

Idoneidad Epistémica del Significado de Número Natural en Libros de Texto Mexicanos

Epistemic Suitability of the Natural Number Meaning in Mexican Textbooks

Lizzet Morales-García*

 ORCID iD 0000-0002-2295-2278

Catalina Navarro Sandoval**

 ORCID iD 0000-0001-5214-0062

Resumen

El propósito de la investigación es valorar la idoneidad epistémica del significado de número natural en libros de texto de matemáticas, correspondientes a los tres primeros grados de la Educación Primaria en México. Para ello, se utilizan elementos teóricos y metodológicos del Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción Matemática (EOS). Se reconstruye el significado de referencia del número natural, con base en contextos formales e informales de uso, reportados desde la investigación. Por otro lado, con la herramienta configuración epistémica, se analiza el significado pretendido del número natural en los libros de texto mencionados. La valoración de la idoneidad epistémica se logra al contrastar el significado de referencia con el significado pretendido en los libros de texto. Algunos de los resultados muestran, por ejemplo, que en las *situaciones-problema* se promueven los significados de: secuencia numérica, cardinal, operacional y simbólico. En el *lenguaje* se abordan las representaciones verbal y simbólica de números naturales hasta de cuatro cifras, el uso de tablas numéricas, rectas numéricas y diferentes materiales manipulativos. Y, en el caso de las *relaciones*, enfatizan el tránsito entre las representaciones del objeto matemático. Lo anterior puede ser utilizado en diseños, planeaciones didácticas y/o investigaciones.

Palabras clave: Análisis de Texto. Número Natural. Idoneidad Epistémica. Educación Primaria.

Abstract

The purpose of the research is to assess the epistemic suitability of the natural number meaning in mathematics textbooks, corresponding to the first three grades of Primary Education in Mexico. For this, theoretical and methodological elements of the Onto-Semiotic Approach (OSA) are retaken. The reference meaning of the natural number is reconstructed, based on formal and informal use contexts, reported from the research. On the other hand, with the epistemic configuration tool, the intended meaning of the natural number in the mentioned textbooks is analyzed. The assessment of epistemic suitability is achieved by contrasting the meaning of reference with the intended meaning in textbooks. Some of the results show, for example, that in *problem situations* the meanings of: numerical, cardinal, operational, and symbolic sequence are promoted. The *language* addresses the verbal and symbolic representations of natural numbers up to four digits, the use of number tables, number lines and the use of different manipulative materials. And in the case of *relationships*, they emphasize the transit between the representations of the mathematical object. The above can be used in designs, didactic planning, and/or research.

Keywords: Text Analysis. Natural Number. Epistemic Suitability. Primary Education.

* Estudiante del Doctorado en Ciencias con Especialidad en Matemática Educativa, Universidad Autónoma de Guerrero (UAGro), Chilpancingo de los Bravo, Guerrero, México. E-mail: imgarcia@uagro.mx.

** Doctora en Ciencias con Especialidad en Matemática Educativa por la Universidad Autónoma de Guerrero (UAGro). Profesora titular de la Facultad de Matemáticas de la Universidad Autónoma de Guerrero (UAGro). Chilpancingo de los Bravo, Guerrero, México. E-mail: nasacamx@yahoo.com.mx.

1 Introducción

El libro de texto es una de las principales herramientas para el profesor al momento de la instrucción. Al respecto, Burgos *et al.* (2020) establecen que el libro de texto puede considerarse como un proceso de instrucción planificado, compuesto por una secuencia de prácticas matemáticas que propone el autor para el estudio de un tema en particular. La importancia del análisis de libros de texto de Matemáticas radica, precisamente, en el uso que los profesores le asignan al momento de la clase, convirtiéndolos en verdaderos “mediadores entre el currículo y el aula” (PINO; BLANCO, 2008, p. 1). Asimismo, el libro de texto constituye uno de los referentes básicos para la organización de un proceso de enseñanza. Por tal motivo, debe ser objeto de revisión permanente para evaluar su pertinencia disciplinar y didáctica (KONIC; GODINO; RIVAS, 2010).

En Educación Matemática se han realizado investigaciones alrededor del libro de texto y el tratamiento de diferentes conceptos, por ejemplo, las medidas de tendencia central (DÍAZ-LEVICOY; MORALES-GARCIA; RODRIGUEZ-ALVEAL, 2020), las estructuras aditivas (RODRÍGUEZ-NIETO; NAVARRO; CASTRO; GARCIA, 2019), análisis de gráficos estadísticos (VÁSQUEZ; DÍAZ-LEVICOY; ARTEAGA, 2020), entre otras. Asimismo, se han reportado estudios donde se analiza la representatividad de significados de objetos matemáticos (e.g., PINO-FAN *et al.*, 2013).

En aritmética, el *significado del número* se considera un componente importante para el desarrollo del sentido numérico (CID; GODINO; BATANERO, 2003; CONTRERAS *et al.*, 2012; GODINO *et al.*, 2009; NCTM, 1989; SEP, 2011). En ese sentido, existen diversas investigaciones donde el foco de atención es el análisis de tareas referidas al tratamiento del número natural en Educación Primaria (BLOCK; ÁLVAREZ, 1999; SALGADO; SALINAS, 2009) y la pluralidad de significados asociados al número natural, tomando como referencia los contextos y prácticas de uso (ALCALDE; PÉREZ; LORENZO, 2014; GODINO *et al.*, 2009; RICO *et al.*, 2008).

Asimismo, se han reportado investigaciones donde valoran la idoneidad epistémica del significado de conceptos matemáticos, tales como, la derivada (PINO-FAN *et al.*, 2013), la función real de variable real (BUENO; PÉREZ, 2018), a través del análisis de su representatividad en libros de texto. Sin embargo, poco se sabe sobre la representatividad del significado del número natural en libros de texto de matemáticas en Educación Primaria. En consecuencia, el objetivo de esta investigación es valorar la idoneidad epistémica del significado del número natural en libros de texto de los tres primeros grados de la Educación

Primaria en México. Para ello, se utiliza como herramienta teórica la configuración epistémica de objetos primarios y se proponen indicadores de idoneidad epistémica con base en el significado de referencia del número natural y los componentes de idoneidad epistémica establecidos en Godino (2013).

2 Antecedentes

El tratamiento del concepto de número natural en libros de texto de matemáticas en Educación Primaria forma parte de lo que, en el currículo oficial mexicano, se denomina *sentido numérico*, que de acuerdo con Godino *et al.* (2009) se relaciona con la comprensión que tiene una persona sobre números y operaciones. Además, este incluye componentes importantes como el significado del número (CASTRO; SEGOVIA, 2015; NCTM, 1989). Asimismo, el sentido numérico hace referencia a las nociones y relaciones que constituyen el sistema de números naturales, donde se incluyen aspectos sobre su origen y el sistema lógico deductivo que organiza, justifica y estructura sus elementos (CID; GODINO; BATANERO, 2003).

En Educación Primaria, gran parte del tiempo dedicado a la enseñanza de la matemática, se enfoca sobre el Sistema de Numeración Decimal (SND) y el concepto de valor posicional, dado que su comprensión favorece el desarrollo del sentido numérico (ANGULO; PULIDO; MOLANO, 2017). Propiamente, para la formación del concepto de número natural se plantean, entre otros aspectos, los modos de uso y aplicabilidad del mismo, en la práctica social cotidiana (RICO, 2019). De la misma manera, Godino *et al.* (2009) mencionan que, en este nivel escolar, su enseñanza debe limitarse a elementos operatorios relacionados con el recuento de colecciones de objetos, o bien, con situaciones de ordenación.

Por otra parte, la literatura ha evidenciado dificultades y/o errores durante la lectura y/o escritura de numerales del SND en Educación Primaria (ÁVALOS; SOLARES, 2018; CHAN *et al.*, 2017; FLORES; RICO, 2015; MEDINA RODRÍGUEZ, 2016; OTÁLORA; OROZCO, 2006; RIZO *et al.*, 2013). Asimismo, Bedoya y Orozco (1991) señalan que estas dificultades pueden estar relacionadas con la comprensión del valor posicional en el SND, aludiendo, específicamente, al doble significado que tienen las cifras que componen un número, es decir, el valor correspondiente al número de unidades (valor nominal) y el valor relativo al orden (valor posicional). De modo que: “el valor posicional que la escuela tradicional implementa para tratar el SND constituye una simplificación exagerada de las reglas que rigen el sistema” (BEDOYA; OROZCO, 1991, p. 56).

Otras investigaciones señalan que el tratamiento inadecuado del valor posicional puede

traer consigo diversos problemas, como la dificultad para generar estrategias para la descomposición de cifras en términos de decenas y unidades (SAXTON; CAKIR, 2006). Lo que tiene consecuencias para lograr con éxito la resolución de sumas y restas, la producción y comprensión de numerales, y estas dificultades pueden incrementar en cada grado escolar (CHAN; HO, 2010; FLORES; RICO, 2015; HIEBERT; WEARNE, 1992; HUNTER *et al.*, 1994).

3 Enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática (EOS)

El EOS, de acuerdo con Godino (2017), es un enfoque teórico modular que aborda la problemática relacionada con la enseñanza-aprendizaje de la matemática considerando las facetas: *epistémica* (contenido a enseñar), *cognitiva y afectiva* (los procesos de aprendizaje), *ecológica* (el currículo y los factores condicionantes) y *mediacional e interaccional* (uso de recursos y modos de interacción) para el estudio de estas facetas se dispone de herramientas teóricas y metodológicas específicas. Particularmente, en esta investigación se utiliza la herramienta teórica *idoneidad didáctica* (GODINO, 2013) en su faceta o dimensión epistémica. La idoneidad epistémica considera el “grado de representatividad de los significados institucionales implementados o pretendidos, respecto de un significado de referencia” (GODINO, 2013, p. 116). En este sentido, Pino-Fan *et al.* (2013) utilizaron esta herramienta para caracterizar y valorar el tratamiento de la derivada en libros de texto de bachillerato.

Por otra parte, al considerar los libros de texto como instituciones portadoras del significado de objetos matemáticos (GODINO; BATANERO, 1994), y como un proceso de instrucción planificado por una secuencia de prácticas matemáticas (BURGOS *et al.*, 2020), la configuración epistémica se puede utilizar para analizar libros de texto de matemáticas (FONT; GODINO, 2006), por ejemplo, en el tratamiento de temas como el significado de la proporcionalidad (BURGOS *et al.*, 2020), el análisis de la introducción de números decimales (KONIC; GODINO; RIVAS, 2010), el análisis de una lección sobre la suma y la resta (GODINO; FONT; WILHELMI, 2006), entre otros temas. Estas investigaciones muestran la importancia del uso de la configuración epistémica para caracterizar diferentes objetos matemáticos y, en conjunto con la noción de idoneidad epistémica, permiten caracterizar y valorar el significado del número natural en libros de texto de matemáticas de la Educación Primaria.

