

COMO É QUE É DE VERDADE? O JOGO LIVRE DOS CONCEITOS EM UMA CLASSE DE 7ª SÉRIE

Walderez Soares Melão

“... todos os nossos pensamentos têm a natureza do jogo livre dos conceitos; a justificativa desse jogo está no grau de compreensão das sensações que podemos alcançar com a sua ajuda. O conceito de “verdade” não pode ainda ser aplicado a essa estrutura; (...) esse conceito só é aplicável quando temos à mão um acordo (...) que abrange os elementos e as regras do jogo.”

Albert Einstein (1982, p.17)

Resumo

Este relato tem o objetivo de mostrar como foi feita, em uma classe de 7ª série, a instalação de um ambiente inspirado no livro *Pruebas e refutaciones – La lógica del descubrimiento matemático* de Imre Lakatos e relatar as discussões ocorridas durante o trabalho de produzir uma definição de polígono para posterior estudo das diagonais. A pretensão é também mostrar como pode ser fascinante e produtivo o trabalho com a matemática feito desse modo. O assunto tratado nas aulas deste relato não admite a aplicação da heurística da descoberta de Lakatos (GARNICA, 1996) pois não parece cabível falar de ‘descobrir’ conceitos. A relação com o pensamento lakatosiano faz-se pela via do relativismo dos conceitos matemáticos, bem como pela discussão a respeito do rigor matemático.

Palavras-chave: Educação matemática - polígonos - definições

É o primeiro dia de aula depois das férias de inverno. Um frio ardido às sete e meia da ma-

nhã, apesar do céu sem nuvens, e um resto de geada nos cantinhos do pátio contrastam com o ambiente caloroso de reencontro.

Na sétima série a primeira aula é de matemática. São vinte e sete alunos e alunas. Uma parte é antiga na escola mas cerca de um terço deles veio para cá neste ano. Esta classe está habituada a argumentar no âmbito da justificação – os debates são frequentes e boa parte da turma envolve-se neles. Aproveitando essa disposição da classe, o meu intento como professora é instalar um ambiente que permita a descoberta, a dúvida, a construção e desconstrução de verdades – no plural pois múltiplas, além de provisórias. Havia conversado com a classe antes das férias dizendo o que pretendia. A conversa incluiu uma reflexão sobre o que pode ocasionar o movimento nas ciências, ou seja, sobre os motivos de não estarmos como na idade da pedra ou de não vivermos hoje como na idade média. A conclusão do grupo foi que

a humanidade vai encontrando “defeitos” nas teorias e invenções e procurando outras melhores para ficar no lugar delas. Concluíram também que se alguém não tivesse dito ou inventado uma coisa, que hoje nos parece simples demais ou até meio boba, não haveria o que refutar. Dito em outras palavras, alguém tem que começar a inventar para que outros possam pensar a respeito e aceitar, ou achar os “defeitos” e fazer algo que sirva melhor às necessidades do momento. Ficou expresso então no contrato do grupo que esse procedimento seria adotado para o trabalho com a matemática. Combinamos também que no retorno seria iniciado o estudo das diagonais de polígonos. Depois de alguns minutos de conversa sobre o frio e as férias, começamos.

Profª: Vocês estão lembrados do que combinamos estudar agora?

João: Era de geometria, eu acho...

Fernanda: Diagonais de poliedros? Não! De polígonos.

João: *E qual é a diferença?*

Mariana: *É que poliedro tem volume e polígono não tem.*

A classe está organizada em pequenos grupos. Esta conversa transcorreu em um dos grupos e foi levada para a classe.

Prof^a: *Pessoal, o João está perguntando qual é a diferença entre poliedro e polígono... A Mariana acha que tem relação com o volume.*

A classe fica agitada e falam todos ao mesmo tempo. O contrato de trabalho que está vigorando na classe prevê que cada um tenha espaço para falar e ser ouvido e que é necessária uma certa organização para que isso aconteça.

Mag: *Ei, pessoal! Assim não dá!!*

Essa chamada para a ordem disseminou-se rapidamente e a classe voltou aos poucos à calma.

Mag: *Tem que erguer a mão, né... se quiser falar.*

Rafael: *Isso que a Mariana falou, eu concordo porque polígono não tem 3D e daí não tem grossura...espessura... e poliedro tem, que é pirâmide, cubo...*

Em face do assentimento geral, prosseguimos.

