aulas e no decorrer do experimento fizemos estudos que sustentaram nossas escolhas teórico-metodológicas.	sistema de numeração na reta numérica. 4 - Operações com números compostos por dois e três algarismos: o algoritmo da adição e subtração. 5 - Adição e Subtração por reagrupamento ou com vários reagrupamentos ou transformações.	sistema de numeração na reta numérica. 4 - Operações com números compostos por dois e três algarismos: o algoritmo da adição e subtração. 5 - Adição e Subtração por reagrupamento ou com vários reagrupamentos ou transformações.	percorrido por elas. Momento usado como forma de evidenciar a apropriação singular das operações de adição e subtração, a partir da análise e síntese das ações desenvolvidas ao longo do experimento formativo.
--	--	--	--

**Quadro 1-** Momentos do Experimento Formativo.

Fonte: Os autores (2019).

Como observável no Quadro 1, o experimento formativo foi organizado e desenvolvido de acordo com os pressupostos teóricos que o alicerçavam, entretanto, era preciso uma estrutura analítica em que o fenômeno estudado fosse apresentado ao leitor de tal forma que ele o apreendesse em sua totalidade. Para tanto, são imprescindíveis aproximações sucessivas e cada vez mais abrangentes, pois isso o tornara acessível. Dessa forma, é possível detectar as exterioridades das coisas, incluindo os aspectos da omnilateralidade, fenômeno no qual o homem não desenvolve potencialidades humanas inatas, mas as cria, como produto e produtor das várias determinações sociais.

Essa composição para a análise pretende gradativamente apreender o movimento de compreensão das operações de adição e subtração e de suas interconexas relações com o sistema de numeração no próprio devir do experimento. Tais peculiaridades serão evidenciadas na unidade de análise, seu episódio, suas cenas e inúmeros flashes, como exposto a seguir.

### 3 Análise dos dados

Como destaca Araújo (2003, p. 5), o “método de exposição só é possível depois de um longo percurso de investigação, que exige trabalho analítico rigoroso”. Além disso, em coerência com o materialismo histórico dialético, a exposição não se limita à simples descrição, mas contempla a explicação. Trata-se da análise explicativa em detrimento da descritiva. Como resultado da análise explicativa, alcança-se a verdadeira concreticidade do fenômeno.

Nessa trajetória, definimos, a partir dos dados obtidos na forma de gravação audiovisual de todos os momentos do experimento formativo realizado com as professoras em formação, uma unidade que seria, conforme Vigotski (2001, p. 19), “[...] uma parte viva e indivisível da totalidade”.

Dessa unidade, selecionamos um episódio de ensino que pode ser entendido como ações reveladoras do processo de formação (MOURA et. al., 2010). De tal modo, para melhor compreensão do fenômeno que ali se constituía, o episódio de ensino foi dividido em duas cenas, uma vez que somente uma cena não seria suficiente para evidenciar o movimento de apropriação formativa das licenciandas. Estas se compuseram, na visão de Moura et. al. (2010), em momentos nos quais os sujeitos confirmam indicativos de apropriação do movimento formativo instituído.

Dessas cenas, destacaram-se os flashes que seriam “os indícios da transformação do pensamento do sujeito” (autores, 2015, p. 61). Os flashes encontrados nas cenas não seriam somente uma mera definição dos sinais, mas sim uma tentativa de encontrar na sua trama, não somente a existência, mas também a natureza do processo de significação dos sujeitos envolvidos. Nesse movimento processual de expor o desenvolvimento e entendimento do fenômeno, estruturou-se a análise abaixo.

Unidade de análise – A inter-relação entre as operações de adição e subtração e a estrutura interna do sistema de numeração	
Episódio: Sinais de superação das condições pré-estabelecidas para a compreensão das operações de adição e subtração	
<b>Cena 1</b> Apreendendo a estrutura interna do sistema de numeração	<b>Cena 2</b> O entendimento da interface existente entre a base numérica do sistema e a operacionalização da adição e subtração

**Quadro 2** - Estrutura da análise de dados.

Fonte: Elaborado pelos autores (2019).

Nessa unidade de análise, buscamos o entendimento pelas professoras em formação de que o aceite da estrutura geral do sistema de numeração decimal, isto é, a sua generalização, acarreta sua compreensão como caso particular de qualquer sistema numérico, conduzindo assim à possibilidade de ação arbitrária nesse e em qualquer sistema. “O critério de tomada de consciência reside na possibilidade de passagem para qualquer outro sistema, pois isto significa generalização do sistema decimal” (VIGOTSKI, 2000, p. 373).

Com o episódio selecionado, foram buscados indicativos de superação das condições pré-existent de entendimento para as operações de adição e subtração, a partir do desenvolvimento de atividades de ensino de acordo com a proposta teórica. Tais atividades de ensino procuravam o ensino da operacionalização do sistema de numeração, na especificidade dos conceitos de adição e subtração. Tais atividades foram previamente selecionadas para que representassem o movimento conceitual da operacionalização do sistema de numeração. O intuito era desenvolver atividades que fugissem do padrão ‘siga modelos’, mas que procedessem com independência e, ao mesmo tempo, interconexão capaz de revelar modelos

genéricos. Portanto, de acordo com os princípios dessa proposição, o objetivo do ensino é desenvolver conceitos, e não apenas o saber prático e imediato. Atividades de ensino desse norte podem “permitir superar o postulado do caráter imediato, típico das tendências mecanicistas” (DAVIDOV, 1988, p. 16).

