Artigo Original

REVEMAT
REVISTA ELETRÔNICA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

BANCO GEOMÉTRICO: GÊNESE DOCUMENTAL E ORQUESTRAÇÃO INSTRUMENTAL

Geometric Bank: Documentation Genesis and Instrumental Orchestration

Matheus Souza de ALMEIDA
Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE), Recife/PE, Brasil
mralmeida769@gmail.com
https://orcid.org/0000-0003-1782-763X

Elisângela Bastos de Mélo ESPÍNDOLA
Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE), Recife/PE, Brasil
ebmespindola@gmail.com
https://orcid.org/0000-0002-3769-0768

Pedro Rafhael Barbosa COSTA
Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE), Recife/PE, Brasil
pedro.rafhael.7@gmail.com
https://orcid.org/0000-0002-5720-2469

Tadeu Lira de MELLO
Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE), Recife/PE, Brasil
tadeu_mello_@hotmail.com
https://orcid.org/0000-0003-4285-2183

Joseleide da Silva DAMASCENA
Secretaria de Educação de Pernambuco, Recife/PE, Brasil
josymate@hotmail.com
https://orcid.org/0000-0003-3643-8517

A lista completa com informações dos autores está no final do artigo

RESUMO

Apresentamos um estudo desenvolvido no seio do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (Pibid), que teve em seu bojo, o trabalho de bolsistas (licenciandos em Matemática) sobre e com os recursos para o ensino de Matemática. Em particular, analisamos o processo de concepção e aplicação de um jogo sobre o tema Poliedros, o Banco Geométrico. Destacamos como norte teórico a Abordagem Documental do Didático, a Teoria da Orquestração Instrumental e o modelo *Mathematics Teacher's Specialized Knowledge* (MTSK). A coleta de dados ocorreu à luz da investigação reflexiva, pela qual são utilizadas várias ferramentas; a saber: observação de classe, entrevistas, videogravação, dentre outras; bem como o acompanhamento do trabalho documental dos sujeitos em diversos lugares (escola, laboratório, etc.). Dentre os resultados, sublinhamos elementos de evolução do jogo em tela, em virtude do trabalho documental e das orquestrações instrumentais (configuração didática, modos de exploração e desempenho didático). E, como esses elementos foram permeados pelo desenvolvimento de conhecimentos profissionais docentes.

Palavras-chave: Abordagem Documental do Didático, Orquestração Instrumental, MTSK, Pibid, Jogos matemáticos.

ABSTRACT

This study was developed within the Institutional Program for Scholarships for Initiation in Teaching (Pibid), the core of which was the work of scholarship holders (Mathematics degree students) on and with the resources for Mathematics teaching. We analysed the process of the design and application of a game focused on polyhedra, called the Geometric Bank. The theoretical framework chosen was the Documentational Approach to Didactics (DAD), the Theory of

Instrumental Orchestration and the Mathematics Teacher's Specialized Knowledge (MTSK) model. Data collection took place in the light of reflective investigation, by which various tools are used, namely: class observation, interviews, video recording, among others. Also, the subjects' documentation work in different places (school, laboratory, etc.) were monitored. Among the results, we highlight elements of evolvement of the game on screen, based on the documentation work and instrumental orchestrations (didactic configuration, modes of exploration and didactic performance), besides understanding how those elements were permeated by the development of professional teaching knowledge.

Keywords: Pibid, Documental Approach to Didactics, Instrumental Orchestration, Mathematical game, MTSK.

1 INTRODUÇÃO

Segundo o Ministério da Educação (Brasil, 2020), o Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (Pibid)[1] é uma ação da política nacional de formação docente, que tem como objetivos, por exemplo: Elevar a qualidade da formação inicial de professores nos cursos de licenciatura, promovendo a integração entre educação superior e educação básica. Nesse sentido, o presente trabalho se insere em uma perspectiva de grupo de trabalho colaborativo, entre licenciandos e professores de Matemática, da Universidade Federal Rural de Pernambuco e de uma Escola de Referência em Ensino Médio (EREM), denominada Professor Alfredo Freyre. Assim como Souza, Oliveira & Atti (2017, p. 96), consideramos que:

> Os grupos colaborativos propiciam momentos de reflexão coletiva, reflexão individual, construção e reconstrução de conceitos, por meio da prática de compartilhar erros e acertos, de adaptar pontos de vista, o que poderá implicar em resultados importantes em qualquer carreira profissional e, particularmente, para a carreira docente que trabalha na sala de aula simultaneamente com aspectos individuais e aspectos coletivos.

Adotamos como suporte teórico a Abordagem Documental do Didático (Gueudet & Trouche, 2010) e a Teoria da Orquestração Instrumental (Trouche, 2004; Drijvers, Doorman, Boon, Reed & Gravemeijer, 2010) por trazerem a tona o fato de que o desenvolvimento profissional docente tem uma forte relação com os recursos que o professor utiliza em sua atividade profissional.

Naturalmente, a ampliação do leque de conhecimentos profissionais do professor é um elemento intrínseco ao seu desenvolvimento profissional. Sobre este último aspecto, empreendemos um olhar sobre as atividades dos bolsistas do Pibid (adiante identificados por ID's) a partir do modelo MTSK (*Mathematics Teacher's Specialized Knowledge*), traduzido por o "Conhecimento Especializado de Professores de Matemática" (Carrillo, Climent, Contreras, Montes, Escudero & Medrano, 2014).

[1] Projeto financiado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES).

Neste contexto, objetivamos analisar o processo de concepção e aplicação do jogo Banco Geométrico voltado para o estudo do tema Poliedros com alunos do 1º ano do Ensino Médio da EREM Professor Alfredo Freyre. Ressaltamos que o referido jogo foi desenvolvido ao longo da vivência do Pibid (2018.2 - 2020.1). Com efeito, a seguir refinamos o quadro teórico-metodológico adotado no presente estudo, antes de tecer a análise dos resultados e considerações sobre limites e perspectivas de outras investigações.

2 CONSIDERAÇÕES SOBRE A ABORDAGEM DOCUMENTAL DO DIDÁTICO E A TEORIA DA ORQUESTRAÇÃO INSTRUMENTAL

A Abordagem Documental do Didático (ADD) tem sua inspiração na Abordagem Instrumental (AI) (Rabardel, 1995). A AI distingue um artefato disponível para um dado utilizador e um instrumento construído por ele no curso de uma atividade finalizada (realização de uma determinada tarefa). Pois, um instrumento não existe “por si só”; o artefato se transforma em um instrumento para um sujeito quando ele o incorpora em suas atividades. De acordo com Gueudet & Trouche (2015), a ADD porta uma compreensão do trabalho do professor fundamentada na noção de recurso, mais ampla do que a de artefato. Ao termo recurso é dado um sentido bem geral: um livro didático, os programas escolares, um software, tudo o que pode reabastecer o trabalho do professor. As gêneses documentais (a constituição dos recursos em documentos) combinam os dois processos sugeridos na AI:

> 1.Instrumentalização: o professor se apropria dos recursos, ajusta-os, adapta-os, enriquece-os e reorganiza-os segundo seu objetivo de ensino.
> 2.Instrumentação: os recursos auxiliam o professor e influenciam sua atividade, esses processos marcam as evoluções de práticas e de conhecimentos profissionais induzidos pelo trabalho com / sobre os recursos (Besnier, 2016, p.95).

