UM ENFOQUE NEUROPSICOLÓGICO PARA A MATEMÁTICA

Cláudio Saiani

Resumo

Resumindo e comentando a obra *The number sense: how the mind creates mathematics,* inédita no Brasil, o artigo procura por possíveis conseqüências para a prática docente, a partir das pesquisas relacionadas com aquilo que poderia ser chamado de fundamentação biológica para a Matemática. Seguindo o trajeto proposto pela obra, passa pelos seguintes temas: a matemática dos animais, a matemática dos bebês, a matemática no cérebro e conseqüências para a educação matemática, detendo-se mais demoradamente nesse último tópico. Localiza nos animais e nos bebês uma espécie de senso numérico inato, mais relacionado com uma percepção imediata do que com a contagem. Procura, por meio de técnicas utilizadas em Medicina, mapear os circuitos cerebrais utilizados no cálculo mental, e discute a existência de um possível dom biológico para a matemática.

PALAVRAS CHAVE

Neuropsicologia e matemática, matemática nos animais, circuitos neurais, matemática nos bebês, tomografia.

Um bom professor é um alquimista que dá a um cérebro humano, fundamentalmente modular, um funcionamento semelhante ao de uma rede interativa.

Um matemático é uma máquina para transformar café em teoremas.

(Stanislas Dehaene)

Estudos sobre o relacionamento entre mente e cérebro vêm se tornando cada vez mais populares, talvez por já podermos contar com a tecnologia capaz de fornecer algum subsídio a um assunto que até há alguns anos vinha sendo tratado, com maior ou menor brilhantismo, pela filosofia e pela psicologia de um modo geral. Para usar uma metáfora retirada do mundo da Informática, já é possível relacionar o *software* da mente com o *hardware* do cérebro. Uma nova disciplina científica, a neuropsicologia cognitiva, *"leva em conta os dados dos pacientes com lesões cerebrais para angariar conhecimentos sobre as redes neurais que servem às funções cognitivas"* (Dehaene, p. 176). Autores como Oliver Sacks e Antonio Damasio, ambos médicos neurologistas, tornam-se cada vez mais populares, talvez por aliarem a um refinado talento como escritores o interesse intrínseco despertado pelo tema sobre o qual se debruçam: as relações entre o cérebro e o comportamento humano. Suas obras, fundamentadas numa sólida formação científica, já estão traduzidas para o português, podendo ser encontradas em qualquer boa livraria do Brasil.

É nesse campo de estudos que podemos incluir a obra *The number sense: how the mind creates mathematics,* de Stanislas Dehaene, que é, até onde sei, o único estudo a relacionar a neuropsicologia cognitiva com a produção de Matemática. Acredito que ela poderia ser sintetizada pelas duas frases em epígrafe. A primeira, que fala do professor como alquimista, ilustra a forma como o cérebro trabalha em condições naturais e qual é, idealmente, o efeito que sobre ele tem a educação. A segunda, que fala

Mestre em Didática pela Faculdade de Educação da Usp.
Doutorando em Educação pela Faculdade de Educação da Usp.

em transformar café em teoremas, enfatiza o mistério da criação matemática, já que ele não é desvendado nem mesmo com a notável expansão de nosso conhecimento sobre o cérebro.

Levando em conta a novidade do tema, bem como a inexistência de obras que o abordem em português (nem mesmo em traduções), penso ser oportuno justificar a existência do artigo que o leitor tem em mãos, situando-o entre uma resenha e um artigo de divulgação, sempre ressaltando que o tema é vasto e que não poderia ser aprofundado em tão poucas páginas. Considero-me, pois, desculpado, para seguir de perto os passos de Stanislas Dehaene, matemático francês que se apaixonou pela neurobiologia, estabelecendo o seguinte roteiro:

(1) A matemática dos animais.
(2) A matemática dos bebês.
(3) A matemática no cérebro humano.
(4) Conseqüências para a educação matemática.

A matemática dos animais

Dehaene começa por pesquisar as habilidades matemáticas dos animais, citando o célebre cavalo Hans que, no século XIX, acreditava-se ser capaz de efetuar adições de números naturais, transmitindo a solução por meio do número de batidas de seu casco no chão. Finalmente, descobriu-se que a verdadeira habilidade do animal era captar os sinais que seu dono lhe transmitia, ainda que involuntariamente, quando atingia o número correto de batidas. Embora esse caso tenha se revelado uma fraude, é possível estabelecer, por meio de experimentos, minuciosamente descritos no livro, alguns fatos sobre o"conhecimento matemático"dos animais. Apenas como ilustração, cito aqui o clássico experimento dos ratos numa gaiola, pressionando uma alavanca para obter comida, mas com uma modificação significativa: a gaiola era provida de duas alavancas, sendo que o animal apenas era recompensado se pressionasse a da direita, que só liberaria o alimento se antes a alavanca da esquerda fosse pressionada duas vezes, por exemplo.

Experimentos como o acima descrito mostram que os animais podem distinguir e mesmo decidir entre conjuntos com um, dois ou três elementos, em diversas situações envolvendo ações, sons, *flashes* de luz ou pedaços de comida, indicando que tal habilidade não está restrita a um estímulo sensorial específico. O autor não usa para ela o termo "número", cunhando a palavra *"numerosity"*,

Experimentos mostram que os animais podem distinguir e mesmo decidir entre conjuntos com um, dois ou três elementos, em diversas situações

que poderia ser traduzida por "numerosidade", no sentido de enfatizar seu caráter imediato, independente da linguagem. Um fato indiscutível é que as numerosidades 1, 2 e 3 são distinguidas com precisão, embora ratos possam ser condicionados a escolher o quarto túnel, dentre os vários túneis presentes em um labirinto Por outro lado, os chimpanzés chegam a comparar e a somar frações (associando, por exemplo, meio litro de água a meia maçã), podendo mesmo adquirir a compreensão de signos indicando números, o que já caracteriza a aquisição de uma linguagem[1].