As duas cenas escolhidas para esse episódio possuem como particularidade comum o fato de representarem ações coletivas que demonstram o caminho percorrido pelas professoras em formação. O intuito desvelado nesse processo é o entendimento de que não seria possível apreender o conceito de adição e subtração sem a compreensão da lógica interna do sistema de numeração, pois o entendimento do funcionamento dos sistemas de numeração é basilar na apreensão dos algoritmos das operações básicas. Na sequência, contempla-se o desenrolar da primeira cena no Quadro 3.

Título da Cena: Apreendendo a estrutura interna do sistema de numeração

Esta cena é parte do segundo momento do experimento formativo, quando a pesquisadora desenvolvia com as professoras em formação atividades concernentes ao entendimento da estrutura interna dos sistemas de numeração. A mesma se objetivou na segunda ação do segundo momento. Possui como cenário as discussões das licenciandas acerca do desenvolvimento da SDA na forma de História Virtual<sup>1</sup>, onde elas eram colocadas defronte a situações-problema que teriam que resolver na forma de ajuda aos personagens da referida história.

**Transcrições da Cena 1**

- 1 – MM - *Então meninas, agora teremos que ajudar o Tígal a entender como se organiza o ‘Sistema de Numeração Chacaloni’<sup>2</sup> para que assim possa ter condições de controlar seu rebanho. Acredito que, agora que estão de posse dos pergaminhos que contêm esse sistema de numeração, ficará mais fácil identificarem como está sendo feita sua operacionalização.*
- 2 – Amarela<sup>3</sup> – *Estava pensando, já fizemos a relação do rebanho do Tígal com figura tipo pauzinhos e bolinhas, depois juntamos essa contagem em símbolos que valem mais que uma unidade, mas ainda assim está muito difícil para ver a solução de controle do rebanho do Tígal.*
- 3 – Verde – *Temos que aprender a usar o Sistema de Numeração Chacaloni, mas primeiro temos que entender o segredo, para depois usar, eu acho né.*
- 4 – Pink – *O segredo não, os segredos.*
- 5 – Azul – *Acho que se chama anexos dos sistemas. Vimos isso nos textos que estudamos.*
- 6 – Negra – *Não são anexos. São nexos.*
- 7 – Vermelha – *Já descobrimos que serve para contar e organizar essa contagem.*
- 8 – Verdinha – *É, mas também deve servir para medir o lugar onde Tígal quer pôr os animais.*
- 9 – Lilás – *Mas, enquanto não definimos, que medida vamos usar? Não adianta nada só medir. Porque aí vai dar 3, 5, 8 mais 3, 5, 8 o quê?*
- 10 – Negra – *Mesmo quando contamos e arrumamos um a um, depois dois a dois, e três a três, essas qualidades aí que vocês falaram estavam lá. Então eu acho que no Sistema Chacaloni tem as mesmas coisas. É, mas quando chegarmos no nosso sistema, no decimal, vamos ter uma surpresa.*
- 11 – Branca - *Eu já percebi. Já entendi. Deve ser isso que ela queria que nós enxergássemos, que essas estruturas internas servem para todos, por isso não começamos com o sistema decimal como fazem com todas as crianças das séries que iremos dar aula.*
- 12 – Amarela – *Na verdade nós aprendemos assim e, hoje, ensinamos a elas do mesmo jeito: como se o sistema de numeração decimal fosse único, o modelo, e dele partem os outros. Outros não, né, gente, porque vamos ser sinceras, nem sabíamos que existiam outros, que o nosso é só um caso particular de montes que já existiram e*

<sup>1</sup> São situações-problema colocadas por personagens que envolvem a criança no ato de produzir a solução do problema que faz parte do contexto da história (MOURA et al, 2010).

<sup>2</sup> O ‘Sistema de Numeração Chacaloni’ faz parte da história virtual contada a elas e foi a situação desencadeadora de aprendizagem que as conduziu à apropriação dos nexos internos de um sistema de numeração. Tal história virtual possui como título ‘O Desafio de Tígal’ (autores, 2017).

<sup>3</sup> Cada professora em formação adotou como codinome uma cor. A pesquisadora optou por usar as letras (MM).

*muito menos ainda que ele é algo menor, um modelo menor, que existe acima dele uma lógica bem maior que o organiza e todos os outros.*

13 – Vermelha – *Está bom... Está bom... Disso já sabemos. Vimos nas aulas anteriores.*

14 - Roxa – *Deixa-as falar. Que mania de interromper quando as outras falam. Você fala horrores e não falamos nada, ficamos caladas e ouvimos.*

15 – Amarela – *Gente, para! O foco da aula não é esse.*

16 – Vermelha - *Ok. Desculpas e vamos lá.*

17 – Branca – *O importante agora é não perder a oportunidade e aprender o jeito certo de ensinar esses conceitos, até porque chega das crianças aprenderem errado ou pelas metades.*

18 – Azulona - *Não quero que cheguem até aqui como eu sem saber nem como funciona o próprio sistema de numeração, que fiquem a vida toda fazendo listas de exercícios iguais, sem saber o porquê das coisas, somando e diminuindo sem entender o porquê de ser daquelas transformações.*

**Quadro 3** - Localização e cenário de efetivação da Primeira Cena

Fonte: Elaborado pelos autores (2019).

