vés de diferentes fases (*v.g.,* percepción, comparación, medición, estimación). En especial, sabemos que en el proceso de construcción de la magnitud, la percepción juega un papel fundamental y nos sorprende encontrar, que no todos los ángulos que usamos son perceptibles por los sentidos; piénsese, por ejemplo, en el ángulo de visión o en la ubicación de un punto sobre la esfera terrestre.

Por otra parte, en lo que respecta a la medida, nos preguntamos en asuntos tales como la imposibilidad de construir un transportador en grados, y nos cuestiona el hecho de que la suma entre ángulos posea un carácter clausurativo dependiendo del concepto de ángulo que se ponga en juego.

Nos preguntamos también, acerca del hecho de que en una misma teoría matemática no baste una sola definición, de tal manera que por ejemplo en un texto como *Los Elementos* de Euclides, se haga referencia a dos definiciones diferentes para el ángulo en un mismo libro.

Este estudio inicial nos ha permitido reconocer limitaciones frente a las posibilidades para introducir la idea de ángulo, por lo que la realización de este taller pretenderá que los docentes reflexionen y asignen significado desde su experiencia personal, a los hallazgos que hemos tenido, con el fin de revivir en ellos experiencias que los hagan cuestionar sobre la problemática de la enseñanza de objetos matemáticos, que como el ángulo, parecieran asumir un carácter trivial.

Para el desarrollo del taller se propondrán para la primera sesión actividades que abordan algunas de las problemáticas descritas y su discusión se realizará en la segunda sesión.

Referencia Bibliográfica

FREUDENTHAL, H. (1983) *Didactical phenomenology of mathematical structures*. Dordrecht Kluwer Academic Publishers.

Desarrollo del pensamiento métrico en la educación Básica Secundaria

JESÚS MARÍA GUTIÉRREZ MESA
MARÍA DENIS VANEGAS VASCO
UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

¿Por qué pensamiento métrico?

La medida de las magnitudes en el contexto escolar, requiere de una reflexión sobre las relaciones entre las matemáticas y la realidad; la cual no parece tenerse en cuenta por muchos docentes de matemáticas, pues generalmente los estudiantes se ven sometidos a procesos de medición con instrumentos refinados y complejos, más aún se ven en tareas de conversión de unidades, sin haberse acercado conceptualmente a las magnitudes y su medida y sin darse cuenta de la necesidad misma de medir.

El presente artículo, el cual resume el trabajo de investigación realizado durante dos años, como tesis de maestría (Docencia de las Matemáticas, Universidad de Antioquia); pretende identificar los elementos teóricos y metodológicos de carácter didáctico, y en relación con la medida de magnitudes, que contribuyen al desarrollo de procesos de enseñanza y de aprendizaje coherentes con los lineamientos curriculares los estándares básicos de matemáticas, vigentes en el país.

En un contexto histórico

Inicialmente, se hace necesario dar una mirada a la historia de las matemáticas para identificar allí las concepciones que el hombre, directa o indirectamente elaboró de los conceptos más primitivos de las matemáticas, como el de las magnitudes y sus mediciones, para analizar obstáculos epistemológicas que, o bien, potenciaron la construcción de otros conceptos matemáticos, o por el contrario, impidieron su desarrollo.

> Un obstáculo epistemológico está constituido por aquellos conocimientos que deben su solidez al hecho de funcionar bien bajo ciertos dominios de la actividad pero que se muestran insuficientes y conducen a contradicciones cuando se los aplica con otros contextos, (Brousseau, citado por De la Torre).

Una contribución importante de los griegos al desarrollo del conocimiento matemático lo constituyó su teoría de la medida de magnitudes continuas, les permitió profundizar en muchos otros temas de las matemáticas y de las ciencias, a la vez que superar serios problemas originados quizás por el descubrimiento de los inconmensurables de un lado, la imposibilidad para aceptar el infinito actual, pero fundamentalmente, la dificultad de no tener una teoría del continuo numérico.

La ausencia de argumentos a favor de un continuo numérico obligó a los matemáticos griegos a pensar un continuo físico, sugerido por las magnitudes geométricas; siendo Eudoxo quien introduce la idea de magnitud continua; no se trataba de un número, sino de entidades geométricas (longitud, área, volumen, etc.) las cuales eran continuas, contrariamente a los números que eran discretos

Este tratamiento teórico de las magnitudes y de sus medidas, permitió, por una parte un refinamiento de la teoría de las proporciones en primer lugar y de las razones en segundo lugar. Además permitió superar la crisis generada por el descubrimiento de los irracionales, dejando las bases para la teoría moderna de los números reales.

