

## Algunas situaciones de aprendizaje para el desarrollo del proceso matemático de medir

UNIVERSIDAD  
PEDAGÓGICA  
NACIONAL

CARLOS JULIO LUQUE ARIAS  
LYDA CONSTANZA MORA M.  
JOHANA ANDREA TORRES DÍAZ

### Referentes teóricos

Con el ánimo de construir una propuesta curricular, alrededor de los números reales positivos unidos con el cero, para desarrollar en el espacio académico Sistemas Numéricos, dispuesto, inicialmente, en el segundo semestre del Proyecto Curricular de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional, decidimos basarnos en la Ingeniería Didáctica como metodología de investigación propia de la Educación Matemática. Tal metodología se fundamenta teóricamente en tres aspectos:

- La conceptualización de la Didáctica de las Matemáticas como un campo teórico e investigativo cuyo objeto de estudio son las relaciones entre el saber matemático, profesor, estudiante y el medio (sistema didáctico),
- La teoría de la transposición didáctica propuesta por Chevallard (1991) y,
- La teoría de situaciones didácticas enunciada por Brousseau (1983),

que permiten caracterizarla

*“... por un esquema experimental basado en las “realizaciones didácticas” en clase, es decir, sobre la concepción, realización, observación y análisis de secuencias de enseñanza...y, en comparación con otros tipos de investigación basados en la experimentación en clase, por el registro en el cual se ubica y por las formas de validación a las que está asociada” (Artigue, 1998)*

La Ingeniería Didáctica se desarrolla en cuatro fases a saber:

- Fase I: Análisis preliminar.
- Fase II: Concepción y análisis a priori.
- Fase III: Experimentación.
- Fase IV: Análisis a posteriori y validación

En la fase II de la investigación se definen las situaciones de aprendizaje a desarrollar con los estudiantes, estando éstas asociadas a las situaciones didácticas, como se establece en la siguiente nota:

*“Una situación didáctica es el conjunto de relaciones establecidas explícita e/o implícitamente entre el alumno o un grupo de alumnos, un cierto medio –que comprende instrumentos y objetos- y el profesor con el fin de hacer que los alumnos se apropien de un*

*saber constituido o en vías de constitución” (Brousseau, 1986, citado por Centeno, 1988), “La situación didáctica es la atmósfera –elaborada por el maestro- en la que respiran cada una de las situaciones de aprendizaje que debe protagonizar el alumno” (Centeno, 1988)*

Las situaciones de aprendizaje constan de los siguientes aspectos:

- La devolución de la regla de juego.
- La devolución del problema.
- La devolución de la decisión.
- Las acciones del alumno.
- Las formulaciones del alumno.
- Las pruebas o justificaciones del alumno.
- La institucionalización elaborada por el profesor.

### Resumen

Presentamos algunas situaciones de aprendizaje que los profesores de la línea de álgebra del Departamento de Matemáticas de la Universidad Pedagógica desarrollamos con los estudiantes de tercer semestre de la Licenciatura en Matemáticas, en el espacio académico Sistemas Numéricos, con el propósito de incrementar la creatividad en matemáticas de los futuros profesores; entendida ésta, como la proposición y demostración de teoremas en el aula de clase. La propuesta está basada en un proyecto de investigación desarrollado en la Universidad y titulado: “Actividades para el desarrollo del pensamiento lógico: el proceso matemático de medir”

A continuación se describen brevemente tres de las situaciones de aprendizaje seleccionadas en la investigación, las cuales llevaremos a cabo con los asistentes a este taller. La selección de dichas situaciones obedeció a que consideramos que ellas permiten evidenciar los puntos álgidos de la evolución del concepto de número real y muestran algunos de los procesos fundamentales inmersos en la actividad matemática de medir.

#### Situación 1: Medir físicamente vs. medir matemáticamente

Consiste en discutir el significado del proceso de medir, tanto física como matemáticamente, incluyendo el cómo medir, hasta llegar a la consolidación de un sistema de números para representar medidas

#### Situación 2: De las fracciones continuas infinitas a los números irracionales

Consiste en el estudio de fracciones continuas infinitas para, a partir de ellas, obtener algunos ejemplos de números irracionales: *los números*

*irracionales cuadráticos*. Se busca trabajar con una representación poco usual de los números irracionales cuadráticos que permita elaborar conjeturas en relación con el comportamiento de algunas fracciones continuas infinitas y proponer maneras de operar con este tipo de expresiones. Se usa el software Derive para encontrar algunas aproximaciones al número que representan ciertas fracciones continuas, para lo cual se sugiere encontrar algunas reductas y registrar los valores encontrados en una tabla.

