Artigo Original

REVEMAT
REVISTA ELETRÔNICA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

IDENTIFICAÇÃO DE LACUNAS NO PROCESSO DE APRENDIZAGEM DOS CONTEÚDOS DE GEOMETRIA NO ENSINO MÉDIO PELO MÉTODO DE VAN HIELE

Identification of gap in the learning process of geometry contents in high school through the Van Hiele method

Talita da Cunha **GONÇALVES**
Fundação Universidade Federal do Pampa, Bagé, Brasil
talitagoncalves.aluno@unipampa.edu.br
https://orcid.org/0000-0002-2849-1230

Cristiano Corrêa **FERREIRA**
Fundação Universidade Federal do Pampa, Bagé, Brasil
cristiano.ferreira@unipampa.edu.br
https://orcid.org/0000-0002-7676-9233

Vera Lúcia Duarte **FERREIRA**
Fundação Universidade Federal do Pampa, Bagé, Brasil
veraferreira@unipampa.edu.br
https://orcid.org/0000-0002-6968-5664

Denice Aparecida Fontana Nisxota **MENEGAIS**
Fundação Universidade Federal do Pampa, Bagé, Brasil
denicemenegais@unipampa.edu.br
https://orcid.org/0000-0003-0856-0638

A lista completa com informações dos autores está no final do artigo

RESUMO

Este artigo tem por objetivo classificar o nível de conhecimento sobre geometria euclidiana por meio do modelo de Van Hiele. Percebe-se que os estudantes, em geral, não conseguem relacionar sistemas axiomáticos, apresentando assim dificuldades em sistematizar o pensamento geométrico, bem como estabelecer conexões gráficas entre a matemática e outras áreas do conhecimento. Dessa forma, a investigação caracteriza-se por ser uma abordagem quali-quantitativa com uma base de dados coletados em escolas da rede pública estadual, com estudantes do terceiro ano do Ensino Médio, da cidade de Bagé/RS. Como procedimento metodológico, para a realização desta pesquisa, aplicaram-se questionários com questões objetivas e discursivas direcionados a um grupo composto de 280 estudantes. Com base nos resultados, conclui-se que o material desenvolvido na pesquisa possibilitou investigar o nível de conhecimento geométrico dos estudantes e classificá-lo de acordo com os níveis de pensamento geométrico proposto por Van Hiele, bem como mostrou-se uma relevante ferramenta de apoio aos professores em suas práticas pedagógicas.

Palavras-chave: Níveis de Van Hiele, Geometria Eucledianа, Ensino Médio

ABSTRACT

This article aims to classify the level of knowledge on Euclidean geometry through the Van Hiele model. In general it is noticeable that students cannot relate axiomatic systems, thus presenting difficulties in systematizing geometric thinking, as well as establishing graphic connections between mathematics and other areas of knowledge. Consequently, the investigation is characterized as a quali-quantitative approach with a database collected in schools of the state public network, with students of the senior year of high school in the city of Bagé/RS. As a methodological procedure, in order to carry out this investigation, questionnaires were applied with objective and discursive questions directed to a group of 280 students. Based on the results, it was concluded that the material developed in the research made it possible to investigate the level of geometric knowledge of the students and to classify it according to the levels of geometric thinking proposed by Van Hiele, as well as proving to be a relevant tool to support teachers in their pedagogical practices.

Keywords: Van Hiele levels, Eucledian geometry, High school

1 INTRODUÇÃO

Atualmente, muitos são os pesquisadores que se debruçam sobre a problemática do ensino e aprendizagem da geometria euclidiana no Ensino Médio e Superior, pois é notória a defasagem na compreensão de conceitos geométricos, tais como: visualização, construção de figuras e objetos, entre outras características (Miqueletto e Góes, 2017).

Nessa linha de pensamento, Lorenzato (1995) enfatiza que o estudo da geometria atua como um facilitador de processos mentais, uma vez que possibilita ao indivíduo descobrir, conjecturar, experimentar, ou seja, prestigia o processo de construção do conhecimento.

Diante disso, é importante conhecer as dificuldades inerentes ao processo de ensino e aprendizagem da geometria. Miqueletto e Góes (2017) ressaltam que os obstáculos para a aprendizagem de geometria se concentram em identificar, formar conceitos e solucionar problemas. Outro aspecto importante, nesse processo, diz respeito às práticas pedagógicas adotadas pelos professores. Ramos (2015) complementa que a utilização de estratégias de ensino que possam contribuir para aprendizagem dos estudantes são fatores determinantes no processo de ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos.

Alves (2017) pontua a relevância do papel do professor como mediador pedagógico no que se refere ao acompanhamento das novas tendências e pesquisas em educação, pois é o profissional que planeja e dinamiza a construção da aprendizagem. No entanto, para aquisição de habilidades geométricas e o desenvolvimento de uma linguagem matemática própria, faz-se necessário, para a utilização de novas estratégias pedagógicas, que sejam de âmbito desafiador.

O presente trabalho faz parte de uma pesquisa relacionada a um curso de Pós-graduação em Modelagem Computacional em Ensino, Experimentação e Simulação na Universidade Federal do Pampa, campus Bagé. O objetivo foi investigar e classificar o nível de conhecimento de 280 estudantes do terceiro ano do ensino médio de escolas da rede pública estadual da cidade de Bagé/RS, sobre a Geometria Euclidiana, utilizando o modelo de Van Hiele, realizada ao longo de 3 meses do ano do 2018.