Prof^a: *Nós havíamos combinado começar o semestre estudando as diagonais dos polígonos, certo? E o que é polígono, então?*

João: *É uma figura que tem só ângulos retos.*

Protesto generalizado na classe. Todos já haviam alguma vez tratado desse assunto e sabiam que não era assim.

Mariana: *Então só temos quadrados e retângulos?*

João: *Como assim?*

Rafael: *É... Se só pode ter ângulo reto... não pode ser triângulo, trapézio... Qual figura tem só ângulo reto?*

Neste ponto eu poderia ter perguntado ao Rafael se triângulos e trapézios deveriam ser considerados como polígonos, mas achei que isso poderia precipitar alguns raciocínios e inibir a discussão.

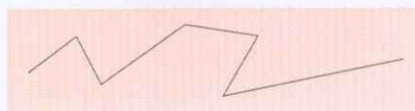
João: *Foi mal...*

Mag: *Eu aprendi na outra escola: é uma figura formada por linha poligonal.*

Fernanda: *Linha o quê? O que é isso?*

Mag: *É uma linha assim (mostra com o indicador riscando o ar, uma linha toda quebrada).*

Rafael: *(vai ao quadro de giz e desenha) Assim?*



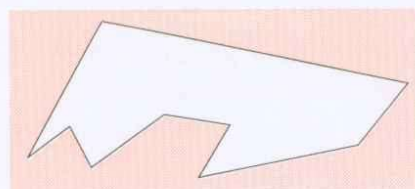
Mag: *É... Não é, professora?*

Prof^a: *É. Isso pode ser chamado de linha poligonal.*

Fernanda: *Mas isso que o Rafa desenhou não é um polígono...*

Mag: *Não... Tem que fechar.*

Rafael: *(vai ao quadro novamente e fecha a figura) Assim?*

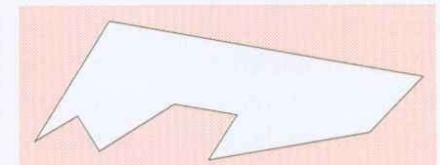


Prof^a: *E então?*

Muita conversa na classe e a maioria ficou satisfeita com aquele exemplo de polígono.

Fernanda: *É, isso é polígono. Escreve aí, professora. Eu vou ditar a nossa definição...*

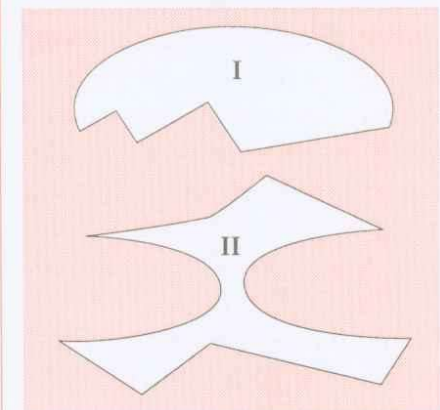
Escrevi no quadro a primeira definição de polígono ao lado do desenho do Rafael:



Polígono é uma figura formada por linha poligonal. Tem que ser fechada.

Sugeri que cada um desenhasse pelo menos três polígonos que pudessem ser encaixados nessa definição.

Alguns dos polígonos, que foram reproduzidos no quadro, suscitaram questionamentos.



André: *Acho que esse não é polígono... (referindo-se à figura I) Não tem que ter só linhas retas?*

Mariana: *É, tem sim... Tem que ter vértice, né? Dá pra ter vértice com linha curva?*

André: *Nem aquele. (apontando para a figura II) Esse aí não é polígono. Eu acho...*

O "dono" do polígono logo saiu em defesa de sua criação.

Bruno: *Por que não?? Professora!*

Tenho um desejo verdadeiro de que meus alunos e alunas possam desfrutar do prazer da des-

coberta e isso é o que me faz vencer o ímpeto de fechar as portas que conduzem aos ateliês do fazer matemático. Fechar as portas significa deixar só um corredor com a exposição das obras prontas para serem apreciadas e/ou copiadas. E na entrada, os avisos: "Não tem cheiro, nem sabor. Faça silêncio e aprecie com moderação". Na saída, com certeza, todos sentirão um certo alívio por estarem de volta à vida.