Como a AI distingue o que está disponível para a atividade (os artefatos) e que é desenvolvido pelos sujeitos (os instrumentos), a ADD distingue o que está disponível para a atividade dos professores, os recursos – e o que eles desenvolvem para apoiar a sua atividade de ensino: os documentos. Gueudet & Trouche (2010) apresentam a seguinte síntese: *Documento = recursos recombinados + esquema de utilização*. Sobre os recursos recombinados se leva em conta o trabalho documental do professor no que concerne a, por exemplo, modificações, adaptações, por ele realizadas. Esses autores explicam que um esquema de utilização comporta em particular regras de ação e invariantes operatórios, que são os conhecimentos profissionais dos professores[2].

A Teoria da Orquestração Instrumental (TOI) (Trouche, 2004; Drijvers et al., 2010), baseada na abordagem instrumental (Rabardel, 2015) estuda e orienta o uso de artefatos para fins educacionais, por parte do professor e por parte do aluno. "A TOI foi desenvolvida como aporte teórico para estudos que visem compreender as escolhas dos professores sobre como utilizarem os recursos que dispõem em termos de artefatos, tempo, espaço físico e pessoas" (Ignácio, 2018, p. 32).

Uma orquestração instrumental (OI) é formada essencialmente por três componentes: configuração didática, modo de exploração e desempenho didático. Para Drijvers et al. (2010) uma *configuração didática* é um arranjo do artefato no ambiente. Em outras palavras, a configuração do ambiente de ensino e os artefatos envolvidos nele. Desta forma, a *configuração didática* é geralmente prevista antes da aula do professor.

O *modo de exploração* é uma forma de utilização dos artefatos em uma dada configuração (podemos dizer: uma forma de viver em certa arquitetura) (Bellemain & Trouche, 2019). O modo de exploração apresenta uma certa flexibilidade, ou seja, para uma configuração proposta, existem vários modos possíveis de exploração desta. De acordo com Drijvers et al. (2010), o *modo de exploração* é o modo como o professor decide explorar uma configuração didática visando atender suas intenções didáticas. O que concerne a várias escolhas feitas pelo professor: as decisões sobre o modo de introduzir e trabalhar uma tarefa com os alunos, os papéis possíveis dos diferentes artefatos em jogo e técnicas a serem desenvolvidas pelos alunos. O *desempenho didático* revela a viabilidade da orquestração desenvolvida. O conceito de *desempenho didático* proposto por Drijvers et al. (2010) busca descrever os ajustes que o professor deve:

> Realizar na aula quando ele operacionaliza as configurações didáticas e os modos de execução que ele havia planejado a priori. Estes ajustes podem provocar modificações nos modos de execução, ou nas configurações, ou na duração das diferentes fases da situação. Isto conduz a uma reflexão sobre orquestrações mais flexíveis, que possam levar em conta, no desenvolvimento da tarefa da classe, as proposições dos estudantes, de forma que estes sejam cocriadores da orquestração instrumental (Bellemain & Trouche, 2019, p.114).

Pelo exposto, a ADD e a TOI subsidiaram primordialmente o presente estudo. Em particular, refinamos a seguir características do modelo MTSK, em retomada aos

[2] A noção de esquema é baseada em Vergnaud (1990): uma organização invariante da atividade, que inclui as regras de ação, e é estruturado por invariantes operatórios que são criados durante esta atividade, em diferentes contextos reunidos pela mesma classe de situações.

conhecimentos profissionais dos professores. Pois, como vimos, esses são elementos constitutivos da documentação do professor (sejam dos ID's).

3 O CONHECIMENTO ESPECIALIZADO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA – MTSK

O *Mathematics Teacher's Specialized Knowledge* (MTSK) - traduzido como "Conhecimento Especializado de Professores de Matemática", trata-se de um modelo teórico que caracteriza o conhecimento profissional específico e especializado que possui (ou deve possuir) um professor para ensinar matemática (Carrillo et al., 2014). Esse modelo está organizado em dois domínios: Conhecimento Matemático (MK) e Conhecimento Didático do Conteúdo (PCK). Cada um desses domínios é dividido em três subdomínios, como apresentamos na Figura 1 (com as siglas originais em língua inglesa).

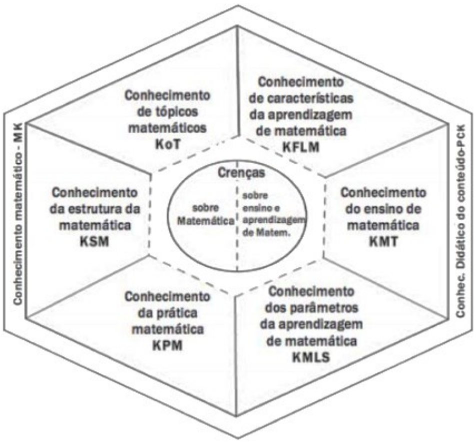

Figura 1: Domínios e subdomínios do modelo MTSK.
Fonte: Original (Carrillo et al., 2014) traduzido (Moriel Junior & Wielewskil, 2017).

No modelo MTSK (Figura 1) podemos perceber que o Conhecimento Matemático (MK) é subdividido em três subdomínios: KoT; KSM e KPM. O KoT contém quatro subtópicos: Conhecimento da fenomenologia associada a um conteúdo matemático; conhecimento das propriedades e seus fundamentos atribuíveis a um conteúdo matemático; conhecimento dos registros de representação do conteúdo matemático e conhecimento de procedimentos matemáticos associados a um conteúdo matemático. Segundo Escudero-Ávila (2015), o KSM faz alusão à temporalidade (complexificação e simplificação) e à delimitação de objetos matemáticos que geram conexões intraconceituais e interconceituais. Lima (2018) explana que o KPM abarca o conhecimento relacionado às formas de conhecer, criar ou produzir na área de matemática; por exemplo: raciocínio e prova.

O Conhecimento Didático do Conteúdo (PCK) é subdividido em três subdomínios: KMT, KFLM e KMLS. Em sua composição, o KMT é organizado em três categorias: Conhecimento de teorias de ensino associadas a um conteúdo matemático; conhecimento das estratégias, técnicas e tarefas para o ensino do conteúdo matemático e conhecimento das características matemáticas específicas de recursos didáticos para o ensino do conteúdo matemático. Quatro categorias de conhecimentos compõem o KFLM: Conhecimento das formas de aprendizagem; conhecimento das fortalezas e dificuldades associadas com a aprendizagem; conhecimento das formas de interação dos alunos com o conteúdo matemático e conhecimento das concepções dos estudantes sobre Matemática. Flores-Medrano et al. (2014) apresentam três categorias acerca do KMLS: 1. O conhecimento que o professor tem sobre que conteúdos matemáticos são necessários para ensinar no nível em que ele está ensinando. 2. O conhecimento do nível esperado de desenvolvimento conceitual e processual para um tópico matemático em um dado momento escolar. 3. O conhecimento que o professor tem sobre a sequenciação de vários assuntos; o que o aluno deve/pode alcançar em um determinado ano letivo (ou o que foi alcançado em um ano anterior, ou o que será alcançado em um ano posterior).

4 METODOLOGIA

Como já foi dito, este trabalho objetivou analisar o processo de concepção e aplicação do jogo Banco Geométrico voltado para o estudo do tema Poliedros com alunos do 1º ano do Ensino Médio (EM); sendo desenvolvido numa perspectiva de trabalho colaborativo entre os membros do Pibid – área Matemática: Licenciandos (ID's), professora da universidade e professora-supervisora da EREM Professor Alfredo Freyre, escola parceira do Pibid, localizada em Recife-PE.

Tomamos como norte metodológico princípios da investigação reflexiva, desenvolvida no seio da ADD (Gueudet & Trouche, 2010). Tais como:

1. O acompanhamento das atividades durante um período significativo de tempo – durante dezoito meses do Pibid buscamos estudar as atividades de um grupo de ID's e, assim, apreendermos os elementos de estabilidade e evoluções do seu trabalho documental na construção do jogo Banco Geométrico.