Em consonância com as opções teóricas, é possível ratificar que o ensino do sistema de numeração decimal deve ser revelado a partir de diversos sistemas particulares, como o sistema ternário, quaternário ou quinário, dentre outros. Inicialmente, tal revelação deve ocorrer por meio de bases numéricas menores e de modo aleatório apresentar outras bases. Isso porque as bases menores possibilitam as devidas transformações de forma mais simples durante a ação objetual. Dessa forma, a introdução do sistema pode ser realizada a partir do elo que inter-relaciona a lógica das diferentes bases numéricas, ou seja, a partir da formação das diferentes ordens de medidas, por meio dos agrupamentos. Observem os flashes que trazem os indícios dessa compreensão pelas professoras em formação: (Flash 9 – Lilás, Cena 1); (Flash 10 – Negra, Cena 1); (Flash 11 – Branca, Cena 1).

Estes flashes permitem entender a gênese de *um* sistema de numeração, isto é, qual é a essência desse sistema, as características que o compõe, já que os signos numéricos não podem ser tomados soltos; é preciso que se estabeleça uma relação com os demais conceitos. “Nessa organização o objetivo é que o indivíduo compreenda os conceitos essenciais de um sistema de numeração” (ROSA; MORAES; CEDRO, 2010, p. 152). Na mesma direção o movimento de compreensão tem sua continuidade nos seguintes flashes: (Flash 7 – Vermelha, Cena 1); (Flash 8 – Verdinha, Cena 1); (Flash 9 – Lilás, Cena 1).

As características invariantes constituem o conteúdo do conceito, já os flashes nos indicam que o movimento proposto nesse momento do experimento formativo pretendia estabelecer o conteúdo do conceito de sistema de numeração. Ou seja, desejava-se indicar os indícios substanciais imagináveis no mesmo, constituindo assim uma operação lógica que transcendesse o que já estava posto acerca de tal conceito. Isso se chama definição e o intuito era justamente que as professoras em formação construíssem a definição do que seria e para que realmente serviria *um* sistema de numeração e não *o* sistema de numeração decimal vigente.

Para trilhar o caminho de criação de um conceito científico universal é necessário separar, abstrair dos atributos próprios, dos fenômenos singulares e deixar só as características comuns a toda uma classe de fenômenos. Nos flashes 7, 8 e 9 há a compreensão, por parte delas, de que neste procedimento de generalização o geral se contrapõe ao singular e aos vários fenômenos singulares. Tanto no geral, quanto no particular, separa-se e estuda-se cada um por si, por isso elas conheceram variados sistemas de numeração antes que fosse introduzido o sistema de numeração decimal. “Deste modo, semelhante divisão e estudo por separado das características é importante, é indispensável para diferenciar uns objetos de outros, as características particulares do geral” (ROSENTAL, 1962, p. 237).

Entretanto, a realidade vivenciada por elas no experimento formativo não é o que comumente se presencia nas salas de aula das Séries Iniciais do Ensino Fundamental. Branca destaca sobremaneira essa questão em: (Flash 11 – Branca, Cena 1).

De acordo com Vigotski (2000, p. 373), a “criança aprende a atuar no plano do sistema decimal antes de tomar consciência dele, porque ela não domina o sistema, mas é tolhida por ele”. O flash de Branca está em consonância com a discussão de que as crianças nas Séries Iniciais não vivenciam essa forma de organização do ensino do sistema de numeração vigente, mas ao contrário convivem com um movimento de ensino de conceitos matemáticos que consiste na passagem do sensorial ao abstrato, conforme confirma Amarela em: (Flash 12 – Amarela, Cena 1).

Amarela se refere às generalizações empíricas nas quais os estudantes “seguem o esquema de baixo para cima e frequentemente não garantem o movimento de cima para baixo, a passagem do geral para o particular” (DAVYDOV, 1982, p. 29). Esse processo de generalização, característico do ensino tradicional, está relacionado à percepção, representação e conceito. Assim, a generalização empírica ocorre no plano da percepção direta, das representações em nível de conceitos empíricos.

Como se percebe no flash de Azulona, as professoras em formação procuram não mais por uma organização qualquer do ensino do sistema de numeração, querem uma Matemática que não seja concebida como uma ciência neutra, reduzida a um conjunto de técnicas, regras e algoritmos, em que o aluno deve realizar uma série de exercícios conforme o modelo sugerido. Espaço em que a ênfase incide no fazer em detrimento de outros aspectos importantes, como compreender, refletir, analisar, justificar e provar: (Flash 18 – Azulona, Cena 1).

Essa busca tornou-se ainda mais intensa no desenrolar do experimento formativo e tendeu a se emoldurar mais efetivamente à medida que as licenciandas demonstraram apropriações das relações existentes entre a operacionalização do sistema de numeração

decimal e as operações de adição e subtração.

No decorrer da próxima cena, percebem-se, por intermédio dos *flashes*, indícios dos momentos em que elas, diante da compreensão da interconexão da base numérica do sistema no processo de operacionalização das operações de adição e subtração, vão se apropriando desses importantes conceitos numéricos comumente ensinados exclusivamente como uma sequência de regras que devem ser memorizadas e repetidas mecanicamente ao longo da vida.

