Artigo Original

REVEMAT
REVISTA ELETRÔNICA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

AS CLÁSSICAS ESCOLAS FILOSÓFICAS DA MATEMÁTICA E O PROCESSO DE ENSINAR: OLHARES DE PROFESSORES EM FORMAÇÃO CONTINUADA

The classical philosophical schools of mathematics and the process of teaching: insights of teachers in continuing formation

Vanessa Lucena Camargo de Almeida **KLAUS**
Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Cascavel, PR, Brasil
almeidavanessa_matematica@yahoo.com.br
https://orcid.org/0000-0001-8457-2871

Marcia Regina **KAMINSKI**
Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Cascavel, PR, Brasil
marciarkjf@gmail.com
https://orcid.org/0000-0001-5705-0322

Victor Hugo Ricco Bone **ANTUNES**
Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Cascavel, PR, Brasil
antunesvictorh@gmail.com
https://orcid.org/0000-0002-4755-7645

Clodis **BOSCARIOLI**
Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Cascavel, PR, Brasil
boscarioli@gmail.com
https://orcid.org/0000-0002-7110-2026

Tiago Emanuel **KLÜBER**
Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Cascavel, PR, Brasil
tiagokluber@gmail.com
https://orcid.org/0000-0003-0971-6016

A lista completa com informações dos autores está no final do artigo

RESUMO

A complexidade das atividades de ensino e aprendizagem, de qualquer que seja a área do conhecimento, exige que se tenha um mínimo de clareza a respeito do objeto de estudo, para que se busque formas compatíveis de ensinar com o conceito que se tem desse objeto, e que conduzam aos objetivos pedagógicos estabelecidos, contribuindo à aprendizagem desejada. É, portanto, pertinente para o ensino de Matemática uma reflexão sobre seus fundamentos e sua trajetória histórica, visto que essa concepção traz reflexos importantes à maneira de ensiná-la. Apesar de essencial, essa reflexão pode não ser trivial ao professorado. Este artigo se dedica a expor olhares de professores em formação continuada sobre a pertinência deste tema à formação docente, com base nos dados obtidos com a realização de um seminário sobre as escolas filosóficas da Matemática à luz da revisão bibliográfica sobre suas principais características e reflexos no processo de ensinar.

Palavras-chave: Escolas Filosóficas da Matemática, Formação docente, Práticas de ensino da Matemática.

ABSTRACT

The complexity of teaching and learning activities, whatever the area of knowledge, requires that there is a minimum of clarity regarding the object of study in order to seek compatible ways of teaching with the concept that has of that object, and that lead to the established pedagogical objectives, contributing to the desired learning. It is, therefore, pertinent for the teaching of Mathematics to reflect on its foundations and its historical trajectory since this conception brings important reflexes to the way of teaching it. Although essential, this reflection may not be trivial for teachers. This paper is dedicated to exposing the views of teachers in continuing education on the relevance of this theme to teacher education, based on data obtained from the realization of a seminar on the philosophical schools of mathematics in the light of the bibliographic review on their main characteristics and reflections in the teaching process.

Keywords: Philosophical Schools of Mathematics, Teacher training, Mathematics teaching practices.

1 INTRODUÇÃO

A Matemática tem despertado interesses e visões distintas para filósofos, cientistas, professores e estudantes. Apesar da produção de conhecimento dos filósofos e filósofos da Matemática, Matemáticos e Educadores Matemáticos interessados no tema, não é incomum emergirem visões distorcidas e equivocadas, disseminadas a professores e estudantes, como a de que a Matemática é uma ciência para poucos, exata por natureza e, portanto, linguagem rigorosa e essencial às demais ciências inferiores a ela.

No entanto, pensar a Matemática como ciência, nem sempre foi unanimidade para algumas correntes filosóficas do pensamento matemático. Beyer K. (2001, p. 236) coloca que para os pensadores das escolas clássicas, Logicismo, Formalismo e Intuicionismo, a Matemática se apresentava de modo distinto, como linguagem ou como ciência a qual “[...] tem associada uma linguagem pela qual seus objetos são estudados e manipulados”[1]. Para o autor, esses pontos de vista decorrem de controvérsias no desenvolvimento histórico da disciplina, levando à crise dos seus fundamentos. Esses olhares sobre o que a Matemática se constitui, e as adversas posições dessas escolas, se expressam, em alguma medida, no ensino escolar. Sobre isto, Loureiro e Klüber (2015) argumentam da importância de refletir epistemologicamente, isto é, de conhecer os fundamentos do conhecimento matemático de modo a compreender o processo que levou a Matemática ao *status* de uma Ciência, e desdobramentos no ensino dos seus conteúdos ministrados por professores no universo das salas de aulas.

Por isto, neste artigo, trazemos ideias teóricas referentes às Clássicas Escolas Filosóficas da Matemática, e argumentações sobre seus desdobramentos no processo de ensinar, apoiadas em estudo bibliográfico e no relato de um seminário por nós ministrado a

[1] *“[...] es una ciencia, que tiene asociado un linguaje a través del cual se estudian y manipulan sus objetos”.*

professores de Matemática[2] em formação continuada, perseguindo as perguntas: *que concepção esses professores têm acerca do objeto matemático e como as bases filosóficas podem influenciar as formas de compreender o ensino da Matemática?*

A pertinência do estudo está em pontuar os aspectos centrais das três escolas Filosóficas da Matemática, e reconhecer que suas influências nos processos de ensinar podem não ser triviais aos professores, embora fundamental aos que se familiarizam ou pesquisam na área da Educação Matemática. As leituras efetuadas, em especial Loureiro e Klüber (2015), por abordarem explicitamente a relação das escolas com o ensino de Matemática, levaram-nos a analisar a importância de conhecer essas bases da Matemática, e do reflexo que esse conhecimento, ou sua falta, pode ter na prática docente e, por conseguinte, em seu ensino e aprendizagem. Este artigo corrobora com a compreensão das relações das escolas filosóficas na ação do professor de Matemática, inclusive refletindo sobre a dimensão prática de sala de aula.

2 A MATEMÁTICA E OS ASPECTOS CENTRAIS DAS ESCOLAS LOGICISTA, FORMALISTA E INTUICIONISTA

Historicamente, a Matemática é objeto de investigações e curiosidades, por ser provocativa ao ser humano, tanto pelos conhecimentos que dela surgem e das descobertas realizados pela humanidade, quanto pelos inúmeros sentimentos emergidos, por exemplo, das dúvidas ocasionadas pela falta da certeza na aspiração em compreendê-los e explicá-los. Neste processo de especulação meticulosa, há ideias antagônicas a respeito de conhecimentos e fundamentos da Matemática, muitas vezes, resultantes dos paradoxos originários dos discursos filosóficos (Beyer K., 2001). Segundo Silva (2007), essa crise dos fundamentos da Matemática esteve caracterizada não na Matemática, mas sim por questão da confiabilidade de seus alicerces, os seus antecedentes.

Quanto a isso, podemos exemplificar o paradoxo de Cantor acerca dos conjuntos infinitos, cujo discurso sobre a cardinalidade do contínuo levou matemáticos e filósofos, como David Hilbert, Kurt Gödel a contestarem a demonstração da hipótese cantoriana que dizia: não importa "[...] quão grande seja um número cardinal (ou ordinal), há sempre um

[2] Este trabalho é desdobramento de estudos e de uma prática realizados para a disciplina Epistemologia da Educação Matemática no Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática (PPGECEM), Mestrado e Doutorado, da Universidade Estadual do Oeste do Paraná (Unioeste), no primeiro semestre de 2019.

outro maior do que ele, para além de qualquer limite quantificável, mostrando assim que existem vários infinitos, não um único". (Silva, 2007, p. 114). Mondini (2008, p. 6) acrescenta que foi por meio da criação da Teoria dos Conjuntos de Georg Cantor (1845-1918) "[...] e, consequentemente, com a verificação dos paradoxos que ela apresentava [...]", que emergiu um movimento que buscou axiomatizar toda a Matemática[3], a fim de livrá-la dos paradoxos, como os de Cantor, Russell e Burali-Forti[4]. Essa busca se centrou nas Escolas Filosóficas da Matemática: Logicismo, Formalismo e o Intuicionismo. Para conhecimento, abordamos, de forma breve, dois dos aspectos da Teoria dos Conjuntos em torno da discussão da sua utilidade como uma linguagem fundamental que é composta por pressupostos essenciais à construção da Matemática; e, como uma área independente da Matemática, ou seja, uma área pertencente à Lógica Matemática.