Nas próximas seções, serão apresentados: o aporte teórico, os procedimentos metodológicos utilizados neste estudo; os resultados e as suas análises e discussões. No intuito de ilustrar estes resultados, são exibidos recortes das respostas dos estudantes, assim como as considerações sobre as contribuições da classificação dos níveis de Van Hiele no processo de ensino e aprendizagem da geometria.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 Ensino de geometria

Estudos como os de Van Hiele (1957), Fuys, D. et al. (1988), demonstraram uma preocupação em relação ao ensino do conteúdo de geometria. Essa preocupação ainda existe e é perceptível nos dias de hoje de acordo com (Miqueletto e Góes, 2017).

Lorenzato (1995) destaca que a linguagem dos livros didáticos traz exemplos distantes da realidade vivida pelos estudantes, bem como informa que os docentes, em geral, planejam suas ações didáticas e organizam esses conteúdos para serem vistos no final do ano letivo, e isso é capaz de influenciar na compreensão negativa por parte dos estudantes.

Já Araújo (2016) define que a má formação dos professores também interfere na aprendizagem dos estudantes e destaca que os profissionais despreparados possuem lacunas a respeito do conteúdo de geometria e, dessa forma, transmitem um conhecimento fragmentado ou muito superficial. Além disso, Miqueletto e Góes (2017) enfatizam que até 1930, no Brasil, a geometria possuía uma disciplina específica e, a partir de 1931, passa a ser veiculada à matéria de Desenho, que mais tarde também foi retirada do currículo escolar, sendo inserida posteriormente em outras disciplinas como matemática e educação artística, o que gerou alterações significativas ao longo do tempo.

Recentemente, Da Silva e Meireles (2019) e Labato (2019) apresentam novos recursos como: uma ferramenta de cálculos que reconhece a figura geométrica desenhada pelo usuário, o uso do geoplano e a análise da planificação que desenvolvem e estimulam o raciocínio lógico por parte dos estudantes.

Nesse contexto, destaca-se a investigação de Pierre Van Hiele, que é considerado um importante pesquisador do ensino de geometria e que, junto com sua esposa Dina, trabalharam com a teoria do aprendizado de geometria plana com estudantes do ensino fundamental, bem como estruturaram um modelo com a identificação de 5 Níveis de pensamento geométrico.

2.2 Modelo de Van Hiele

Embora o modelo de Van Hiele tenha aproximadamente cinco décadas, é inegável sua relevância para a compreensão do pensamento geométrico. Tal fato é destacado por pesquisas atuais, como Usiskin (1982), Oliveira (2012) e Júnior (2014), nas quais ambos ratificam os conceitos do referido modelo e esclarecem que o Nível 1 é denominado de reconhecimento, Nível 2 de análise, Nível 3 de dedução informal, Nível 4 de dedução formal e o Nível 5 de rigor humano.

A seguir serão apresentadas as características de cada nível do modelo dentro de um contexto geral:

No Nível 1, os estudantes reconhecem as figuras visualmente por sua aparência global como: triângulos, quadrados, entre outros, por sua forma, mas não identificam as propriedades das figuras planas explicitamente, por exemplo, reconhecem a diferença entre os quadrados, retângulos e losangos, mas ainda não são capazes de associá-los como pertencentes à classe dos paralelogramos (Iparraguirre, 2020).

Em comparação, no Nível 2 os estudantes começam a analisar as propriedades das figuras e aprendem a terminologia técnica adequada para descrevê-las, ou seja, já percebem que o quadrado possui 4 lados congruentes, 4 vértices, 4 ângulos e diagonais de mesma dimensão (Jaime, 1993).

O Nível 3 é aquele no qual os estudantes realizam a ordenação lógica das propriedades das figuras por meio de curtas sequências de dedução e compreendem as correlações entre as figuras, por exemplo, inclusões de classe. Nesse nível é possível que o estudante perceba que o quadrado é um caso especial do retângulo e que os dois se encontram dentro da classe dos paralelogramos. Nesse sentido, nota-se que eles conseguem acompanhar, mas não realizam deduções mais simples como a soma dos ângulos internos de um triângulo (Fuys, 1988).

Já no Nível 4, os estudantes começam a desenvolver sequências mais longas dos enunciados e a entender a significância da dedução, como o papel dos axiomas, dos teoremas e das provas. Citando um caso semelhante: realizar corretamente demonstração que a soma dos “n” primeiros números naturais ímpares é igual a “n2” (Usiskin, 1982).

Por fim, o Nível 5 estabelece teoremas em diferentes sistemas postulacionais, pois já conseguem analisar/comparar esses sistemas. Como exemplo, podemos citar a análise da possibilidade de a soma dos ângulos internos de um triângulo ser menor que 180º dentro da geometria hiperbólica (Júnior e da Silva, 2014).

Durante suas pesquisas, Van Hiele observou algumas características que envolveram o processo de aquisição de conhecimento por parte de seus estudantes, como: a linearidade no desenvolvimento cognitivo, evidenciando a necessidade da aquisição de vocabulário e relações próprias em cada nível, sendo de suma importância para a construção de novos conhecimentos, fato que gera um distanciamento entre dois indivíduos que estejam em estágios diferentes.