La configuración epistémica (Figura 1), está conformada por el conjunto de *situaciones-problema* (aplicaciones extra-matemáticas e intra-matemáticas del objeto matemático),

lenguaje (términos, expresiones, notaciones gráficas del objeto matemático en sus diversos registros de representación), *procedimientos* (técnicas utilizadas en la resolución de una tarea), *conceptos* (introducidos mediante definiciones o descripciones), *proposiciones* (enunciados sobre conceptos empleados en la resolución de una tarea) y *argumentos* (enunciados usados para validar o explicar las proposiciones y procedimientos) asociados, en este caso, con el número natural.

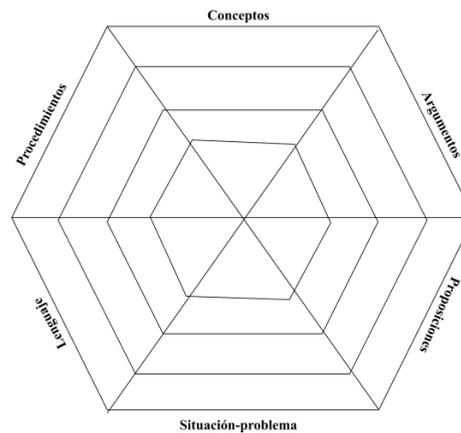


Figura 1 – Configuración epistémica
Fuente: adaptado de GODINO *et al.* (2006, p. 9)

Para valorar la idoneidad epistémica del significado de número natural, se establece el significado de referencia considerando “los contextos de uso del objeto matemático” (GODINO, 2013). En el EOS se establecen criterios para valorar la idoneidad epistémica (BREDA; FONT; PINO-FAN, 2018; GODINO, 2013), estos criterios se pueden particularizar de acuerdo al objeto matemático estudiado, en este caso, el número natural. Por tal motivo, en esta investigación se proponen criterios de idoneidad con base en los componentes establecidos en Godino (2013), y el significado de referencia del número natural, esta información se amplía en el siguiente apartado. Por tanto, el contraste entre el significado de referencia y el significado pretendido en los libros de texto de matemáticas de los tres primeros grados de la Educación Primaria mexicana, permite emitir juicios de valoración de la idoneidad epistémica.

4 Metodología

Esta investigación es de tipo cualitativa con un enfoque descriptivo, dado que el objetivo de la investigación es valorar la idoneidad epistémica del significado del número natural en libros de texto de los tres primeros grados de la Educación Primaria en México. Por ello, se consideran las siguientes fases en la metodología: 1) establecer el significado de referencia del número natural, considerando los contextos de uso del objeto matemático; 2) identificar las

tareas sobre el número natural en libros de texto de matemáticas de la Educación Primaria en México; 3) determinar el significado pretendido del número natural en libros de texto y 4) valorar la idoneidad epistémica del significado pretendido.

4.1 Significado de referencia del número natural

De acuerdo con Godino (2013), el significado de referencia de un objeto matemático se reconstruye tomando en cuenta sus distintos contextos de uso, y las prácticas operativas y discursivas asociadas a cada contexto. En línea con lo anterior, se presenta una descripción de los contextos numéricos del número natural, y de las prácticas operativas y discursivas asociadas, con base en algunas investigaciones en Educación Matemática.

Godino *et al.* (2009) mencionan que el concepto de número natural ha motivado fuertes controversias filosóficas, puesto que la conceptualización actual data de finales del siglo XIX y principios del siglo XX. De acuerdo con Saiz, Gorostegui y Vilotta (2011), la axiomatización realizada por Peano, a finales del siglo XIX, se da posterior a la axiomatización de los números complejos y negativos. Asimismo, señalan que la construcción de los números naturales se puede ver desde dos puntos de vista: el axiomático, de Peano y Hilbert, y el conjuntista, de Cantor y Frege.

En Godino *et al.* (2009) se presenta una pluralidad de significados formales e informales del número natural. El significado formal de la construcción de los números naturales, se realiza, por ejemplo, con base en la axiomatización realizada por Peano y el significado informal, mediante el uso del número natural en culturas tales como la egipcia, la china, entre otras (Figura 2).

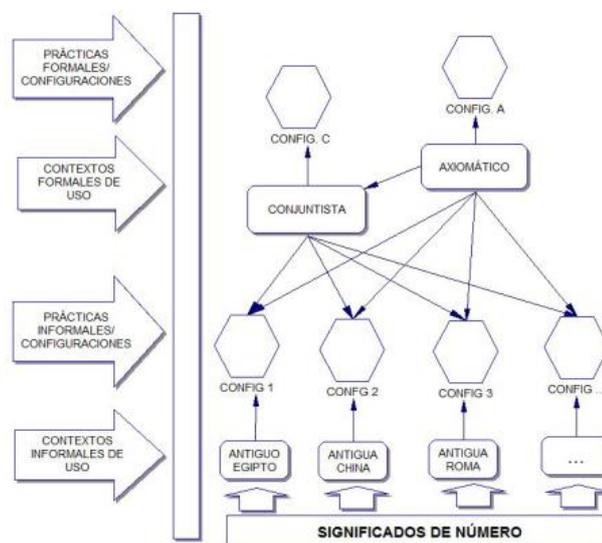


Figura 2 – Significados del número natural
Fuente: GODINO *et al.* (2009, p. 43)

El número natural tiene asociados contextos formales de uso, sin embargo, en Educación Primaria su enseñanza se centra en componentes operatorios relacionados con situaciones de cardinación, ordenación, lenguajes y técnicas (GODINO *et al.*, 2009). En esta investigación se consideraron los contextos de secuencia numérica, cardinal, ordinal, simbólico, operacional y medida (ALCALDE; PÉREZ; LORENZO, 2014; CID; GODINO; BATANERO, 2003; RICO *et al.*, 2008; RICO, 2019), los cuales tienen asociadas configuraciones epistémicas (CE) de objetos (situaciones-problema, lenguajes, conceptos, procedimientos, propiedades y argumentos) propios de cada contexto (Figura 3).

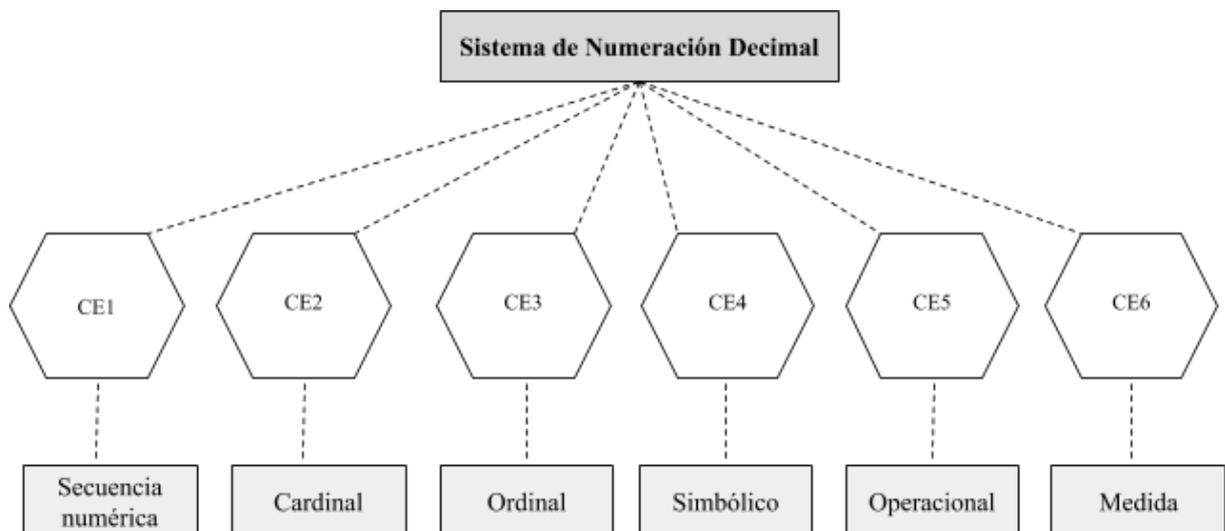


Figura 3 – Significados del número natural en el SND
Fuente: elaboración propia

Para el caso del lenguaje, Rico *et al.* (2008) establecen cuatro tipos de representaciones del número natural (Figura 4), cuya descripción es la siguiente:

- Simbólica. En este caso, los números naturales se representan utilizando los símbolos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9 o 1° , 2° , 3° , ..., en su significado ordinal.
- Verbal. Utilizar palabras numéricas cardinales (uno, dos y tres) o bien palabras numéricas ordinales (primero, segundo o tercero) para referirse a los números naturales.
- Material manipulativo. Utilizar, ábaco, regletas de Cuisenaire, bloques multibase, entre otros materiales para representar números naturales.
- Gráfica. Uso de la recta numérica, configuraciones puntuales o tablas numéricas para representar números naturales.

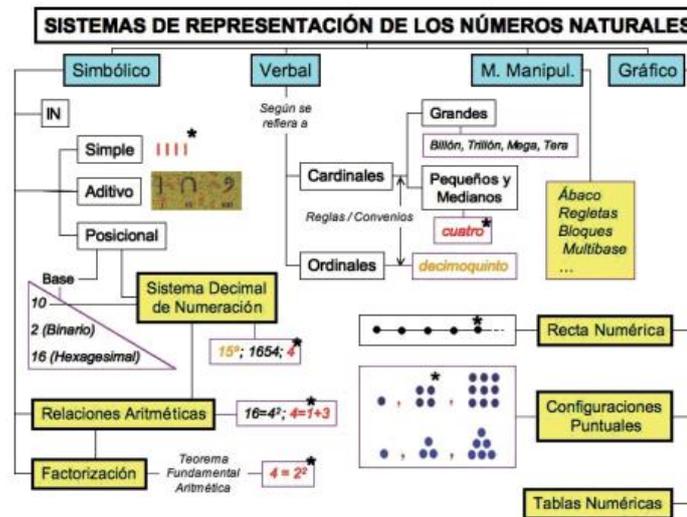


Figura 4 – Representaciones del número natural
Fuente: RICO *et al.* (2008, p. 16)

Ahora bien, en cada significado se activan objetos (situaciones-problema, lenguaje, procedimientos, conceptos, argumentos y proposiciones) que dan información específica del número natural en cada contexto de uso. En los siguientes cuadros, se organizan las características de los objetos primarios en cada significado del número natural.