A Escola Logicista teve por meta a busca de fundamentar toda a Matemática na lógica formal, torna-la uma ciência livre de contradições. Bertrand Russell (1872-1970) é o seu principal representante e juntamente com Alfred Noth Whitehead (1861-1947) apresentaram o axioma da redutibilidade como uma proposição indispensável na reconstrução lógica da Aritmética (Marques, 1992). Segundo Marques (1992) o axioma da redutibilidade, parte do *Principia Mathematica*, obra de três volumes sobre os fundamentos da Matemática, visou conciliar o projeto logicista de fundamentação Matemática com a ideia de que a Lógica se "[...] constitui em uma disciplina de absolutamente geral, situada na base de todos os raciocínios válidos e de todo discurso significativo". Entretanto, e de maneira conflitante, Marques (1992, p. 1) esclarece que a inserção do axioma no *Principia* ocasionou críticas acerca da verdade da Matemática, pois este axioma não poderia ser cancelado como o estatuto de verdade lógica.

Chateaubriand (2007, p. 30) argumenta dizendo que Russell, associado à ideia do mencionado axioma, arrisca justificá-lo:

> [...] apelando às suas consequências, especialmente consequências elementares verificáveis. Mesmo que não vejamos diretamente a verdade de um axioma, ou que não a vejamos com suficiente clareza, o axioma pode ter justificação indireta suficiente para ser tomado como um axioma. Parte desta justificação indireta pode vir de consequências verificáveis do axioma, especialmente em domínios elementares como a aritmética.

[3] Ou seja, "[...] formular um sistema de axiomas, a partir dos quais fosse possível estabelecer os resultados da teoria, liberando-a, ao mesmo tempo, dos paradoxos que vinham surgindo e de outros mais que pudessem aparecer" (Ávila, 2000, p. 10).

[4] Silva (2007, p. 134) coloca que o paradoxo de Russell, embora Zermelo afirmava anterior a ele ter colocado a teoria de Cantor em bases axiomáticas, "[...] punha em xeque noções tão intuitivas no campo da própria lógica, e o de Burali-Forti levantava dúvidas com respeito à teoria dos conjuntos de Cantor".

Em Beyer K. (2001) essa tentativa foi vista como insuficiente à ascensão de verdade puramente Lógica à Matemática, livrando-a das controvérsias. Isto é, "[...] nem todos os axiomas puderam ser escritos na forma de proposições lógicas" (Mondini, 2008, p. 4). Apesar disto, segundo Loureiro e Klüber (2015) a escola Logicista influenciou a formulação da Lógica Matemática Moderna, hoje utilizada nos livros didáticos como um dos fundamentos da Matemática. Também no propósito de provar que a Matemática é isenta de contradições, para Mondini (2008) é por meio da Lógica e não em termos lógicos como na escola Logicista, que o Formalismo é tido como a escola que "[...] traz à Matemática um conjunto de regras e símbolos que nos permitem operar mecanicamente" (Mondini, 2008, p. 7).

Dentre os pensadores dessa escola, Beyer K. (2001) afirma que David Hilbert (1862-1943) é um dos idealizadores na busca de fundamentar toda a Matemática em estruturas formais. Silva (2003, p. 33) explicita que Hilbert foi um entusiasta da teoria de Cantor e, por isso, seria "[...] natural que ele procurasse à teoria dos conjuntos e à própria aritmética dos reais, bases a toda a análise matemática, uma fundamentação se não idêntica, ao menos análoga àquela oferecida à análise". Esta era a essência do movimento Formalista, a de apresentar o método axiomático como ferramenta de demonstração da consistência, ou ausência de contradição da Matemática, por uma linguagem formal. Em Silva (2007, p. 187), o método de Hilbert, resultado da influência do método axiomático-dedutivo criado por Euclides no século III a.C, vislumbrava a eliminação da intuição dos métodos dedutivos, bastando a lógica e os axiomas "[...] para se derivar os teoremas de Geometria". Mas, segundo o mesmo autor, tal processo abriu possibilidade para a constituição de sistemas inconsistentes, mostrando, assim, limitações no referente sistema de demonstração (Silva, 2007).

Associamos esta asserção a Kurt Gödel (1906-1978) quando prova, em 1931, que o sistema de axiomas no campo da Aritmética é incompleto, ou seja, há proposições que não podem ser deduzidas dos axiomas (Beyer K., 2001). A esta ideia estão articulados dois teoremas da incompletude de Gödel que se configuram entre os resultados mais importantes da Lógica e têm implicações em várias questões que envolvem sistemas formais, dentre elas, as referentes "[...] tentativas de formalização de um saber absoluto" (Lannes, 2009, p. 76). A saber, o primeiro teorema, diz que "[...] se um sistema formal contendo a aritmética for consistente, então ele contém proposições aritméticas verdadeiras que, no entanto, são indecidíveis" (Lannes, 2009, p. 65). O segundo teorema, afirma que “[...] nenhum sistema formal contendo a aritmética pode provar a sua própria consistência, a não ser que o sistema em si seja inconsistente” (Lannes, 2009, p. 67).

A questão trazida é a compatibilidade da Aritmética, em que Gödel, a respeito do projeto de Hilbert, alega não ser “[...] possível provar a consistência da Matemática dentro da própria Matemática” (Mondini, 2008, p. 8). Entretanto, a relativização da escola de Hilbert, que conforme Silva (2003, p. 36) teve por objetivos estabelecer, por meios construtivos apropriados (ferramentas de demonstração), “[...] a consistência relativa de teorias formais nas quais partes da matemática clássica possam ser desenvolvidas [...]”, favoreceu a um pensamento que:

> [...] não se preocupa em demonstrar a consistência da matemática como um todo; não se restringe exclusivamente às demonstrações finitárias; não se propõe a resolver os problemas fundacionais de uma vez por todas, mas contenta-se com uma análise epistemológica localizada. O programa de Hilbert relativizado pode ser levado a cabo, em particular, desenvolvendo-se partes substanciais da análise clássica em teorias demonstravelmente mais fracas. Alguns exemplos, Weyl (em 1918, portanto anteriormente à própria formulação da versão forte do programa de Hilbert) mostrou que a teoria das funções contínuas reais pode ser desenvolvida em um subsistema predicativo da aritmética de segunda ordem fraca e Brouwer desenvolveu uma teoria intuicionista do contínuo, estabelecendo versões intuicionistas de muitos teoremas clássicos (Silva, 2003, p. 36).

É importante ressaltarmos que no processo de demonstrações finitárias, o raciocínio finitário[5] não considera

> [...] nele nunca nada além de um número finito dado de objetos e de funções; estas funções estão bem definidas, sendo que suas definições permitem o cálculo de valores de maneira inequívoca; nunca afirmamos que o objeto existe sem dar a maneira de construí-lo; nunca consideramos a totalidade de todos os objetos x de uma coleção infinita; e quando dizemos que um raciocínio (ou um teorema) é verdadeiro para todos estes x, queremos dizer que para cada x isolado, é possível repetir o raciocínio geral em questão, que deveria ser considerado somente como o protótipo destes raciocínios particulares (Snapper, 1984, pp. 92-93).

Snapper (1984) destaca que a definição acima não usa de linguagem matemática e sim filosófica, e que é necessária a compreensão desse raciocínio para o entendimento do projeto de Hilbert. Apesar de controvérsia da escola Formalista com relação às limitações no processo de axiomatização, suas contribuições foram importantes no desenvolvimento da Matemática contemporânea. Ferreirós (2002) apresenta Hilbert como um importante

[5] A fim de evitarmos as contradições no uso da linguagem, Hilbert dizia que: “Enquanto estivermos usando nossa linguagem natural e não a linguagem formal L, há naturalmente muito perigo de que possam ser introduzidas contradições, ou mesmo, até qualquer tipo de erro [...]” e a “[...] maneira de evitar este risco é ter a certeza absoluta de que, enquanto se está falando em linguagem natural sobre L, estão sendo usados raciocínios que são absolutamente seguros, acima de qualquer suspeita ” – os raciocínios finitários (Snapper, 1984, p. 92).

matemático a contribuir para a abordagem conjuntista da Matemática abstrata. Segundo o autor, a adesão de Hilbert a essa abordagem pode ser notada "[...] no livro *Grundlagen der Geometrie* e na célebre conferência *Mathematische Probleme*, de 1900", e dentre seus feitos, por exemplo, publicações sobre sistemas de axiomas para números reais (Ferreirós, 2002, p. 146).

Com relação à escola Intuicionista, encabeçada por Luitzen Egbertus Jan Brouwer (1881-1966), Beyer K. (2001) afirma que sua essência é provar que a existência da Matemática está na construtividade. Assim, o intuicionismo brouweriano remete a verdade matemática à mente e às experiências mentais conscientes, pois "qualquer objeto que não possa ser desse modo apresentado à sua consciência simplesmente não existe" (Silva, 2007, p. 147-148). Sendo assim, uma proposição matemática somente se torna falsa quando se experimenta sua falsidade. Em Beyer K. (2001), parte da Matemática clássica, apresentada no Logicismo e Formalismo, ficam excluídas no Intuicionismo. Bianconi (2006) argumenta que o princípio do terceiro excluído (lei da Lógica que diz que para qualquer sentença P, é válido P ou ~P) manifestado nas demonstrações por redução ao absurdo, deixa de ser válida. Para os intuicionistas,

> [...] se uma proposição afirmando a existência de uma função com uma dada propriedade não pode ser falsa, isto não quer dizer que ela é plenamente verdadeira, ou seja, plenamente aceitável. Exige-se muito mais do que isto, exige-se que se apresente uma construção explícita de tal função, que se possa calculá-la (Bianconi, 2006, p. 1).