Tal como Van Hiele, Usiskin (1982) destaca, em suas pesquisas, quatro características inerentes ao Modelo:

a) Ordem fixa: é aquela em que os estudantes iniciam pelo Nível 1 e podem chegar ao Nível 5, no entanto, não avançam de nível sem consolidar o conhecimento do nível atual.
b) Adjacência: informa em cada nível de pensamento é dependente do anterior em termos de desenvolvimento cognitivo e vocabulário adquirido.
c) Distinção: destaca que cada nível possui seus próprios símbolos linguísticos e sua própria rede de relacionamentos que conecta tais símbolos.
d) Separação: caracteriza que duas pessoas com raciocínio em níveis diferentes não podem entender uma à outra.

Como resultado de suas pesquisas, Van Hiele enfatiza que um indivíduo poderá evoluir em seu aprendizado em geometria, de modo que é preciso estimular de uma forma sequencial esse conhecimento, apresentando-lhe figuras para que se estabeleçam relações de exemplo e contraexemplo, de maneira intuitiva e visual. Posteriormente é necessária a exposição do vocabulário correto para que os novos elementos sejam descobertos. Assim sendo, propostos novos desafios mais complexos e finalizando com uma produção textual do conhecimento adquirido, com o objetivo de construir uma aprendizagem significativa.

Oliveira (2012) acrescenta que, com a intervenção correta, é possível estimular o processo de transição entre os níveis, sugerindo cinco estágios de aprendizagem, para o professor ser capaz de planejar e organizar as atividades sequenciadas de exploração, discussão e integração dos saberes adquiridos. Estrutura essa é possível observar através da Quadro 1.

Quadro 1 - Distribuição dos participantes investigados.

Informações	Orientação dirigida	Explicação	Orientação livre	Integração
O aluno se familiariza com o domínio de trabalho (por exemplo, examina exemplos e contra exemplos).	O aluno faz tarefas envolvendo diferentes relações da rede a ser formada (por exemplo, dobrando, medindo, procurando simetria)	O aluno se torna consciente das relações tentando expressá-las em palavras e linguagem técnica adequada que acompanha o assunto (por exemplo, expressa ideia sobre propriedades de figuras).	O aluno aprende ao fazer tarefas mais complexas, a encontrar seu próprio caminho na rede de relações (por exemplo, conhecer propriedades de um tipo de forma, investigar essas propriedades para uma nova forma como pipas).	O aluno resume tudo o que aprendeu sobre o assunto, reflete sobre suas ações e obtém uma visão geral da rede de relações recém formada agora disponível (por exemplo, as propriedades de uma figura são resumidas).

Fonte: Adaptado de Usiskin (1982).

Vale enfatizar que, após a intervenção estimulada pelo professor nesses cinco estágios, é possível que o estudante aumente seu processo cognitivo, conseguindo inclusive evoluir para o nível subsequente (Júnior e da Silva, 2014).

3 MATERIAIS E MÉTODOS

A coleta de dados para esta pesquisa ocorreu entre agosto de 2017 e julho de 2018, contando com a participação de 280 estudantes da rede pública de ensino da cidade de Bagé-RS.

No intuito de alcançar o objetivo de classificar o conhecimento geométrico dos estudantes, elaboraram-se testes individuais para cada nível do Modelo de Van Hiele, que posteriormente constituíram o banco de dados analisados e passaram pelas seguintes etapas, conforme Figura 1.

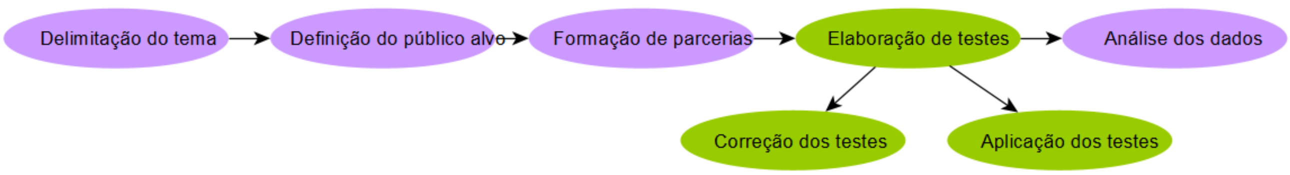


Figura 1: Fluxograma metodológico
Fonte: Elaborado pelos autores.

Em relação ao público alvo, buscou-se compreender os conhecimentos apreendidos ao longo dos 12 anos escolares. Para tanto, optou-se por realizar esta pesquisa com estudantes do 3º ano do Ensino Médio.

3.1 Arquitetura dos testes

Os testes foram elaborados de forma a corroborar com o modelo de pensamento geométrico desenvolvido por Van Hiele. Assim sendo, foi aplicado um teste específico com questões que contemplassem as competências descritas pelo modelo para cada nível. Além do teste de compreensão geométrica, os estudantes responderam a um questionário a fim de caracterizar o perfil estudantil.

O referido questionário foi estruturado de modo que considerasse questões objetivas e subjetivas, sendo que as objetivas destinavam-se a traçar o perfil do estudante, enquanto as subjetivas buscavam investigar a compreensão, de cada um, sobre o conteúdo de geometria.

A seguir, apresenta-se no Quadro 2 o teste de compreensão conforme Figuras (A) e (B), contemplando cinco questões desenvolvidas para o nível 1.