Título da Cena: O entendimento da interface existente entre a base numérica do sistema e a operacionalização da adição e subtração

Esta cena é parte do terceiro momento do experimento formativo, quando as licenciandas desenvolveram em grupos atividades que tinham como objetivo permitir que a pesquisadora apreendesse o nível de desenvolvimento das mesmas em relação à compreensão dos conceitos matemáticos estudados. A mesma se objetivou na quarta ação do terceiro momento. Possui como cenário as discussões das professoras em formação durante a ida dos grupos à frente da sala (na lousa) para resolverem coletivamente algumas atividades.

#### **Transcrições da Cena 2**

- 1 – Roxa – *Quero que vocês prestem muita atenção nessa atividade que estou fazendo aqui na reta numérica para que entendam mesmo depois.*
- 2 – Lilás – *Tira-me uma dúvida: Isso que você está fazendo nessa reta numérica pode ser feito com qualquer reta?*
- 3 – Marrom – *Acho que ela está querendo dizer se você pode fazer essas operações desse jeito com qualquer base?*
- 4 – Cinza – *Com qualquer sistema?*
- 5 – Azul – *Se muda a base, muda o sistema, mas não acho que mude o jeito de fazer pelo tipo que a professora e ela estão explicando. Não muda, né?*
- 6 – Azulona – *Calma gente, perguntam tudo de uma vez, aí ela não vai dar conta de responder, e não vamos entender.*
- 7 – Roxa – *Calma. Lembram que primeiro medimos as grandezas? Por isso tinham coisas diferentes para medir nas atividades delas. Umavam inteiras, outras não. Têm tipos de grandezas, a professora explicou nas aulas. E também vários tipos de representa-las. Então, agora estamos representando na reta numérica e então agora vamos somar e subtrair essas grandezas aqui na reta agora.*
- 8 – Verde – *E cada reta tem valores diferentes para seus intervalos, de acordo com a base do sistema.*
- 9 – Pink – *Oh lembram dos pergaminhos do 'Sistema de Numeração Chacaloni', então vamos representá-lo aqui na reta numérica. Vejam que nele os intervalos valem cinco, porque sua base é cinco.*
- 10 – Marrom – *Mas o sistema que usamos é o decimal. Vejam sua reta numérica. Nele os intervalos valem dez.*
- 11 – Verdinha – *Por isso, agrupamos de dez em dez, subimos 'um' que não é um é dez ao somar, e retiramos 'um' ao subtrair e ele se transforma em dez.*
- 12 – Lilás – *Se fizermos tudo isso no 'Sistema Chacaloni' valerá cinco, nossa que bacana, mas mesmo assim o jeito de fazer adição e subtração é o mesmo para qualquer sistema. O jeito é um só. A continha tem tudo a ver com a reta numérica do sistema, a continha tem tudo a ver com o sistema em que ela está, só que ninguém mostra isso para as crianças, nem para nós que seremos professores.*
- 13 – Amarela – *Acho que é isso que a professora estava querendo o tempo todo que nós entendêssemos, só que sem contar para a gente. Tipo ohhh! É assim! Ela foi deixando a gente entender por nossa conta, no nosso tempo.*
- 14 – Verde – *O que fazemos no nosso sistema funciona nos outros também, mas o nosso é somente um tipo de sistema.*
- 15 – Pink – *É sim, porque na verdade existe um modelo geral, que funciona para todos.*
- 16 – Azulona – *E o nosso é só um desses, mas que obedece a essa maneira única de organizar os sistemas, como se tivesse uma lei maior e comum que serve para todos.*
- 17 – Roxa – *Ahhh! tá. Sei. Então a maneira como fazemos as somas e subtrações tem tudo a ver com a maneira que o sistema tá organizado.*
- 18 – Azul – *Sem compreender direito como esse jeito único de organizar os sistemas funciona, não entendemos direito os porquês de existirem na hora de ensinar adição e subtração.*
- 19 – Negra – *E aí não damos conta de responder para as crianças, porque nem nós sabemos, ou melhor, sabíamos né.*
- 20 – Branca – *E aí quando é a subtração de reservas, tipo a que o outro grupo vai apresentar hoje ainda, que*

*a gente diz o pedir emprestado, eles pedem emprestado, mas depois não contam mais com aquele número, onde eles erram muito. Porque tá errado. Não sabem na verdade o que estão fazendo. Só agora entendi o porquê tirava um e levava dez.*

21 – Marrom - *E aí a gente tem que colocar bem na cabeça deles que aquilo é assim e pronto, é o método de trabalhar as continhas de menos com reserva. Sem relação nenhuma com o sistema de numeração.*