4.1.1 Significado de secuencia numérica

Tanto los términos como los símbolos son creaciones humanas para significar lo común en colecciones o conjuntos finitos coordinables, es decir, para representar la idea de número (CASTRO; MOLINA, 2017). En ese sentido, una función de los números naturales es asignar un orden a los elementos de un conjunto, y para ello es necesario el conocimiento de la secuencia numérica de los términos (cero, uno, dos, ...) y los símbolos (0, 1, 2, ...) que representan a los números naturales como una sucesión ordenada, denominada secuencia numérica convencional (CASTRO; MOLINA, 2017). De acuerdo con la National Research Council (2015), los números naturales pueden verse como una lista ordenada e infinitamente larga, donde cada número tiene un único sucesor y esto crea un orden particular. En el Cuadro 1, se organizan las características de los objetos primarios en este significado.

Objetos primarios	Significados identificados
Situaciones-problema	Uso del número natural para indicar el orden para recitar o escribir la secuencia de números naturales. Por ejemplo, tareas que piden escribir en orden los números del 0 al 1000 (ALCALDE; PÉREZ; LORENZO, 2014; RICO <i>et al.</i> , 2008).
Lenguajes	Representación simbólica, verbal, material manipulativo (ábaco y regletas de Cuisenaire) y gráfica (recta numérica, tablas numéricas o configuraciones puntuales) (RICO <i>et al.</i> , 2008).
Procedimientos	Memorización de tramos de la secuencia numérica. Reconocimiento de características de tramos de la secuencia numérica.

Conceptos	Secuencia numérica, menor que, mayor que, igual que.
Proposiciones	La secuencia numérica comienza en 0 (CASTRO; MOLINA, 2017). Todo número natural es mayor a los que le preceden (CASTRO; MOLINA, 2017). Principio de orden en los números naturales (CID; GODINO; BATANERO, 2003). Todo término de la secuencia numérica convencional se obtiene añadiendo una unidad al número que le precede (CASTRO; MOLINA, 2017).
Argumentos	Justificación del orden en el recitado y escritura de números naturales con base en características de su expresión verbal y escrita.

Cuadro 1 – Objetos primarios en el significado de secuencia numérica

Fuente: elaboración propia

4.1.2 Significado de cardinal

Los números indican *cuántos* o *cuánto*, es decir, cuántas cosas hay o cuánto hay de algo (NATIONAL RESEARCH COUNCIL, 2015), y contar una colección de objetos es una acción que se realiza con la intención de conocer la cantidad de objetos que tiene dicha colección para cuantificarla (CASTRO; MOLINA, 2017). El cardinal de un conjunto de objetos, se puede obtener por *subitización perceptiva* (percepción directa de la cantidad), *subitización conceptual* (utilizando composiciones o descomposiciones de números), *correspondencia uno a uno* (conteo), *conteo a saltos* (se cuenta de dos en dos, de tres en tres, o de diez en diez), y por *conteo regresivo* (hacia atrás), como en 5, 4, 3, 2, 1, 0 (CASTRO; MOLINA, 2017; NATIONAL RESEARCH COUNCIL, 2015).

La acción de contar, también denominada conteo, es compleja y generalmente consiste en adjudicar a cada elemento de un conjunto una palabra numérica distinta en el orden establecido, y la palabra adjudicada al último elemento del conjunto contado, se repite, haciendo referencia a toda la colección para designar el número de elementos o cardinal del conjunto (CID; GODINO; BATANERO, 2003), y requiere de la ejecución adecuada de varios principios para que su resultado sea correcto. Dichos principios son:

- *Principio del orden estable.* Las palabras numéricas uno, dos, tres,... deben recitarse siempre en el mismo orden, sin saltarse ninguna.
- *Principio de la correspondencia uno a uno.* A cada elemento del conjunto sometido a recuento se le debe asignar una palabra numérica distinta y solo una.
- *Principio de irrelevancia del orden.* El orden en que se cuentan los elementos del conjunto es irrelevante para obtener el cardinal del conjunto.
- *Principio cardinal.* La palabra adjudicada al último elemento contado del conjunto, representa no solo el ordinal de ese elemento, sino también, el cardinal del conjunto.

En el Cuadro 2, se presentan los objetos primarios del significado de cardinal del número natural.

Objetos primarios	Significados identificados
Situaciones-problema	Uso del número para indicar cuántos elementos hay en un conjunto. Por ejemplo, cuando se pide determinar cuántos objetos están contenidos en una bolsa (ALCALDE; PÉREZ; LORENZO, 2014; CASTRO; MOLINA, 2017; CID; GODINO; BATANERO, 2003; RICO <i>et al.</i> , 2008; RICO, 2019).
Lenguajes	Representación simbólica y verbal, material manipulativo (ábaco, regletas de Cuisenaire o material multibase) y gráfica (representación icónica y sagital de conjuntos) (CAÑADAS; CASTRO, 2017; RICO <i>et al.</i> , 2008).
Procedimientos	Estimación, correspondencia uno a uno, subitización, conteo a saltos y conteo regresivo.
Conceptos	Cardinalidad, conjunto, valor posicional, unidad, decena, centena y unidad de millar (RICO <i>et al.</i> , 2008; MORALES-GARCIA <i>et al.</i> , en prensa).
Proposiciones	Relacionadas con establecer el número de elementos de un conjunto. Principio de orden estable, principio de correspondencia uno a uno, principio de irrelevancia del orden y principio cardinal (CID; GODINO; BATANERO, 2003).
Argumentos	Conocimiento sobre la secuencia numérica. Justificación con base en las características del Sistema de Numeración Decimal. Reconocer distintos procedimientos para realizar el recuento de objetos.

Cuadro 2 – Objetos primarios en el significado cardinal

Fuente: elaboración propia

4.1.3 Significado ordinal

Ordenar linealmente los elementos de una colección consiste en asignar un lugar o posición a cada uno de ellos, de forma que constituyan una secuencia organizada. Para asignar este orden a los objetos de la colección, se usan palabras para nombrar a los números naturales denominadas ordinales, las cuales indican el lugar 1 o posición 1, lugar 2 o posición 2, lugar 3 o posición 3 etc. (CASTRO; MOLINA, 2017). En el Cuadro 3, se presenta información de los objetos primarios de este significado.

Objetos primarios	Significados identificados
Situaciones-problema	Los números se utilizan para indicar la posición de un objeto en un conjunto ordenado. Por ejemplo, cuando se pide indicar la posición en la que llega un coche en una carrera de autos (ALCALDE; PÉREZ; LORENZO, 2014; CASTRO; MOLINA, 2017; CID; GODINO; BATANERO, 2003; RICO <i>et al.</i> , 2008; RICO, 2019).
Lenguajes	Representación simbólica: 1º, 2º, 3º, 4º, 5º, 6º, 7º, 8º, 9º, 10º... Representación verbal: primero, segundo, tercero, cuarto, quinto... (CASTRO; MOLINA, 2017; MORALES-GARCIA <i>et al.</i> , en prensa)
Procedimientos	Se recita la sucesión de palabras numéricas ordinales (primero, segundo, tercero, ..., décimo). Se adjudican dichas palabras numéricas a los elementos del conjunto, siguiendo el orden establecido hasta llegar al elemento en cuestión. La palabra que corresponde a dicho elemento es su ordinal (CID; GODINO; BATANERO, 2003).
Conceptos	Número ordinal, orden.
Proposiciones	Relacionadas con establecer la posición de objetos en una colección ordenada. Principio de orden estable y principio de correspondencia uno a uno (CID; GODINO; BATANERO, 2003).
Argumentos	Conocimiento de la secuencia de números ordinales (simbólica o verbal) para indicar la posición de un objeto.

Cuadro 3 – Objetos primarios en el significado ordinal

Fuente: elaboración propia

4.1.4 Significado simbólico

Este es un uso del número natural menos convencional (RICO *et al.*, 2008) donde los números se utilizan simplemente como un código o etiqueta para diferenciar objetos entre sí (ALCALDE; PÉREZ; LORENZO, 2014; CID; GODINO; BATANERO, 2003; RICO *et al.*, 2008). En el Cuadro 4, se presenta información de los objetos primarios del significado simbólico.

Objetos primarios	Significados identificados
Situaciones-problema	En este caso, los números se utilizan como etiquetas para identificar objetos. Por ejemplo, los números en una lotería (ALCALDE; PÉREZ; LORENZO, 2014; CASTRO; MOLINA, 2017; CID; GODINO; BATANERO, 2003; RICO <i>et al.</i> , 2008).
Lenguajes	Representación simbólica y verbal de los números naturales.
Procedimientos	Asignar un número a un conjunto de objetos. Por ejemplo, el número en las playeras de los jugadores de fútbol.
Conceptos	Numeral, cifra, código.
Proposiciones	Identificar la expresión simbólica y verbal de números naturales.
Argumentos	Conocimiento de la representación verbal y simbólica de números naturales.

Cuadro 4 – Objetos primarios en el significado simbólico
Fuente: elaboración propia

4.1.5 Significado operacional

El significado operacional está relacionado con el uso de los números naturales para operar (ALCALDE; PÉREZ; LORENZO, 2014), es decir, realizar operaciones aritméticas básicas (RICO *et al.*, 2008, RUIZ, 2016). En el Cuadro 5, se presenta información de los objetos primarios de dicho significado.

Objetos primarios	Significados identificados
Situaciones-problema	Se resalta el uso de los números naturales para realizar operaciones aritméticas. Por ejemplo, determinar el resultado de $10+5$ (ALCALDE; PÉREZ; LORENZO, 2014; RICO <i>et al.</i> , 2008).
Lenguajes	Representación simbólica y verbal de números naturales. Uso de los símbolos de suma (+), resta (-), multiplicación (\times) o división (\div).
Procedimientos	Cálculo mental, completar a la decena próxima, descomposición aditiva o algoritmo convencional.
Conceptos	Suma, resta, multiplicación y división; unidad, decena, centena y unidad de millar.
Proposiciones	Relacionados con el resultado de la operación aritmética.
Argumentos	Valor posicional, conteo, conocimiento del algoritmo convencional para sumar, restar, multiplicar y dividir.

Cuadro 5 – Objetos primarios en el significado operacional
Fuente: elaboración propia

4.1.6 Significado de medida

En su forma más básica, la medición es el proceso de determinar el tamaño de un objeto (NATIONAL RESEARCH COUNCIL, 2015), de acuerdo con Rico *et al.* (2008), el sentido

viene dado por la respuesta a la pregunta ¿cuánto mide? Para medir un objeto (con respecto a un atributo medible dado, como la longitud), debe elegirse una unidad de medida. Una vez que se ha elegido dicha unidad, el tamaño del objeto es el número de unidades contenidas en el mismo (MORENO; GIL; MONTORO, 2015). En el Cuadro 6, se presenta información de los objetos primarios en este significado.