Duas características da percepção numérica dos animais são dignas de nota uma vez que se conservam nos seres humanos: o efeito **distância** (é mais fácil distinguir 2 de 6 do que 2 de 3), e o efeito **magnitude** (para iguais distâncias numéricas, é mais difícil distinguir quanto maiores forem os números). Para explicar esses efeitos, Dehaene lança mão do que chama metáfora do acumulador: é como se os animais fossem dotados de um dispositivo de representação das numerosidades semelhante a um reservatório de água, estando as representações relacionadas ao nível do líquido. São representações difusas (*fuzzy*) e não discretas.

O autor considera óbvias as vantagens evolutivas desse mecanismo, mas uma coisa é certa: os animais parecem não saber contar, pelo menos não na acepção em que as crianças contam nos dedos. Segundo todas as evidências, os animais parecem possuir uma percepção imediata da numerosidade, da mesma forma como perceberiam, digamos, um aroma ou uma cor.

A matemática dos bebês

É hipótese do autor que a representação mental de quantidades, característica de ratos,

[1] A descrição de cada um dos experimentos fugiria aos objetivos deste trabalho. Aos interessados, só podemos recomendar a leitura do próprio livro de Dehaene.

pombos e macacos, também é inata nos seres humanos, desempenhando o papel de semente de nossas habilidades matemáticas mais avançadas. Para testá-la, ele emprega métodos semelhantes aos empregados nos experimentos com aqueles animais, criticando por inadequados os métodos utilizados por Piaget, e chegando a conclusões diferentes das atingidas por ele . Na verdade, a variável na qual os métodos descritos por Dehaene se baseiam é o interesse dos bebês, manifestado e medido por meio do tempo em que os sujeitos olham com atenção para figuras e situações. Assim, descobrimos que bebês de 0 a 6 meses revelam discriminação entre "dois" e "três" para pontos, figuras e sons, e que associam três sons a três objetos. Surpreendentemente, reconhecem que $1 + 1 = 2$ e que $2 - 1 = 1$. Num certo experimento, estranham se dois bonecos são transformados em uma bola, mas não o fazem se dois bonecos são transformados em duas bolas.

As aquisições aritméticas vão se manifestando ao longo do tempo. Aos dois anos e meio, as crianças parecem entender que a contagem é um procedimento abstrato. Aos três anos e meio, reconhecem a importância da ordem em que os numerais são recitados, mas podem apontar os objetos de uma coleção em uma ordem qualquer, desde que uma única vez. É só aos quatro anos que a criança descobre, contudo, que contar é a melhor maneira de responder a pergunta: "quantos?".

Por volta dos cinco anos ocorre o que Dehaene chama de "explosão de estratégias de contagem", como contar nos dedos e utilizar a comutatividade da adição revelando, em sua espontaneidade, estarem ainda sendo utilizados os "equipamentos" inatos do cérebro, já que, aparentemente, estas estratégias pouco dependem de aprendizagem. A coisa muda de feição quando começa o aprendizado da multiplicação, já que esta operação depende fortemente da memória. Ora, a memória que herdamos de nossa história evolutiva é associativa: Dahaene dá um exemplo pitoresco, ao lembrar que ao vermos um tigre, facilmente nos lembramos de um leão. Como a maioria das crianças não enxerga vínculos associativos nas tabuadas, o grande apoio ao seu aprendizado reside na memória verbal. O fato de esta última ser vasta e durável explica porque a recitação da tabuada é a principal estratégia para o aprendizado da multiplicação em muitos países. Aqui, comenta o autor, a estrutura dos idiomas confere grande vantagem às línguas orientais. Dehaene assinala que a estrutura de formação de palavras numéricas influencia de modo significativo o desenvolvimento do senso numérico pelas crianças. Desse ponto de vista, as línguas ocidentais dificultam a manutenção dos dados na memória de curto prazo (*short term memory*), utilizada para gerar resultados temporários, tornam mais lento o cálculo mental e dificultam a aquisição da contagem e da numeração com base decimal. Tomemos o Francês como exemplo. Como uma criança descobre, apenas por meio das palavras correspondentes, a diferença entre *"deux cents"* e *"cent deux"*? E que dizer de termos como *"soixante-quinze"* para indicar "setenta-e-cinco"?

A estrutura de formação de palavras numéricas influencia de modo significativo o desenvolvimento do senso numérico pelas crianças

Comparemos agora o Chinês com o Inglês[2]. As palavras em Chinês para 4 (*"si"*) e 7 (*"qi"*), extremamente breves, podem ser pronunciadas em menos de um quarto de segundo. As palavras equivalentes em Inglês levam um terço de segundo. Dehaene prossegue: *"Em Chinês ... uma vez que se tenha aprendido as palavras para os números de um a dez, as outras são facilmente geradas por uma regra simples (11 = dez-um, 12 = dez-dois, 20 = dois-dez, 21 = dois-dez-um. Em contraste, as crianças americanas devem aprender, mecanicamente, não só os numerais de 1 a 10, mas também os numerais de 11 a 19, além das dezenas de 20 a 90. Elas também devem descobrir por elas mesmas as múltiplas regras de sintaxe numérica que especificam, por exemplo, que "twenty forty" ou "thirty eleven" são seqüências que não representam palavras numéricas"* (Dehaene, 1997, p. 104).