2. O acompanhamento em diversos lugares (dentro e fora da sala de aula) – os principais locais de acompanhamento foram: Laboratório Científico de Aprendizagem, Pesquisa e Ensino (LACAPE); sala do Pibid (lotados respectivamente nos departamentos de Educação e de Matemática da UFRPE) e laboratório de matemática da escola.
3. A coleta de dados ampla – levantamos possivelmente todos os recursos mobilizados no trabalho documental dos ID’s, acerca da concepção do jogo por meio de relatórios de atividades do projeto Pibid; entrevistas não estruturadas, videogravações e observações.
4. Acompanhamento reflexivo, isto é, a mobilização do olhar dos ID’s sobre o seu próprio trabalho documental a fim de estimular suas reflexões e possibilitar compreenderem melhor a estrutura dos seus próprios recursos. E, levar ao pesquisador identificar como os ID’s se apropriaram dos recursos em tela.

A organização metodológica do estudo pode ser visualizada na figura a seguir:

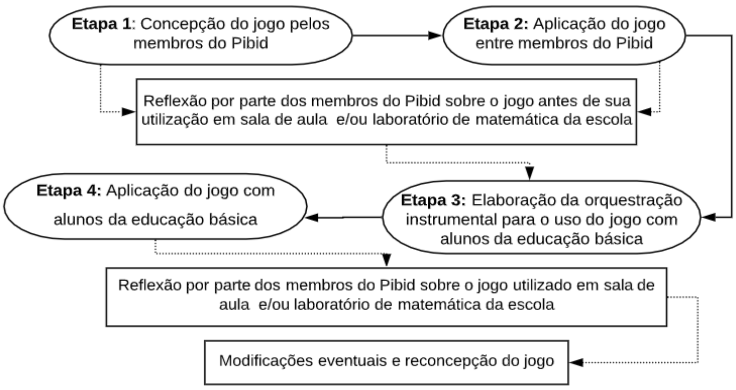

Figura 2: Organização metodológica.
Fonte: Autoria própria.

Em virtude do exposto na Figura 2, esclarecemos que a primeira etapa – *concepção do jogo* foi desenvolvida a partir do segundo semestre de vivência do Pibid. Nessa etapa, foram realizados diversos encontros entre os membros do Pibid (na universidade e/ou na escola) a fim de definir o tipo de jogo e conteúdos matemáticos que o mesmo abordaria. Em uma segunda etapa – *aplicação do jogo entre membros do Pibid* – essa ocorreu na universidade, em encontros mensais do projeto. Nessa etapa, todos os bolsistas foram convidados a opinar e sugerir ajustes no jogo, bem como as professoras. A terceira etapa – *elaboração da orquestração instrumental para o uso do jogo com alunos da educação básica* – ocorreu de modo concomitante à aplicação do jogo entre os membros do Pibid.

A quarta etapa – *aplicação do jogo com alunos da educação básica* – ocorreu no laboratório de matemática da escola. Para efeito de apresentação deste artigo, expomos os resultados advindos de duas aplicações do jogo, que durou cerca de duas aulas (100 min). Nessa etapa, participaram oito alunos do 1º ano do EM, organizados em dois grupos de quatro alunos distintos. No momento, as duas aplicações do jogo foram registradas por videogravação e por notas das observações das partidas.

A reflexão por parte dos membros do Pibid – podemos dizer que foi contínua; ou seja, tanto antes da aplicação do jogo com os alunos da escola, quanto depois dessa aplicação. Durante todo o processo de concepção e utilização do jogo, buscamos entrevistar os ID's, no calor dos acontecimentos das supramencionadas etapas. Com base nos depoimentos obtidos por meio das entrevistas não estruturadas e da análise de outros dados coletados, por exemplo, relato de memória dos encontros do Pibid, foi possível então tecer uma análise da evolução do jogo Banco Geométrico de sua concepção à utilização com os alunos da escola; como apresentamos a seguir.

5 O TRABALHO DOCUMENTAL NA CONCEPÇÃO DO BANCO GEOMÉTRICO (BG)

De acordo com Ignácio (2018, p. 40): "A partir da constatação de integração de recursos no sistema de recursos do sujeito, podemos inferir que seu sistema documental sofre igual efeito". Ademais, os indícios que o sujeito desenvolve gêneses documentais, nos autorizam a considerar que há desenvolvimento de conhecimentos profissionais mediados pelo recurso integrado.

Com efeito, na Figura 3, expomos os recursos mobilizados pelos ID's na concepção do BG e os indícios do PCK, quanto ao Conhecimento dos Parâmetros da Aprendizagem de Matemática (KMLS). Ressaltamos sobre o KMLS que esse se refere às "diretrizes e especificações curriculares, envolvendo o que está previsto, em cada etapa da educação escolar, em termos de conteúdos e competências (conceituais, procedimentais, atitudinais e de raciocínio matemático nos diversos momentos educativos) [...]" (Moriel Junior & Wielewski, 2017, p. 131).

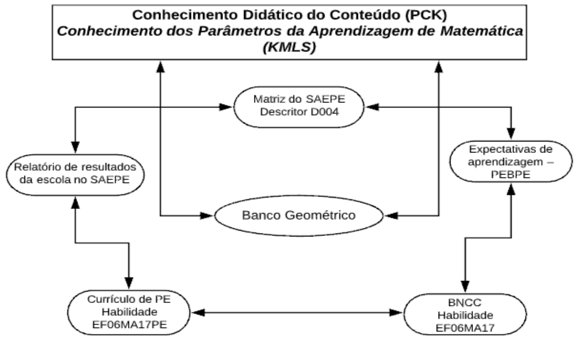

Figura 3: Recursos e PCK/KMLS na concepção do BG.
Fonte: Autoria própria.

Segundo o relatório anual de resultados do Sistema de Avaliação Educacional de Pernambuco (SAEPE) da EREM Professor Alfredo Freyre (Figura 3), ocorreu um decaimento da sua média geral, do ano de 2016 (309,9) para o ano de 2017 (293,6). Um dos descritores que apresentou resultado insatisfatório foi o D04: Identificar a relação entre o número de vértices, faces e/ou arestas de poliedros expressa em um problema (Pernambuco, 2016). Esse aspecto da escola foi levado em conta pelos ID's como um norte à elaboração de suas atividades de intervenção em turmas do 1º ano do EM. Assim como, a relação entre o SAEPE e o currículo escolar. Dessa forma, destaca-se no trabalho documental dos ID's, a expectativa de aprendizagem dos Parâmetros da Educação Básica de Pernambuco (PEBPE): Identificar elementos de prismas e pirâmides (vértices, arestas e faces); quantificar e estabelecer a relação entre o número de vértices, arestas e faces de prismas e de pirâmides; reconhecer, classificar e identificar propriedades dos poliedros (Pernambuco, 2012). Tanto quanto, as diretrizes curriculares estaduais apresentadas no quadro a seguir:

Quadro 1: Diretrizes curriculares - Geometria para o 6º ano.

UNIDADE TEMÁTICA	OBJETOS DE CONHECIMENTO	CONTEÚDOS	HABILIDADE
Geometria	Prismas e pirâmides: planificações e relações entre seus elementos (vértices, faces e arestas)	- Estabelecimento da relação entre os elementos (vértices, faces e arestas) dos prismas e das pirâmides e o polígono da base; - Associação de cada poliedro a sua planificação.	EF06MA17PE. Quantificar e estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides em função do seu polígono da base para resolver problemas e desenvolver a percepção espacial, associando cada poliedro a sua planificação.