Objetos primarios	Significados identificados
Situaciones-problema	El uso de los números para indicar cuánto mide un objeto. Por ejemplo, cuando se pide determinar el largo de un libro (RICO <i>et al.</i> , 2008).
Lenguajes	Representación simbólica y verbal de los números naturales; y de las unidades de medida.
Procedimientos	Seleccionar una unidad de medida convencional (centímetro, metro...) o no convencional (cuarta, paso...) y posteriormente determinar cuántas veces cabe esta, en el objeto a medir.
Conceptos	Medida, magnitud, longitud, unidad de medida.
Proposiciones	Relacionadas con la medida de los objetos.
Argumentos	Justificación del cálculo de la medida de objetos con base en las características de las unidades de medida utilizadas. Conocimiento de la secuencia numérica convencional.

Cuadro 6 – Objetos primarios en el significado de medida

Fuente: elaboración propia

Con base en la información presentada en el significado de referencia y los componentes de idoneidad epistémica de Godino (2013), se proponen los siguientes indicadores de idoneidad epistémica (Cuadro 7) para valorar el significado pretendido del número natural en los libros de texto.

Componente	Indicadores
Situación-problema	1. Se presentan situaciones-problema que promueven el uso del número natural en diferentes contextos numéricos (secuencia numérica, cardinal, ordinal, operacional, simbólico y medida).
Lenguaje	2. Se promueve el uso de las distintas representaciones del número natural (verbal, simbólica, material manipulativo y gráfico).
Reglas	3. El texto presenta conceptos, proposiciones y procedimientos adecuados para este nivel escolar.
Argumentos	4. El texto promueve situaciones en las que se deba argumentar.
Relaciones	5. El texto presenta situaciones para transitar entre las distintas representaciones del número natural (verbal, simbólico, material manipulativo y gráfico).

Cuadro 7 – Indicadores de idoneidad epistémica para el número natural

Fuente: elaboración propia

4.2 Identificación de las tareas

Actualmente, los planes y programas oficiales de la educación básica, en México, se encuentran en transición, es decir, están vigentes dos reformas educativas: la del 2011 (SEP, 2011) y 2017 (SEP, 2017). En ambas reformas el tratamiento del número natural se aborda, explícitamente, en los tres primeros grados de la Educación Primaria. De acuerdo con los

lineamientos de la SEP, en los grados de primero y segundo se utilizan libros de texto diseñados acordados con la SEP (2017). Mientras que, el libro de texto de tercer grado aún está bajo la normativa del currículo de 2011 (SEP, 2011). A continuación, se presenta información de los textos analizados (Cuadro 8).

Libro	Título	Plan de estudios	Editorial
SEP (2019a)	Matemáticas. Primer grado	2017	SEP
SEP (2019b)	Matemáticas. Segundo grado	2017	SEP
SEP (2019c)	Desafíos Matemáticos. Libro para el alumno. Tercer grado	2011	SEP

Cuadro 8 – Información de los libros de texto

Fuente: elaboración propia

De acuerdo con la SEP (2017), los libros de texto están organizados en trayectos y en cada uno se dispone de cierta cantidad de tareas (situación-problema a resolver) organizadas en lecciones, en este caso, se analizan tareas cuyo aprendizaje esperado se relaciona con el número natural. En el Cuadro 9 se presenta información de los libros de primero y segundo grados (SEP, 2019a, 2019b).

Libro	Aprendizaje esperado	Bloque	Trayecto	Tareas
SEP (2019a)	Lee, escribe y ordena números naturales hasta el 100.	1	T1. La decena	11
			T3. Hasta 15	10
			T8. Hasta 30	11
		2	T3. Hasta 50	7
			T6. Otra vez 50	12
			T9. Hasta 100	8
3	T1. Otra vez 100	10		
SEP (2019b)	Lee, escribe y ordena números naturales hasta 1000.	1	T2. La centena	9
			T7. Otra vez 100	5
		2	T2. Hasta 1000	7
			T8. Otra vez 1000	6
		3	T1. Más sobre el 1000	6
		Total		

Cuadro 9 – Información del tratamiento del número natural en los planes de estudio de la SEP (2017).

Fuente: elaboración propia

Los libros de texto diseñados bajo la reforma de la SEP (2011), están organizados en bloques y lecciones, en estas últimas se identifican las tareas propuestas para abordar el aprendizaje esperado. En el Cuadro 10, se muestran las tareas identificadas para abordar el concepto de número natural en el libro de tercer grado (SEP, 2019c).

Libro	Aprendizaje esperado	Bloque	Lección	Tareas
SEP	Produce, lee y escribe	1	1. Los chocolates de don Justino	1

(2019c)	números hasta de cuatro cifras.		2. Según la posición	1
			3. Tableros de canicas	1
		2	18. Diferentes representaciones	1
			19. ¿Cuál es mayor?	1
			20. Baraja numérica	2
Total				7

Cuadro 10 – Información del tratamiento del número natural en los planes de estudio de la SEP (2011)
Fuente: elaboración propia

4.3 Análisis de tareas: significado pretendido

En total se analizaron 109 tareas sobre el tratamiento del número natural en libros de texto de los tres primeros grados de la Educación Primaria mexicana, utilizando como herramienta la configuración epistémica de objetos. En el Cuadro 11, se presentan los significados de número natural abordados en cada libro de texto, así como la cantidad de tareas propuestas.

Libro	Significado						Total
	Cardinal	Operacional	Secuencia numérica	Simbólico	Ordinal	Medida	
SEP (2019a)	48	10	10	1	0	0	69
SEP (2019b)	23	4	6	0	0	0	33
SEP (2019c)	2	3	0	2	0	0	7
Total	73 (66.9%)	17 (15.5%)	16 (14.6%)	3 (2.7%)	0%	0%	109 (100%)

Cuadro 11 – Significados del número natural en libros de texto
Fuente: elaboración propia

En la Figura 5, se muestran ejemplos de tareas asociadas a cada significado. En el significado cardinal (Figura 5a) se pide indicar por medio de la representación simbólica del número natural, la cantidad de objetos que se encuentran en la imagen, por ejemplo, la cantidad de focos. Para el significado operacional (Figura 5b), en la tarea se pide calcular mentalmente restas entre números de tres y dos cifras, y hacer explícito el procedimiento utilizado por cada estudiante. Por otra parte, en el significado de secuencia numérica (Figura 5c), se pide completar cinco secuencias numéricas diferentes, donde se incluyen números naturales con dos y tres cifras, ya sea de manera ascendente (por ejemplo, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 y 10) o descendente (por ejemplo, 17, 16, 15, 14, 13, 12, 11, 10, 9, 8, 7 y 6). Finalmente, en el significado simbólico (Figura 5d), se ejercita el reconocimiento de la representación simbólica de números de una cifra, utilizando como medio su representación en una lotería.

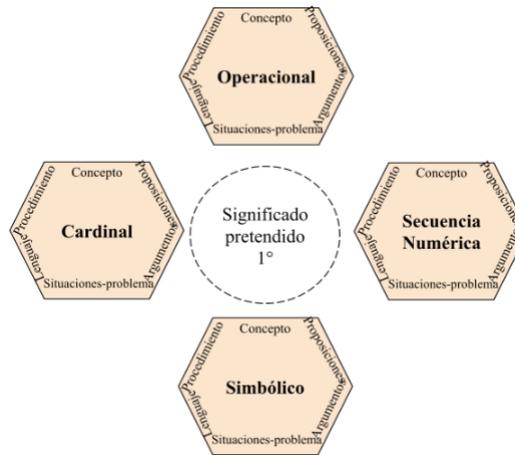


Figura 6 – Significado pretendido del número natural en primer grado
Fuente: elaboración propia

En el significado de cardinal, el número es empleado para cuantificar el número de cuentas en un collar (Figura 7a). En el significado operacional, se identificó el uso del número natural para resolver operaciones de suma (Figura 7b) o resta, promoviendo el cálculo mental para resolverlas. En el significado de secuencia numérica (Figura 7c), se trabajan situaciones problema para recitar o escribir en orden tramos de la secuencia numérica del 0 al 100. Para el significado simbólico se encontró una tarea, donde el número se utiliza a modo de etiqueta para identificar números de una cifra en una lotería (Figura 5d).

4. Los collares
Escribe cuántas cuentas hay en cada collar.

Figura 7a – Significado de cardinal
Fuente: SEP (2019a, p. 64)

7. Junto y sumo 10
Resuelve.

$3 + 7 =$
 $8 + 2 =$
 $9 + 1 =$
 $5 + 5 =$
 $4 + 6 =$

¿Cuánto le falta a cada número para llegar a 10?

3 ➡	7 ➡
6 ➡	2 ➡
8 ➡	1 ➡
4 ➡	5 ➡

Figura 7b – Significado operacional
Fuente: SEP (2019a, p. 95)

5. La recta numérica

Para contar, Pedro utiliza una recta numérica. A veces cuenta de 1 en 1, a veces de 10 en 10 y a veces de 2 en 2. ¿Cómo contó en cada recta? Escribe sobre las líneas los números que faltan en cada una.

Figura 7c – Significado de secuencia numérica
Fuente: SEP (2019a, p. 149)

Figura 7 – Significados del número natural en primer grado
Fuente: elaboración propia

A continuación, en el Cuadro 12 se presentan las configuraciones epistémicas asociadas

a cada significado.

Significado	Objetos primarios
Cardinal	- <i>Lenguaje</i> : representación simbólica y verbal de los números naturales del 0 al 100, material manipulativo (tarjetas, monedas y fichas), representación icónica de colecciones de objetos. - <i>Procedimientos</i> : se promueven estrategias de conteo, comparación de cardinales, descomposición aditiva, subitización perceptiva y correspondencia uno a uno. - <i>Conceptos</i> : cardinalidad, valor posicional, unidad y decena. - <i>Proposiciones</i> : orientadas en determinar el cardinal de un conjunto, por ejemplo: <i>Hay 18 cuentas en el primer collar de la Figura 7a.</i> - <i>Argumentos</i> : estrategias de conteo, principios de orden estable, de correspondencia uno a uno, de irrelevancia del orden y cardinal.
Operacional	- <i>Lenguaje</i> : representación simbólica y verbal de los números del 0 al 100, uso y significado de los símbolos de suma (+) y resta (-), material manipulativo. - <i>Procedimientos</i> : estrategias para realizar sumas y restas (completar a la decena y cálculo mental). - <i>Conceptos</i> : unidad, decena, centena, suma y resta. - <i>Proposiciones</i> : resultado de la suma o resta, por ejemplo, en la Figura 7b: <i>al número 3 le faltan 7 para llegar al 10.</i> - <i>Argumentos</i> : conocimiento de la secuencia numérica y el valor posicional.
Secuencia numérica	- <i>Lenguaje</i> : representación simbólica y verbal de los números del 0 al 100, uso de la recta numérica (Figura 7c) y la tabla numérica o tabla-100 (organización de los números del 1 al 100 en una tabla de 10 x 10), para organizar y caracterizar las diferentes secuencias numéricas. - <i>Procedimientos</i> : reconocer patrones en tramos de la secuencia numérica y completar secuencias numéricas con números faltantes. - <i>Conceptos</i> : secuencia numérica, orden, recta numérica, suma, descomposición aditiva y decena. - <i>Proposiciones</i> : se enfocan en determinar números que faltan en una secuencia numérica, la recta numérica (Figura 7c) o tablas-100, así como reconocer patrones en la secuencia numérica. - <i>Argumentos</i> : principio de orden en los números naturales.
Simbólico	<i>Lenguaje</i> : representaciones simbólica y verbal de los números naturales del 0 al 100 y la identificación de números sobre una lotería.