A Lógica neste viés filosófico, segundo Beyer K. (2001), não precede a Matemática, mas é parte integrante desta, e, portanto, é importante termos conhecimento de que a Lógica assumida nessa escola é diferente da Lógica clássica. Acerca da teoria dos números reais há diferenças no desenvolvimento das ideias, enquanto que para a teoria clássica, por exemplo, os reais são os "limites" de sequências de números racionais (definição por sequências de Cauchy), na matemática intuicionista eles "[...] são as *próprias* sequências, desde que adequadamente definidas" (Silva, 2007, p. 156). Snapper (1984) relata que a escola Intuicionista foi rejeitada quase que de forma unânime pela comunidade dos matemáticos clássicos, por algumas razões, sendo uma delas referente à forma de demonstração construtiva que os intuicionistas trazem, que por ser mais longa do ponto de vista da Matemática clássica parece perder a elegância.

Por este e outros motivos, o Intuicionismo não foi tão influente na instituição escolar, como aponta Eleutério (2014, p. 5), alegando que na visão absolutista[6] "[...] o professor é o transmissor dos conteúdos e os alunos apenas copiam, decoram, e na maioria das vezes não compreendem o processo, nem tão pouco o conteúdo". Assim, de modo geral, é possível dizer que as três escolas filosóficas da Matemática surgiram da necessidade de "purificar" essa área do conhecimento de qualquer tipo de contradição, para ser estabelecida como uma ciência sólida. O Logicismo e o Formalismo tentaram tal estabelecimento por meio da Lógica. Para o Logicismo, a Lógica era já por si perfeita e isenta de contradições, e se conseguissem mostrar que toda a Matemática clássica era uma parte da Lógica, essa também estaria bem alicerçada e estabelecida. O Formalismo, porém, usou da Lógica para formalizar a Matemática. Já no Intuicionismo, a Matemática deveria ser totalmente reconstruída a partir da intuição de números naturais. As principais características das três escolas são dadas na Figura 1.

[6] Segundo a autora, visão advinda das escolas clássicas da Matemática, apresentada neste artigo, e que trazem a Matemática "[...] formada por conhecimentos absolutos e certos, incapazes de serem contestados" (Eleutério, 2014, p. 3).

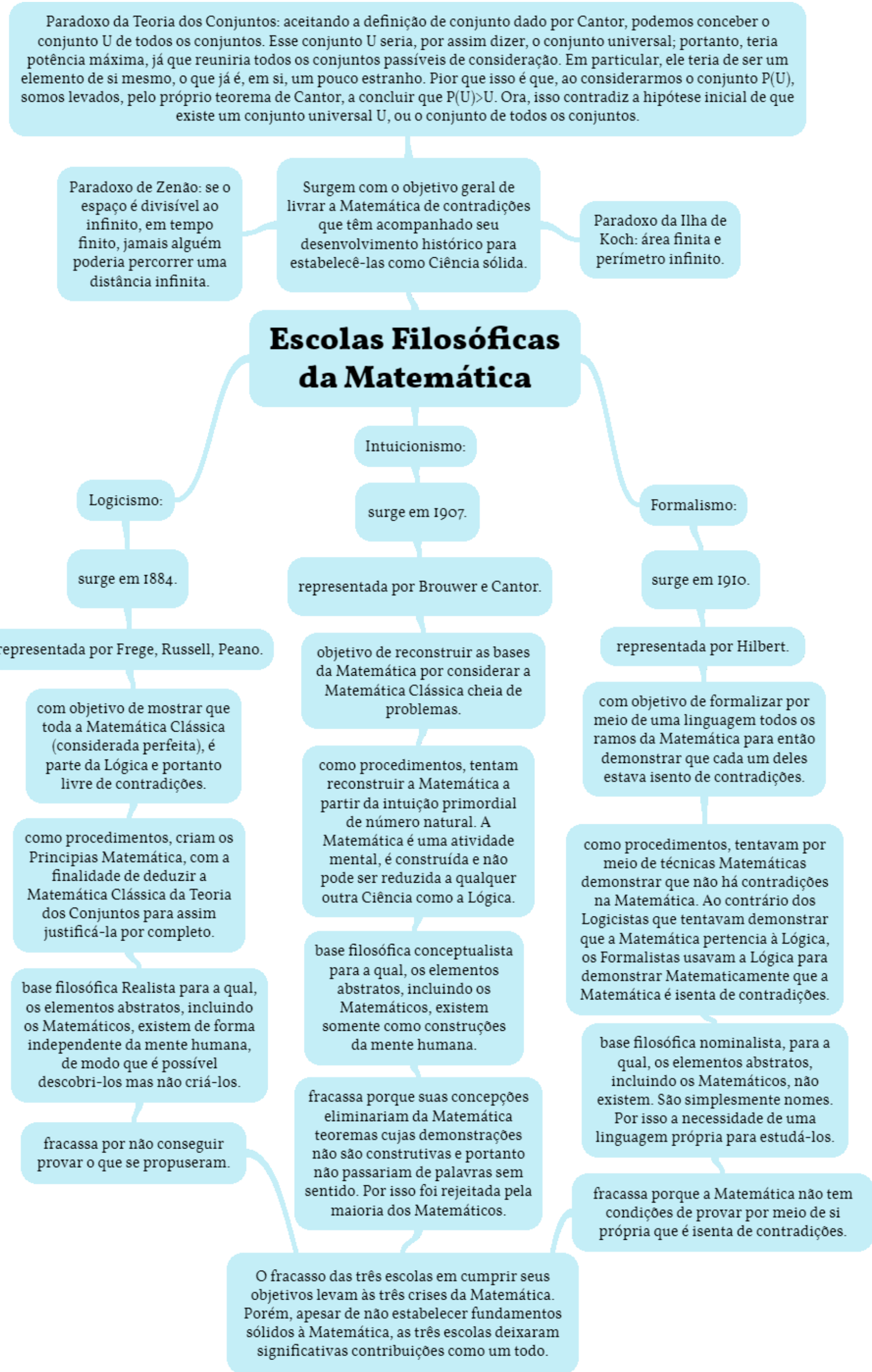


Figura 1: Principais características das três escolas filosóficas da Matemática
Fonte**:** Elaborada pelos autores a partir de Snapper (1984).

Essas formas de tentar estabelecer a Matemática como ciência trazem implícitas as concepções filosóficas de cada escola acerca dos objetos matemáticos. Segundo Snapper (1984), o Logicismo revela uma visão Realista[7] desse objeto, que existe independente da

[7] A Ideia de realismo apresentada por Snapper, é o platonismo, no sentido de uma realidade pré-existente, apenas captada pelo homem. A ideia de sujeito e objeto ainda não estava clara.

mente humana, podendo ser descoberto, mas não criado[8]. O Formalismo, traz uma visão Nominalista, sendo necessária uma linguagem para seu estudo. O Intuicionismo tem bases na filosofia Conceptualista, para a qual os objetos são construções da mente humana. Apesar do fracasso em estabelecer fundamentos sólidos à Matemática, as três escolas, pelas diferentes concepções, deixaram influências importantes à área (Snapper, 1984).

Após essa breve explanação que objetivou retomar a trajetória das escolas filosóficas na busca por encontrar fundamentos sólidos à Matemática, na Seção 3 trazemos reflexões concernentes à suas influências e implicações à prática docente, a partir das observações de um grupo de professores em formação continuada nessa temática.

3 CONTEXTO DA PRODUÇÃO DE DADOS E INFLUÊNCIAS DAS ESCOLAS FILOSÓFICAS EM PROFESSORES

Dada a pertinência de reflexão, por meio de um seminário ministrado, sobre os fundamentos e a trajetória histórica das escolas Logicista, Formalista e Intuicionista da Matemática, expomos o modo como os dados analisados foram produzidos em contexto de sala de aula, que mostram posicionamentos a respeito do conhecimento matemático por professores licenciados nessa ciência. Apesar de o número de participantes não ser elevado, é significativo, pois são mestrandos e doutorandos formados ao nível de graduação, *lato* e *stricto sensu*, em diferentes instituições de ensino superior, de várias regiões do país. Por isso, podem indicar movimentos formativos que se expressam por meio destes sujeitos, como a concepção de Matemática em que foram formados.