Fonte: Pernambuco (2019).

A propósito da habilidade EF06MA17PE do Currículo de Pernambuco (Quadro 1), essa corresponde à EF06MA17, apresentada na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018), exceto pela associação de cada poliedro a sua planificação.

Ressaltamos que embora o objeto de conhecimento “Prismas e Pirâmides” seja previsto, pela BNCC e pelo Currículo de Pernambuco, para ser abordado no início do Ensino Fundamental (6º ano), esse foi retomado em turmas do 1º ano do EM pelas lacunas de aprendizagem apresentadas pelos alunos. Por consequência, uma discussão gerada entre os ID’s na concepção do BG foi como criar um dispositivo didático a fim de propiciar aos alunos: reconhecer os poliedros e suas nomenclaturas, identificar características (vértices, arestas, faces) e utilizar a relação de Euler. Nesse sentido, foi emergente o Conhecimento Matemático (MK) dos ID’s, no que se refere ao Conhecimento dos Tópicos Matemáticos (KoT), em particular sobre o *conhecimento dos registros de representação de um conteúdo matemático* (Figura 4). Houve assim, por parte dos ID’s, uma busca em diversos *sites* sobre os diferentes tipos de representações dos poliedros no sentido atribuído pela Teoria dos Registros de Representação Semiótica (Duval, 1998).

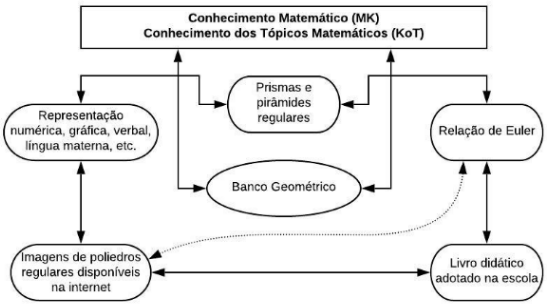

Figura 4: Recursos e MK/KoT na concepção do jogo BG.
Fonte: Autoria própria.

Na Figura 5, podemos perceber os recursos e PCK, quanto ao Conhecimento do Ensino de Matemática (KMT), mobilizados pelos ID’s na concepção do BG, com destaque para o *conhecimento das características matemáticas específicas de recursos didáticos para o ensino do conteúdo matemático.* Neste cenário, sublinhamos que O BG recebeu esse nome por ter sido inspirado no jogo Banco Imobiliário[3]; em particular, nas ideias referentes à compra, venda e hipoteca de mobílias que, no nosso caso, são relativas aos poliedros regulares. Tal fato, de certa forma, alude às noções de Educação Financeira (de forma transversal, conforme a BNCC).

[3] Para saber mais: https://pt.wikipedia.org/wiki/Banco_Imobili%C3%A1rio.

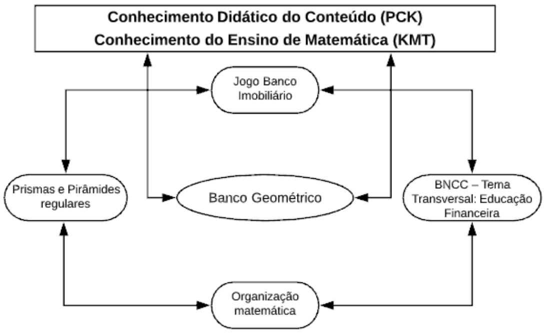

Figura 5: Recursos e PCK/KMT na concepção do jogo BG.
Fonte: Autoria própria.

Outro aspecto relevante quanto ao PCK (Figura 5), foi o *conhecimento das estratégias, técnicas e tarefas para o ensino do conteúdo matemático*, ou seja, a organização matemática, nos termos da Teoria Antropológica do Didático (Chevallard,1999). A propósito disso, no Quadro 2, temos as tarefas e técnicas elencadas na concepção do BG (referentes aos poliedros expostos no tabuleiro do jogo).

Quadro 2: Elementos da organização matemática do BG

Tarefas	Técnicas esperadas
T1. Calcular o número de vértices de um poliedro regular	t1. Sabendo-se o número de arestas de um poliedro (em linguagem natural e numérica), reconhecer o seu número de faces por meio da visualização de sua figura no tabuleiro do jogo. Aplicar a fórmula (relação de Euler) para calcular o número de vértices.
	t2. Sabendo-se o número de faces de um poliedro (em linguagem natural e numérica), reconhecer o seu número de arestas por meio da visualização de sua figura no tabuleiro do jogo. Aplicar a fórmula (relação de Euler) para calcular o número de vértices.
	t3. Sabendo-se o número de arestas e de faces de um poliedro (em linguagem natural e numérica). Aplicar a fórmula (relação de Euler) para calcular o número de vértices
$T_{1.1}$. Calcular o número de vértices do octaedro	$t_{2.1}$. Sabendo-se o número de faces de um octaedro (em linguagem natural e numérica), reconhecer o seu número de arestas por meio da visualização de sua figura no tabuleiro do jogo. Aplicar a fórmula (relação de Euler) para calcular o número de vértices.
$T_{1.2}$. Calcular o número de vértices do dodecaedro	$t_{3.1}$. Sabendo-se o número de arestas e de faces de um dodecaedro (em linguagem natural e numérica). Aplicar a fórmula (relação de Euler) para calcular o número de vértices.
$T_{1.3}$. Calcular o número de vértices do prisma octogonal	$t_{1.1}$. Sabendo-se o número de arestas de um prisma octogonal (em linguagem natural e numérica), reconhecer o seu número de faces por meio da visualização de sua figura no tabuleiro do jogo. Aplicar a fórmula (relação de Euler) para calcular o número de vértice
$T_{1.4}$. Calcular o número de vértices da pirâmide hexagonal	$t_{2.2}$. Sabendo-se o número de faces de uma pirâmide hexagonal (em linguagem natural e numérica), reconhecer o seu número de arestas por meio da visualização de sua figura no tabuleiro do jogo. Aplicar a fórmula (relação de Euler) para calcular o número de vértices.
T2. Calcular o número de faces de um poliedro regular	t4. Sabendo-se o número de arestas de um poliedro (em linguagem natural e numérica), reconhecer o seu número de vértices por meio da visualização de sua figura no tabuleiro do jogo. Aplicar a fórmula (relação de Euler) para calcular o número de faces.
	t5. Sabendo-se o número de vértices de um poliedro (em linguagem natural e numérica), reconhecer o seu número de arestas por meio da visualização de sua figura no tabuleiro do jogo. Aplicar a fórmula (relação de Euler) para calcular o