Cuadro 12 – Configuraciones epistémicas del significado del número natural en primer grado

Fuente: elaboración propia

4.3.2 Análisis del libro de texto de segundo grado

En SEP (2019b) se encontraron 33 tareas sobre el concepto número natural, en las que se atienden los significados *cardinal*, *operacional* y *secuencia numérica*, ver Figura 8.



Figura 8 – Significado pretendido del número natural en segundo grado

Fuente: elaboración propia

Las tareas sobre el significado de cardinal involucran el cálculo del cardinal de un conjunto de objetos (Figura 9), por ejemplo, calcular el total de dinero contenido en una alcancía (Figura 9a). En el significado operacional se incluyen situaciones problema para efectuar la suma y resta de números de dos y tres cifras, en algunos casos se utiliza material manipulativo para representar los sumandos (Figura 9b). Mientras que, en el significado de secuencia numérica, algunas tareas están enfocadas a reconocer características sobre tramos de la secuencia numérica, del 1 al 100 (Figura 9c).

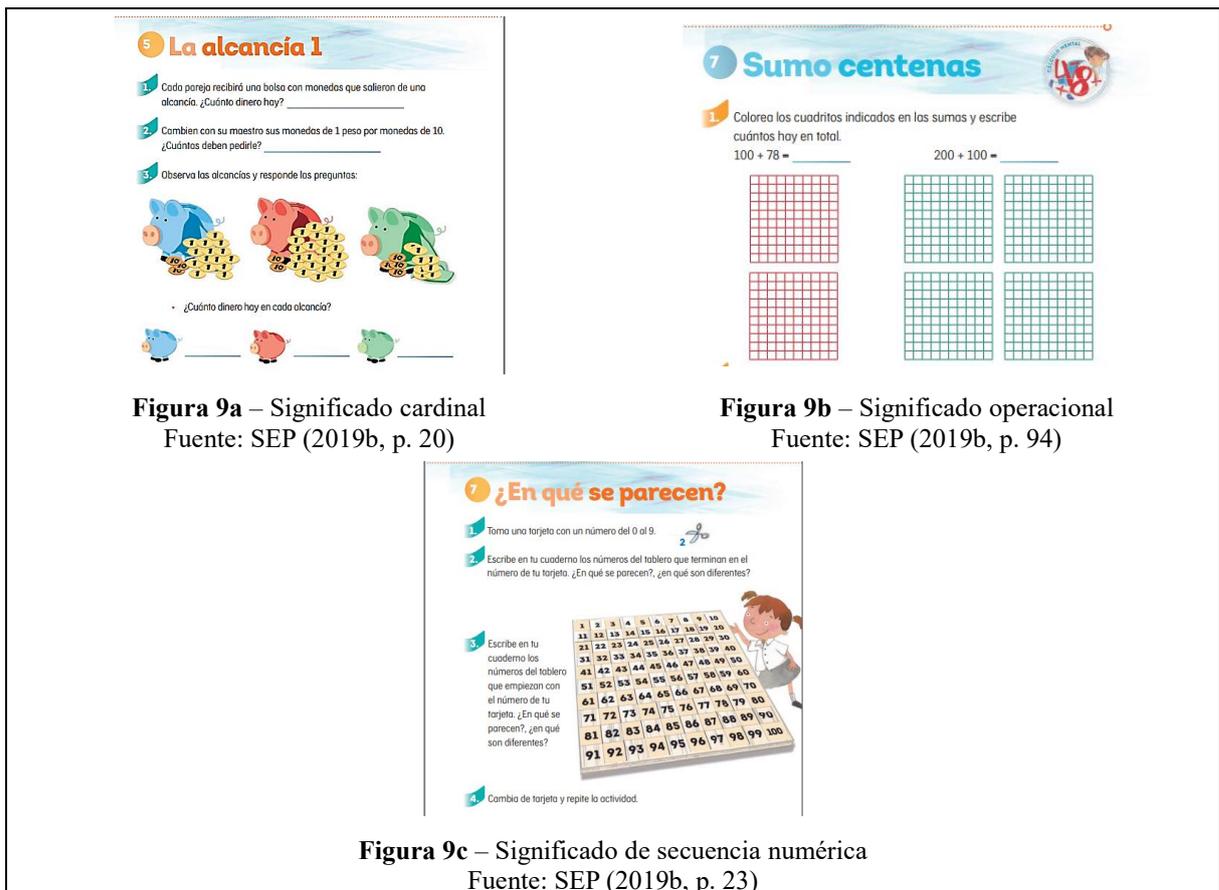


Figura 9a – Significado cardinal
Fuente: SEP (2019b, p. 20)

Figura 9b – Significado operacional
Fuente: SEP (2019b, p. 94)

Figura 9c – Significado de secuencia numérica
Fuente: SEP (2019b, p. 23)

Figura 9 – Significados del número natural en segundo grado
Fuente: elaboración propia

A continuación, en el Cuadro 13 se presentan las configuraciones epistémicas asociadas a cada significado.

Significado	Objetos primarios
Cardinal	<p><i>-Lenguaje:</i> se emplean las representaciones verbal y simbólica de los números del 101 al 1000 y se utiliza material manipulativo para abordar el valor posicional de los números de tres cifras.</p> <p><i>-Procedimientos:</i> conteo de 10 en 10, descomposición aditiva y comparación de cardinales.</p> <p><i>-Conceptos:</i> unidad, decena, centena, valor monetario, suma, resta y valor posicional.</p> <p><i>-Proposiciones:</i> se relaciona con determinar la cardinalidad de distintos conjuntos de objetos, por ejemplo: <i>Hay \$48 en la alcancía verde de la Figura 9a.</i></p> <p><i>Argumentos:</i> conocimiento de la secuencia numérica; principios de orden estable, de correspondencia uno a uno, de irrelevancia del orden y cardinal; valor posicional.</p>
Operacional	<p><i>-Lenguaje:</i> se utilizan las representaciones verbal y simbólica de los números del 0 al 999, la recta numérica.</p> <p><i>-Procedimientos:</i> se promueve el cálculo mental para resolver operaciones de suma y resta.</p>

	<p><i>Conceptos:</i> suma, resta, centena y secuencia numérica.</p> <p><i>-Proposiciones:</i> el resultado de la suma o resta. Por ejemplo: $100+78=178$ (Figura 9b). La cantidad de objetos que completan la suma.</p> <p><i>-Argumentos:</i> operaciones de suma y resta, orden en la secuencia numérica y el valor posicional.</p>
Secuencia numérica	<p><i>-Lenguaje:</i> representaciones verbal y simbólica del número natural, la recta numérica y la tabla-100.</p> <p><i>-Procedimientos:</i> se reconocen características de secuencias numéricas determinadas (Figura 9c), escribir números sobre una tabla-100 y completar secuencias numéricas.</p> <p><i>-Conceptos:</i> secuencia numérica y orden.</p> <p><i>-Proposiciones:</i> se relacionan con completar secuencias numéricas.</p> <p><i>Argumentos:</i> orden en la secuencia numérica y la descomposición aditiva.</p>

Cuadro 13 – Configuraciones epistémicas del significado del número natural en segundo grado
Fuente: elaboración propia

4.3.3 Análisis del libro de texto de tercer grado

En SEP (2019c) se encontraron siete tareas sobre el tratamiento del número natural en sus significados *cardinal*, *operacional* y *simbólico* (ver Figura 10).



Figura 10 – Significado pretendido del número natural en tercer grado
Fuente: elaboración propia

En este grado escolar, las tareas sobre el significado de cardinal (Figura 11) se enfocan en valor posicional de números hasta de cuatro cifras (Figura 11a). Para el significado operacional se propone la resolución de operaciones de suma (Figura 11b). En el significado simbólico se utilizan las representaciones verbal y simbólica de números de cuatro cifras para abordar el tránsito entre ambas representaciones (Figura 11c).

Figura 11a – Significado cardinal
Fuente: SEP (2019c, p. 12)

Figura 11b – Significado operacional
Fuente: SEP (2019c, p. 43)

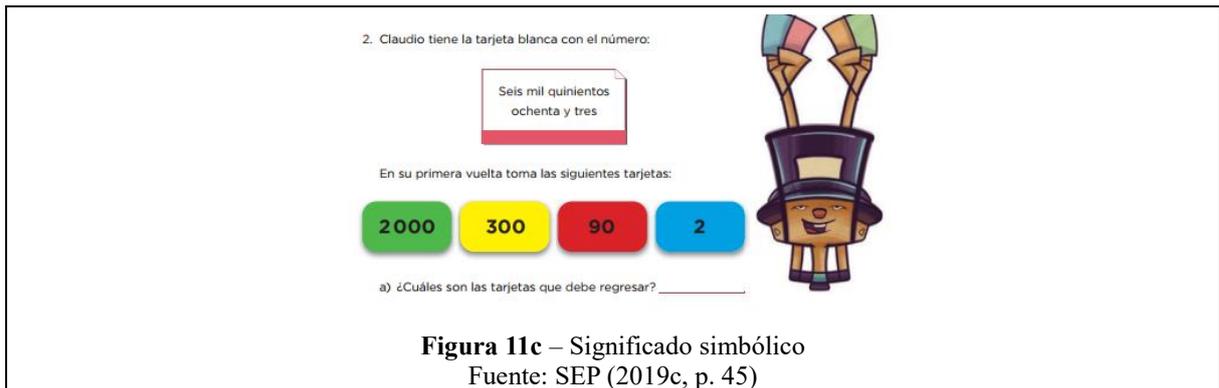


Figura 11c – Significado simbólico
Fuente: SEP (2019c, p. 45)

Figura 11 – Significados del número natural en tercer grado
Fuente: elaboración propia

A continuación, en el Cuadro 14 se presentan las configuraciones epistémicas asociadas a cada significado.