O seminário teve duração de 8 horas/aula e 14 participantes (1 professor doutor regente da disciplina, 10 professores em formação, 3 professores ministrantes, também em formação). Por objetivos, o seminário buscou compreender aspectos epistemológicos da Matemática pela apresentação de três escolas filosóficas, Logicismo; Formalismo; Intuicionismo, no que diz respeito aos objetos de estudo da Matemática e sua linguagem. O procedimento metodológico do seminários considerou a exposição via recursos audiovisuais (*slides*) para os conteúdos teóricos, além da apresentação em vídeos e exemplos ilustrativos.

[8] Esta ideia está relacionada ao estudo da ontologia, que pode ser encontrado em: HESSEN, Johannes. **Teoria do Conhecimento**. 7 ed. Coimbra: Armênio Amado, 1980.

Optamos por iniciar uma discussão sobre as escolas Filosóficas da Matemática com base na pergunta “O que é Matemática?”, pela compreensão de que essa questão se torna central dentro dessa temática, uma vez que conforme Snapper (1984), a concepção que se tem dos objetos matemáticos é implícita em cada uma das escolas. Entendemos que propiciar esse pensar da Matemática, sob o viés da sua Filosofia, é expor como os seus alicerces se constituem, suas finalidades, processos de constituição e validação, que podem refletir no fazer docente. Os professores desenvolvem suas práticas pedagógicas em concordância com suas concepções de Matemática, que de maneira consciente ou não, são reflexos da forma de concebê-la de, ao menos uma das escolas Filosóficas, e que conforme Loureiro e Klüber (2015), se manifestam no modo de ensinar essa disciplina.

As respostas dos professores foram fixadas no quadro-giz e reservadas para utilização em atividade específica, desenvolvida posteriormente, e relatada mais adiante neste artigo. Fundamentados no texto de Snapper (1984), disponibilizado para leitura prévia, os professores discutiram as características de cada uma das três escolas filosóficas da Matemática, explicando as razões que levaram à crise dos fundamentos da Matemática, as intenções e os procedimentos adotados por cada uma delas, com objetivo de eliminar os paradoxos que geraram as crises e estabelecer a Matemática como ciência sólida. Dentre seus posicionamentos, os professores comentaram ter pouco ou nenhum conhecimento sobre esse conteúdo, sendo para a maioria o primeiro contato.

Na sequência, foi empregada uma estratégia de gamificação[9] para abordar o conteúdo de forma dinâmica e diferenciada, por meio de um *game* de perguntas e respostas (*quiz*), o que permitiu a personalização da atividade, visto que as perguntas elaboradas contribuíram para que os aspectos desejados fossem explorados. Para criação do game, o *Kahoot* (Brand, Brooker & Versvik, 2013) – uma plataforma de ensino, de acesso gratuito, onde o professor pode elaborar, de forma personalizada, jogos de *quiz* sobre qualquer conteúdo, foi utilizado. Ao todo, 25 questões de múltipla escolha foram construídas a partir de Snapper (1984). Nesse ambiente interativo, os participantes, em duplas, tinham o tempo de 30 segundos para ler a questão, consultar o texto e respondê-la. A Figura 2 ilustra um dos momentos do jogo à esquerda, e à direita um exemplo de questão elaborada.

[9] Estratégia de ensino que pressupõe a inserção de alguns elementos dos jogos em atividades pedagógicas visando promover o engajamento e aprendizagem lúdica e desafiadora. “Gamificar significa injetar elementos dos jogos a coisas que não são jogos. Basicamente significa incluir todos ou alguns dos seguintes elementos: regras, conflitos, competição, cooperação, recompensa e *feedback*, níveis progressivos de dificuldade, narrativa de fundo, ranqueamento, personalização de percursos e fluxo de *feedbacks”* (Filatro & Cairo, 2015, p. 266).

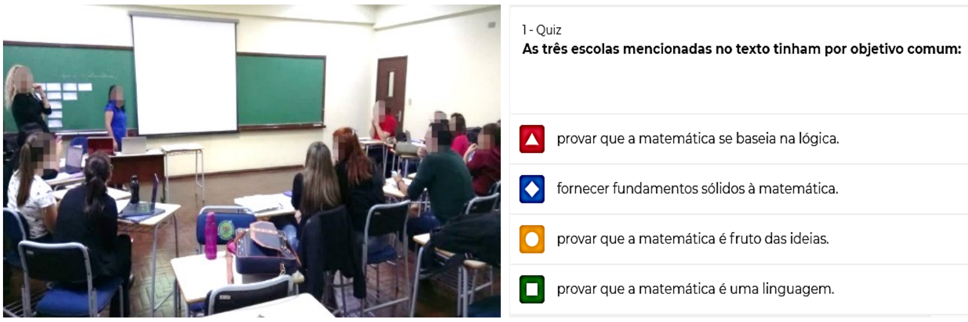


Figura 2: Aplicação do *Kahoot* e exemplo de questão
Fonte: Os autores (2019).

A proposta gerou empolgação e o grupo de participantes revelou gostar bastante da dinâmica, apesar do tempo curto de execução. Em função de problemas de conexão com a *Internet*, o uso da plataforma *Kahoot* foi substituído pela dinâmica passa ou repassa. As perguntas e alternativas foram projetadas via *slides* e a turma dividida em dois grupos. A cada pergunta feita por um dos ministrantes, um representante de cada grupo se dirigia ao centro da sala onde foi colocada uma mesa com uma sineta. No decorrer da leitura da pergunta, a qualquer momento os representantes dos grupos poderiam tocar a sineta. O direito de resposta era dado a quem tocasse a sineta mais rapidamente. Caso fosse tocada antes do término da leitura da pergunta e das alternativas, o participante deveria responder imediatamente sem direito a consultar o restante do seu grupo ou ao texto base de leitura. Um ponto a ser aqui destacado foi que a *gamificação* promoveu engajamento e vestígios de um aprendizado lúdico e interativo, considerando recursos não necessariamente digitais, e, isso não comprometeu o nível de engajamento dos participantes.

A segunda tarefa teve por finalidade retomar as características gerais de cada uma das escolas, e promover a reflexão sobre como as concepções de Matemática de cada uma delas se manifestam e repercutem no Ensino de Matemática, podendo serem observadas na forma como as práticas pedagógicas são desenvolvidas. Para atingir esse objetivo, preparamos um *banner* com a imagem de uma árvore, denominada "Árvore das Escolas Filosóficas" exposta à turma. A árvore era formada por três galhos principais para ilustrar as escolas do Logicismo, Intuicionismo e Formalismo, e cada um desses galhos possuía ainda ramificações para representar os aspectos gerais e as inferências pedagógicas.

A proposta foi completar a árvore colocando nela as folhas (uma folha em cada ramo), sendo cada folha atrelada a um aspecto de uma das escolas filosóficas estudadas. As folhas da árvore foram confeccionadas em papel adesivo para que pudessem ser coladas na árvore, possibilitando a correção, caso necessário. As folhas adesivas foram numeradas de 1 a 30, e cada folha se referia a uma característica geral ou a uma inferência pedagógica de uma das escolas, sendo que para cada escola foram confeccionadas 10 folhas (5 ligadas às características gerais e 5 às inferências pedagógicas). A Figura 3, ilustra a árvore e as folhas adesivas que seriam nela inseridas.

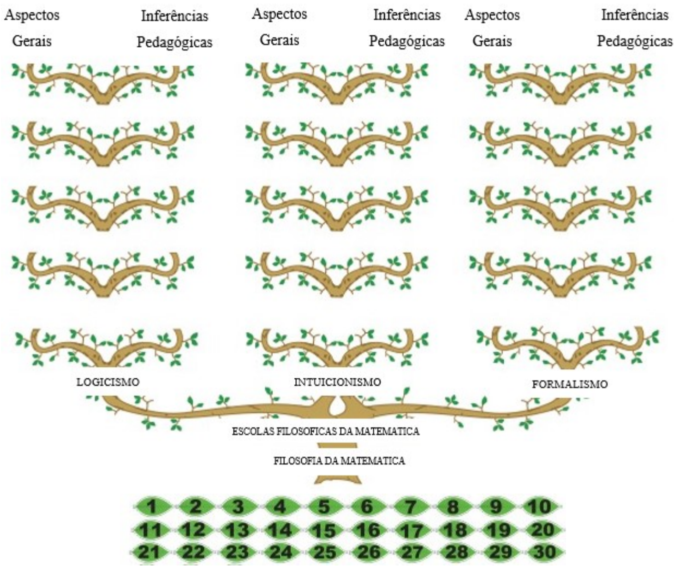


Figura 3: Árvore das Escolas Filosóficas
Fonte: Os autores (2019).