A íntima colaboração entre matemática e língua materna é comprovada pelo fato de pessoas bilíngües efetuarem cálculos mentais quase exclusivamente em sua língua materna. Nela também reside uma explicação a erros de cálculo disseminados em várias épocas, em várias partes do mundo.

[2] Suspeito de que não haveria grande diferença, tendo em vista os efeitos no desenvolvimento do senso numérico, se utilizássemos o Português.

A Matemática no cérebro

Das crianças Dehaene passa a pesquisar a matemática inata dos adultos, procurando os caminhos que o cálculo matemático percorre no cérebro. Aqui, ele se utiliza de vários métodos, cada um deles contendo pontos positivos e negativos. O estudo de pacientes com lesões em determinadas áreas cerebrais indica sua incapacidade em cumprir tarefas ligadas ao cálculo, sugerindo uma ligação entre as áreas do cérebro e as tais tarefas. A tomografia de emissão positrônica, que insere na corrente sangüínea um material radiativo inócuo, utiliza o fato da atividade aumentar o fluxo sangüíneo em uma certa área cerebral para mapear áreas ativadas quando o sujeito efetua cálculos mentais. O ponto fraco desse método é não conseguir rastrear a atividade cerebral ao longo do tempo, uma vez que para isso seria necessário um material radiativo com meia-vida maior, com evidentes prejuízos à integridade do sujeito. A dimensão temporal, no entanto, é melhor avaliada pela eletroencefalografia, que chega a colocar 256 eletrodos no couro cabeludo, embora conte com certa ambigüidade na localização das áreas cerebrais envolvidas. Finalmente, com finalidades terapêuticas em pacientes epilépticos, os eletrodos são colocados diretamente no córtex cerebral.

Tais experimentos revelam alguns fatos já plenamente estabelecidos, ou pelo menos bastante aceitos entre os pesquisadores. Eles revelam uma visão completamente distinta da propugnada pela frenologia, teoria idealizada em 1825 por Franz-Joseph Gall, que sustentava que o cérebro se dividia em um grande número de regiões especializadas, constituindo "'orgãos mentais" inatos, cada um deles dedicado a faculdade específica. Havia áreas dedicadas ao instinto de reprodúção, o amor pela prole, a memória de coisas e fatos, a memória de pessoas, a devoção religiosa, num total de vinte e sete regiões. Além disso, seria possível identificar o desenvolvimento de um desses "órgãos" pela forma da região correspondente no crânio. Assim, os frenologistas dedicavam-se a medir o tamanho dos crânios, e a neles mapear vales e protuberâncias. Embora tenham atribuído à matemática um calombo,

A aprendizagem não cria um circuito neural radicalmente novo, mas pode selecionar, refinar e especializar circuitos pré-existentes

localizado na região frontal, as pesquisas atuais revelam que o conhecimento numérico está implantado em um grande número de circuitos neurais, que apresentam um funcionamento modular, trabalhando de modo automático, sem um objetivo particular. Cada circuito recebe informações num formato e as transforma para outro, sendo que os circuitos são conectados numa seqüência útil, sob a coordenação das áreas executivas do cérebro, em condições ainda desconhecidas. Estas "áreas executivas" merecem um comentário especial. Aparentemente, o cérebro dedica circuitos específicos à coordenação de suas próprias redes. Situados principalmente na região pré-frontal do cérebro, e ocupando um terço de seu volume, tais circuitos são específicos da espécie humana. Podem supervisionar comportamentos novos e não automatizados. Ocupam-se do planejamento, da ordenação seqüencial e da tomada de decisões, bem como da detecção e correção de erros "cometidos" pelos circuitos modulares. É de suspeitar-se que tenham grande importância para a produção de Matemática. Com efeito, são vitais para a manutenção de resultados intermediários, constituindo uma verdadeira "memória de trabalho". Uma lesão na região pré-frontal não afeta a execução das operações elementares, mas impede a execução de algoritmos. Provoca o fracasso em projetar uma estratégia de resolução: os pacientes, impulsivamente, executam o primeiro cálculo que lhes ocorre, sem relação como o problema que tentam resolver. Também se verificam dificuldades em estabelecer estimativas cognitivas: um certo paciente, perguntado sobre qual seria a altura do maior edifício de Londres, respondeu que ela estaria entre 5400m e 6000 m!

A aprendizagem não cria um circuito neural radicalmente novo, mas pode selecionar, refinar e especializar circuitos pré-existentes até que um significado e função se destaquem consideravelmente daqueles que inicialmente lhes foram reservados pela Mãe Natureza: a leitura, por exemplo, utiliza circuitos originalmente destinados ao reconhecimento de rostos. Por outro lado, embora sejam altamente modificáveis, os circuitos neurais não estão prontos a assumir qualquer função, o que implica cerceamentos às manipulações matemáticas.