Significado	Objetos primarios
Cardinal	<ul style="list-style-type: none"> -<i>Lenguaje</i>: representaciones verbal y simbólica de números de cuatro cifras. -<i>Procedimientos</i>: descomposición aditiva. -<i>Conceptos</i>: valor posicional, unidades de millar, centenas, decenas y unidades. -<i>Proposiciones</i>: descomposición aditiva de números de cuatro cifras en términos de unidades, decenas, centenas y unidades de millar. -<i>Argumentos</i>: valor posicional.
Operacional	<ul style="list-style-type: none"> -<i>Lenguaje</i>: el uso de representaciones simbólica y verbal de números del 0 al 9999. -<i>Procedimientos</i>: el conteo y comparación de cardinales. -<i>Conceptos</i>: suma -<i>Proposiciones</i>: descomposición aditiva de números naturales en términos de unidades, decenas y centenas. -<i>Argumentos</i>: valor posicional.
Simbólico	<ul style="list-style-type: none"> -<i>Lenguaje</i>: representaciones verbal y simbólica de números de hasta cuatro cifras. -<i>Procedimientos</i>: la comparación de cardinales, suma y el conteo. -<i>Conceptos</i>: los significados de mayor que y menor que. -<i>Proposiciones</i>: comparación de números hasta de cuatro cifras. -<i>Argumentos</i>: orden de los números en secuencias numéricas

Cuadro 14 – Configuraciones epistémicas del significado del número natural en tercer grado
Fuente: elaboración propia

5 Idoneidad epistémica del significado del número natural

Dado que interesó valorar la idoneidad epistémica del significado del número natural en libros de texto de los tres primeros grados de la Educación Primaria en México. A continuación, se presenta, la valoración con base en los indicadores propuestos desde el significado referencia del número natural y el significado pretendido en los libros de texto.

5.1 Situaciones-problema

Uno de los criterios de idoneidad epistémica es valorar si *se presentan situaciones-problema que promueven el uso del número natural en diferentes contextos numéricos*

(*cardinal, ordinal, secuencia numérica, medida, operacional y simbólico*). En línea con ello, y de acuerdo con el análisis de las actividades en los tres libros de texto, se evidenció que se promueve el uso del número natural en cuatro contextos numéricos (Figura 12), donde cada contexto tiene asociada una configuración epistémica que da información específica sobre los objetos primarios que lo caracterizan.

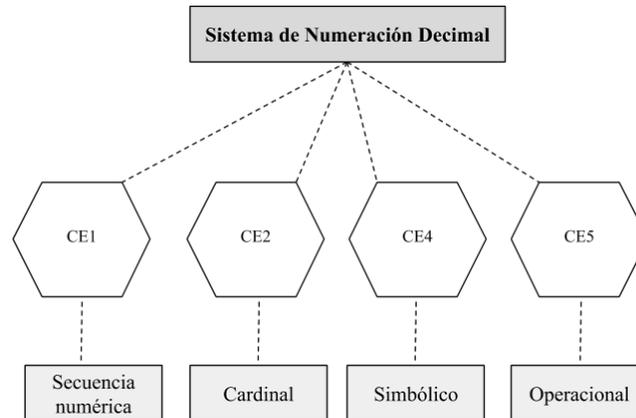


Figura 12 – Significados del número natural en libros de texto
Fuente: elaboración propia

5.2 Lenguaje

Otro indicador de idoneidad es valorar si se *promueve el uso de las distintas representaciones del número natural: verbal, simbólica, material manipulativo y gráfica* en los libros de texto. En el Cuadro 15, se presentan las representaciones abordadas en cada significado.

Significado	Representaciones			
	Verbal	Simbólica	Material manipulativo	Gráfica
Cardinal	x	x	x	x
Operacional	x	x	x	x
Secuencia numérica	x	x	x	x
Simbólico	x	x	x	

Cuadro 15 – Representaciones del número natural
Fuente: elaboración propia

En la Figura 13, se presentan ejemplos de representaciones del número natural identificadas en las tareas propuestas en los textos. Por ejemplo, la *representación simbólica* de los números del 1 al 10 (Figura 13a), la *representación verbal* mediante el recitado de números del 1 al 15 y del 15 al 1 (Figura 13b), el uso de *material manipulativo* para abordar la descomposición aditiva en términos de unidades, decenas y centenas, mediante el uso de fichas

de tres colores diferentes (Figura 13c) o bien, con tarjetas de tres colores diferentes donde se muestra la representación simbólica de los números de una, dos y tres cifras (Figura 13f) y la *representación gráfica* para escribir los números que faltan en una recta numérica con números de tres cifras (Figura 13d) o bien el uso de la tabla-100 (Figura 13e), para identificar características en tramos de la secuencia numérica del 1 al 100.

Figura 13a – Representación simbólica
Fuente: SEP (2019a, p. 15)

Figura 13b – Representación verbal
Fuente: SEP (2019a, p. 32)

Figura 13c – Representación material manipulativo
Fuente: SEP (2019b, p. 93)

Figura 13d – Representación gráfica (recta numérica)
Fuente: SEP (2019b, p. 91)

Figura 13e – Representación gráfica (Tabla-100)
Fuente: SEP (2019a, p. 133)

Figura 13f – Representación material manipulativo
Fuente: SEP (2019b, p. 92)

Figura 13 – Representaciones del número natural

Fuente: elaboración propia

5.3 Reglas y argumentos

Con respecto al indicador sobre el componente reglas, se valora si *el texto presenta conceptos, proposiciones y procedimientos adecuados para este nivel escolar*; en términos generales, se encontró que los conceptos (cardinalidad, unidad, decena, centena, entre otros);

las proposiciones y los procedimientos (completar a la decena, cálculo mental, entre otros) son adecuados para el nivel escolar al que se dirigen y están justificados desde el aprendizaje esperado en cada grado escolar. Sin embargo, un aspecto que es importante resaltar es lo referido al tratamiento del valor posicional de las cifras de un número, dado que, este es abordado solo de manera implícita y los libros no muestran conceptos o proposiciones puntuales sobre este concepto, lo cual podría obstaculizar el aprendizaje del SND. Sobre el componente argumentos se valora si *el texto promueve situaciones en las que se deba argumentar*, generalmente los libros de texto promueven una discusión grupal o en equipos, sobre la pertinencia del uso de procedimientos para resolver situaciones problema.

5.4 Relaciones

Otro de los indicadores de idoneidad epistémica está relacionado con valorar *si el libro de texto presenta situaciones-problema para transitar entre las distintas representaciones del número natural (verbal, simbólica, material manipulativo y gráfica)*. De acuerdo con el análisis, los textos promueven el tránsito entre dos, tres y más de cuatro representaciones.

A continuación, en las Figuras 14 y 15, se presentan algunos ejemplos sobre el tránsito entre dos representaciones del número natural, por ejemplo, de la representación gráfica a la simbólica (Figura 14a) la situación-problema parte de la práctica operativa, donde se pide establecer el número de fichas azules puestas inicialmente en un tablero con diez recuadros y determinar las fichas azules que faltan para llenar completamente el tablero, y representarlo simbólicamente mediante la suma de dos números. Asimismo, el tránsito de la representación simbólica a la gráfica (Figura 14b), en este caso, se parte del número total de fichas que tienen Lupita y Paco, es decir, 31 fichas; y considerando que Lupita puso diecisiete, se pide determinar el número de fichas agregadas por Paco, para ello se utiliza la representación gráfica de estas mediante el uso de cuatro tableros, donde se emplean fichas verdes para representar las fichas de Paco, con la finalidad de determinar la cantidad de las mismas implementado el recuento.

1 Cuenta las fichas azules, escribe cuántas faltan para completar la decena en cada caso y también completa las sumas.

¿Cuántas fichas son? _____
 ¿Cuántas faltan para completar 10? _____

$\square + \square = 10$



Lupita y Paco jugaron con sus fichas.

En total reunimos 31.

Puse 17.

¿Cuántas puse yo?



Para representar las fichas de Lupita, Paco usó tableros de 10.

1 Puso en el tablero las 17 fichas.




2 Usó fichas de otro color para completar 31.




• ¿Cuántas fichas puso Paco? _____

Figura 14a – Representación gráfica a simbólica del número natural
 Fuente: SEP (2019a, p. 93)

Figura 14b – Representación simbólica a gráfica del número natural
 Fuente: SEP (2019a, p. 111)

Figura 14 – Representación gráfica a simbólica de los números naturales
 Fuente: elaboración propia

Otra relación de tránsito entre dos representaciones que se promueve en los libros de texto, es aquella que parte de la representación con material manipulativo (Figura 15), por ejemplo, con tarjetas etiquetadas con los números 10 y 1 y tarjetas etiquetadas con números de dos cifras a la representación simbólica de números de dos cifras (Figura 15a), en esta tarea se proporciona una tarjeta con el número 53 y se pide expresarlo como la suma de tarjetas que representan al 10 y al 1, para posteriormente representarlo como la suma de dieces y unos. Asimismo, se parte del uso de monedas de \$10 y \$1, para transitar de la representación simbólica a la representación con material manipulativo (Figura 15b), en este caso la tarea pide representar de diferentes maneras 68 pesos.

6. ¿Quién tiene el mayor?

Trabajen en equipos. Repitan cinco veces cada actividad.

1 Tomen tarjetas de 10 y de 1 y revuélvanlas.



- Por turnos, tomen una tarjeta hasta que se acaben.
- Escriban los números que se forman con sus tarjetas, del menor al mayor.

2 Recibirá cada uno un papel con un número.

- Formen su número con tarjetas de 10 y de 1 y escribanlo así:



$53 = 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 1 + 1 + 1$

- Escriban los números del mayor al menor.

6. El monedero

1 Recibirás monedas en una bolsita.

- ¿Cuánto dinero tienes? _____

2 En el monedero de Julia hay 68 pesos en monedas de 1 y 10 pesos. Dibuja cuántas monedas de cada una puede haber. Encuentra diferentes respuestas.




3 Con tus compañeros encuentra todas las respuestas posibles. Escríbelas en la tabla.

10				
1				

Figura 15a – Representación material manipulativo a simbólica del número natural
 Fuente: SEP (2019a, p. 150)

Figura 15b – Representación simbólica a material manipulativo del número natural
 Fuente: SEP (2019a, p. 135)

Figura 15 – Representación con material manipulativo y simbólico del número natural.
 Fuente: elaboración propia

Por otra parte, el libro de texto también promueve el tránsito entre tres representaciones (Figura 16), se parte de la representación del número en tarjetas con puntos, a la representación del mismo número utilizando hasta dos tableros con diez cuadros cada uno, para finalmente llegar a la representación simbólica del número, mediante la suma de dos números.