Para o preenchimento da árvore, foram distribuídos a cada participante 3 adesivos (3 folhas da árvore) e uma folha impressa com um quadro contendo frases também numeradas de 1 a 30. Cada frase estava associada à uma das folhas que seriam inseridas na árvore. Os participantes tinham de encontrar a frase de mesma numeração do adesivo recebido, ler as informações, identificar a qual das escolas Filosóficas estava relacionada e se a frase correspondia a uma característica geral ou a uma inferência pedagógica dessa escola. Após um tempo para que os participantes lessem e identificassem os aspectos solicitados, cada um deveria dirigir-se até o *banner* e fixar os seus 3 adesivos nos ramos da árvore considerados mais adequados, em conformidade com cada uma das escolas.

O Quadro 1, apresenta as frases associadas aos adesivos. As frases referentes às características gerais das escolas foram baseadas no texto de Snapper (1984), enquanto as frases relacionadas às inferências pedagógicas extraídas de Loureiro e Klüber (2015).

Quadro 1: Material disponibilizado com as frases relacionadas às folhas da árvore

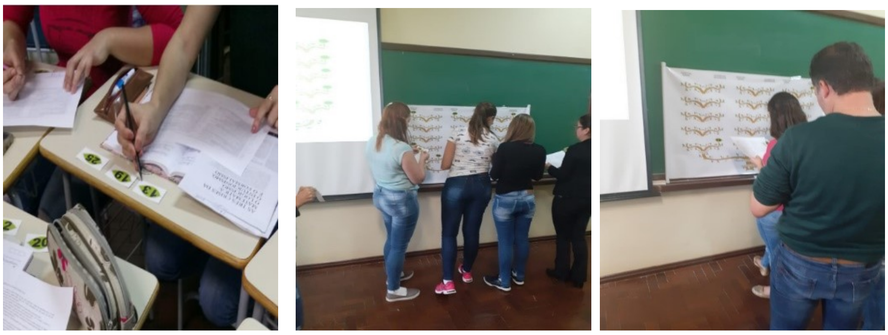
1. No caso de atividades matemáticas, uma demonstração, por exemplo, busca-se a apresentação das resoluções quase que de forma descritiva.
2. Demonstrações partem de princípios Lógicos (professores evitam e alunos quase não demonstram). 3. A escola vislumbra que a formalização consiga sistematizar a Matemática de modo a não dar margens para possíveis paradoxos. 4. A Matemática também pode ser administrada nas experiências que temos no dia a dia, ganhando forma e sentido, visando uma construção para o real do que antes foi intuitivo.

5. Presença da escola Logicista, quanto à busca pela redução dos teoremas e conceitos em termos Lógicos. 6. Todas as demonstrações, teoremas e definições dadas por essa escola são inteiramente construtivas. 7. A crise dessa escola ocorreu ao concluir que alguns axiomas não são proposições Lógicas, impedindo-lhes assim de dar fundamentos firmes à Matemática. 8. Essa escola pode ser comparada a escola Filosófica chamada Realismo. 9. A crise dessa escola ocorreu pelo fato de não ser possível provar a consistência da Matemática dentro da própria Matemática. 10. O objetivo dessa escola era mostrar que a Matemática Clássica é parte da Lógica. 11. A transposição imediata do princípio de treino de demonstrações, mutila tanto a compreensão do objeto matemático, como do sujeito do conhecimento. 12. A filosofia que mais se aproxima a essa escola é o Nominalismo. 13. Enunciação de teoremas por meio de simbolismo Lógico em livros didáticos do fundamental, médio e superior (escopo). Demonstração recorrente a memorização. 14. Os alunos mal conseguem estabelecer relação dos fundamentos do terceiro excluído. Resoluções muitas vezes propostas de forma mecânica e sem significado. 15. Exercícios partem de princípios Lógicos. 16. Segundo essa escola, a Matemática deveria ser definida como uma atividade mental e não como um conjunto de teoremas. 17. Escola que tentou formalizar toda a Matemática clássica em um sistema formal consistente e completo, utilizando demonstrações procedendo a axiomatização de toda Matemática. 18. O objetivo dessa escola era dar uma definição válida de matemática para ver que matemática surgiria dela. Para eles “toda matemática que não puder ser feita por construção, não é matemática”. 19. Os membros dessa escola consideravam a matemática clássica perfeita. 20. No caso de atividades matemáticas, uma demonstração, por exemplo, busca-se a apresentação das resoluções quase que de forma descritiva. 21. O ensino da Matemática está muito além dos discursos perfeccionistas de alguns professores. Isentá-la de toda e qualquer contradição é inapropriado do ponto de vista da construção do objeto matemático. 22. Em cursos de nível superior, demonstrações são essenciais. É comum o ato de treino sobre esse processo. 23. O professor assume o papel de gerenciar essa relação entre a intuição e a construção de entidades matemáticas (resolver problemas). 24. Exercícios trazem enunciados complexos, e os alunos são incapazes de compreender e operar com simbologias. Alguns possuem a “didática da boa memória” que é reproduzir com primazia os resultados e demonstração. 25. Identificação em livros didáticos, reprodução linguística do objeto. 26. Sua crise ocorreu por não conseguir tornar sua teoria aceitável, pelo menos para a maioria dos matemáticos. 27. O objetivo dessa escola era provar que a matemática estava livre de contradições. 28. O conhecimento que adquirimos das experiências que temos no dia a dia são fundamentais para as relações que estabelecemos durante a vida. 29. Para os membros dessa escola: fazer matemática é manipular os símbolos sem sentido, de uma linguagem de primeira ordem, segundo regras sintáticas explícitas. 30. Essa escola, e seus estudiosos, deixaram importantes discussões no que concerne ao desenvolvimento da Lógica Matemática Moderna.

Fonte: Elaborado pelos autores a partir de Snapper (1984) e Loureiro e Klüber (2015).

3.1 Professores diante das ideias das três Escolas Filosóficas

Os professores participantes procuraram, com base no texto de Snapper (1984) e nos tópicos discutidos na parte teórica do seminário, dispor as informações nos galhos da árvore. Até esse momento não havíamos discutido sobre as influências pedagógicas das escolas, apesar de as frases do Quadro 1 incluírem essa temática. O objetivo era que os participantes tentassem refletir sobre isso a partir das características gerais das escolas após explanação feita e texto lido. Da Figura 4, que ilustra o desenvolvimento do trabalho, verificamos em 4(a) os participantes tentando relacionar as informações das frases com as folhas adesivas recebidas por pesquisa no material, e em 4(b) e 4(c), a inserção das folhas adesivas na árvore no ramo considerado adequado.



(a) **(b)** **(c)**

Figura 4: Preenchimento da árvore das Escolas Filosóficas
Fonte: Os autores (2019).

Após a supracitada ação, promovemos discussão sobre o preenchimento das informações referentes aos aspectos e inferências pedagógicas das escolas filosóficas. Para tanto, utilizamos as informações do Quadro 2, que são uma síntese feita por Loureiro e Klüber (2015) referente às escolas filosóficas, suas características e influências na instituição escolar. Este quadro foi entregue de modo impresso e, também, projetado por meio do multimídia, e com base nele realizada a discussão sobre a construção da árvore.

Sobre os resultados da construção da árvore, na Figura 5 é possível ver a árvore construída antes das discussões do conteúdo do Quadro 2, e a Figura 6, que retrata a árvore reformulada a partir das discussões coletivas após a análise do conteúdo do Quadro.

Quadro 2: Escolas Filosóficas, suas características e influências na instituição escolar

Escolas Filosóficas	**Características**	**Inferências na Escola**
Logicismo	• Uso dos princípios da Lógica. • Demonstrar a partir das leis gerais da Lógica. • Toda proposição Matemática pode ser expressa na terminologia da Lógica. • Teoremas matemáticos por meio do simbolismo Lógico. • Conceitos e teoremas da Matemática formulados por termos Lógicos.	• Exercícios partem de princípios Lógicos. • Demonstrações partem de princípios Lógicos (professores evitam, e os alunos preferem simplesmente memorizar os passos necessários). • Identificação em livros didáticos, reprodução linguística do objeto. • Identificação em livros didáticos fundamental, médio e superior (escopo). • Demonstração recorrente a memorização. • Presença da escola Logicista, quanto à busca pela redução dos teoremas e conceitos em termos Lógicos.
Intuicionismo	• Matemática construída a partir da intuição. • Intuição resultante da introspecção de evidenciar a verdade das proposições matemáticas. • Renuncia a lei do terceiro excluído de que uma proposição ou é falsa ou é verdadeira. • Para provar a existência de uma entidade é preciso mostrar que ela é construtível em um número finito de passos.	• Professor assume o papel de gerenciar essa relação entre a intuição e a construção de entidades matemáticas (resolver problemas). Os alunos parecem deixar de realizar essa interpretação intuitiva primeira, passando a aplicações imediatistas quando defrontados com atividades matemáticas que exijam reflexões mais profundas. • Conhecimento que adquirimos das experiências que temos no dia a dia são fundamentais para as relações que estabelecemos durante a vida. A Matemática também pode ser administrada nesse ambiente, ganhando forma e sentido, visando uma construção para o real do que antes foi intuitivo. • Alunos mal conseguem estabelecer relação dos fundamentos do terceiro excluído. Resoluções muitas vezes propostas de forma mecânica e sem significado. • Em atividades matemáticas, uma demonstração, por exemplo, busca-se a apresentação das resoluções quase que de forma descritiva.
Formalismo	• As ideias matemáticas são isentas de contradições. • Reescreve a matemática através de demonstrações rigorosas em um sistema formal. • Regras, símbolos e estudo do sistema de símbolos formais. • Estabelecer teorias formais consistentes cada vez mais abrangentes até alcançar a formalização total da Matemática.	• O ensino da Matemática está muito além dos discursos perfeccionistas de alguns professores. Isentá-la de toda e qualquer contradição é inapropriado do ponto de vista da construção do objeto matemático. O objeto matemático ser estável não quer dizer que a construção das ideias sobre ele também o seja. • Cursos de nível superior, demonstrações são essenciais. É comum o ato de treino sobre o processo. A transposição imediata deste princípio para o ensino mutila, tanto a compreensão do objeto matemático, como do sujeito do conhecimento. • Exercícios trazem enunciados complexos, alunos incapazes de compreender e operar com simbologias. Alguns possuem a "didática da boa memória" que é reproduzir com primazia os resultados e demonstração. • A escola vislumbra que a formação consiga sistematizar a Matemática de modo a não dar margens para possíveis paradoxos.