Quadro 2: Teste de compreensão geométrica do nível 1

Questão 1	Questão 2	Questão 3	Questão 4	Questão 5
Identificar figuras e sólidos geométricos da imagem fornecida	Nomear as figuras e objetos identificados na Questão 1	Identificar entre as 11 figuras planas sugeridas quais pertencem a classe dos quadrados	Identificar entre as 11 figuras planas sugeridas quais pertencem a classe dos retângulos	Identificar entre as 11 figuras planas sugeridas quais pertencem a classe dos quadriláteros

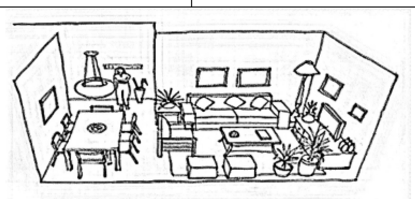
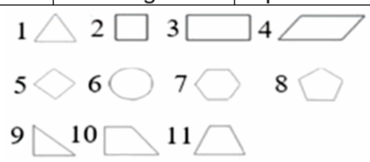

		

Figura (a)		Figura (b)		

Fonte: Elaborado pelos autores.

A Questão 1 relacionada na Figura (a) mostra a imagem de um ambiente de sala de estar mobiliado, com o propósito de identificar se o estudante consegue visualizar o maior número de figuras geométricas presentes naquele espaço. Na Questão 2, os estudantes deveriam classificar (nomenclatura) as figuras geométricas planas e sólidos geométricos encontrados nas imagens da Figuras (a) da Questão 1. As questões (3, 4 e 5) foram objetivas, de forma que os estudantes deveriam assinalar as 11 figuras que fossem consideradas quadrados, retângulos e quadriláteros respectivamente, conforme representadas na Figura (b).

Em relação ao Nível 2, foram elaboradas duas questões, pensadas com o intuito de perceber se os estudantes possuíam entendimento a respeito das propriedades das figuras planas, como o retângulo, e espaciais como, o cubo. Por esse motivo, na primeira questão sugeriu-se que eles indicassem, por meio de questões optativas, algumas propriedades para a figura (retângulo) como: se tem quatro ângulos iguais, tem lados opostos paralelos, tem diagonais de mesmo comprimento, tem quatro lados iguais ou, ainda, se todas as afirmações são verdadeiras. Os estudantes deveriam assinalar as alternativas que julgassem corretas. Já a segunda questão apresenta um cubo em perspectiva cavaleira, onde foi solicitado aos estudantes que apontassem três propriedades para o sólido, com o intuito de perceber a aquisição da nomenclatura de elementos da geometria espacial.

Já o teste para o Nível 3 contém três questões, com o intuito de analisar a capacidade dos estudantes de avaliar mais de uma propriedade ao mesmo tempo e realizar a tomada de decisão a partir das propriedades observadas, além de averiguar a capacidade de acompanhar pequenas deduções e conclusões. A Figura 2 ilustra o teste.

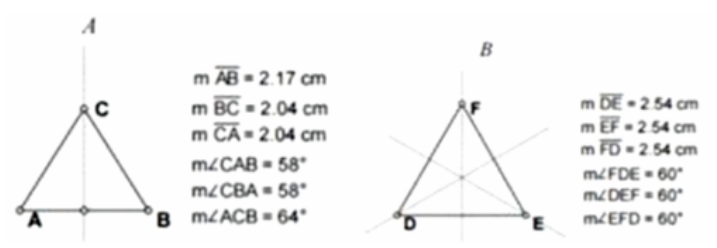
Questões	Opções	Figuras
Questão 1 Assinale com um X para afirmar qual figura objeto possui as seguintes propriedades	1) Tem pelo menos quatro lados 2) Tem pelo menos quatro lados iguais 3) Tem pelo menos quatro ângulos iguais 4) Tem diagonais congruentes (iguais) 5) Apenas um par de lados opostos paralelos 6) Pelo menos dois lados opostos paralelos 7) Pelo menos dois lados opostos congruentes 8) Ângulos opostos congruentes 9) Pelo menos quatro ângulos retos	Quadriláteros Trapézio Losango Paralelogramo Retângulo Cubo Prisma Pirâmide Quadrado
Questão 2 Assinale V (verdadeiro) ou F (falso) e justifique a sua resposta	( ) As propriedades do quadrado são válidas para o retângulo ( ) As propriedades do quadrado numca são válidas para o retângulo ( ) O quadrado é um caso especial do retângulo assim como o cubo é do prisma ( ) O quadrilátero é uma classe que inclui figuras como: losango, paralelogramo, quadrado e cubo. ( ) A pirâmide tem apenas um eixo de simetria	
Questão 3 A) Que propriedades o triângulo A deve possuir para exibir a linha de simetria? B) Que propriedades o triângulo B possui para exibir as linhas de simetria?		

Figura 2: Teste para o nível 3
Fonte: Elaborado pelos autores.

Na Figura 2, em se tratando da questão 1 e 2, buscou-se avaliar a habilidade de cada estudante em relacionar entes geométricos e suas respectivas propriedades. Nesse sentido, tais questões ratificam a ênfase dada por Domingos (2010), quando destaca que "a capacidade de reconhecer uma dada forma ou objeto está relacionada à habilidade de identificar as semelhanças e diferenças entre os objetos em estudos" (DOMINGOS, 2010, p. 140). Vale salientar que não foi disponibilizada a imagem dos sólidos, pois segundo o Modelo de Van Hiele, os estudantes que se encontram no Nível 3 já possuem a capacidade de construir e manipular mentalmente os objetos. Já a questão 3 apresenta-se de modo mais elaborado pois requer um conhecimento de propriedades, linguagem, observação e acompanhamento de deduções para a tomada desta decisão.