Prof^a: *Vamos lá, André. Por que você diz que a figura do Bruno não é polígono?*

André: *Sei lá. É estranho... Eu acho que polígono não deve ter curva...*

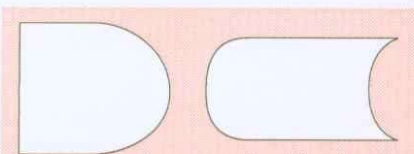
Renata: *Tem linha poligonal e é fechado. Essa é a nossa definição...*

Mag: *A nossa definição não fala nada sobre não poder ter linhas curvas... Então, eu e o Rafa também achamos que esses são polígonos.*

André: *Aqui no nosso grupo achamos melhor escrever outra definição. Pra ter só linhas retas... É o que diz aqui neste livro (referindo-se a um livro didático da biblioteca da sala). (LOPES, 2000, p.128)*

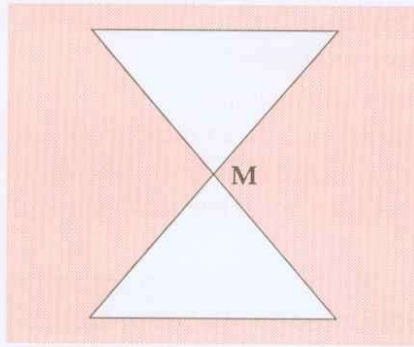
Fernanda: *Se a professora quisesse usar definição de livro a gente não precisava discutir...*

Não houve apoio à idéia do André e mantivemos a definição.



Estas duas figuras, entre outras, foram recusadas por não apresentarem linha poligonal claramente definida.

A discussão que resultou em nova definição de polígono foi desencadeada por esta figura:



Renata, a autora, disse, que embora parecesse que eram duas figuras, era uma só. Rafael perguntou quantos lados tinha a figura e ela disse que eram seis.

O caderno de matemática é usado como memória das discussões e de outras atividades e há um controle feito pela própria classe com relação aos registros

Fernanda: *E pode ter mais de dois lados no vértice? Olha aqui, no meio, (referindo-se ao ponto assinalado com M) tem quatro lados em um ponto só... Acho que não pode...*

Rafael: *Concordo com a Fer, essa não devia valer.*

Mariana: *Então tem outras que não valem também... Porque têm linha cruzada...*

Prof^a: *Nova definição, pessoal?*

Bruno: *A gente pode só acrescentar... é sobre o vértice ou sobre as linhas cruzadas?*

Beatriz: *É uma figura fechada, com linha poligonal e sem cruzamento.*

A classe ficou agitada pois não foi possível decidir sobre a necessidade de rescrever a definição.

Prof^a: *Vocês acham que dá para a gente parar e revisar o que já conversamos até agora? Quem vai...?*

O caderno de matemática é usado como memória das discussões e de outras atividades e há um controle feito pela própria classe com relação aos registros. Cada dia um aluno ou aluna de cada grupo dá uma espiada nos cadernos dos outros e informa, em um quadro no mural da sala, quem não está com os registros de sala ou as lições de casa em dia.

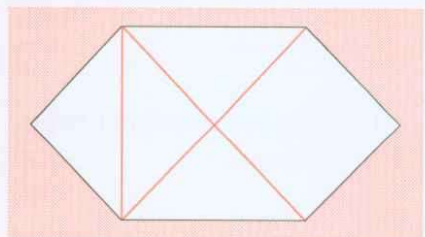
Renata: *Tenho anotado aqui. Temos a primeira definição de polígono e duas discussões sobre vértice: a da linha curva e a outra, de ter quatro lados no vértice.*

André (voltando à questão das linhas curvas): *Mas se a gente vai estudar as diagonais... Nunca vi diagonal de figura com linha curva.*

Eduardo: *Diagonal é uma linha assim meio inclinada?.*

Prof^a: *Quem pode explicar o que é diagonal?*

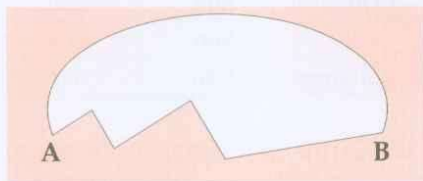
Gil: (usa um hexágono desenhado no quadro para explicar) *Você faz uma linha de um vértice até outro por dentro da figura. Dá pra fazer várias...*



Prof^a: *A explicação do Gil sobre diagonal inclui 'vértice', certo? Então, temos que decidir algumas coisas sobre vértice. A Mariana havia perguntado se dá pra ter vértice com linha curva e a Fernanda se dá pra ter mais de dois lados no vértice....*

Rafael: *Eu acho que algumas curvas podem formar vértices. (Vai até o quadro e mostra os pontos assi-*

nalados com A e B na figura abaixo. Aqui forma vértice de linha reta com linha curva.