Fonte: Elaborado pelos autores a partir de Loureiro e Klüber (2015).

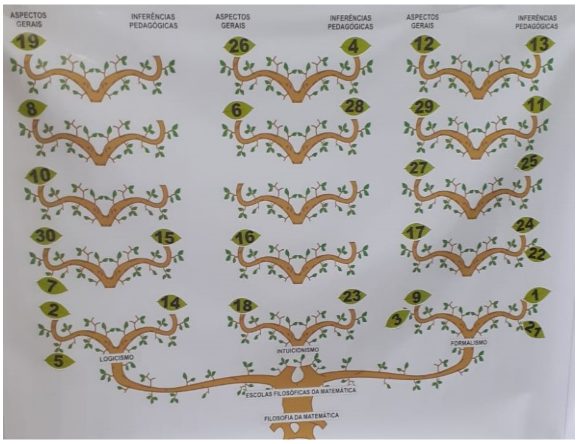


Figura 5: Árvore antes da discussão
Fonte: Os autores (2019).

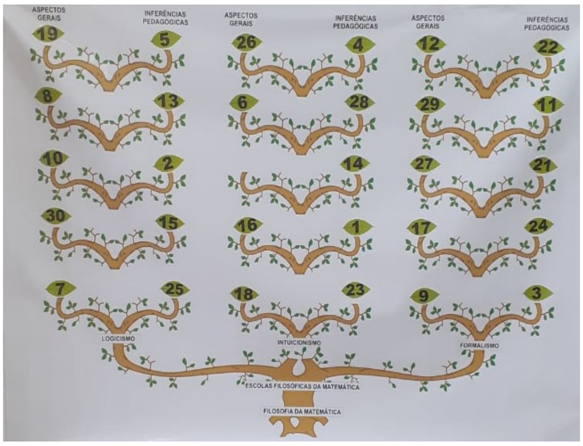


Figura 6: Árvore depois da discussão
Fonte: Os autores (2019).

Das Figuras 5 e 6[10], observamos que algumas folhas adesivas mudaram de lugar depois da discussão, a exemplo da de número 1, referente à frase: “*No caso de atividades matemáticas, uma demonstração, por exemplo, busca-se a apresentação das resoluções quase que de forma descritiva*”, que antes pertencia ao galho de inferências pedagógicas da escola Formalista e depois, passou ao galho de inferências pedagógicas da escola Intuicionista. Com base em Beyer K. (2001), acreditamos que podem ter confundido a questão da linguagem utilizada no Formalismo com o aspecto descritivo mencionado na frase. Porém, essa descrição é relacionada não a uma linguagem específica, mas, à questão própria do Intuicionismo que emprega um processo construtivo e descritivo em suas demonstrações. Compreendemos que os limites próprios das escolas filosóficas na tentativa de “purificar”, ou mesmo, de expurgar ou refutar completamente a outra escola, favoreceram à linguagem polissêmica, gerando confusões como a ora relatada.

Duas informações relacionadas ao Logicismo foram classificadas como pertencentes ao Formalismo. Inferimos que tal troca pode estar relacionada a ambas as escolas trazerem a Lógica como objeto de explicação para livrar a Matemática de contradições. Assim, é razoável afirmar que as frases referentes ao Logicismo que remetem de alguma forma às questões da Lógica, foram consideradas pelos participantes como pertencentes ao Formalismo. A folha número 13, que corresponde ao texto: *“Enunciação de teoremas por meio de simbolismo lógico em livros didáticos do fundamental, médio e superior (escopo). Demonstração recorrente a memorização”,* inicialmente posicionada no ramo das inferências pedagógicas no galho do Formalismo. Percebemos que essas características

[10] Na Figura 6, está faltando uma folha no ramo aspectos gerais da escola Intuicionista. Isso ocorreu devido os itens 1 e 20 trazerem a mesma informação, um equívoco de nossa parte ao elaborá-los, e por esse motivo, descartamos o item 20 para a correção da atividade.

são bem similares às duas escolas, uma vez que ambas priorizam demonstrações rigorosas, em uma linguagem Lógica, bem estruturada sem considerar a “[...] capacidade intelectual do aluno de argumentar, de levantar hipóteses, de aprender com os próprios erros, de admitir outras formas de expressão da Matemática” (Loureiro & Klüber, 2015, p. 11), ou apenas a considerando como uma capacidade inata. A escola Formalista também valoriza exercícios nos quais os alunos: “[...] devem reproduzir quase que de forma instantânea os procedimentos de resolução, uma forma de “receita de bolo”, comum em cursos pré-vestibulares por exemplo” (Loureiro & Klüber, 2015, p. 11). Em ambas as escolas, a complexidade das demonstrações acaba levando à memorização, o pode ter levado à sua classificação como pertencente ao Formalismo.

A folha de numeração 25 antes da discussão estava posicionada no ramo das inferências pedagógicas da escola Formalista e, após, foi posicionada no ramo das inferências pedagógicas da escola Logicista. A saber, essa folha corresponde à informação *“Identificação em livros didáticos, reprodução linguística do objeto”*. A expressão *“reprodução linguística”* pode ter levado os docentes a relacionarem com a questão da linguagem da escola Formalista. Salientamos que embora as duas escolas tenham utilizado a Lógica, o fizeram sob olhares distintos. Para Mondini (2008), o Logicismo tenta conceber a Matemática inteiramente derivada da Lógica, isto é, em termos Lógicos, e já o Formalismo procura por meio da Lógica, como ferramenta de demonstração, axiomatizar a Matemática por meio de uma linguagem. Percebemos algumas características comuns e observações semelhantes feitas pelos professores no que corresponde às práticas pedagógicas, tanto que essas escolas foram as que geraram mais dúvidas ao completar a árvore com as folhas.

A folha de número 14 estava alocada no Logicismo antes da discussão, e após, no Intuicionismo. Sob o conteúdo *“Os alunos mal conseguem estabelecer relação dos fundamentos do terceiro excluído. Resoluções muitas vezes propostas de forma mecânica e sem significado”,* indica que o primeiro olhar posicionado pelos professores estivesse vinculado à falta dos alunos em utilizar a demonstração Matemática a partir das leis gerais da Lógica, conforme Quadro 2. Inferimos que a mudança realizada da posição da folha adesiva para o galho do Intuicionismo pode estar relacionada ao reflexo que manifestaram do não entendimento dos alunos quanto às demonstrações, contudo, avaliamos que esses docentes possam entender que as propostas matemáticas aplicadas aos alunos de forma mecânica e sem significado não levam à construção do pensamento matemático, do fazer matemática, e por isso transferiram a folha às inferências pedagógicas do Intuicionismo.

Em seguida, retomamos os escritos dos professores feitos na primeira tarefa sobre o que é Matemática, no intuito de provocar reflexões sobre as escolas Filosóficas e o ensino da Matemática. Após a leitura de cada registro e da análise das informações do Quadro 2, realizamos coletivamente na árvore, o enquadramento dos registros escritos, relacionando cada uma das definições de Matemática com as escolas Filosóficas, conforme Figura 7. Retomamos à relevância da questão “O que é Matemática?”, as influências das escolas Filosóficas que estão nas bases da Matemática, presentes nas concepções dos docentes ainda que de forma inconsciente, e do reflexo delas nas práticas pedagógicas.