Foi possível estabelecer que as habilidades aritméticas elementares (compartilhadas por ratos e bebês) e as avançadas, que dependem de notação simbólica e algoritmos, ocupam circuitos separados. Áreas em ambos os hemisférios podem identificar dígitos, associando-os a uma certa quantidade, bem como apreciar a relação de ordem entre dois números. Já a linguagem e o cálculo mental, além dos caminhos para transformar uma notação em outra, sem considerar o significado, parecem ser atribuições do hemisfério esquerdo. Os gânglios basais (núcleos neuronais situados abaixo do córtex) coletam informações de várias áreas corticais, processam-nas e enviam-nas de volta através de múltiplos circuitos paralelos que passam através do tálamo. São responsáveis por respostas motoras auto máticas: um circuito é ativado durante a multiplicação, disparando o resultado"dez" como um complemento da frase "duas vezes cinco". Tabuadas, canções de ninar e orações parecem relacionar-se a circuitos vizinhos no hemisfério esquerdo. Dependendo da tarefa, o número percorre diferentes caminhos. Um paciente, com uma determinada lesão, ao resolver"4 + 5" falava "oito" e escrevia "5", mas reconhecia a solução "9". Além disso, os circuitos neurais ligados ao conhecimento algébrico são independentes das redes envolvidas no cálculo mental. Um certo paciente não conseguia efetuar "4 x 5", mas efetuava simplificações como"axaxa = a^3".

Conseqüências para a Educação Matemática

Sempre fui uma criança curiosa. Lembro-me muito bem de quando, intrigado com o funcionamento de um certo brinquedo, desmontava-o para ver "como era feito". Desnecessário dizer que, na maioria das vezes, eu não conseguia recompor o que desfizera, cabendo a meu habilidoso pai a tarefa de fazê-lo, quando isso ainda era possível. Ao ler este livro, confesso ter voltado à minha infância, tal foram a surpresa e a fascinação por alguns dos resultados exibidos por Dehaene. Ele próprio se confessa movido por essa curiosidade infantil, que talvez seja uma característica de qualquer pesquisador. Passado o encantamento, pergunto-me: os resultados exibidos são importantes para o professor de Matemática? Até que ponto o funcionamento do cérebro ajuda no ensino de Matemática? Poderíamos dizer que, afinal de contas, é possível utilizar um computador ou dirigir um automóvel sem nada saber de seu funcionamento interno. Mas nossa tarefa como professores pode ser comparada a estas duas atividades? Ou é mais compatível com a do médico, para quem o conhecimento da anatomia e da fisiologia são imprescindíveis? O caso é que a decisão que tomarmos sobre a relevância, não dessa obra específica, mas do assunto de que trata (neuropsicologia cognitiva), pode atuar tacitamente em nossa prática docente.

A conclusão fundamental a que chega Dehaene é que a produção de matemática está diretamente ligada à forma como nosso cérebro é construído, ao seu funcionamento modular e à herança de certas capacidades matemáticas

A conclusão fundamental a que chega Dehaene é que a produção de matemática está diretamente ligada à forma como nosso cérebro é construído, ao seu funcionamento modular e à herança de certas capacidades matemáticas que compartilhamos com os animais, e que ficam evidentes na pesquisa sobre a matemática dos bebês. É difícil discordar dessas conclusões, dado o peso dos resultados apresentados. Suponhamos, no entanto, que esta conclusão esteja errada. Ora, uma vez que os seres humanos produzem matemática, resta-nos concluir que a matemática produzida não depende do hardware cerebral. É esta, precisamente[3], a posição Dehaene classifica como **funcionalista**[4], da qual um argumento clássico é *"qualquer algoritmo digital fornece exatamente o mesmo resultado, quer "rode" num supercomputador, quer numa calculadora eletrônica"*. Coloca-se aqui a metáfora do cérebro-computador, respaldada pelos resultados matemáticos de Alonso Church, e Alan Turing, e explicitada por Philip Jayson-Laird em 1983: *"a natureza física do cérebro não cerceia o padrão de pensamento"*; logo,

[3] Limito-me a transcrever as afirmações do autor, já que a análise crítica de cada uma delas, apesar de necessária, demandaria um trabalho de maior fôlego.
[4] Evidentemente, esta não é a única possibilidade de uso para o termo "funcionalista". Veja-se, por exemplo, (Reber, p. 78).

a metáfora do cérebro computador nunca precisará ser suplantada" (*apud* Dehaene, 1997, p. 232)

Uma posição funcionalista mais sutil é aquela que trata o cérebro como um dispositivo de processamento de informações. Nesse caso, a psicologia deveria reduzir-se à caracterização das transformações que os módulos cerebrais impõem à informação recebida. O funcionamento cerebral, em última análise, poderia assim ser reduzido aos algoritmos ligados a essa transformação, o que tornaria irrelevantes o estudo de neurônios e sinapses.

Dehaene afirma que a posição funcionalista não se sustenta diante dos dados experimentais. A metáfora do cérebro-computador falha diante da simples constatação de que o que é fácil para o cérebro é difícil para o computador, e vice-versa. O conceito de número, difuso (*fuzzy*) e aproximado, com o qual o homem nasce, nada tem a ver com a representação digital dos computadores. Sobretudo, a visão funcionalista despreza a evolução cultural e o papel das emoções. Quanto à primeira, observemos que as linguagens numéricas e os algoritmos são aquisições naturais recentes, configurando até certo ponto uma evolução não-natural. Quanto ao papel das emoções, ele assinala que a paixão pelos números pode transformar pastores de ovelhas em grandes calculistas, enquanto a ansiedade matemática tem um efeito paralisante que pode fechar o cérebro dos estudantes aos algoritmos mais simples.