O teste para o Nível 4 contém 2 questões que dizem respeito às habilidades de deduções e provas de teoremas, conforme o Quadro 3.

Quadro 3: Teste para o nível 4

Questão	**1**	**2**
Enunciado	Prove que a soma dos ângulos internos de um triângulo é sempre igual a dois ângulos retos.	Prove que a intersecção de um plano α com um plano β formando um ângulo $0<\theta<180$

Fonte: Elaborado pelos autores.

As questões do teste referente ao Nível 4 têm por objetivo investigar a capacidade dos estudantes de realizarem as deduções formais de teoremas matemáticos dentro da geometria Euclidiana. Dessa forma, a primeira questão refere-se ao entendimento de propriedades e postulados de triângulos. Já a segunda aponta para a análise entre dois planos distintos e como eles se relacionam.

Para o Nível 5, elaborou-se apenas uma questão que enfatiza o tema da Geometria Hiperbólica, uma vez que esse nível visa trabalhar com diferentes sistemas geométricos, na busca de maior rigor matemático. Assim sendo, tal questão referia-se à possibilidade de a "soma dos ângulos internos de um triângulo ser menor que dois ângulos retos", e tinha por propósito entender as operações realizadas pelos estudantes referentes a outras geometrias.

Vale ressaltar que alguns professores relataram que demonstrações de teoremas e geometrias não-eucledianas não haviam ainda sido abordados por ocasião da aplicação dos testes referentes aos níveis 4 e 5.

3.2 Critério de correção dos testes

A classificação das respostas fornecidas pelos estudantes para todos os cinco níveis de Van Hiele deu-se através da análise de três quesitos: completude, análise matemática e raciocínio lógico para as respostas, como mostra o Quadro 4.

Quadro 4: Critérios analisados e conceitos atribuídos

Conceito	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**	**G**
Resposta completa	Sim	Sim	Sim	Sim	Não	Não	Não
Matematicamente correta	Sim	Sim	Não	Sim parcial	Sim	Não	Não
Raciocínio lógico	Sim	Não	Sim	Sim	Baixo	Baixo	Não

Fonte: Adaptado de Jaime (2013).

Percebe-se que a combinação dos três critérios de correção implica no conceito adquirido pelo estudante, sendo o conceito “A” quando o estudante forneceu uma resposta completa e que se considera matematicamente correta e com uma linha de raciocínio lógico coerente. Assim também designou-se o conceito “G” para o estudante que não forneceu resposta para alguma das questões ou forneceu com informações desconectadas do contexto solicitado.

A Tabela 1 apresenta o conceito atribuído ao percentual de acertos, o que permite identificar o nível de conhecimento geométrico dos estudantes.

Tabela 1 – Percentual de acertos atribuído aos conceitos de correção

Conceito usado	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**	**G**
Percentagem de acerto (%)	80 ⊢ 100	75 ⊢ 80	5-⊢75	25⊢50	20⊢25	0⊢20	0

Fonte: Adaptado de Jaime (2013).

De acordo com os percentuais apresentados na Tabela 1, atribuiu-se conceito “A” ao estudante que obteve um aproveitamento entre 80% e 100%. Por outro lado, quem não respondeu ao questionamento atribuiu-se o conceito “G”, o que corresponde a 0% de aproveitamento.

Esta análise foi realizada individualmente para cada uma das questões. Posteriormente, a avaliação dos níveis de Van Hiele deu-se através da média aritmética entre as questões. De posse desses dados, construiu-se a Tabela 2 que contém uma amostragem parcial das respostas referentes às questões doravante chamadas metadados. Na referida tabela, explicitam-se os seguintes códigos Tur: Turma; T: Turno; G: Gênero; I: Idade; R: Repetência; Q: Questão; E01= escola 01; E08= escola 08; E06= escola 06; E01MA= turma que frequenta turno da manhã; E08TA= turma que frequenta turno da tarde; E06NB= turma que frequenta turno da noite; ma= manhã; ta= tarde; no= noite; M= masculino; F= feminino; c1= chegando ao nível 1; d1= dentro do nível 1; e2= em transição para o nível 2.

Tabela 2 – Visualização dos metadados

Escola	Tur	T	G	I	R	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Média	Nível
E01	E01MA	Ma	M	16	0	0	20	25	25	25	19	c1
E08	E08TA	Ta	M	17	0	100	75	25	25	0	45	d1
E06	E06NB	No	F	18	0	100	50	100	25	100	75	e2

Fonte: Elaborado pelos autores.

A Tabela 2 está dividida da seguinte forma: as colunas representam os critérios avaliados (atributos); as linhas correspondem aos estudantes que participaram da pesquisa (instâncias). É relevante ressaltar que as 6 primeiras colunas (Escola até R) são informações encontradas pelo questionário de identificação do perfil, bem como as 5 colunas (Q1 até Q5) seguintes apresentam o desempenho dos estudantes obtidos para cada questão do teste.

Cada nível foi tabulado separadamente de modo a perceber o desenvolvimento de forma individual para cada estágio de pensamento, conforme Quadro 5.