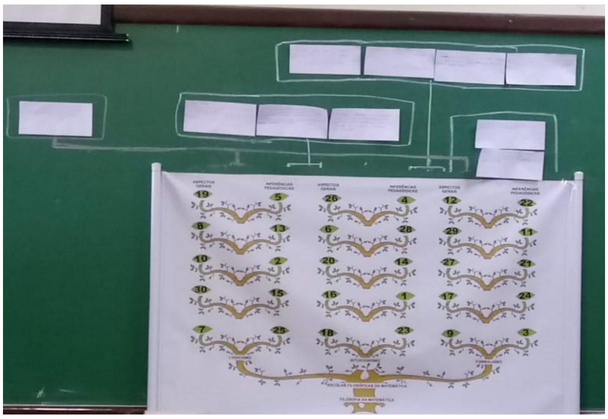


Figura 7 – Registros dos escritos dos professores e árvore das escolas Filosóficas após correção
Fonte: Os autores (2019).

Dessa tarefa, averiguamos que grande parte dos docentes se veem influenciados por mais de uma escola Filosófica, o que é de se esperar dada a história de formação de professores de matemática do país, já que o Logicismo, o Formalismo e o Intuicionismo contribuíram para o desenvolvimento da Matemática contemporânea. Ainda pela Figura 7, identificamos por esses docentes, que as escolas Filosóficas parecem possuir características em comum, o que também ficou evidente nos resultados da construção da árvore, que gerou dúvidas no ato de classificar as características de cada escola em função de suas similaridades. Por exemplo, observamos a classificação de um mesmo registro escrito em escolas distintas, como na Logicista e Intuicionista (três registros), Intuicionista e Formalista (quatro registros), assim como notamos os casos de escritos em que os professores estavam influenciados por uma única escola, a Formalista (três registros).

Sobre os escritos acerca do que é Matemática, também notamos influências de mais de uma das escolas filosóficas nas definições fornecidas. O Quadro 3 apresenta cada uma das definições apresentadas pelos participantes e as influências implícitas em seus escritos, junto com as análises que nos levaram a inferir essas influências, sendo a escola Formalista indicada pela letra “F”, a escola Intuicionista por “I” e a escola Logicista por “L”.

Quadro 3: Concepções de Matemática dos participantes e suas influências implícitas

Definição	Influência			Análise
	F	I	L	
Matemática é a parte da ciência, considerada exata, que envolve números e operações, padrões e generalizações de eventos.		X	X	Aqui expressa-se a influência do Logicismo e Intuicionismo quando um dos docentes sinaliza que a Matemática é exata e possui uma lógica (apesar de aqui não especificar se é no viés do Logicismo ou Intuicionismo), e, também, quando ambos mencionam o processo de construção dessa disciplina a partir do homem, de padrões e generalizações de eventos.
Matemática é construída a partir do homem, ou seja, construída de uma mente humana, não é algo pronto, acabado que precisa ser encontrado. Ao mesmo tempo é algo que possui uma lógica.		X	X	
É uma ciência, construída pelo homem. O logicismo, o intuicionismo e o formalismo foram escolas que tentaram fornecer fundamentos sólidos à matemática, porém todas fracassaram. A matemática não está pronta e acabada, ela está em constante modificação e construção.	X	X	X	Esse professor compreende que, mesmo com ideias incompatíveis, as escolas Filosóficas tentaram de alguma maneira fundamentar a Matemática. Notamos, ainda, a partir do escrito, forte influência da Escola Intuicionista ao dizer que a Matemática: "[...] *está em constante modificação e construção*". A nosso entender, este escrito pode vir ao encontro de uma das características expressas da escola Intuicionista do Quadro 2: "[...] conhecimentos que adquirimos da experiência que temos no dia a dia são fundamentais para as relações que estabelecemos durante a vida. A Matemática também pode ser administrada nesse ambiente, ganhando forma e sentido [...]" (Loureiro & Klüber, 2015, p. 9).
É uma ciência que estuda o rigor, o abstrato. Que busca resolver algumas situações. Uma disciplina que apresenta lacunas em relação a aprendizagem.	X			Estes professores parecem se alinhar à escola formalista, pois concebem a instituição escolar como formadora que "[...] consiga sistematizar a Matemática de modo a não dar margens para possíveis paradoxos", conforme (Loureiro & Klüber, 2015, p. 11).
Matemática é uma ciência que estuda objetos, dadas as relações entre eles. Demonstrações e teoremas.	X			
Ciência que relaciona, por meio de conceitos, álgebra e aritmética com o objetivo de responder situações cotidianas, haja vista que ela nasce da necessidade humana.	X	X		Esses posicionamentos parecem carregar traços de ambas escolas. Os excertos remetem a uma concepção de Ciência fundamentada em conceitos que buscam formalizar o conhecimento, bem como, aquela que contribui no desenvolvimento da humanidade, visando solucionar, verificar ou mesmo, estabelecer a partir de suas propriedades relações cotidianas.
Matemática é uma ciência que busca formalizar ou regularizar o conhecimento, que é construída por meio de observações e reflexões.	X	X		
É uma ciência inventada pelo homem, com um propósito, acredito que inicial de tentar explicar, modelar e prever as coisas que acontecer no mundo. Mas esse propósito acredito que foi se perdendo e muita matemática não tem sido útil.	X	X		
A Matemática é uma ciência difícil de definir numa frase.				Essa frase nos levou a inferir que esse professor não manifesta com clareza os impactos que as escolas Filosóficas exercem sobre a Matemática e seus ensinamentos no contexto escolar, e o compreendemos como encontrando-se ainda no âmbito da reflexão em que não deu conta de se expressar.

Fonte: Os autores (2019).

Vale lembrar que essas definições foram dadas pelos participantes antes das explicações e discussões sobre as três escolas, de modo que após, sua visão pode ter sofrido alterações, já que muitos revelaram ter sido esse o primeiro contato com o assunto. Ao final do seminário, foi solicitado que realizassem uma breve avaliação escrita das impressões acerca do assunto após as discussões. Alguns registros são pertinentes à ótica discutida ao longo do artigo: *"O seminário proporcionou reflexões por diferentes pontos de vista"; "O seminário foi muito importante pois não me lembro de ter ocorrido uma discussão como a possibilitada pelo grupo. Nesse sentido, consegui identificar meu posicionamento perante as escolas matemáticas na minha atuação profissional, bem como identificar de que maneira ocorreu minha formação"; "O seminário foi muito proveitoso para a reflexão".*

Afirmamos a partir dos comentários e nas avaliações dos participantes, que a reflexão que permeou todo o seminário foi relevante, de modo que a compreensão dos fundamentos da Matemática a partir do estudo das três escolas Filosóficas pode impactar positivamente em sua atuação, uma vez que agora, assim acreditamos, suas práticas pedagógicas poderão ser desempenhadas com maior clareza da natureza do objeto matemático.

Diante do exposto ao longo do texto, da teoria, do relato e das análises, compreendemos que são necessários estudos sobre a temática em cursos de formação inicial de Licenciatura em Matemática, acompanhados de mudanças ainda mais estruturais, e também em cursos de Pós-Graduação em Educação Matemática, como já salientado em Mutti, Matioli, Peron e Klüber (2019), que apontam, a partir de uma análise de documentos que regem as Licenciaturas em Matemática de universidades públicas do Paraná, que esses documentos "[...] explicitam, em diferentes momentos, o que entendemos como influências das concepções defendidas [...]" (Mutti et al. 2019, p. 330), pelas três correntes filosóficas discutidas neste artigo.

4 PALAVRAS FINAIS

O estudo das três escolas filosóficas da Matemática, incluindo a crise dos fundamentos que levaram ao surgimento dessas escolas, bem como o estudo dos objetivos e procedimentos adotados por cada uma delas para buscar estabelecê-la enquanto ciência sólida, possibilitaram uma ampla reflexão acerca do objeto matemático e de como essas bases filosóficas influenciam as formas de compreender o ensino da Matemática. Essa reflexão mostrou-se importante e necessária para os envolvidos, ficando evidente a relevância de o docente ter um mínimo de clareza sobre a sua concepção de Matemática, para então planejar e ministrar suas aulas, uma vez que, ainda que de maneira implícita e inconsciente, essa concepção é carregada de significados expressos nas práticas pedagógicas desenvolvidas.

Assim, a concepção do docente trará inegavelmente reflexos à formação dos seus alunos. Exemplo disso pode ser visto durante o próprio seminário, quando os professores participantes se definiram como tendo uma concepção mais afiliada a uma ou outra escola Filosófica, e puderam também refletir sobre sua própria formação, identificando ser isso resultado da formação que tiveram, já que são fruto da prática docente de outros sujeitos que igualmente tinham suas concepções refletidas nesses participantes agora professores.