A visão funcionalista, apesar de sua fragilidade diante dos dados experimentais, possui desdobramentos no ensino de Matemática. Para Dehaene, o movimento da Matemática Moderna, ao qual parece devotar especial desprezo, e ao qual imputa a perda para a Matemática de toda uma geração de estudantes franceses, traz embutida uma teoria do conhecimento baseada no cérebro-computador: a criança é vista como um dispositivo de processamento de informações,

> o analfabetismo matemático (innumeracy) não é produto apenas da incapacidade da escola. Resulta, sobretudo, da dificuldade em controlar a ativação dos esquemas aritméticos distribuídos em múltiplas áreas cerebrais

sem idéias pré-concebidas, e capaz de regurgitar qualquer sistema axiomático. Ele vê a Matemática Moderna como tributária da tendência formalista da Matemática, fundada por Hilbert, que procura amarrar esta ciência numa base fortemente axiomática, sem consideração à intuição levando a situações como a que cita como exemplo: os princípios da numeração posicional deveriam ser vistos antes que o aluno trabalhasse com a base decimal: alguns livros de aritmética chegaram a começar pelo fato de que 3 + 4 = 12 ... na base 5.

Tal desprezo pela intuição só poderia levar ao fracasso, assim especificado pelo autor: uma pesquisa realizada nos Estados Unidos (infelizmente, ele não cita a data) por David Geary aponta que cerca de 6% dos alunos são "matematicamente incapazes". Dehaene se recusa a acreditar que haja algum comprometimento neurológico capaz de afetar tantas crianças, uma vez que tais lesões são relativamente raras. Ele atribui essa "incapacidade matemática" a um mau começo, no qual a aritmética é vista como uma atividade *"puramente escolástica, sem objetivo prático e sem significado evidente"*. Às não pequenas dificuldades colocadas pela aritmética, acrescenta-se um componente emocional, e *"uma crescente ansiedade ou fobia pela matemática"*.

Se a negação da visão neuropsicológica proposta por Dehaene "conduz"[5] a essa visão funcionalista, sua aceitação parece servir para explicar determinados fracassos no ensino de matemática, bem como para validar práticas tradicionais e corriqueiras de bons professores, embora ainda deixe muito por explicar. Quando o autor diz que já existem dificuldades suficientes para aprender matemática, sem que seja necessário acrescentar uma componente emocionalmente negativa, refere-se à lentidão do amadurecimento do córtex pré-frontal que, conforme vimos, parece funcionar como uma espécie de "cérebro dentro do cérebro". Com efeito, para ele, o analfabetismo matemático (*in-*

[5] As aspas se devem ao fato de as pesquisas citadas ou por não terem ainda sido realizadas, ou por não serem conhecidas, não terem levado em conta a neuropsicologia (que não estava "na moda").

numeracy) não é produto apenas da incapacidade da escola. Resulta, sobretudo, da dificuldade em controlar a ativação dos esquemas aritméticos distribuídos em múltiplas áreas cerebrais. Uma vez que a coordenação do córtex pré-frontal demora a aparecer, os circuitos cerebrais respondem de forma autônoma. Embora o autor se preocupe mais com as fases iniciais do aprendizado de matemática, eu poderia tirar vários exemplos de minha prática de longos anos com alunos de Ensino Médio, nos quais o aluno, quando confrontado com um problema, efetua o primeiro cálculo que lhe ocorre. Mais de uma vez tenho visto alunos da 3ª Série do Ensino Médio aplicarem a fórmula quadrática de modo automático, como se a simples aparição de um trinômio do segundo grau disparasse uma resposta autônoma. Assim, confrontados com uma equação do tipo

$$x^2 - 5x + 6 = 2x^2 + 4x - 1$$

o aluno parte para encontrar as raízes de ambos os trinômios, desconsiderando que a fórmula só funciona para equações do tipo $ax^2 + bx + c = 0$. Culpa dos professores? Talvez, mas é essencial observar que eles não podem ser totalmente responsabilizados, pois isso seria, segundo entendo, abraçar a visão funcionalista do cérebro-computador: se o aluno não devolveu a resposta esperada, é porque o professor não o programou de modo satisfatório.

Os resultados exibidos por Dehaene parecem validar uma prática consagrada ao longo dos tempos, e disseminada pelo mundo inteiro: a recitação, quer para tabuadas, quer para fórmulas. Tal prática aponta para um estreito vínculo entre a matemática e a língua materna: a mesma região do cérebro dispara, automaticamente e com o estímulo adequado, orações, canções de ninar e tabuadas. Em relação a estas últimas, para a maior parte dos alunos a recitação é o único recurso disponível para memorizá-las, pelo menos até que esteja suficientemente maduro para enxergar relações significativas. O enfoque neuropsicológico também valida a velha prática de contar nos dedos. Uma escola que a proíba despreza, muitas vezes, uma estratégia descoberta pela própria criança (o que costuma ocorrer, como vimos, por volta dos cinco anos de idade), pode estar matando a matemática espontânea capaz de conduzir, se não à formação de um talento matemático, pelo menos a uma convivência mais serena com essa ciência.

Uma escola que a proíba despreza, muitas vezes, uma estratégia descoberta pela própria criança pode estar matando a matemática espontânea capaz de conduzir, a uma convivência mais serena com essa ciência.

Na busca de um eventual dom biológico para a matemática, Dehaene dedica bastante atenção às pessoas especialmente talentosas em cálculo mental, distinguindo três tipos de calculistas:

— os profissionais, dos quais Gauss constitui um bom exemplo, para quem o cálculo é uma segunda natureza, costumando ocorrer de maneira espontânea. O matemático Alexander Aiken, assim documenta o autor, dizia que ao ver na chapa de um carro o número 731, não podia deixar de observar que este número é 17 x 13... (Dehaene, 1997, p. 163)

— os ociosos, cuja profissão é tão enfadonha que a aritmética acaba por servir como passatempo. Aqui se incluem os pastores de ovelhas, como Jacques Inaudi (estudado por Alfred Binet no final do século XIX), que nunca paravam de contar: suas ovelhas, pedregulhos, seus próprios passos ...