	número de faces.
$T_{2.1}$. Calcular o número de faces do prisma quadrangular	$t_{4.1}$. Sabendo-se o número de arestas de um prisma quadrangular (em linguagem natural e numérica), reconhecer o seu número de vértices por meio da visualização de sua figura no tabuleiro do jogo. Aplicar a fórmula (relação de Euler) para calcular o número de faces.
$T_{2.2}$. Calcular o número de faces do prisma pentagonal	$t_{5.1}$. Sabendo-se o número de vértices de um prisma pentagonal (em linguagem natural e numérica), reconhecer o seu número de arestas por meio da visualização de sua figura no tabuleiro do jogo. Aplicar a fórmula (relação de Euler) para calcular o número de faces.
$T_{2.3}$. Calcular o número de faces do prisma heptagonal	$t_{4.2}$. Sabendo-se o número de arestas de um prisma heptagonal (em linguagem natural e numérica), reconhecer o seu número de vértices por meio da visualização de sua figura no tabuleiro do jogo. Aplicar a fórmula (relação de Euler) para calcular o número de faces.
$T_{2.4}$. Calcular o número de faces da pirâmide quadrangular	$t_{4.3}$. Sabendo-se o número de arestas de uma pirâmide quadrangular (em linguagem natural e numérica), reconhecer o seu número de vértices por meio da visualização de sua figura no tabuleiro do jogo. Aplicar a fórmula (relação de Euler) para calcular o número de faces.
$T_{2.5}$. Calcular o número de faces da pirâmide octogonal	$t_{4.4}$. Sabendo-se o número de arestas de uma pirâmide octogonal (em linguagem natural e numérica), reconhecer o seu número de vértices por meio da visualização de sua figura no tabuleiro do jogo. Aplicar a fórmula (relação de Euler) para calcular o número de faces.
T3. Calcular o número de arestas de um poliedro regular	t6. Sabendo-se o número de faces de um poliedro (em linguagem natural e numérica), reconhecer o seu número de vértices por meio da visualização de sua figura no tabuleiro do jogo. Aplicar a fórmula (relação de Euler) para calcular o número de arestas.
	t7. Sabendo-se o número de vértices de um poliedro (em linguagem natural e numérica), reconhecer o seu número de faces por meio da visualização de sua figura no tabuleiro do jogo. Aplicar a fórmula (relação de Euler) para calcular o número de arestas.
	t8. Sabendo-se o número de vértices e faces de um poliedro (em linguagem natural e numérica). Aplicar a fórmula (relação de Euler) para calcular o número de arestas.
$T_{3.1}$. Calcular o número de arestas do tetraedro	$t_{7.1}$. Sabendo-se o número de vértices de um tetraedro (em linguagem natural e numérica), reconhecer o seu número de faces por meio da visualização de sua figura no tabuleiro do jogo. Aplicar a fórmula (relação de Euler) para calcular o número de arestas.
$T_{3.2}$. Calcular o número de arestas do hexaedro	$t_{6.1}$. Sabendo-se o número de faces de um hexaedro (em linguagem natural e numérica), reconhecer o seu número de vértices por meio da visualização de sua figura no tabuleiro do jogo. Aplicar a fórmula (relação de Euler) para calcular o número de arestas.
$T_{3.3}$ - Calcular o número de arestas do icosaedro	$t_{8.1}$. Sabendo-se o número de vértices e faces de um icosaedro (em linguagem natural e numérica). Aplicar a fórmula (relação de Euler) para calcular o número de arestas.
$T_{3.4}$. Calcular o número de arestas do prisma triangular	$t_{7.2}$. Sabendo-se o número de vértices de um prisma triangular (em linguagem natural e numérica), reconhecer o seu número de faces por meio da visualização de sua figura no tabuleiro do jogo. Aplicar a fórmula (relação de Euler) para calcular o número de arestas.
$T_{3.5}$. Calcular o número de arestas do prisma hexagonal	$t_{7.3}$. Sabendo-se o número de vértices de um prisma hexagonal (em linguagem natural e numérica), reconhecer o seu número de faces por meio da visualização de sua figura no tabuleiro do jogo. Aplicar a fórmula (relação de Euler) para calcular o número de arestas.
$T_{3.6}$. Calcular o número de arestas da pirâmide pentagonal	$t_{6.2}$. Sabendo-se o número de faces de uma pirâmide pentagonal (em linguagem natural e numérica), reconhecer o seu número de vértices por meio da visualização de sua figura no tabuleiro do jogo. Aplicar a fórmula (relação de Euler) para calcular o número de arestas.
$T_{3.7}$. Calcular o número de arestas da pirâmide heptagonal	$t_{6.3}$. Sabendo-se o número de faces de uma pirâmide heptagonal (em linguagem natural e numérica), reconhecer o seu número de vértices por meio da visualização de sua figura no tabuleiro do jogo. Aplicar a fórmula (relação de Euler) para calcular o número de arestas.

Fonte: Autoria própria.

Por meio de perguntas propostas em cartas do tipo SD (Sorte ou Desafio), além das tarefas e técnicas supramencionadas no Quadro 2, buscamos dar ênfase à linguagem natural relacionada ao tema e explorar propriedades dos polígonos regulares; tais como:

Quadro 3: Perguntas e respostas das cartas SD

1. Em um poliedro regular, todas as faces possuem o mesmo números de arestas? Verdadeiro ou falso?
2. Quantos poliedros regulares existem? a) 2 b) 3 c) 4 d) 5
3. Indique a alternativa cujo poliedro NÃO é um poliedro de Platão. a) Tetraedro b) Heptaedro c) Octaedro d) Dodecaedro e) Icosaedro
4. Em um poliedro regular, todos os vértices são pontos em que concorre o mesmo número de arestas? Verdadeiro ou falso?
5. Os poliedros são sólidos geométricos espaciais, tridimensionais e formados somente por faces retangulares. Verdadeiro ou falso?
6. A relação de Euler, V – A + F = 2, é válida para qualquer poliedro.
7. “Um poliedro P é a reunião de um número finito de polígonos convexos chamados faces de P. Os lados desses polígonos são chamados as arestas de P. Os vértices de P são os vértices de suas faces.” Verdadeiro ou falso?
8. A relação de Euler, V – A + F = 2, é válida apenas para poliedros convexos, isto é, regulares, prismas e pirâmides. Verdadeiro ou falso?
9. “Um poliedro P é a reunião de um número finito de polígonos convexos chamados faces de P. Os lados desses polígonos são chamados vértices de P. As arestas de P são as arestas de suas faces”. Verdadeiro ou falso?
10. Em todo polígono convexo, o número de arestas é igual ao número de vértices. Sabendo disso, retirando-se 1 face desse polígono, como fica a fórmula de Euler: a) V – A + F = 2. b) V – A + F = 3. c) V – A + F = 1. d) V – A + F = 0.
11. Um poliedro não convexo é: ( ) um sólido geométrico regular. ( ) um sólido geométrico irregular. ( ) um poliedro onde o plano de pelo menos uma face divide o poliedro em duas ou mais partes.
12. Um poliedro convexo é: ( ) um sólido geométrico regular. ( ) um sólido geométrico irregular. ( ) um poliedro onde o plano de cada face deixa todas as outras no mesmo lado do plano.
13. Quais são os poliedros regulares?
14. O que é um poliedro convexo regular?
15. Qual/is é/são a/s condição/ões necessária/s e suficiente/s para que um poliedro seja platônico: a) Precisa ser convexo. b) Em todo vértice concorre o mesmo número de arestas. c) Toda face tem o mesmo número de aresta. d) É válida a relação de Euler. e) Todas as alternativas anteriores.

Fonte: Autoria própria.

Grosso modo, consideramos que o conjunto de recursos e conhecimentos apresentados nas Figuras 3, 4 e 5, condizem com a ADD, no que tange ao fato: qualquer que seja o recurso usado pelo professor ele sempre está ligado a uma rede de recursos disponíveis, ou seja, não deve ser considerado de forma isolada, e a documentação (entendida tanto como o trabalho do professor quanto como o produto desse trabalho) está diretamente relacionada ao desenvolvimento de conhecimentos profissionais.