Fernanda: Isso não é vértice! Tem que ser com linha reta para formar ângulo.

A classe fica agitada com a polêmica surgida entre Rafael e Fernanda. Acontece uma onda de protestos e assentimentos. Sugiro que, se não estamos conseguindo decidir sobre essa questão, poderemos pendurá-la. Esta expressão é usada pela classe com o sentido de suspender temporariamente a discussão para ver se fica mais fácil esclarecê-la depois. Propo-nho em seguida que façamos uma breve pesquisa nos livros que temos em sala para ver o que dizem sobre polígono. Rapidamente todos descobriram que a maior parte das definições de polígonos estão em livros de 5ª série.

Profª: Vamos ver se as nossas figuras se encaixam nessas definições. Vou montar uma tabela aqui no quadro para fazer as anotações.

figura	Def. livro 1	Def. livro 2	Def. livro 3
com linhas curvas			
com linhas cruzadas			

Ficou decidido que se a exclusão não estivesse expressa na definição apresentada, consideraríamos a figura incluída na definição.

Profª: Quem começa?

Bruno: Características dos polígonos:

- são figuras planas fechadas
- são delimitados por segmentos de retas
- dois desses segmentos têm em comum apenas um ponto na extremidade. (LOPES, 2000, p.128)

figura	Def. livro 1	Def. livro 2	Def. livro 3
com linhas curvas	Sim		
com linhas cruzadas	Sim		

Fernanda: O contorno de um polígono é formado por segmentos de reta. (JAKUBOVIC, 1995, 6ªs. p.189)

figura	Def. livro 1	Def. livro 2	Def. livro 3
com linhas curvas	Sim	Sim	
com linhas cruzadas	Sim	Sim	

Rafael: Polígonos são formas que só têm contornos retos. (IMENES, 1995, p.46)

figura	Def. livro 1	Def. livro 2	Def. livro 3
com linhas curvas	Sim	Sim	Não
com linhas cruzadas	Sim	Sim	Sim

João: Quando o contorno de uma curva fechada simples é constituído apenas de segmentos de reta consecutivos e não colineares, dizemos que a figura geométrica é um polígono. (BONGIOVANNI, 1995, p.123)

Mariana: Essa definição tem um monte de coisas que não tem nas outras.

Profª: (escrevendo no quadro o que Mariana foi ditando) Vamos anotar aqui o que é que esta definição tem de diferente das outras.

curva fechada simples
segmentos de reta
consecutivos e não lineares

Mariana: Aqui diz que curva simples não apresenta cruzamentos. Consecutivo todo mundo sabe o que é... E colineares? Eu não sei...

Profª: Colineares quer dizer 'que fazem parte da mesma reta'.

Bruno: Se não pode ter cruzamento, o polígono da Renata dançou!

figura	com linhas curvas	com linha cruzadas
Def. livro 1	Sim	Sim
Def. livro 2	Sim	Sim
Def. livro 3	Não	Sim
Def. livro 4	Não	Não

Profª: Vai tocar o sinal... Continuamos com as definições dos livros na próxima aula. Alguém tem mais alguma sugestão para o prosseguimento?

Bruno: A gente podia fazer uma pesquisa sobre vértice, se dá pra ter com linha curva, se pode ter mais de dois lados...

Profª: Pode ser pessoal? Anotem na agenda para não esquecer. Até quarta-feira!

Fiquei bem satisfeita com a minha classe. Eles mostram todo dia que são capazes de muita coisa e hoje mostraram que têm gana de aprender e que se não lhes impedimos a passagem e, mais do que isso, conspiramos com eles na busca por aventuras no campo das idéias, ficam felizes em percorrer "um caminho pleno de idas e vindas, iniciado por uma compreensão – mesmo que inicialmente ingênua – do objeto que se deseja tocar". (GARNICA, 1996, p.434)

Na quarta-feira são duas aulas seguidas. O pessoal foi chegando da aula de educação física e alguns foram adiantando: "Foi difícil a pesquisa, professora".