En un contexto matemático

Magnitud. Regularmente designamos como una magnitud a una cualidad o atributo de una serie de objetos que puede variar en forma cuantitativa y continua o en forma cuantitativa y discreta; en el primer caso se habla de magnitudes continuas como son la longitud, el peso y el tiempo etc. En el segundo caso hablaremos de magnitudes discretas como son las colecciones de objetos.

Algebraicamente se define la magnitud como un *semigrupo conmutativo y ordenado, formado por clases de equivalencia que son sus cantidades:* dado un conjunto M, no vacío, se constituye en una magnitud, si en él puede definirse una relación de equivalencia (=) y una operación interna suma (+); con las condiciones, es reflexiva, simétrica y transitiva, para la relación de equivalencia, y asociativa, conmutativa y modulativa para la operación interna (+).

Si en el conjunto M se ha definido la relación de equivalencia y la operación (+) con las condiciones para cada una, decimos, que "los elementos de M, definen, una magnitud" (Luengo, 1990, p 48), entendiendo ésta, por la cualidad común que hace que los elementos a, b, c, de M sean igualables.

Hasta aquí podemos afirmar que (M,+) es un semigrupo conmutativo con elemento neutro.

Cantidad de magnitud. Con el término "cantidad de magnitud" nos referimos a aquello que tienen en común todos los elementos iguales entre sí, y todos los objetos que tienen la misma cantidad de magnitud forman una clase de equivalencia. Las cantidades de magnitud se pueden comparar entre sí; es decir, que en los elementos de M puede definirse una relación de orden, esto es, dados los elementos de M, al compararlos bajo la relación $\leq$, se da la ley de tricotomía con las propiedades: Reflexiva, antisimétrica, transitiva.

Quedan definidas las magnitudes desde el punto de vista algebraico como "un semigrupo conmutativo con elemento neutro totalmente ordenado".

*Medida***.** Si dada una cantidad de magnitud "a" cualquiera que pertenece a M y definida una unidad "**e**" que pertenece a M, entonces $\exists r \in R / \forall a \in M, a = r.e$, Decimos que "r" es la medida de "a" con respecto a la unidad ($m_e a$) = r

Se puede definir la "unidad de medida **e**" como ese elemento que pertenece a M, tal que multiplicado por el $r \in R^+$ adecuado, puede expresar cualquier cantidad de magnitud, o de otra forma, "cualquier cantidad de magnitud puede ser expresada como el producto de un $r \in R^+$ por una cantidad fija llamada unidad de medida " (Luengo, 1990, p 58).

En un contexto didáctico

Se adopta la ingeniería didáctica como metodología para esta investigación por su doble función: "ella llega a significar tanto unas producciones para la enseñanza, basadas en resultados de investigaciones que han utilizado metodologías externas a la clase, como una metodología de investigación específica" (Artigue, 1995).

La ingeniería didáctica como metodología de investigación está basada en:

- Un esquema de las realizaciones didácticas en clase, es decir, sobre la concepción, realización, observación y análisis de secuencias de enseñanza.
- El registro en el cual se ubica y las formas de validación a las que está asociada: El registro, por medio de los estudios de caso, y la validación es interna, basada en la confrontación entre el análisis a priori y el análisis a posteriori.

Las realizaciones didácticas propiamente dichas, se apoyan en las situaciones didácticas:

> "Una situación didáctica es un conjunto de relaciones establecidas explícitas y/o implícitamente entre un alumno o grupo de alumnos, un sistema educativo y un medio" (Grecia Gálvez).

Referencias Bibliográficas

ARTIGUE, M. *Ingeniería didáctica;* pp 33-59. En: ARTIGUE, M. et al. Ingeniería didáctica en educación matemática. México: una empresa docente e Iberoamericana, 1995.

DE LA TORRE, A. *Anotaciones a una lectura de Arquímedes*, U. de A., Medellín, 1993.

__________. *La modelización del espacio y del tiempo*. Universidad de Antioquia, Medellín, 2003.

HEATH, Thomas L. *The thirteen books of Euclid's Elements*. Dover publications, N. Y. 1993.

LUENGO, G, Ricardo y Otros, GRUPO BETA, Pr*oporcionalidad Geométrica y Semejanza*, Matemática: cultura y aprendizaje, Nº 14, Síntesis, Madrid 1990.

MEN, Colombia, *Estándares Básicos de Matemáticas*, Santafé de Bogotá, Mayo, 2003

MEN, COLOMBIA, *Lineamientos Curriculares Matemáticas*, Magisterio, Bogotá, 1998. 129p.