— os deficientes mentais (*idiot savants*), para quem a paixão por números e calendários é patológica e constitui um sintoma de sua falta de interesse por relações humanas.

Seja como for, a habilidade para o cálculo mental parece ser passível de desenvolvimento pelo treinamento intensivo, não dependendo de um especial e hipotético dom. Dehaene lembra que atualmente tal treinamento passou a ser mal visto no Ocidente, embora ninguém estranhe ao ver uma criança praticar, por exemplo, piano, várias horas por dia. No Oriente não parece existir esse viés[6]. Agora,

[6] Notemos, de passagem, o grande sucesso que o método Kumon vem experimentando no Brasil.

o que parece ser uma característica dos grandes calculistas pode ser sintetizado ao título que Dehaene dá ao tópico correspondente no livro: "Quando a paixão produz talento". É tocante a forma como fala de Dave, uma autista de 14 anos, que fornecia o dia da semana correspondente a qualquer data, passada ou futura, mas que não conseguia sequer efetuar uma simples multiplicação. Dave[7] passava horas na cozinha, esquadrinhando o calendário, *"em parte porque brincar com outras crianças está além de sua competência social. Dave sofre de um severo autismo. Como um Robinson Crusoe perdido em um deserto afetivo, seus únicos companheiros de solidão chamam-se Sexta-Feira ou Janeiro"* (Dehaene, p. 162)

O caso de Dave é um paroxismo, evidentemente, mas a paixão pelos números está presente em todos os casos de talento em cálculo mental, muito além de qualquer dom específico (visto de um ponto de vista puramente biológico). É esta paixão, juntamente com o poder de aprender, que faz os grandes calculistas. Um número, para eles, não é apenas, digamos, um ponto em uma linha, mas toda uma teia, com ramificações em várias direções, nunca se apresentando como mera quantidade. É significativo o testemunho de um deles, Wim Klein: *"Os números são como amigos para mim. Para você, 3844 é só um três, um oito, um quatro e um quatro. Mas eu digo: 'Olá, 62 ao quadrado!'"* (*apud* Dehaene, p. 147).

Interessante também é o caso do matemático francês François Le Lionnais, que assinala uma certa sensibilidade para o que chama a "personalidade" de cada número. Em 1983, ele publicou o livro "Números Notáveis", contendo centenas de números com propriedades matemáticas especiais. Alguns exemplos:

— 81: o menor quadrado que pode ser expresso como a soma de três quadrados ($9^2 = 8^2 + 4^2 + 1^2$)

— o número formado pelo algarismo 1, repetido 317 vezes, que é primo.

— 1234567891, que também é primo.

Dehaene dedica especial atenção a Srinasa Ramanujan que, de um vilarejo perdido no Sul da Índia enviou, em 1913, a um dos maiores matemáticos da Inglaterra, G. H. Hardy, uma carta contendo vários resultados matemáticos, alguns já conhecidos (mas que Ramanujan redescobrira), e outros absolutamente originais. Hardy acabou trazendo-o para a Universidade de Cambridge, numa amizade que acabou durando até o prematuro falecimento do indiano. O "relacionamento" que Ramanujan mantinha com os números parecia surpreender o próprio Hardy. Certa vez, quando foi visitá-lo no sanatório onde Ramanujan se tratava da tuberculose que finalmente o levaria à morte, o inglês disse que o taxi no qual viera trazia o número 1729, que lhe parecia um número sem qualquer interesse, ao que o indiano respondeu: *"Não, Hardy, é um número cativante. É o menor inteiro que pode ser expresso de duas formas diferentes como a soma de dois cubos: $1729 = 1^3 + 12^3 = 10^3 + 9^3$"* (*apud* Dehaene, p. 148)

Embora Dehaene insista que algum determinante biológico para a matemática seria muito débil diante do efeito da aprendizagem, é difícil não pensar em uma predisposição inata quando contemplamos as habilidades exibidas por Ramanujan. Evidentemente, nem todos são dotados como ele, conforme o atesta o simples fato de ser citado como um caso especial. Ele próprio explicava seus feitos pela ação da deusa Namagiri, que escreveria os teoremas em sua língua durante o sono. De qualquer maneira, a relação de alguns indivíduos com os números é tão forte e significativa que alguns matemáticos, dentre eles o próprio Hardy, propõem que os objetos matemáticos existem num mundo à parte. São os "platônicos", cuja posição pode ser resumida pela citação que Dehaene faz de Charles Hermite: *"Acredito que os números e funções da análise não são produtos arbitrários de nosso espírito; acredito que eles existem fora de nós com o mesmo caráter de inevitabilidade que os objetos da realidade subjetiva, e nós os encontramos e descobrimos como os físicos, químicos e zoólogos"* (idem, p. 242).

Dehaene opina que o equívoco fundamental dos platônicos consiste em confundir sua percepção subjetiva com uma situação concreta. Longe de querermos discutir as tendências platonista, formalista e intuicionista da matemática (ele próprio pende decisivamente para essa última), podemos nos colocar a seguinte pergunta: se até matemáticos reconhecidamente brilhantes confundem os números com entidades

[7] A pesquisa foi feita por Michael Howe e Julia Smith).