Quadro 5 – Relação porcentagem de acertos e conceito atribuído

Porcentagem de acerto para o nível (%)	**Conceito atribuído**
0 a 30	chegando ao nível X (cX)
30 a 70	dentro do nível X (dX)
70 a 100	em transição para nível X+1 (eX)

Fonte: Elaborado pelos autores.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

A classificação das respostas dos estudantes para o teste de visualização geométrica foi realizada via análise de três quesitos: completude, raciocínio lógico e matemático, como mostra o Quadro 4.

4.1 Análise segundo o critério de correção da prova

Para as análises optou-se por destacar os estudantes que obtiveram o melhor e pior desempenho em cada um dos Níveis. O primeiro teste correspondente à análise do Nível 1, conforme Figura 3 (a,b). Tal figura apresenta os extratos das respostas de dois indivíduos, designado por estudante 1 (Figura 3a), bem como do estudante 2 (Figura 3b). Vale salientar que, as respostas fornecidas pelo estudante 1 estão corretas, enquanto que as do estudante 2 incorretas.

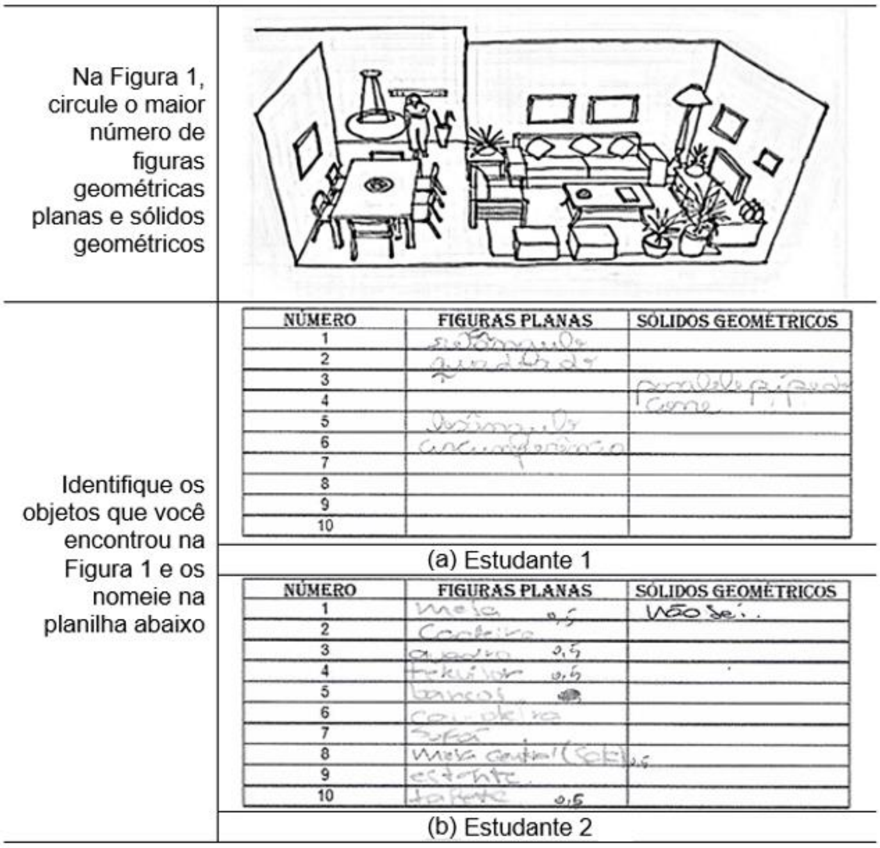


Figura 3: (a) Extrato da resposta correta para a Prova 1 dos Níveis de Van Hiele e (b) extrato da respostas consideradas incorretas.
Fonte: Elaborado pelos autores.

Percebe-se, na Figura 3a, que o estudante 1 demonstrou ter organização, identificou e enumerou de forma adequada as figuras na questão Q1, classificando-as em figuras planas e espaciais, conforme o caso, e também nomeando-as corretamente, obtendo assim conceito "A" para as questões do Nível 1 de Van Hiele.

Por outro lado, na Figura 3b, o estudante 2 identificou muitos objetos na questão Q1, porém na questão Q2 nomeou os objetos, mas não soube classificá-los como planos ou espaciais. Nesse sentido, pelos critérios de correção, a resposta aparentemente está completa, porém matematicamente incorreta, visto que não identificam ainda as propriedades características de uma determinada figura. Logo, de acordo com Jaime

(2013), atribuiu-se conceito “F” para as questões Q1 e Q2 do Nível 1.

O segundo teste é representativo do Nível 2 e teve como propósito avaliar a capacidade analítica dos estudantes referente às propriedades geométricas planas e espaciais. Essa competência diz respeito à habilidade de reconhecer formas bi e tridimensionais, observando suas características e denominando-as.

A Figura 4 (a, b) apresenta o extrato das respostas de dois estudantes, respectivamente, denominados 3 e 4. Evidencia-se que as respostas fornecidas pelo estudante 3 (Figura 4a) estão corretas, enquanto que as do estudante 4 (Figura 4b), incorretas.