9. Diez y más

- 1 Dibuja los puntos de las tarjetas en los tableros. Completa primero un tablero.
- 2 Después, anota el número que falta en cada una de las sumas para que los totales sean iguales en las tarjetas y en los tableros.

$5 + 6$ $10 + \underline{\quad}$

$6 + 7$ $10 + \underline{\quad}$

Figura 16 – Relaciones entre tres representaciones
Fuente: SEP (2019a, p. 71)

Por último, también se promueve el tránsito entre más de cuatro representaciones (Figura 17), por ejemplo, en la Figura 17a, se parte de la representación simbólica del número 30 y se muestra la representación mediante palitos, cubos, expresión aditiva y utilizando los dedos de la mano, y se pide, adicionalmente, dibujar otras representaciones. Por otra parte, en la Figura 17b, se parte de la expresión simbólica del número 287, y se pide indicar cómo se puede representar con tableros, fichas, material manipulativo (billetes de \$100 y monedas de \$10 y \$1), así como en términos de unidades, decenas y centenas.

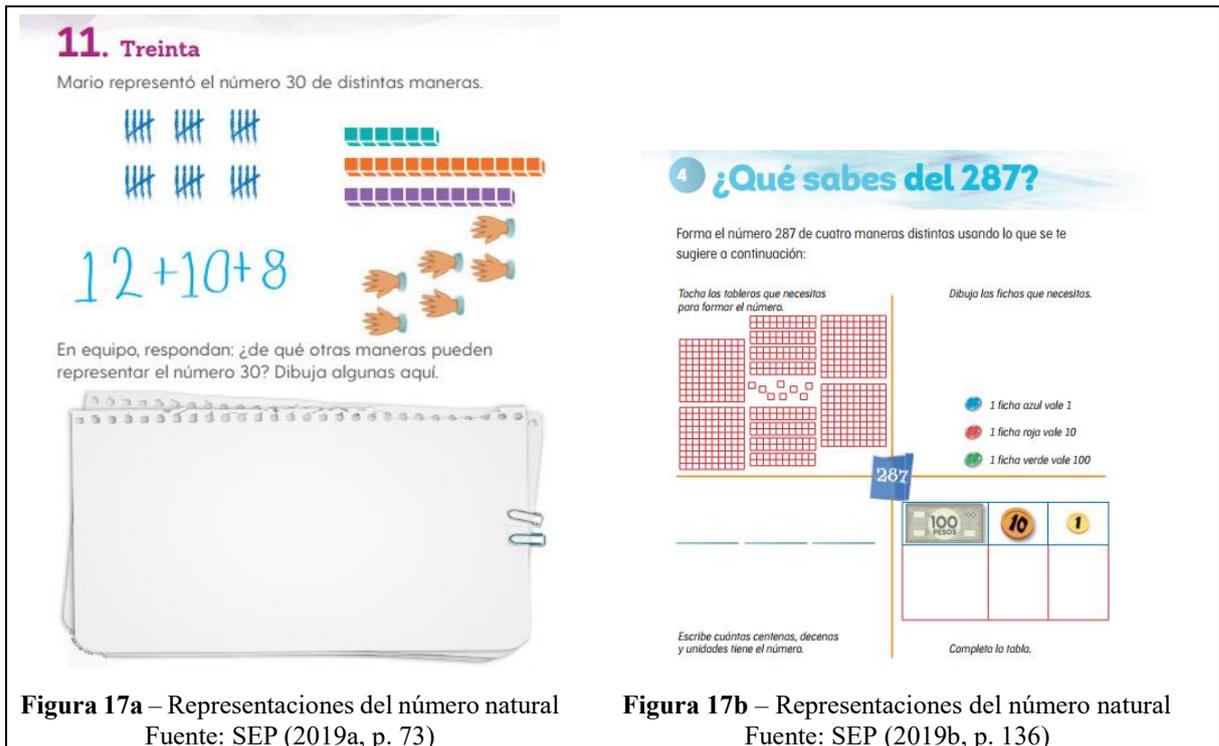


Figura 17a – Representaciones del número natural
Fuente: SEP (2019a, p. 73)

Figura 17b – Representaciones del número natural
Fuente: SEP (2019b, p. 136)

Figura 17 – Relaciones entre cuatro representaciones del número natural
Fuente: elaboración propia

6 Discusión y conclusiones

En esta investigación interesó valorar la idoneidad epistémica del significado del número natural, en libros de texto de los tres primeros grados de la Educación Primaria en México. El uso de los indicadores de idoneidad epistémica y la configuración epistémica de objetos primarios fueron herramientas útiles para el desarrollo de la misma.

En el caso de las situaciones-problema, los libros de texto analizados presentan tareas en las que se abordan cuatro significados del número natural (ALCALDE; PÉREZ; LORENZO, 2014; CID; GODINO; BATANERO, 2003; RICO *et al.*, 2008), estos son: *cardinal*, *secuencia numérica*, *operacional* y *simbólico*, mientras que, los significados *ordinal* y *medida* no se contemplan para su enseñanza. En el caso del significado de medida, este es abordado en el eje temático forma, espacio y medida (SEP, 2017), sin embargo, en esta investigación solo se analizaron tareas de los ejes *número*, *álgebra* y *variación* (SEP, 2017) y *sentido numérico* y *pensamiento algebraico* (SEP, 2011), específicamente los temas *número* (SEP, 2017) y *números* y *sistemas de numeración* (SEP, 2011), de ahí la razón de la ausencia de tareas para este significado. El conocimiento de los distintos significados del número natural permite orientar el diseño y propuestas de tareas que complementen lo trabajado desde los textos.

En cuanto al componente lenguaje, se identificó que se promueve el uso de cuatro

representaciones, a saber, la *verbal, simbólica, material manipulativo y gráfica* en las tareas analizadas. En el caso de material manipulativo se propone el uso de recursos accesibles para los estudiantes y docentes, tales como fichas, semillas, dados, pero no se sugiere la utilización de bloques multibase, ábacos o regletas de Cuisenaire. En la representación gráfica se evidenció el uso de las tablas-100 y la recta numérica para atender el significado *operacional y secuencia numérica*. Con base en estos resultados, se hace necesario proponer tareas que contemplen el uso de bloques multibase para atender el significado cardinal. Asimismo, estudiar las representaciones asociadas a los significados *ordinal y medida*, al menos para los tres primeros grados de Educación Primaria.

Respecto de la componente reglas, los resultados muestran la necesidad de enfatizar en el valor posicional de las cifras para entender la realización de operaciones de suma y resta, y con ello promover el aprendizaje del mismo en grados posteriores (CHAN; HO, 2010; FLORES; RICO, 2015; HIEBERT; WEARNE, 1992; HUNTER *et al.*, 1994).

En el caso de la componente argumentos, los resultados muestran la importancia del trabajo en equipo, debido a que propicia el desarrollo de la habilidad de argumentar durante la resolución de las tareas, lo que permite, a los docentes, identificar el objeto matemático a tratar, los procesos y prácticas que pudieran intervenir en la actividad matemática para adaptarlos a las circunstancias particulares del grupo (GODINO *et al.*, 2017). Por otra parte, en cuanto a la componente relaciones, se encontró que las tareas promueven el tránsito entre distintas representaciones del número natural, lo que puede mejorar la comprensión del concepto si se consideran los contextos inmediatos del estudiante. De ahí la importancia del análisis de la dimensión epistemológica de un concepto (D'AMORE *et al.*, 2015).

Sin duda, el significado del número natural es un componente importante para el desarrollo del sentido numérico (CID; GODINO; BATANERO, 2003; GODINO *et al.*, 2009; NCTM, 1989; SEP, 2011) y como bien lo mencionan Pino-Fan *et al.* (2013, p. 147), el criterio de “representatividad” implicado en la definición de idoneidad epistémica favorece, entre otros aspectos, valorar la “calidad matemática de la instrucción y debería ser considerados cuando se planean actividades matemáticas”.

En la misma línea, para que la Didáctica de las Matemáticas aspire a la mejora del funcionamiento de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, se necesitan criterios que permitan valorarlos y guiar su mejora (BREDA; FONT; PINO-FAN, 2018) de ahí la pertinencia de la construcción de criterios de idoneidad epistémica con base en el significado de referencia del objeto matemático, para valorar el tratamiento de conceptos matemáticos en libros de texto. Asimismo, los criterios de idoneidad epistémica en conjunto con la

configuración epistémica de objetos es una herramienta poderosa para analizar y valorar el significado pretendido del tratamiento de distintos objetos matemáticos, en este caso el número natural.

Ahora, si las instituciones educativas se apoyan en el desarrollo de las investigaciones en el campo de la Matemática Educativa, para diseñar un currículo idóneo tomando como base el significado de los objetos matemáticos, facilitaría que los profesores de matemáticas logren diseñar e implementar procesos de instrucción idóneos (PINO-FAN *et al.*, 2013). La información proporcionada en esta investigación puede ser utilizada por los profesores en servicio y en formación para identificar los significados del número natural, así como guiar la selección de tareas en particular y su reflexión curricular en general.

Referencias

ALCALDE, M.; PÉREZ, I.; LORENZO, G. **Los números naturales en el aula de primaria**. Castellón de la Plana: Universidad Jaume I, 2014.

ANGULO, A.; PULIDO, N.; MOLANO, E. Estrategia de enseñanza para favorecer la comprensión del valor posicional. **Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia**, Madrid, v. 6 n. 1, p. 1-31, 2017.

ÁVALOS, O.; SOLARES, D. V. “Los ceros también valen”. Conocimientos de alumnos de sexto grado de primaria sobre el cero como elemento del sistema decimal. **Educación Matemática**, Ciudad de México, v. 30. n. 3, p. 55-82, 2018.

BEDOYA, E.; OROZCO, M. El niño y el sistema de numeración decimal. **Comunicación, Lenguaje y Educación**, [s.l.], v. 11, n. 12, p. 55-62, 1991.

BLOCK, D.; ÁLVAREZ, A.M. Los números en primer grado: Cuatro generaciones de situaciones didácticas. **Educación Matemática**, Ciudad de México, v. 11, n. 1, p. 57-76, 1999.

BREDA, A.; FONT, V.; PINO-FAN, L. R. Criterios valorativos y normativos en la didáctica de las matemáticas: el caso del constructo idoneidad didáctica. **Bolema**, Rio Claro, v. 32, n. 60, p. 255-278, 2018.

BUENO, S.; PÉREZ, O. L. Prácticas actuales de la idoneidad epistémica y cognitiva del concepto función real de una variable real en carreras de ingeniería. **Educación Matemática**, Ciudad de México, v. 30. n. 2, p. 202-231, 2018.