6 EVOLUÇÃO DO BANCO GEOMÉTRICO ADVINDAS DAS ORQUESTRAÇÕES INSTRUMENTAIS

Para utilização do BG com os alunos do 1º ano do EM, entre os membros do Pibid, foram elaboradas duas OI's: uma OI voltada à demonstração técnica do jogo e outra, voltada ao trabalho de acompanhamento - exploração dos tipos e subtipos de tarefas e de técnicas sobre o tema Poliedros. Ressaltamos que as referidas OI's são do tipo coletiva, ou seja, os alunos tiveram tempo para discutir uns com os outros e/ou com os ID's (Rousson, 2017). Por meio do exposto na Figura 6, podemos ter uma ideia sobre a configuração didática das OI's, ou seja, a configuração do ambiente de ensino (laboratório de matemática da escola) e os artefatos envolvidos nele, com destaque para: quatro alunos dispostos em grupo em torno de uma mesa (participantes do jogo); um ID como representante do banco; um ID e uma professora acompanhando a partida do jogo (por meio de observação e notas pessoais) e ainda um ID, registrando-a em vídeo.

Figura 6: Configuração didática das OI's.
Fonte: Acervo do Pibid (UFRPE).

O modo de exploração da OI - voltada à demonstração técnica do jogo ocorreu da seguinte forma: um ID explicou o material e os detalhes para o uso do jogo, conforme exposto no Quadro 4. Bem como, o papel dos outros ID's como auxiliares e da professora como observadora - em duas sessões (uma para cada grupo de quatro alunos).

Ressaltamos que expomos no Quadro 4, o material e as regras do BG, inicialmente apresentadas aos alunos, na fase de experimentação. O que implicou em alguns ajustes posteriores (ex: as peças representando o dinheiro)[4]. Uma versão atualizada com material e manual de instrução do BG é acessível no seguinte link ou QR code:

[4] Os ajustes realizados não modificaram a essência do jogo.

https://drive.google.com/folderview?id=1Bac3lDqb5EVuwApwG7ofxWOB9dyRDRO_	SCAN ME

Quadro 4: Material e regras do BG (fase de experimentação)

Material: 1 tabuleiro; 4 pinos; 2 dados; 16 cartas de poliedros regulares; 20 cartas SD (Sorte ou Desafio); ***<u>Peças representando o dinheiro.</u>***

O tabuleiro:

O tabuleiro é constituído por 4 quinas: “Início das aulas”, “Prova de matemática”, “Recuperação da escola” e “Férias escolares”. Os jogadores posicionam os seus pinos no “Início das aulas” e o jogo começa a partir dessa quina. Caso os jogadores cheguem às outras quinas, sofrem algumas consequências (volta ou avança casas). Além disso, têm-se 16 casas de poliedros regulares. Há ainda 4 casas “SD”.

Regras gerais:

As cartas de SD devem ser embaralhadas pelo “responsável pelo banco” antes do jogo iniciar e serem postas sobre o tabuleiro em dois montes. Além disso, é de responsabilidade do “banqueiro” distribuir o valor em dinheiro que cada participante iniciará o jogo, bem como, vender e entregar as cartas de poliedros aos jogadores. Depois, os jogadores devem se posicionar no "Início das aulas" e jogar os dados para ver quem obtém o maior valor para dar início ao jogo. A ordem da jogada acontecerá de maneira decrescente de acordo com os valores obtidos no sorteio. Em caso de empate, os jogadores deverão jogar os dados novamente. Após dar início a partida, o jogador que chegar na casa de algum poliedro poderá comprá-lo, conforme o valor exposto no tabuleiro e ser proprietário dele. Caso um jogador chegue na casa SD, o “responsável pelo banco” deve retirar a carta de um dos “montes” e verificar se é de Sorte ou Desafio (para dar o comando concernente a essa). Caso chegue na "Prova de Matemática", o jogador deverá passar uma rodada sem jogar ou pagará uma multa de 5 ***<u>coins</u>*** ao banco. Caso chegue na "Recuperação da escola", o jogador deverá passar duas rodadas sem jogar ou pagará uma multa de 10 ***<u>coins</u>*** ao banco. Caso chegue nas "Férias escolares", o jogador ganhará 15 ***<u>coins</u>*** do banco e terá a oportunidade de jogar os dados novamente. Toda vez que vez que os jogadores passarem pelo “Início das aulas” ganharão 10 ***<u>coins</u>***, desde que cobrem ao banco.

Como funciona as cartas SD?

Há 15 cartas “Desafios” e 5 cartas “Sorte”, totalizando 20 cartas. Nas cartas “Desafio”, o jogador se deparará com uma série de perguntas abertas e de múltipla escolha a respeito da relação de Euler e de propriedades dos poliedros. Caso o jogador acerte, avançará um determinado número de casas; caso erre, retornará um determinado número de casas. Nas cartas “Sorte”, o jogador se beneficiará no jogo avançando algumas casas. O avanço ou recuo de casas estão descritos nas cartas.

Como ganhar dinheiro com o poliedro adquirido?

Após comprar o poliedro, o jogador será proprietário dele, isto é, o banqueiro lhe entrega a carta deste poliedro adquirido por ele. Na carta do poliedro, há duas informações, quanto à quantidade de vértices (V), arestas (A) ou faces (F), e uma delas está faltando - a qual possui uma interrogação (?) ao lado direito, que é o valor de ***<u>coins</u>*** que o proprietário receberá de quem parar nesse poliedro, daí por diante. Para saber o valor a ser recebido, o jogador deverá indicar o valor do elemento que falta. O jogador que chegou à casa também deverá calcular para verificar a veracidade do valor a ser pago.

Quando se encerra o jogo?

O banco falir ou quando os jogadores decidirem finalizar o jogo. Após encerrar, o banqueiro fiscalizará o dinheiro de cada jogador.Ganha quem possuir mais dinheiro. Observação: em caso de empate, ganha quem estava na frente da rodada. Então, é necessário que o banqueiro fique atento em quem está na frente em cada rodada. Cada rodada se inicia no "início das aulas".

Fonte: Autoria própria.

O desempenho didático dos alunos referentes à OI – demonstração técnica do jogo, trouxe à tona a necessidade de se desenvolver um tabuleiro que pudesse ser impresso e disponibilizado para um número maior de alunos e com os indicadores das quinas (Início das aulas, Prova de matemática, Recuperação da escola e Férias escolares). De sorte que na Figura 7 expomos as imagens do tabuleiro inicial e final do BG.

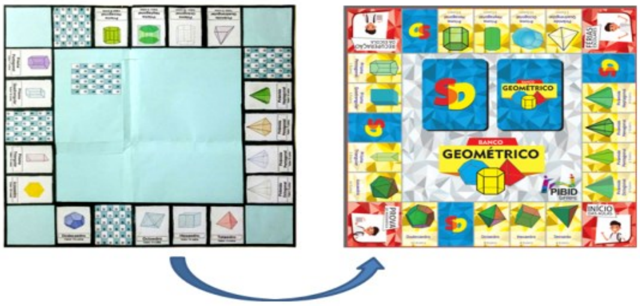

Figura 7: Evolução do tabuleiro do BG
Fonte: Acervo do Pibid (UFRPE).

Outra alteração, diz respeito ao dinheiro usado no BG. Na Figura 8, apresentamos, por exemplo, como foi substituído o uso de peças cilíndricas (disponíveis no laboratório de matemática da escola) por cédulas.

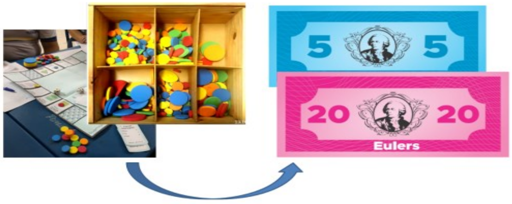

Figura 8: Evolução do dinheiro do BG.
Fonte: Acervo do Pibid (UFRPE).