(benfazejas, nesse caso), não seria aceitável reconhecer que nossos alunos as vejam como "seres" demoníacos e maléficos, realimentando continuamente sua fobia pela matemática? Daí, avulta uma tarefa quase terapêutica para o professor de matemática: despertar no aluno a paixão por essa ciência. Antes, talvez, de fazê-lo entender, deve buscar fazê-lo gostar da matemática, embora minha própria experiência diga que "entender" e "gostar" são quase sempre concomitantes. Ora, a dificuldade dessa tarefa reside precisamente no fato de os alunos serem diferentes: o que anima uma parte da turma pode desmotivar a outra. Um professor que julgue ter encontrado a panacéia capaz de satisfazer a todos os alunos, quer se trate da História da Matemática, quer dos problemas ditos do dia-a-dia, está fadado ao fracasso. Não que ele deva abrir mão desses recursos, mas que ele procure ampliar cada vez mais seu repertório de estratégias.

Falamos acima em intuicionismo. Recordemos que um dos enunciados famosos dessa corrente é expresso por Poincaré, citado por Dehaene: *"os únicos objetos naturais do pensamento matemático são os números naturais"* [8]. Dehaene sustenta que o cérebro com o qual a criança de nossos dias vai à escola ainda é o mesmo, do ponto de vista meramente biológico, que equipava o *Homo Sapiens* nas savanas africanas. Se concordarmos com ele que o desenvolvimento da matemática *"consiste na formalização e progressivo refinamento de nossas intuições fundamentais"*, a necessidade do recurso à história da matemática advém com naturalidade.

O autor sustenta que *"os módulos cerebrais que subjazem a nossas intuições forma modelados pela evolução, muito mais preocupada com sua eficiência no mundo real que com sua coerência global"*. Assinalando que os sistemas de numeração, criados pelas mais diversas civilizações[9], evoluíram por meio do cérebro e para o cérebro, enfatiza que as soluções similares para os sistemas de numeração se devem não a trocas entre civilizações remotas, mas pelo fato de, ao serem confrontados com os mesmos problemas, elas tinham o mesmo cérebro para resolvê-los.

Avulta uma tarefa quase terapêutica para o professor de matemática: despertar no aluno a paixão por essa ciência

Assim, uma prática que respeitasse essa história evolutiva seria apresentar aos alunos os problemas semelhantes aos encontrados pelos seres humanos ao longo da História. Dehaene assinala que o que hoje conhecemos como "números" — negativos, irracionais, complexos — colocaram, na época em que surgiram, consideráveis dificuldades epistemológicas. Não deve surpreender que tais dificuldades se repitam para o estudante de hoje. De certa forma, o trabalho de Dehaene parece validar o trabalho dos professores que se utilizam de vários recursos para vencê-las. Associar os números negativos a dívidas é uma delas. Sua identificação com pontos à esquerda do zero em uma reta numerada é outra. São exemplos da utilização de imagens e metáforas que, podemos especular, aproveitar-se-iam da plasticidade dos circuitos cerebrais para aperfeiçoar o senso numérico.

Dehaene não consegue concluir pela existência de um dom biológico para a matemática. Negar a existência de uma propensão inata seria, no entanto, negar o óbvio, conforme já admitido por Howard Gardner , que reconhece a existência de inteligência lógico-matemática, dentre outros tipos de inteligência. Assim, já existe uma admissão tácita de que alguns são mais dotados para a matemática do que outros, embora não tenha sido possível encontrar a contrapartida neuropsicológica para essa aptidão. É delicioso o trecho em que Dehaene fala do cérebro de Einstein que, conforme somos informados, encontra-se conservado em formol[10]. As medidas anatômicas tomadas revelaram-se decepcionantes: nada havia de excepcional, incluindo-se aqui a massa de 1200 g, o que *"não é muito, mesmo para um ancião"*. Em 1985, todavia, dois pesquisadores verificaram uma densidade de células gliais acima da média numa região posterior do cérebro chamada redemoinho angular ou

[8] Lembro aqui a hipótese de Jung, que via os números naturais como arquétipos. A esse respeito, bem como a uma aplicação dos tipos psicológicos à Educação Matemática, veja-se (Saiani, 2000).
[9] A notação posicional, por exemplo, foi redescoberta, num intervalo de três mil anos, pelos babilônios, pelos maias, pelos chineses e pelos hindus.
[10] Infelizmente, ele não fornece a localização.

área de Brodman 39, que pertence ao lóbulo parietal inferior, e desempenha importante papel na manipulação de quantidades. Seria razoável, especula Dehaene, que o fator a distinguir Einstein do ser humano médio fosse sua organização celular. Não seria essa a causa da excelência de Einstein? Dehaene comenta: *Mesmo admitindo-se que a densidade celular de Einstein excede a variação normal entre os indivíduos, o que ainda não foi provado, como podem se separar causas e conseqüências? Einstein pode ter sido dotado, de forma inata, com um número fenomenal de células parietais inferiores, predispondo-o a aprender matemática. Mas, no atual estado de nossos conhecimentos, o oposto parece igualmente plausível: o uso constante dessa região cerebral pode ter modificado profundamente sua organização neuronal. Ironicamente, as deter minantes biológicas da teoria da relatividade, se existe alguma, estão para sempre perdidas nesse quebra cabeças, que lembra a famosa questão sobre quem apareceu primeiro, o ovo ou a galinha. Quem foi mesmo que disse que tudo é relativo?"* (Dehaene, p. 157).