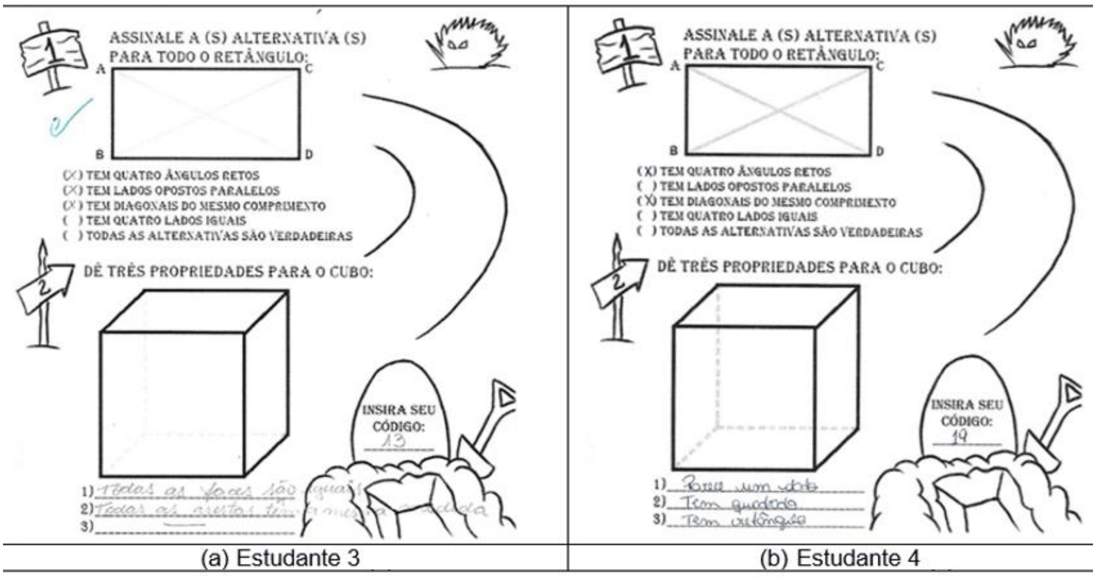


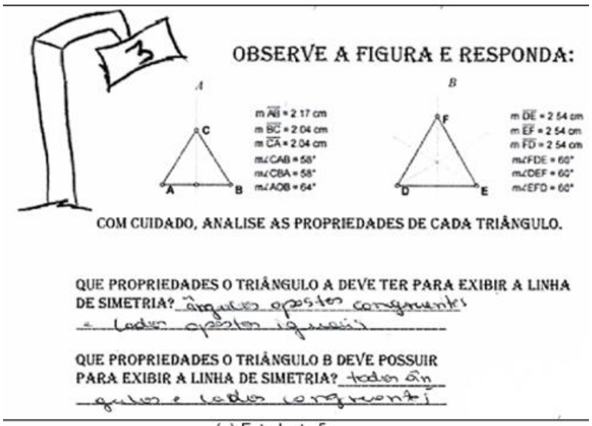
Figura 4: (a) Extrato da resposta correta para a prova 2 dos Níveis de Van Hiele e (b) extrato das respostas consideradas incorretas.
Fonte: Elaborado pelos autores.

Pode-se observar na Figura 4a, que o estudante 3 demonstrou ter um melhor desempenho nas respostas referentes às questões Q1 e Q2 do Nível 2, demonstrando, assim, conhecimento das propriedades do retângulo. É relevante pontuar que o referido estudante forneceu uma resposta relativamente completa na questão Q2, descrevendo propriedades específicas do cubo. Assim, o conceito designado às questões Q1 e Q2 é “A”.

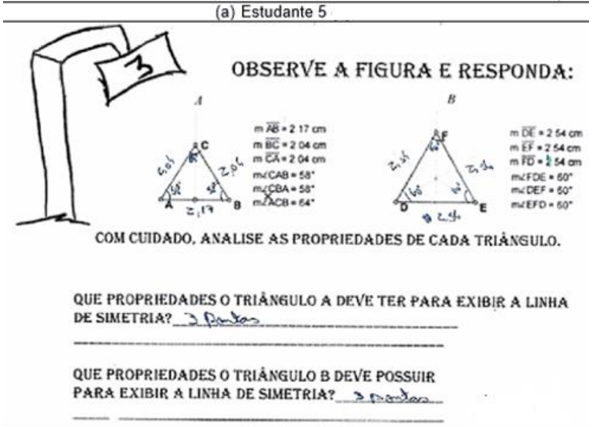
Entretanto, na Figura 4b, a questão Q2 não foi respondida de forma completa, pois apesar de apresentar três informações, as mesmas não são consideradas propriedades do cubo. Diante disso, considerou-se que as respostas da Figura 4b estão matematicamente incorretas, pois ainda os estudantes não conseguem relacionar objetos e suas respectivas propriedades. Logo, atribuiu-se conceito “E” para a questão Q1 e “F” para questão Q2.

O teste 3 é representativo do Nível 3 e teve por intuito investigar a capacidade dos estudantes em realizarem inferências sobre os entes geométricos. Essa competência diz respeito à habilidade de relacionar duas ou mais propriedades das figuras e explicar a relação entre elas e de formar classes de figuras.

A Figura 5 (a,b) mostra o extrato das respostas de dois estudantes, designados por 5 e 6. Destaca-se que as respostas fornecidas pelo estudante 5 (Figura 5a) estão corretas, enquanto as do estudante 6 (Figura 5b), incorretas.



(a) Estudante 5



(b) Estudante 6

Figura 5: (a) Extrato da resposta correta para a prova 3 dos Níveis de Van Hiele e (b) extrato das respostas consideradas incorretas.
Fonte: Elaborado pelos autores.