Para representar o "dinheiro" do jogo, na primeira versão chamamos este de *coins* (Quadro 4) e reaproveitamos um material do laboratório de matemática da escola (Figura 8). A priori, tinha sido pensado um único tipo de moeda, possuindo o mesmo valor unitário, pois os valores para comprar os poliedros no jogo são baixos. Contudo, nas partidas do BG com os alunos da escola, notamos que era preciso valores maiores para melhorar a dinâmica de compra e de venda dos poliedros; já que os jogadores ficavam com muitos *coins*. Outro aspecto observado foi que seria mais interessante fazer a versão final do dinheiro no formato de cédulas, visando ser um material mais prático (impresso e recortável). Além da mudança das peças cilíndricas para cédulas e da ampliação dos valores do dinheiro, foi alterada a denominação *coins* para "*euler*", fazendo referência à relação utilizada no jogo para calcular os elementos dos poliedros e homenageando, de certa forma, o matemático Leonhard Euler.

Quanto à OI voltada ao trabalho de acompanhamento - exploração dos tipos e subtipos de tarefas e de técnicas presentes no jogo, especificamente nas cartas de poliedros (detalhadas acima no Quadro 2), isso ocorreu com o seguinte modo de exploração: enquanto os alunos respondiam as tarefas presentes nas cartas de poliedros; os ID’s e a professora permaneceram atentos às técnica utilizadas por cada aluno na resolução dessas tarefas. E, eventualmente, foram esclarecendo as suas dúvidas.

Em virtude do desempenho didático apresentado pelos alunos, as cartas dos poliedros também tiveram alterações. Pois, a princípio nas cartas de poliedros, tinha-se como dica a forma mais corrente da relação de Euler: V - A + F = 2. No entanto, percebemos que os alunos, no momento das partidas com o BG, estavam apenas se atendo à memorização e à aplicação dessa fórmula para calcular os vértices, as faces ou as arestas; isto é, buscando encontrar a “incógnita” desejada de maneira praticamente “mecânica”. Eles não procuraram explorar outras técnicas tais como: a visualização dos poliedros no tabuleiro e a correlação com suas nomenclaturas e seus elementos.

Frente a essa problemática, foi decidido apresentar nas cartas de poliedros, dezesseis combinações distintas da relação de Euler. Por exemplo: “-A + F= 2 - V”; “- A - 2 + V + F = 0”. A fim de que os alunos percebessem outras configurações para essa mesma relação, como pode ser observado na figura a seguir.

Figura 9: Evolução das cartas de poliedros do BG.
Fonte: Acervo do Pibid (UFRPE).

Ademais, deixamos evidente nas cartas apenas uma informação (vértice, aresta ou face) relativa aos elementos dos poliedros (Figura 9); com a intenção de levar os alunos a mobilizar a visualização das figuras para encontrar a quantidade de elementos ausentes. E, usar a relação de Euler para calcular e/ou como suporte à verificação dos resultados. Dessa forma, buscamos reforçar às técnicas esperadas, a exploração dos registro de representação dos poliedros: algébrico, geométrico e numérico. Consideramos que esse cenário, de certa forma, proporciou aos ID’s, a evolução do Conhecimento dos Parâmetros da Aprendizagem de Matemática (KFLM), relacionado ao PCK. No que concerne ao conhecimento das características de aprendizagem dos estudantes derivadas de sua interação com o conteúdo matemático (Flores-Medrano et al.,2014).

Sobre as cartas SD do BG, a pontuação atribuída ao avanço ou ao recuo de casas no tabuleiro (Figura 10), gerou certo impasse entre os conceptores do BG quanto ao nível de dificuldades das perguntas. Contudo, não ocorreu mudança na pontuação inicial. As alterações dessas cartas (da versão inicial à final) foram apenas estéticas.

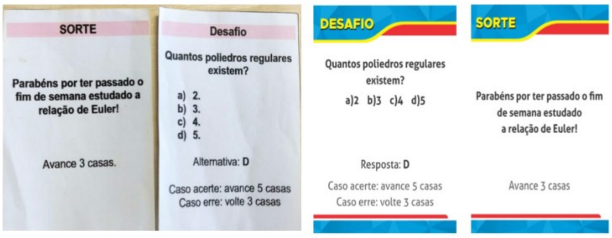

Figura 10: Cartas SD do BG (versão inicial e final).
Fonte: Acervo do Pibid (UFRPE).

Sublinhamos que, além das alterações realizadas no tabuleiro e nas cartas de poliedros; os comentários e sugestões dos próprios alunos acarretaram reconsiderar algumas regras do jogo, tais como:

- O banqueiro pode distribuir 50 *eulers* para cada jogador iniciar o jogo ou mais, tendo em vista que quanto mais dinheiro for distribuído mais tempo levará para o jogo terminar (e diminuirá a chance de algum jogador falir). Chegamos a pensar em 400 eulers.
- Se for utilizado dois dados, a dinâmica do jogo pode fica mais acelerada. Com isso, o BG pode ser utilizado com um dado, para um efeito diferente.
- Se o jogador falir e ainda possuir casas, ele pode hipotecar no banco pelo mesmo valor pago. Caso o jogador não possua casa, ele sairá imediatamente do jogo.
- Os jogadores já podem calcular os valores dos seus poliedros antes que outro jogador chegue nesta casa, visando garantir uma maior dinamicidade do jogo.

Grosso modo, podemos dizer que as modificações realizadas no BG, de sua concepção à sua utilização com os alunos na escola, refletem notadamente, dentre outros aspectos, uma espécie de lapidamento do trabalho documental e das orquestrações instrumentais vivenciadas, no seio do Pibid, em termos de metaconhecimentos e reflexão sobre o uso de jogos para o ensino de matemática.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Em virtude da análise do processo de (re) concepção do Banco Geométrico (BG), voltado para o estudo do tema Poliedros, resta-nos a certeza de não termos finalizado sua evolução. Devido à possibilidade de outras gêneses e orquestrações instrumentais engendradas no desenvolvimento de outros esquemas de utilização deste jogo.

Ressaltamos quanto aos procedimentos metodológicos, que nos dois grupos de quatro alunos; em que aplicamos as OI's, apenas dois desses conheciam o jogo Banco Imobiliário. Embora isso aparentemente não tenha interferido na aplicação do BG. As avaliações sobre o BG, realizadas por esses alunos, foram bem positivas. Um fato relevante do BG, na visão dos alunos e na nossa também, foi como este jogo incitou a competitividade e os estimulou a responderem as tarefas sobre o tema Poliedros.

Em continuidade a este estudo, esclarecemos que aplicamos o jogo BG com outros alunos do 1º ano do EM, que não foi objeto deste artigo. Por exemplo, em um dado momento, contamos com a colaboração de seis alunos que já conheciam o BG para desempenharem a função do "banqueiro"; levando-se em consideração que o professor não conseguiria acompanhar todos os grupos ao mesmo tempo e os alunos já experientes poderiam instruir os que ainda não haviam jogado. Antes de utilizar o BG, uma breve exposição ou pesquisa dirigida sobre o matemático Leonhard Euler e suas contribuições à Matemática é recomendada, a depender do contexto de estudo do tema transcorrido em sala de aula.

Embora, não tenhamos discutido os jogos matemáticos em si ou o papel desses no ensino e na aprendizagem em Matemática; cremos que o uso do BG favoreu aos alunos do 1° ano do EM, o estudo do tema Poliedros de forma dinâmica, interativa e divertida. E, possibilitou aos ID's uma melhor compreensão sobre limites e possibilidades do uso de jogos (de sua concepção à utilização em sala de aula).

REFERÊNCIAS

Besnier, S. (2016). *Le travail documentaire des professeurs à l'épreuve des ressources technologiques*: *le cas de l'enseignement du nombre à l'école maternelle*. (Thèse de doctorat en Sciences de l'Éducation). Université de Bretagne Occidentale, Brest.