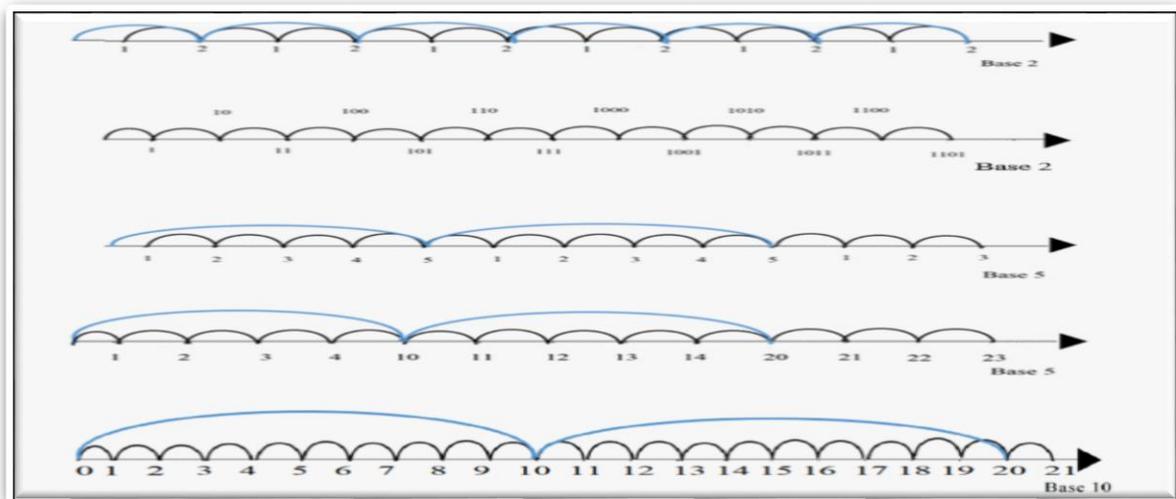
22 – Branca - *Jamais imaginei que para compreender o sistema de numeração que usamos hoje precisava na verdade entender outros sistemas e como as necessidades dos que inventaram também.*

23 – Verdinha – *É que conhecer o nosso sistema de numeração decimal não é o suficiente para o ensino desse conteúdo, quando fomos professoras lá de verdade, sozinhas na sala de aula. Porque temos mesmo é que entender como funciona 'um' sistema de numeração, no geral e daí ensinar o nosso.*

**Quadro 4-** Localização e cenário de efetivação da Segunda Cena

Fonte: Elaborado pelos autores (2019).

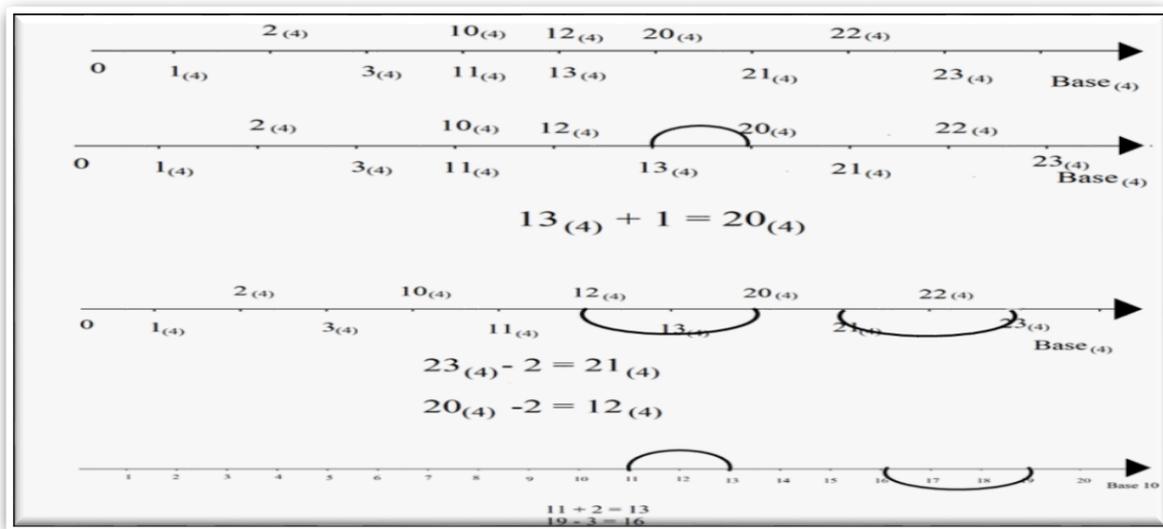
Durante o experimento formativo as licenciandas operacionalizaram o sistema de numeração na reta numérica e tiveram condições teórico-práticas de concluir que os sistemas de numeração podem ser compostos por várias bases numéricas e estas são determinadas pela quantidade que compõe cada agrupamento representado nas retas numéricas a elas ofertadas, que ora possuíam dois, quatro, cinco ou dez unidades, sendo que cada novo agrupamento formava uma nova ordem (Figura 1).



**Figura 1** - Representação de diferentes bases numéricas na reta numérica e a demonstração da relação entre o agrupamentos e ordens.

Fonte: Elaborado pelos autores (2019).

Foram, então, sendo criadas condições para que as professoras em formação apreendessem a interconexão existente entre *qualquer* base numérica de um sistema de numeração *qualquer* e o processo de operacionalização das operações de adição e subtração (Figura 2).



**Figura 2** - Representação de diferentes bases numéricas na reta numérica e a demonstração da relação entre o agrupamentos e ordens.

Fonte: Elaborado pelos autores (2019).