### Situación 3: Números construibles

Recurriendo a la Geometría de Euclides y a la interpretación de Descartes, ampliamos el conjunto de números haciendo construcciones con regla y compás, con lo cual construimos números naturales, racionales e irracionales cuadráticos; pero, aparecen nuevos números irracionales no considerados hasta el momento y además, vienen con una manera natural de operarlos. Se invita a los participantes a construir con regla y compás algunos números y, a elaborar conjeturas respecto a la razón de la imposibilidad de construir algunos de ellos.

### Referencias Bibliográficas

ARTIGUE, M. (1989) *Ingeniería Didáctica*. En: Ingeniería Didáctica en Educación Matemática. Ed. Gómez, Pedro. Una em-

presa docente. Universidad de los Andes. pp.33-59.

BOYER, C. (1986) *Historia de la Matemática*. Editorial Alianza Universidad. Madrid.

CENTENO, J. (1988) *Números decimales, ¿por qué? ¿para qué?* Editorial Síntesis. España.

CASTRO, I. (2003) Razonamiento griego con regla y compás. Pontificia Universidad Javeriana

CHAMORRO, C. y BELMONTE, J. (1994) *El problema de la medida: Didáctica de las magnitudes lineales*. Ed. Síntesis. Madrid.

FARIAS, E. et al (1999). "Números reais: Concepções dos licenciandos e formação matemática na licenciatura". En Rev. Zetetiké. Vol. 7. N° 12. CEMPEM. Brasil

KLIN, M. (1992) *El pensamiento matemático de la antigüedad a nuestros días*. Alianza Editorial. Madrid.

LLINARES, S. (1995) *Conocimiento profesional del profesor de matemáticas: Conocimiento, creencias y contexto en relación a la noción de función* En memorias VI Encontro de Investigaçao Matemática. Portugal.

LUQUE, C. et al. (2001) *Una aproximación a los números racionales positivos*. Universidad Pedagógica Nacional. Bogotá.

\_\_\_\_\_, (2004) *El proceso matemático de clasificar*. Universidad Pedagógica Nacional. Bogotá.

\_\_\_\_\_, (2004) *Una construcción de los números reales positivos..* Universidad Pedagógica Nacional. Bogotá.

RIGO, M. (1994) *Elementos históricos y sicogenéticos en la construcción del continuo matemático*. En Rev. Educación Matemática. Vol 6. No.1-2. Agosto.

ROMERO, I. (1997) *La introducción del número real en enseñanza secundaria: una experiencia de investigación acción*. Colección Mathema. Ed. Comares. Granada España.

\_\_\_\_\_, (1996). "La introducción del número real en la enseñanza secundaria". En Rev. Epsilon. Vol. 12. N° 34.

\_\_\_\_\_, RICO, L. (1999). "Representación y comprensión del número real. Una experiencia didáctica en secundaria". En Rev. EMA. Vol. 4. N° 2.

SÁNCHEZ, C. (1997) *La Construcción de los números reales*. XIV Coloquio Distrital de Matemáticas y Estadística, UPN, Bogotá.

## Reflexiones didácticas sobre la construcción de la magnitud amplitud angular

UNIVERSIDAD  
PEDAGÓGICA  
NACIONAL

EDGAR ALBERTO G. SUÁREZ<sup>1</sup>  
SANDRA ROCIO S. MENJURA<sup>2</sup>

En la mayoría de los documentos que dan cuenta sobre el tratamiento didáctico de las magnitudes lineales, encontramos que, para el proceso de constitución de la magnitud y la medida, se presenta una propuesta metodológica de carácter general. Proceso que es ejemplificado en su gran mayoría para magnitudes como la longitud o el área, pero que es dejado de manera incipiente, para magnitudes como la amplitud angular, entre otras.

Si bien reconocemos que en la escuela difícilmente se implementan estas propuestas y se reflexiona

sobre ellas, resulta importante dar una mirada sobre la viabilidad de este proceso en lo que tiene que ver con el concepto específico de la magnitud amplitud angular. Es por esto, que a partir del proyecto de Maestría que recién inicia<sup>3</sup> —y que asume como objeto de estudio al ángulo en su aspecto geométrico y métrico— proponemos el desarrollo de un taller a través del cual demos a conocer algunos avances y hallazgos frente a tan escurridizo y complejo concepto, que a nuestro parecer cobran relevancia, especialmente cuando se aborda su enseñanza. Como lo afirma Freudenthal (1983), parece ser, que las dificultades aparecen para las personas, cuando intentan explicar el concepto a otros.

Nos preocupa entonces, ya no la problemática general del concepto de magnitud y medida sino la construcción de la magnitud amplitud angular a tra-

<sup>1</sup> Profesor del Departamento de Matemáticas de la U. P. N.

<sup>2</sup> Estudiante de la Maestría en Docencia de la Matemática de la U. P. N.

<sup>3</sup> El currículo propuesto en textos escolares del concepto de la amplitud angular y su medida.