Brasil. (2018). *Base Nacional Curricular Comum.* Brasília: Ministério da Educação.

Brasil. (2020). Ministério da Educação. *Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência.* Recuperado de: https://www.capes.gov.br/educacao-basica/capespibid/pibid.

Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L. C., Montes, M. Á., Escudero, D. & Medrano, E. F. (2014). *Un marco teórico para el Conocimiento especializado del Profesor de Matemáticas*. Huelva: Universidad de Huelva Publicaciones.

Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologie didactique. *Recherches en Didactiques des Mathématiques,* Grenoble, 19 (2), 221-266.

Drijvers, P., Doorman, M., Boon, P., Reed, H., & Gravemeijer, K. (2010). The teacher and the tool: instrumental orchestrations in the technology-rich mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 75 (*2*), 213-234.

Duval, R. (1998). Signe et objet (I): trois grandes étapes dans la problématique des rapports entre représentation et objet. Annales de Didactiques et de Sciences Cognitives, Strasbourg, v. 6, 139-163.

Escudero-Avila, D. I. (2015). Una caracterización del conocimiento didáctico del contenido como parte del conocimiento especializado del profesor de matemáticas de secundaria. (Tese em Didáctica de las Ciencias y Filosofía). Universidad de Huelva, Huelva.

Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D. I., Montes, M., Aguilar, A; Carrillo, J. (2014). Nuestra Modelación del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas, el MTSK. In Carrillo, J. et al. (Org.). *Un Marco teórico para el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas*. pp. 70-92. Huelva: Universidad de Huelva Publicaciones.

Gueudet, G., Trouche, L. (2015). Do trabalho documental dos professores: gênesis, coletivos, comunidades. *EM TEIA*, v.6 (*3*), 1-43.

Gueudet, G., Trouche, L. (2010). Des ressources aux documents, travail du professeur et genèses documentaires. In Gueudet, G., Trouche, L. *Ressources vives: le travail documentaire des professeurs en mathématiques*. Rennes: Presses Universitaires de Rennes, 57- 74.

Ignácio, R. S. (2018). *Criação de capítulo de livro didático digital no estágio curricular supervisionado: uma análise da documentação na formação inicial do professor de matemática*. (Tese de doutorado em Educação Matemática). Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo.

Lima, R. C. R. de. (2018). *Conhecimento especializado do professor dos anos iniciais no âmbito da multiplicação: uma metassíntese de teses produzidas entre 2001 e 2012 em diferentes contextos formativos*. (Tese de doutorado em Educação). Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2018.

Moriel Junior, J. G., WielewskiI, G. D. (2017). Base de conhecimento de professores de matemática: do genérico ao especializado. *Revista de Ensino, Educação e Ciências Humanas*, 18 (*2*), 126-133.

Pernambuco (2019). *Currículo de Pernambuco.* Ensino Fundamental. Área de Matemática. Recife: Secretaria de Educação.

Pernambuco. (2016). *Matriz de Referência de Matemática SAEPE. 3º ano do Ensino Médio*. Recife: Secretaria Estadual de Educação.

Pernambuco. (2012). *Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco.* Matemática. Recife: Secretaria de Educação.

Rabardel, P. (1995). *Les hommes et les technologies: une approche cognitive des instruments contemporains*. Paris: Armand Colin.

Rousson, L. (2017). *Conception d'un jeu-situation numérique et son appropriation par des professeurs: le cas de l'enseignement de l'énumération à l'école maternelle.* (Thèse de doctorat en Sciences de l'Éducation). Université Claude Bernard, Lyon.

Souza, T. J., Oliveira, J. S., Atti, J. P. (2017). Grupo colaborativo contribuindo para a formação dos licenciandos em matemática. *Revista de Educação Matemática,* 14 (*16*), 93-101.

Trouche, L. (2004). Environnements informatisés et mathématiques: quels usages pour quels apprentissages? *Educational Studies in Mathematics,* 55, 181-197.

Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Grenoble, 10 (*23*), 133-170.

NOTAS

TÍTULO DA OBRA
Banco Geométrico: gênese documental e orquestração instrumental

Matheus Souza de Almeida
Licenciando em Matemática
Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE), Departamento de Matemática (DM), Recife/PE, Brasil
mralmeida769@gmail.com
https://orcid.org/0000-0003-1782-763X

Elisângela Bastos de Mélo Espíndola
Doutora em Educação (UFPE) e em Sciences de l'Education (UCBL)
Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE), Professora Adjunta, Departamento de Educação (DEd), Recife/PE, Brasil
ebmespindola@gmail.com
https://orcid.org/0000-0002-3769-0768

Pedro Rafhael Barbosa Costa
Licenciando em Matemática
Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE), Departamento de Matemática (DM), Recife/PE, Brasil
pedro.rafhael.7@gmail.com
https://orcid.org/0000-0002-5720-2469

Tadeu Lira de Mello
Licenciando em Matemática
Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE), Departamento de Matemática (DM), Recife/PE, Brasil
tadeu_mello_@hotmail.com
https://orcid.org/0000-0003-4285-2183

Joseleide da Silva Damascena
Licenciada em Matemática (UFRPE, 2002)
Secretaria de Educação de Pernambuco, Professora de Matemática na Escola de Referência em Ensino Médio Professor Alfredo Freyre, Recife/PE, Brasil
josymate@hotmail.com
https://orcid.org/0000-0003-3643-8517

Endereço de correspondência do principal autor
Rua General Vargas, 75 ; AP 201, 50670-430, Recife, PE, Brasil.

AGRADECIMENTOS
Agradecemos à: CAPES, pelo financiamento do projeto; Julia Menezes Wanderley Neves (projeto gráfico e diagramação); Editora UFRPE; EREM Professor Alfredo Freyre e aos nossos pares (os outros ID's) pela participação, direta ou indiretamente, no desenvolvimento do jogo Banco Geométrico.

CONTRIBUIÇÃO DE AUTORIA

Concepção e elaboração do manuscrito: M. S. Almeida, E. B. M. Espíndola, P. R. B. Costa, T. L. Mello, J. S. Damascena
Coleta de dados: M. S. Almeida, E. B. M. Espíndola, P. R. B. Costa, T. L. Mello, J. S. Damascena
Análise de dados: M. S. Almeida, E. B. M. Espíndola
Discussão dos resultados: M. S. Almeida, E. B. M. Espíndola,
Revisão e aprovação: M. S. Almeida, E. B. M. Espíndola

CONJUNTO DE DADOS DE PESQUISA
Todo o conjunto de dados que dá suporte aos resultados deste estudo foi publicado no artigo e na seção "Materiais suplementares".

FINANCIAMENTO
O presente projeto, desenvolvido no Pibid, recebeu apoio financeiro da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), na forma de bolsa para a coordenadora, a supervisora e ID's (2018-2020).

CONSENTIMENTO DE USO DE IMAGEM
Não se aplica.

APROVAÇÃO DE COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA
Não se aplica.

CONFLITO DE INTERESSES
Não se aplica.

PUBLISHER
Universidade Federal de Santa Catarina. Grupo de Pesquisa em Epistemologia e Ensino de Matemática (GPEEM). Publicação no Portal de Periódicos UFSC. As ideias expressadas neste artigo são de responsabilidade de seus autores, não representando, necessariamente, a opinião dos editores ou da universidade.

EDITOR
Méricles Thadeu Moretti e Rosilene Beatriz Machado.

HISTÓRICO
Recebido em: 17-02-2020 – Aprovado em: 22-04-2020.