Desta feita, no universal está implícita a riqueza do singular e do particular no sentido de que, “aprendendo as leis, ele está refletindo, nessa ou naquela medida, todos os casos particulares de manifestação do singular” (KOPNIN, 1978, p. 108). Assim, sem compreender a dialética do universal e do singular nas categorias é impraticável a descoberta da gênese e relação desta com o conceito. Os flashes que corroboram a discussão aqui levantada são: (Flash 14 – Verde, Cena 2); (Flash 15 – Pink, Cena 2).

No intuito de que as licenciandas entendessem a operacionalização do sistema de numeração decimal e sua conexão com as especificidades das operações de adição e subtração, optou-se por conduzi-las intencionalmente a procedimentos que tivessem como resultado o processo de medição de grandezas discretas e\ou contínuas representadas aritmeticamente, algebricamente ou geometricamente (Flash 7 – Roxa, Cena 2) e (Flash 16 – Azulona, Cena 2).

Nesse viés o universal novamente se faz presente “como essência aparece na forma de lei” (DAVIDOV, 1988, p. 147). As licenciandas dão sinais de compreenderem a existência de uma unidade de nexos e relações essenciais, expressas por meio do modelo da relação geneticamente inicial de todo sistema. Está implícita nos flashes a ideia de universal como unidade interna dos traços, atributos e distinções singulares. O universal “determina o surgimento e o desenvolvimento de outros fenômenos particulares e singulares dentro de determinado todo” (DAVIDOV, 1988, p. 144). Desse modo, a vinculação entre essência universal e sua demonstração singular é mediatizada pela particularidade.

Ainda, no desenrolar da apresentação das atividades de ensino que elas desenvolviam coletivamente e fazia parte do terceiro momento do experimento formativo, houve sinais de que

partiriam do pressuposto que a unidade entre o lógico e o histórico e a conexão dialética entre o universal-singular determinam, juntamente com outros aspectos, o movimento conceitual que, na verdade, deveria ser desenvolvido nas aulas de Matemática das Séries Iniciais. Os flashes denunciam essa compreensão (Flash 22 – Branca, Cena 2) e (Flash 23 – Verdinha, Cena 2).

Reiteramos, assim, que a forma de organização do ensino de Matemática para os Anos Iniciais aqui proposta contempla o desenvolvimento de sistemas numéricos vistos como sistemas conceituais inter-relacionados com sua fragmentação, vista aqui como as operações de adição e subtração, para que, desse modo, os elementos sejam revelados, *pelos* alunos e não *para* eles, desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental (ROSA; DAMAZIO; ALVES, 2013).

Assim sendo, o desenvolvimento dessas operações, desde o primeiro ano escolar, deve contemplar a ação objetual, o modelo universal da relação parte-todo, a operacionalização na reta numérica, mas nos limites do sistema de numeração decimal e, somente depois, chegar ao algoritmo. Esse caminho, confirmam os flashes (Flash 18 – Azul, Cena 2), (Flash 19 – Negra, Cena 2), (Flash 20 – Branca, Cena 2) e (Flash 21 – Marrom, Cena 2).

A superação de tais questões evidenciadas nos últimos flashes exige que um dos caminhos é iniciar as ideias da adição e da subtração com quantidades razoavelmente pequenas, tendo como ponto de partida o experimento objetual referente às grandezas discretas e contínuas (ROSA; DAMAZIO; ALVES, 2013), para que, dessa forma, o aluno tenha condições teórico-práticas de *enxergar* relações entre o sistema de numeração e as operações que realiza. É possível perceber a continuidade de tais entendimentos nos flashes: (Flash 10 – Marrom, Cena 2), (Flash 11 – Verdinha, Cena 2), (Flash 9 – Lilás, Cena 2) e (Flash 17 – Roxa, Cena 2).

No decorrer da cena é visível que as atividades planejadas para que as licenciandas desenvolvessem em sala de forma compartilhada, eram atividades referentes à operacionalização do sistema de numeração que não mais contemplassem somente a ação objetual. Por conseguinte, “compreende a transformação em nova qualidade” (KOPNIN, 1978, p. 209). Em razão disso, a formação dos conceitos de adição e subtração ocorre a partir “da separação da relação fundamento e o estudo de suas propriedades à identificação das possíveis consequências [...]” (DAVIDOV, 1988, p. 211).

Fica evidente que a cena se desenrola no objetivo de estabelecer que a relação fundamental das operações da adição e subtração consiste no contínuo desenvolvimento da relação essencial do sistema de numeração. Nesse sentido, a relação parte-todo e a formação das diferentes ordens constituem a essência do algoritmo das operações aqui destacadas. Notemos como isso se destaca nos seguintes flashes: (Flash 1 – Roxa, Cena 2), (Flash 2 – Lilás, Cena 2), (Flash 3 – Marrom, Cena 2) e (Flash 4 – Cinza, Cena 2).

Ao propor que, nesse dia, as professoras em formação explicassem na lousa atividades que envolvessem a reta numérica, o entendimento que estava implícito era que a reta numérica representava o lugar geométrico dos infinitos números reais. Por conseguinte, a reta possibilita a inter-relação entre as operações de adição e subtração na forma de acréscimo e decréscimo de unidades, por meio de deslocamentos para a direita e para a esquerda. Nesse caminho percebe-se que as ideias de adição e subtração vão se fazendo parte da constituição do próprio sistema de numeração para as professoras em formação.