De qualquer forma, ao professor coloca-se um dilema. Ele não pode negar o fato óbvio de que alguns alunos têm mais dificuldade (ou facilidade) em matemática do que outros, seja qual for o motivo. Por outro lado, não pode utilizar esse fato para eximir-se da responsabilidade de ensinar matemática. Assim, deve também acreditar que é possível aprender, mesmo sem ser especialmente dotado, o que do ponto de vista neuro-biológico corresponderia a conferir novas tarefas a áreas cerebrais originalmente não "projetadas" para elas. Não há como decidir entre esses dois pólos, muito mais valendo ao professor passear dialeticamente entre eles, levando em conta as diferenças individuais, mas tacitamente acreditando que a aprendizagem provocará o desenvolvimento do cérebro.

Respeitar as diferenças individuais significa ver no aluno um organismo, com pressupostos e cerceamentos próprios, aqui incluídos os cerceamentos cerebrais. Desses, talvez o mais importante

Respeitar as diferenças individuais significa ver no aluno um organismo, com pressupostos e cerceamentos próprios, aqui incluídos os cerceamentos cerebrais

para a ação do professor seja a lentidão do amadurecimento do córtex pré-frontal[11]. Quanto a isso, podemos nos perguntar até que ponto a velocidade do mundo moderno favorece esse amadureci mento. Refiro-me, explicitamente, aos *games* e aos *videoclips*, que vêm sendo responsabilizados pelo senso comum dos professores pelas dificuldades de aprendiza gem. Por outro lado, nem sempre esta autonomia cerebral é tão desastrosa. Jacques Hadamard (1954) assinala que uma das etapas da criação em matemática — e também em outros campos — é inconsciente. Talvez convenha lembrar essas etapas:

(1) Esforço consciente de resolução de um problema.

(2) Deixar o problema "descansar" por algum tempo.

(3) Iluminação, no qual a resposta ao problema aparece num lampejo.

(4) Trabalho consciente de elaboração da resposta obtida na fase (3).

Assim sendo, o professor deve equilibrar-se entre a exigüidade de tempo dos programas e o tempo de reação de cada um de seus estudantes, se quiser prestar um mínimo tributo às individualidades: a matemática é a mesma, mas cada aluno possui um cérebro único. Em que consistiria, então, a alquimia que, segundo Dehaene, o professor exibe quando transforma um cérebro modular numa rede neural integrada? Ora, consiste em fazer com que os conteúdos dos quais fala possam ter significado para cada um dos alunos. Não acredito que possa haver regras específicas para tal tarefa: as regras, por mais minuciosas que sejam, aparentemente só reforçam o caráter modular dos circuitos neurais envolvidos. A integração só pode ser transmitida tacitamente, da mesma forma que a arte do diagnóstico para um estudante de medicina, conforme assinala Michael Polanyi (1954) . Agora, nenhum professor pode efetuar essa alquimia se não procurar, ele mesmo, um significado para as coisas que ensina. É isto o que o faz ser único, sem possibilidade de ser substituído por um computador. Impossível?

[11] Responsável, conforme se recordará o leitor, pela coordenação do trabalho autônomo dos vários circuitos cerebrais envolvidos numa tarefa complexa, como a de resolver um problema.

Obviamente, não. Difícil? Talvez, mas não mais do que transformar café em teoremas ...

A obra de Dehaene é instigante, mas tem todo um caráter de primeiro passo. Levanta algumas questões que certamente carecerão de maior amadurecimento, quer para serem aprofundadas, quer para caírem no esquecimento, como ocorreu com a velha frenologia. Um ponto bastante enfatizado por ele é a íntima relação entre talento matemático e paixão. É citado o livro de Antonio Damasio, *"O erro de Descartes"*, que trata precisamente do papel das emoções para o desenvolvimento da razão. Só podemos ratificar essa indicação. Por outro lado, penso que a Geometria mereceria um tratamento análogo ao que Dehaene dá ao senso numérico, quer por sua importância cultural, quer pelo próprio apoio que dá ao senso numérico.

REFERÊNCIAS

DAMASIO, Antonio. **O erro de Descartes: emoção e razão no cérebro humano**. São Paulo, Companhia das Letras, 1996, 309 p.

— **O mistério da consciência**. São Paulo, Companhia das Letras, 2000, 474 p .

DEHAENE, Stanislas. **The number sense: how the mind creates Mathematics**. NewYork, Oxford University Press, 1997, 274p.

GARDNER, Howard. **Estruturas da Mente: a teoria das inteligências múltiplas**. Porto Alegre, Artes Médicas, 1994, 340p.

HADAMARD, Jacques. **Essay on the psychology of invention in the mathematical field**. Princeton, Dover, 1954, 145p.

POLANYI, Michael. **Personal knowledge: towards a post-critical philosophy**. The University of Chicago Press, Chicago, 1974, 428 p.

REBER, Arthur S. **Implicit learning and tacit knowledge: an essay on the cognitive unconscious**. Nova York, Oxford University Press,1993, 188 p.

SACKS, Oliver W. **O homem que confundiu sua mulher com um chapéu**. Rio de Janeiro, Imago, 1987, 264p.

— **Um antropólogo em Marte**. São Paulo, Companhia das Letras, 1996, 331 p..

SAIANI, Cláudio. **Jung e a educação : uma análise da relação professor-aluno**. São Paulo, Escrituras, 1999, 212p.

Associados dos estados do Pará, Amapá, Roraima, Piauí, Maranhão, Alagoas, Rio Grande do Norte, Tocantins e Mato Grosso: entrem em contato conosco. Vamos organizar a sua Diretoria Regional

e-mail: sbem@pucsp.br