As lições de casa tem aceitação apenas razoável, de um modo geral, nesta classe. Desta vez, superou a média de adesão.

Prof^a: *Bom dia, pessoal! Vamos começar com as outras definições de polígonos que vocês haviam encontrado na segunda-feira. Alguém empresta o caderno para eu copiar a tabela?*

Prof^a: *Eduardo, é a sua vez.*

Eduardo: *Polígono é uma poligonal em que as extremidades coincidem. (IEZZI, 1996, p.181)*

Beatriz: *(completando) Tem também uma explicação que fala de polígonos simples e polígonos não simples. (Dirigindo-se a Renata:) Os não simples podem ter linhas cruzadas. Aqui tem um 'primo' do seu polígono.*

Renata: *Gostei dessa definição!*

figura	com linhas curvas	com linha cruzadas
Def. livro 1	Sim	Sim
Def. livro 2	Sim	Sim
Def. livro 3	Não	Sim
Def. livro 4	Não	Não
Def. livro 5	Sim	Sim

Prof^a: *Vocês repararam que cada autor usou uma definição e que de algum modo elas têm diferenças, mas têm também coisas em comum? Algumas são amplas e dão margem para fazermos interpretações mais livres e incluímos nossas figuras. Outras são mais restritas e nos concedem menos liberdade. Vamos ver o que vocês trouxeram a respeito de vértice e depois voltaremos a pensar sobre a nossa definição. Relembrando: quais são as questões a esse respeito?*

Anotei no quadro o que Rafael ditou:

Vértice com linha curva
Vértice com mais de dois lados

Bruno: *Olha, professora, eu até me arrependi de ter dado a sugestão dessa pesquisa. A gente ficou um tempão na biblioteca e não encontrou nada. Daí a gente olhou no dicionário...*

Prof^a: *E o que encontraram?*

Bruno: *(lendo o verbete) (VÉRTICE, p.525) 1. O ponto culminante; cimo. 2. O ponto mais alto da abóbada craniana. 3. Ponto comum a duas ou mais arestas.*

Novamente acertamos que se não houvesse negação explícita, consideraríamos como possível formar vértice nas condições que suscitaram dúvidas. De modo geral houve pouca discordância a esse respeito. As anotações foram sendo feitas em uma tabela no quadro.

	dicionário
Vértice com linha curva	Sim
Vértice com mais de dois lados	Sim

Fernanda: *Nós procuramos em muitos livros e só achamos vértice de cubo, prisma, pirâmide... Neste livro aqui diz assim: "O ponto de encontro das arestas é chamado de vértice." (ISOLANI, 1999, 5ª s. p.61)*

	vértice com linhas curvas	vértice com mais de dois lados
dicionário	Sim	Sim
3D	Sim	Sim

Renata: *O livro que eu peguei diz que os lados dos polígonos são segmentos de reta e que (agora lendo) "os extremos desses segmentos de reta formam os vértices do polígono". (LOPES, 1994, p.119)*

	vértice com linhas curvas	vértice com mais de dois lados
dicionário	Sim	Sim
3D	Sim	Sim
Polígono	Não	Sim

Mariana: *Eu e o Rafa pegamos um livro de 8ª série (JAKUBOVIC, 1995, 8ª s. p.189) que fala de vértice da parábola. Essa tal de parábola é curva, não é reta...*

João: *Eu e o Dudu pegamos o livro da irmã dele da 8ª. (ISOLANI, 1999, 8ª s. p.92) Ela mostrou pra nós essa parábola e o vértice.*

	vértice com linhas curvas	vértice com mais de dois lados
dicionário	Sim	Sim
3D	Sim	Sim
Polígono	Não	Sim
Parábola	Sim	Sim

Prof^a: *Podemos considerar respondidas as perguntas a respeito de vértice, não?*

A classe concordou embora alguns protestassem contra a falta de definições de vértice de polígonos, afirmando que respondermos "sim" às perguntas por não termos elementos suficientes para nos apoiar em uma discussão.