#### 4 Conclusões

Acerca da formação de futuros professores que ensinam Matemática nos Anos Iniciais o presente artigo auxilia na tomada de consciência da necessidade e possibilidade de repensar, a partir da relação essencial revelada no presente estudo, os conteúdos e métodos de ensino referentes às diversas operacionalizações do sistema de numeração. Dessa forma, esse trabalho possibilita compreender que esses professores devem vivenciar, em seus processos formativos, atividades que evidenciem a essência das operações de adição e subtração, ou seja, precisam vê-las como constituídas por agrupamentos e reagrupamentos das ordens, determinadas pelo valor da base numérica e isso enriquece a lógica do sistema de numeração, justamente porque abarca seu desenvolvimento.

Tais questões sinalizam que a apropriação da lógica interna das operações de adição e subtração como premissa para a operacionalização do sistema de numeração existe em movimento processual, revelando o entendimento de suas diferentes formas de desenvolvimento, assim como a manifestação da interface entre as operações de adição e subtração e o sistema de numeração se materializando na circulação eminentemente contraditória de desenvolvimento do experimento formativo.

Assim, almejava-se que o experimento formativo as conduzisse ao entendimento conjunto e relativo do desenvolvimento dessa interconexão para que, a partir dela, houvesse condições de descobrir a composição significativa da realidade com a qual se deparavam. Pelo experimento, foram oferecidas aos futuros professores condições objetivas para que pudessem transformar-se em produtores da organização do ensino de Matemática das Séries Iniciais do Ensino Fundamental e, dessa forma, poderiam extrair novas condições de si próprias, tais como ampliar seu conhecimento no desenvolvimento das atividades de ensino ofertadas a eles, criar novas representações, novos modos de relações, exigências e outra linguagem teórico-metodológica para o ensino de sistemas de numeração e as operações de adição e subtração

nessas Séries Iniciais.

Diante dessas necessidades e da realidade sobre a formação de futuros professores que ensinam Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental no Brasil (ROSA, 2012), a novidade de nossa proposta está no fato de não apenas ter se alicerçado na percepção das características externas do objeto (as operações de adição e subtração aqui compreendidas como objeto), de não somente se preocupar em atingir o objeto em sua dimensão empírica (HOBOLD, 2014).

Entretanto, trouxemos de original um processo formativo para esses professores a fim de lhes possibilitar que inculcassem generalizações e conceitos teóricos, e não apenas empíricos acerca das citadas operações e suas interdependências com o sistema de numeração (DAVYDOV, 1982). A inovação no que se apresentou está baseada como uma sugestão de superação do modo de organização do ensino das operações de adição e subtração com vistas ao desenvolvimento do pensamento teórico (DAVIDOV, 1988) com professoras que ensinarão Matemática nas Séries Iniciais.

Tal novidade aqui se materializou na realização de atividades intencionalmente preparadas para esse determinado fim, para que assim desenvolvessem, nos sujeitos, capacidades distintas das efetuadas pela sua inserção nas experiências formativas que já temos postas para essas professoras (ROSA; DAMÁZIO; ALVES, 2013). Portanto, acreditamos que a proposição formativa pode contribuir para a formação de futuros professores que ensinam Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental no Brasil.

O objetivo primordial foi compreender como ocorreu a aprendizagem das operações de adição e subtração, a partir da inclusão da estrutura interna do sistema de numeração por intermédio de atividades de ensino desenvolvidas por um grupo de licenciandas em Pedagogia, de uma Instituição de Ensino Superior pública, do Estado de Goiás.

De acordo com as proposições teóricas adotadas, foi possível apreender que parte das licenciandas se apropriou da ideia de que o sistema de numeração é desenvolvido a partir da lógica interna das diferentes bases numéricas e de que o sistema decimal é uma particularidade dos sistemas de numeração. Tal entendimento teórico acerca do sistema decimal acarreta na sua compreensão como caso particular de qualquer sistema numérico. Esse critério de assunção reside na “possibilidade de passagem para qualquer outro sistema, pois isto significa generalização do sistema decimal, formação de um conceito geral sobre os sistemas de cálculo” (VIGOTSKI, 2000, p. 373).

Assim, os flashes analisados e o registro dos esquemas dos números e operações na reta feitos pelas professoras em formação (Figuras 1 e 2) ressaltam os elementos de compreensão

atingidos por elas em relação aos conceitos matemáticos trabalhados. São dessa forma, o concreto ponto de chegada das atividades referentes ao sistema de numeração. Deste modo, os esquemas das ordens - e suas mudanças - e a reta, consistem no ponto de chegada do entendimento do sistema de numeração, assim como o ponto de partida para as operações de adição e subtração.

No caminho de ascensão são determinadas as transformações dos conceitos, ou seja, os conceitos abstratos se tornam concretos e os concretos se transformam em abstratos. O conceito de adição e subtração formado no curso da reprodução do sistema de numeração é concreto em relação ao anterior. Dessa forma, conforme o pensamento vai prosseguindo estabelece conceitos ainda mais concretos, em que o antecedente se transforma em conceito abstrato em relação ao novo, mais concreto. Portanto, se “o concreto é a unidade de múltiplos fenômenos, é natural que, ao conhecer a multiplicidade das propriedades das coisas, os próprios conceitos relacionados a eles se tornarão mais concretos” (ROSENTAL, 1962, p. 326).