BURGOS, M.; CASTILLO, M. J.; BELTRÁN-PELLICER, P.; GIACOMONE, B.; GODINO, J. D. Análisis didáctico de una lección sobre proporcionalidad en un libro de texto de primaria con herramientas del enfoque ontosemiótico. **Bolema**, Rio Claro, v. 34, n. 66, p. 40-68, 2020.

CASTRO, E.; MOLINA, M. Números naturales y sistemas de numeración. *En*: SEGOVIA, I.; RICO, L. (Eds.). **Matemáticas para maestros de Educación Primaria**. Madrid: Pirámide, 2017, p. 47-74.

CASTRO, E.; SEGOVIA, I. Sentido numérico. *En*: FLORES, P.; RICO, L. (Eds.). **Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en Educación Primaria**. Madrid: Pirámide, 2015, p. 111-126.

CAÑADAS, M. C.; CASTRO, E. Aritmética de los números naturales. Estructura aditiva. *En*: SEGOVIA, I.; RICO, L. (Eds.). **Matemáticas para maestros de Educación Primaria**. Madrid: Pirámide, 2017, p. 75-98.

CHAN, B. M. Y.; HO, C. S. H. The cognitive profile of chinese children with mathematics difficulties. **Journal of Experimental Child Psychology**, [s.l.], v. 107, n. 3, p. 260-279, 2010.

CHAN, W. W. K.; AU, T. K.; LAUY, N. T.; TANG, J. Counting errors as a window onto children's place-value concept. **Contemporary Educational Psychology**, [s.l.], v. 51, p. 123-130, 2017.

CID, E.; GODINO, J. D.; BATANERO, C. **Sistemas numéricos y su didáctica para maestros**. Granada: Universidad de Granada, 2003.

CONTRERAS, L. C.; CARRILLO, J.; ZAKARYAN, D.; MUÑOZ-CATALÁN, M. C.; CLIMENT, N. Un estudio exploratorio sobre las competencias numéricas de los estudiantes para maestro. **Bolema**, Rio Claro, v. 26. n. 42B, p. 433-457, 2012.

D'AMORE, B.; FANDIÑO, M.; IORI, M.; MATTEUZZI, M. Análisis de los antecedentes histórico-filosóficos de la "paradoja cognitiva de Duval". **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa**, Ciudad de México, v. 18, n. 2, p. 177-212, 2015.

DÍAZ-LEVICOY, D.; MORALES-GARCIA, L.; RODRÍGUEZ-ALVEAL, F. Las medidas de tendencia central en libros de texto de educación primaria en México. **Revista Paradigma**, Maracay, v. 41, p. 706-721, 2020. DOI: <https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2020.p706-729.id819>

FLORES, P.; RICO, L. **Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en Educación Primaria**. Madrid: Pirámide, 2015.

FONT, V.; GODINO, J.D. La noción de configuración epistémica como herramienta de análisis de textos matemáticos: su uso en la formación de profesores. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 8, n. 1, p. 67-98, 2006.

GODINO, J. D. Construyendo un sistema modular e inclusivo de herramientas teóricas para la educación matemática. *En*: CONTRERAS, J. M.; ARTEAGA, P.; CAÑADAS, G. R.; GEA, M. M.; GIACOMONE, B.; LÓPEZ-MARTÍN, M. M. (Eds.). **Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos**. Granada: Universidad de Granada, 2017. p. 1-20. Disponible en: <http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html>. Acceso: 15, noviembre. 2019.

GODINO, J. D. Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. **Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática**, San José, n. 11, p.111-132, 2013.

GODINO, J. D.; BATANERO, C. Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. **Recherches en Didactique des Mathematiques**, Grenoble, v. 14, n. 3, p. 325-355, 1994.

GODINO, J. D.; BENCOMO, D.; FONT, V.; WILHELMI, M. R. Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. **Paradigma**, Maracay, v. 27, n. 2, p. 221-252, 2006.

GODINO, J. D.; FONT, V.; KONIC, P.; WILHELMI, M. R. El sentido numérico como articulación flexible de significados parciales de los números. *En*: PEÑAS, J. M. (Ed.). **Investigación en el aula de Matemáticas: Sentido Numérico**. Granada: SAEM Thales y Departamento de Didáctica de la Matemática, 2009. p. 117-184.

GODINO, J. D.; FONT, V.; WILHELMI, M. R. Análisis ontosemiótico de una lección sobre la suma y la resta. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa**, Ciudad de México, v. 9, n. especial, p. 131-155, 2006.

GODINO, J. D.; FONT, V.; WILHELMI, M. R.; ARRIECHE, M. ¿Alguien sabe qué es un número? **UNIÓN - Revista Iberoamericana de Educación Matemática**, Andujar, n.19, p. 34-46, 2009.

GODINO, J. D.; GIACOMONE, B.; BATANERO, C.; FONT, V. Enfoque ontosemiótico de los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas. **Bolema**, Rio Claro, v. 31, n. 57, p. 90-113, 2017.

HIEBERT, J.; WEARNE, D. Links between teaching and a learning place value with understanding in first grade. **Journal for Research in Mathematics Education**, Reston, v. 23, n. 2, p. 98-122, 1992.

HUNTER, J.; TURNER, I.; RUSSELL, C.; TREW, K.; CURRY, C. Learning multi-unit number concepts and understanding decimal place value. **Educational Psychology**, [s.l.], v.14, n. 3, p. 269-282, 1994.

KONIC, P. M.; GODINO, J. D.; RIVAS, M. A. Análisis de la introducción de los números decimales en un libro de texto. **NÚMEROS - Revista de Didáctica de las Matemáticas**, Tenerife, v. 74, p. 57-74, 2010.

MEDINA RODRÍGUEZ, D. A. La comprensión del valor de posición en el desempeño matemático de niños. **Avances en Psicología Latinoamericana**, Bogotá, v. 34, n. 3, p. 441-456, 2016.

MORALES-GARCIA, L.; NAVARRO, C.; DÍAZ-LEVICOY, D. Significados del número natural en libros de texto mexicanos: un análisis descriptivo. **Educación Matemática**, Ciudad de México, en prensa.

MORENO, M.; GIL, F.; MONTORO, A. B. Sentido de la medida. En: FLORES, P.; RICO, L. (Eds.). **Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en Educación Primaria**. Madrid: Pirámide, 2015, p. 147-168.

NATIONAL RESEARCH COUNCIL. Contenido matemático fundacional para el aprendizaje en los primeros años. **Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia**, Madrid, v. 4. n. 2, p. 32-60, 2015.

NCTM. NATIONAL COUNCIL OF TEACHER OF MATHEMATICS. **Principles and Standards for School Mathematics**. Reston: National Council of Teacher of Mathematics, 1989.

OTÁLORA, Y.; OROZCO, M. ¿Por qué 7545 se lee como “sesenta y cinco cuarenta y cinco? **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa**, Ciudad de México, v. 9, n. 3, p. 407-433, 2006.

PINO, J.; BLANCO, L. J. Análisis de los problemas de los libros de texto de matemáticas para alumnos de 12 a 14 años de edad de España y de Chile en relación con los contenidos de proporcionalidad. **Publicaciones**, Granada, v. 38, p. 63-88, 2008.

PINO-FAN, L. R.; CASTRO, W. F.; GODINO, J. D.; FONT, V. Idoneidad epistémica del significado de la derivada en el currículo de bachillerato. **Paradigma**, Maracay, v. 34, n. 2, p. 123-150, 2013.

RICO, L. Significar y comprender los sistemas numéricos. **NÚMEROS - Revista de Didáctica de las Matemáticas**, Tenerife, v. 100, p.153-158, 2019.

RICO, L.; MARÍN, A.; LUPIÁÑEZ, J. L.; GÓMEZ, P. Planificación de las matemáticas escolares en

secundaria. El caso de los Números Naturales. **Suma**, Valencia, v. 58, p. 7-23, 2008.

RIZO, C. R.; CAMPISTROUS, L. A.; PASTOR, C.; PASTOR, G.; NAVA, A. **El trabajo con números naturales en la escuela primaria mexicana**. Guerrero: Universidad Autónoma de Guerrero, 2013.

RODRÍGUEZ-NIETO, C. A.; NAVARRO, C.; CASTRO, A. N.; GARCÍA M. S. Estructuras semánticas de problemas aditivos de enunciado verbal en libros de texto mexicanos. **Educación Matemática**, Ciudad de México, v. 31, n. 2, p. 75-104, 2019. DOI: <https://doi.org/10.24844/EM3102.04>

RUIZ, J. F. Sentido y modos de uso de un concepto. *En*: RICO, L.; MORENO, A. (Eds.). **Elementos de didáctica de la matemática para el profesor de Secundaria**. Madrid: Pirámide, 2016, p. 139-151.

SAIZ, I. E.; GOROSTEGUI, E.; VILOTTA, D. Problematizar los conjuntos numéricos para repensar su enseñanza: entre las expresiones decimales y los números decimales. **Educación Matemática**, Ciudad de México, v. 23, n. 1, p. 123-151, 2011.

SALGADO, M.; SALINAS, M. J. El número en los libros de texto de Educación Infantil. *En*: GONZÁLEZ, M. J.; GONZÁLEZ, M. T.; MURILLO, J. (Eds.). **Investigación en Educación Matemática XIII**. Santander: SEIEM, 2009. p.487-497.

SAXTON, M.; CAKIR, K. Counting-on, Trading and partitioning: Effects of training and prior knowledge on performance on base-10 tasks. **Child Development**, Medford, v. 77, n. 3, p. 767-785, 2006.

SEP. SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA. **Plan de estudios 2011**. Ciudad de México: Secretaría de Educación Pública, 2011.

SEP. SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA. **Aprendizaje clave para la Educación Integral: Plan y programa de estudio para la Educación Básica**. Ciudad de México: Secretaría de Educación Pública, 2017.

SEP. SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA. **Matemáticas: Primer grado**. Ciudad de México: Secretaría de Educación Pública, 2019a.

SEP. SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA. **Matemáticas: Segundo grado**. Ciudad de México: Secretaría de Educación Pública, 2019b.

SEP. SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA. **Desafíos Matemáticos: Libro para el alumno. Tercer grado**. Ciudad de México: Secretaría de Educación Pública, 2019c.

VÁSQUEZ, C.; DÍAZ-LEVICOY, D.; ARTEAGA, P. Objetos Matemáticos ligados a la estadística y la probabilidad en educación infantil: un análisis desde los libros de texto. **Bolema**, Rio Claro, v. 34, n. 67, p. 480-500, 2020. DOI: <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v34n67a07>.

**Submetido em 22 de Dezembro de 2020.
Aprovado em 03 de Agosto de 2021.**