Prof^a: *De volta aos polígonos, então... Afinal, vamos ou não reescrever a nossa definição?*

Mariana: *Acho que não precisamos escrever outra definição, a nossa está muito boa.*

Boa parte da classe concordou, mas houve protestos.

André: *A minha mãe é professora de Ciências e já deu aula de matemática. Quando eu falei da nossa discussão, professora, ela disse que não lembrava bem da definição de polígono mas que, no fim, você ia*

nos dar a definição certa. Por isso eu acho que não é certo os alunos decidirem isso. A gente tem que aprender como que é de verdade.

Prof^a: E onde é que vamos buscar como que é de verdade? Nós fomos aos livros didáticos e vimos que há várias divergências entre os autores e que as definições nos permitem interpretações diferentes, incluindo ou excluindo nossas figuras. Será que se procurarmos em outras fontes, encontraremos como é de verdade? Vamos voltar ao início da aula. Você está lembrado de uma definição de polígono que fazia uma diferença entre polígonos simples e não-simples?

André: Não sei...Acho que não.

Beatriz: Eu lembro. Eu até disse que tinha um 'primo' do polígono da Renata...

Prof^a: Isso. Renata, você disse que gostou daquela definição. Por que?

Renata: Porque ela considerava a minha figura como polígono.

Prof^a: É assim, André. A gente pode fazer escolhas de acordo com nossas conveniências. Teremos então verdades que poderão ser substituídas por outras verdades quando aquelas não atenderem mais às nossas necessidades. É claro que nós poderíamos ter escolhido uma verdade pronta de um dos livros e adotá-la sem discutir. Provavelmente já teríamos terminado o estudo das diagonais dos polígonos. Com certeza, não teria sido tão bom.

A classe ficou agitada depois dessa fala e eu respirei aliviada. Deixei que falassem livremente

de suas impressões a respeito das últimas aulas. Eram 12:45h. Faltavam poucos minutos para tocar o sinal da saída. Na sexta-feira, começaremos tudo de novo. Como é que vamos definir diagonal? Tem que ser mesmo por dentro da figura? Será que vamos poder manter essa definição de polígono tão ampla para lidar com as diagonais? E os caminhos para obter uma fórmula para o cálculo do número de diagonais? Isto ainda vai longe. Nosso barco vai ainda atravessar muitas águas turbulentas para alcançar portos e praias nunca antes visitados. Mas esta é uma outra história. Quem sabe um dia vou contá-la para você...

Referências bibliográficas:

- BONGIOVANNI, V.; LEITE, O.R.V.; LAUREANO, J.L.T. *Matemática e vida*. São Paulo: Ática, 1995. 5ª série.
- EINSTEIN, A. *Notas autobiográficas*. Rio de Janeiro: Nova fronteira, 1982. Trad. Aulyde Soares Rodrigues.
- GARNICA, A.V.M. "Lakatos e a filosofia do *Provas e Refutações*: Contribuições para a educação matemática". *Educação e Sociedade*, ano XVII, nº56, p.431 – 451, dez. 96.
- IEZZI, G.; DOLCE, O.; MACHADO, A. *Matemática e realidade*. São Paulo: Atual, 1996. 5ª série.
- IMENES, L. M.; LELLIS, M. *Matemática*. São Paulo: Scipione, 1995. 5ª série.
- ISOLANI, C. M. M. et al. *Matemática e Interação*. Curitiba: Módulo, 1999. 5ª série.
- ISOLANI, C. M. M. et al. *Matemática e Interação*. Curitiba: Módulo, 1999. 8ª série.
- JAKUBOVIC, J.; LELLIS, M. *Matemática na medida certa*. São Paulo: Scipione, 1995. 6ª série.
- JAKUBOVIC, J.; LELLIS, M. *Matemática na medida certa*. São Paulo: Scipione, 1995. 8ª série.
- LOPES, A. J. *Matemática Atual*. São Paulo: Atual, 1994. 5ª série.
- LOPES, A. J. *Matemática hoje é feita assim*. São Paulo: Atual, 2000. 5ª série.
- VÉRTICE. In: FERREIRA, A. B. H. *Minidicionário da Língua Portuguesa*. 2ª ed. Rio de Janeiro: Nova Fronteira. 1988.



Desejamos a todos um Feliz Natal
e um próspero 2004 repleto de conquistas!

Boas Festas!