Diante dessa perspectiva teórica há que se destacar indícios de apropriação da aprendizagem por parte das professoras em formação da relação essencial do sistema de numeração, a formação de suas ordens e a gênese das operações de adição e subtração, ou seja, sua ordem interna correlata com as citadas operações e a relevância de ações desse norte para a formação de professores para os Anos Iniciais de maneira que evitem o ensino escolar tradicional. Nessa fuga buscamos organizar o processo formativo tal como sucedeu no desenvolvimento histórico do conhecimento, que vai se “aprofundando no processo que parte do fenômeno, dos aspectos externos que saltam aos olhos, para a essência, os nexos e relações internas das coisas” (ROSENTAL, 1960, p. 355). Afinal, o conceito não pode ser apresentado pronto aos sujeitos, mas em desenvolvimento, em um processo que conduza à diversidade das manifestações e à revelação das interconexões na relação do singular com o universal como algo concreto (DAVYDOV, 1982).

## Referências

- ARAÚJO, E. S. **Da Formação e do Formar-se:** a atividade de aprendizagem docente em uma escola pública. 289 f. Tese (Doutorado em Educação) Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, 2003.
- DAVIDOV, V. **La Enseñanza Escolar y el Desarrollo Psíquico.** Moscú: Editorial Progreso, 1988.
- DAVYDOV, V. **Tipos de Generalización en la Enseñanza.** Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1982.

DAVYDOV, V. V.; MARKOVA, A. K. La concepción de la actividad de estudio en los escolares. In: SHUARE, M. **La Psicología Evolutiva en la URSS: Antología**. Moscú: Editorial Progreso, 1987. p. 156-178.

HOBOLD, E. S. F. **Proposições para o Ensino da Tabuada com Base nas Lógicas Formal e Dialética**. 214f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade do Sul de Santa Catarina, Tubarão, 2014.

KOPNIN, P. V. **A Dialética como Lógica e Teoria do Conhecimento**. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 1978.

KOSIK, K. **Dialética do Concreto**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1995.

MADEIRA, S. C. **“Prática”**: uma leitura Histórico-Crítica e proposições davydovianas para o conceito de multiplicação. 245f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade do Extremo Sul Catarinense, Criciúma, 2012.

MÉSZÁROS, I. **A Educação para Além do Capital**. 2 ed. São Paulo: Boitempo, 2008.

MOURA, M. O. et. al. A atividade orientadora de ensino como unidade entre ensino e aprendizagem. In: MOURA, M. O. (Org.). **A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural**. Brasília: Liber Livro, 2010. p. 45-62.

ROSA, J. E. **Proposições de Davydov para o Ensino de Matemática no Primeiro Ano Escolar**: inter-relações dos sistemas de sistema de significações numéricas. 244f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2012.

ROSA, J. E.; DAMAZIO, A.; ALVES, E. S. B. Adição e Subtração em Davydov. **Boletim GEPEN**, Rio de Janeiro, n. 63, p. 61 - 75, Jul./Dez. 2013.

ROSA, J. E.; DAMAZIO, A.; CRESTANI, S. Os conceitos de divisão e multiplicação nas proposições de ensino elaboradas por Davydov e seus colaboradores. **Educação Matemática Pesquisa** (Online), São Paulo, v. 16, p. 167 - 187, 2014.

ROSA, J. E.; MORAES, S. P. G.; CEDRO, W. L. A Atividade de Ensino e o Desenvolvimento do Pensamento Teórico em Matemática. **Ciênc. Educ.** Bauru, v 16, n. 2, p. 427-445, 2010.

ROSENAL, M. M. O histórico e o lógico. In: ROSENAL, M. M.; STRAKS, G. M. **Categorías del Materialismo Dialéctico**. México: Grijalbo. 1960. p. 324-357.

ROSENAL, M. M. **Principios de Lógica Dialéctica**. Montevideo: Ediciones Pueblos Unidos, 1962.

SILVA, M. M.; CEDRO, W. L. Estágio Supervisionado e Planejamento Compartilhado: Possibilidades da Organização do Ensino de Professores de Matemática em Formação. **Educação Matemática Pesquisa**. São Paulo, v.17, n.2, p.190-215, 2015.

\_\_\_\_\_. **Formação do professor de Matemática: a aprendizagem da atividade pedagógica no PIBID**. Curitiba: CRV, 2017.

SOUSA, V. G. de. **Realidade e Possibilidades da Prática Docente em Matemática nos Anos Iniciais**: um estudo mediado pelas proposições davydovianas. 278f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal do Piauí, Teresina, 2014.



SOUZA, M. B. **O Ensino do Conceito de Número**: objetivações nas proposições davydovianas e formalista moderna. 239f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade do Extremo Sul Catarinense, Criciúma, 2013.

VIGOTSKI, L. S. **Obras Escogidas II**. Historia del desarrollo de las funciones psíquicas superiores, Espanha: Visor, 2003.

VIGOTSKI, L. S. **Obras Escogidas III**. problemas de Psicologia Geral. Madrid: Visor, 2001.

VIGOTSKI, L. S. **A Formação Social da Mente**. São Paulo: Martins Fontes, 2000.

**Submetido em 04 de Abril de 2018.**  
**Aprovado em 12 de Dezembro de 2018.**