As ideias e discussões emergidas dessas concepções de Matemática, por parte do docente, podem impactar de diferentes modos a maneira de os discentes se relacionarem com o conhecimento Matemático e conseguinte ensino. Por exemplo, um professor que concebe a Matemática como uma ciência pronta e acabada, mecânica, dificilmente estimulará o raciocínio e a argumentação dos seus alunos, ao passo que um docente que tem a compreensão da importância das três escolas para o desenvolvimento da Matemática e para seus fundamentos, poderá repensar os limites do próprio conhecimento matemático, de um ponto de vista filosófico. Os conhecimentos advindos dessa experiência ajudaram a refletir com mais clareza sobre as próprias concepções, formação e prática pedagógica, identificando aspectos que podem ser mais explorados para contribuir com um processo de ensino e aprendizagem da Matemática que contemple as três escolas.

Notamos, portanto, a relevância do assunto para a formação docente, assim como a necessidade de esse ser mais bem explorado nos cursos de formação inicial e continuada, considerando que o tema foi novidade até para doutorandos participantes desta experiência. Como trabalhos futuros, entendemos ser relevante, portanto, investigar com docentes de Matemática no ensino superior como as correntes filosóficas têm sido inseridas nos cursos de formação inicial de Licenciatura em Matemática ou em cursos de Pós-Graduação em Educação Matemática, a fim de uma compreensão macro e propositiva em ações de ensino. Destacamos, ainda, ser um possibilidade, pesquisas que tentem relacionar a concepção de Matemática dos docentes com a de seus alunos, a fim de averiguar como a concepção do professor impacta suas práticas e afeta o olhar de seus alunos sobre a Matemática.

REFERÊNCIAS

Ávila, G. (2000). Cantor e a teoria de Conjuntos. *Revista do Professor de Matemática*, n. 43, pp. 6-14. Recuperado de https://bit.ly/2XKo285.

Beyer K., W. O. (2001). Algunos aspectos epistemológicos de la Matemática: Es la matemática um linguage? *Educere*, Venezuela, v. 5, n. 14, pp. 236-240, jul.-set.

Bianconi, R. (2006). *Lógicas construtivas: Intuicionismo, uma introdução.* (Desenvolvimento de material didático ou instrucional – Apostila). Recuperado de https://bit.ly/2JkuCca.

Brand, J., Brooker, J., & Versvik, M. (2013). *Kahoot*. Recuperado de https://kahoot.com/welcomeback/.

Chateaubriand, O. (2007). Lógica e conhecimento. *Analytica*, Rio de Janeiro, v. 2, n. 1, pp. 1-40.

Eleutério, L. F. (2014, novembro). Aulas de Matemática: que filosofia? In *Anais* do VIII EBPEM (pp. 1-10, n. 2), Campina Grande: UEPB. Recuperado de https://bit.ly/2FNgqaN.

Filatro, A., & Cairo, S. (2015). *Produção de Conteúdos Educacionais: Design instrucional, tecnologia, gestão, educação e comunicação.* São Paulo: Saraiva.

Ferreirós, J. (2002). O surgimento da abordagem conjuntista em matemática. *Revista Brasileira de História da Matemática*, v. 2, n. 4, pp. 141-154, out. Recuperado de https://bit.ly/398K1sH.

Lannes, W. (2009). *A incompletude além da matemática: impactos culturais do teorema de Gödel no Século XX* (Tese de Doutorado em História). Faculdade de Filosofia e Ciências Humanas, Belo Horizonte. Recuperado de https://bit.ly/3h2rKA2.

Loureiro, D. Z., & Klüber, T. E. (2015, março). As escolas do Formalismo, Logicismo e Intuicionismo: Um olhar para o Ensino de Matemática. In *Anais* do XIV CIAEM-IACME, Chiapas, México. Recuperado de https://bit.ly/2YnZgbb.

Marques, J. O. A. (1992). Waismman, Ramsey, Wittgenstein e o axioma da redutibilidade. *Cadernos de História e Filosofia da Ciência*. Campinas, v. 2, n. 1, pp. 5-48, jun. Recuperado de https://bit.ly/2ZFrCAo.

Mondini, F. (2008). O Logicismo, o Formalismo e o Intuicionismo e seus Diferentes Modos de Pensar a Matemática. In *Anais* do EBRAPEM, 2008, Rio Claro: PPGEM, pp. 1-10. Recuperado de https://bit.ly/2NffJ0c.

Mutti, G. S. L., Matioli, C. E. R., Peron, L. D. C., & Klüber, T. E. (2019). O logicismo, intuicionismo e formalismo nas licenciaturas em Matemática das universidades públicas paranaenses. *Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática*, v. 21, n. 2. Recuperado de https://bit.ly/3b9dZvX.

Silva, J. J. (2003). O segundo problema de Hilbert. *Revista Brasileira de História da Matemática*, v. 3, n. 5, pp. 29-37. Recuperado de https://bit.ly/2XfQ5Ib.

Silva, J. J. (2007). Filosofias da Matemática. São Paulo: UNESP, 2007. Recuperado de https://bit.ly/3fy4oBX.

Snapper, E. (1984). As três crises da Matemática: o logicismo, o intuicionismo, e o formalismo. *Revista Humanidades*, v. II, n. 8, pp. 85-93.

NOTAS

TÍTULO DA OBRA
As clássicas escolas filosóficas da matemática e o processo de ensinar: olhares de professores em formação continuada

Vanessa Lucena Camargo de Almeida Klaus
Doutoranda em Educação em Ciências e Educação Matemática
Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Programa de Pós Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática, Cascavel, Brasil
almeidavanessa_matematica@yahoo.com.br
Currículo Lattes: http://lattes.cnpq.br/4002703346200955
https://orcid.org/0000-0001-8457-2871

Marcia Regina Kaminski
Doutoranda em Educação em Ciências e Educação Matemática
Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Programa de Pós Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática, Cascavel, Brasil
marciarkjf@gmail.com
Currículo Lattes: http://lattes.cnpq.br/6675624597717136
https://orcid.org/0000-0001-5705-0322

Victor Hugo Ricco Bone Antunes
Mestrando em Educação em Ciências e Educação Matemática
Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Programa de Pós Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática, Cascavel, Brasil
antunesvictorh@gmail.com
Currículo Lattes: http://lattes.cnpq.br/1597019313625686
https://orcid.org/0000-0002-4755-7645

Clodis Boscarioli
Doutor em Engenharia Elétrica
Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Programa de Pós Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática, Cascavel, Brasil
boscarioli@gmail.com
Currículo Lattes: http://lattes.cnpq.br/2844207318576160
https://orcid.org/0000-0002-7110-2026

Tiago Emanuel Klüber
Doutor em Educação Cientifica e Tecnológica
Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Programa de Pós Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática, Cascavel, Brasil
tiagokluber@gmail.com
Currículo Lattes: http://lattes.cnpq.br/5540300916224438
https://orcid.org/0000-0003-0971-6016

Endereço de correspondência do principal autor
Vanessa Lucena Camargo de Almeida Klaus
Rua Paraná, 380
Bairro Flor da Serra – Serranópolis do Iguaçu-PR
CEP: 85885-000

AGRADECIMENTOS
Aos professores que participaram do Seminário e voluntariamente responderam ao instrumento de coleta de dados.

CONTRIBUIÇÃO DE AUTORIA

Concepção e elaboração do manuscrito: V. L. C. A. Klaus, M.R. Kaminski, V. H. R. B. Antunes
Coleta de dados: V. L. C. A. Klaus, M.R. Kaminski, V. H. R. B. Antunes
Análise de dados: V. L. C. A. Klaus, M.R. Kaminski, V. H. R. B. Antunes, C. Boscarioli, T. E. Klüber
Discussão dos resultados: V. L. C. A. Klaus, M.R. Kaminski, V. H. R. B. Antunes C. Boscarioli, T. E. Klüber
Revisão e aprovação: V. L. C. A. Klaus, M.R. Kaminski, C. Boscarioli, T. E. Klüber

CONJUNTO DE DADOS DE PESQUISA
Todo o conjunto de dados que dá suporte aos resultados deste estudo foi publicado no próprio artigo.

FINANCIAMENTO
Não se aplica.

CONSENTIMENTO DE USO DE IMAGEM
Não se aplica, uma vez que as imagens do artigo não trazem qualquer exposição/identificação de pessoas.

APROVAÇÃO DE COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA
Não se aplica.

CONFLITO DE INTERESSES
Não se aplica.

PUBLISHER – uso exclusivo da revista
Universidade Federal de Santa Catarina. Grupo de Pesquisa em Epistemologia e Ensino de Matemática (GPEEM). Publicação no Portal de Periódicos UFSC. As ideias expressadas neste artigo são de responsabilidade de seus autores, não representando, necessariamente, a opinião dos editores ou da universidade.

EDITOR – uso exclusivo da revista
Sr. Méricles Thadeu Moretti e Rosilene Beatriz Machado.

HISTÓRICO – uso exclusivo da revista
Recebido em: 10-05-2020 – Aprovado em: 30-07-2020