A Figura 5a ilustra que a resposta do estudante 5 para a questão Q1, refere-se aos segmentos $\widehat{AC}$ e $\widehat{CB}$ e os ângulos $\widehat{CAB}$ e $\widehat{CBA}$. De acordo com a resposta, as duas afirmações estão completas, o que demonstra que existe um domínio do vocabulário em prol de um significado. É possível perceber, através da escrita da expressão "ângulos opostos congruentes", que se refere aos lados de uma figura plana. Desse modo, o conceito atribuído para esta questão é "A", pois o referido estudante demonstrou entender a importante definição de congruência. Já na Figura 5b, o estudante 6 identifica a localização de elementos como ângulos e lados na questão Q1 e Q2, porém é incapaz de realizar inferências, demonstrando não compreender o significado de simetria, não fornecendo, assim, uma resposta completa. De modo que, com base no critério de correção, o conceito adquirido é “F”.

As provas dos Níveis 4 e 5 tiveram apenas uma única tentativa de solução por parte do estudante 7, e que está apresentada na Figura 6.

Figura 6: Extrato de resposta fornecida para as provas 4 e 5 dos Níveis de Van Hiele.
Fonte: Elaborado pelos autores.

Observa-se, na Figura 6, que existe uma tentativa, ainda que modesta, por parte do estudante 7, de responder as questões Q1 e Q2. Contudo, percebe-se que não há compreensão do significado da dedução da propriedade axiomática solicitada, de modo que o referido estudante não consegue estabelecer uma relação com a teoria geométrica, corroborando com Lopes et al. (2017), quando destaca que as maiores dificuldades na aprendizagem de conteúdos de geometria encontram-se em demonstrações logico-dedutivas.

A Tabela 3 apresenta, de modo sumarizado, o desempenho dos 280 estudantes participantes da pesquisa para todos os Níveis de Van Hiele. Pode-se observar, nas colunas, o aproveitamento dos estudantes por conceito, enquanto que nas linhas estão representadas as questões. A intersecção entre as linhas e as colunas mostra o número de estudantes que alcançaram um determinado conceito para cada questão.

Tabela 3 – Frequência de conceito e questão.

Nível	Questão	A	B	C	D	E	F	G
1	1	229	0	2	2	14	4	29
	2	23	20	43	38	71	32	53
	3	18	0	0	1	234	0	27
	4	1	7	0	2	209	0	61
	5	2	10	0	1	145	0	122
2	1	95	73	0	0	78	0	34
	2	15	6	24	18	88	91	88
3	1	2	4	7	18	34	80	135
	2	0	4	50	77	50	55	44
	3	6	0	0	5	8	10	251
4	1	0	0	0	0	0	1	279
	2	0	0	0	0	0	1	279
5	1	0	0	0	0	0	0	280

Fonte: Elaborado pelos autores.

Pela análise da Tabela 3, percebe-se que, no Nível 1, o melhor aproveitamento foi obtido para a primeira questão, na qual 229 estudantes obtiveram conceito “A” com aproveitamento entre 80% e 100%, indicando alto grau de compreensão visual das figuras geométricas planas e espaciais.

Para o Nível 2, em se tratando da primeira questão, tem-se 95 estudantes com desempenho maior ou igual a 80%, ou seja, com conceito “A”. Já para a segunda questão, apenas 15 estudantes obtiveram resultado análogo.

O Nível 3 destaca-se pelos piores desempenhos em suas três questões Q1, Q2 e Q3, apontando a existência de dificuldades por parte dos estudantes em relação à análise simultânea de mais de uma propriedade.

Já para o Nível 4, apenas um estudante tentou resolver as questões. Em contrapartida, no Nível 5, todos, por unanimidade, declararam não saber solucionar a questão. Destaca-se que a análise dos testes aplicados corroborou com a hipótese prévia de que os estudantes não conseguiriam alcançar um desempenho satisfatório em relação aos níveis 4 e 5, uma vez que, como já mencionado na metodologia, nem todas as escolas haviam ainda abordado conteúdos.

De modo geral, pode-se observar que o número de acertos das questões foi inversamente proporcional ao nível avaliado, ou seja, quanto maior o Nível de Van Hiele, menor o aproveitamento dos estudantes por conceito. É relevante ressaltar que esse resultado é corroborado pela teoria de Van Hiele, uma vez que quanto maior o nível, maior a complexidade das habilidades exigidas para a aquisição completa dos níveis que exigem dedução formal e rigor matemático.

Nessa perspectiva, Júnior (2014) e Usiskin (1982), apontam que a grande maioria dos estudantes demonstram domínio em visualizar figuras e objetos geométricos, bem como conseguem correlacioná-los a sua nomenclatura, demonstrando possuir os requisitos básicos para o Níveis iniciais do Modelo de Van Hiele.

Assim, a presente pesquisa revela-se relevante no que tange à identificação de lacunas no processo de aprendizagem em relação ao conteúdo de geometria. Diante disso, desenvolver metodologias para o estudo desse conteúdo, dando ênfase à classificação de figuras geométricas (Nível 2) e o desenvolvimento da capacidade de acompanhar demonstrações básicas de geometria (Nível 3), possibilita a melhoria do desempenho no estudo de tópicos geométricos por parte dos estudantes.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este estudo apresentou questões sobre o desenvolvimento do pensamento geométrico para o contexto educacional da cidade de Bagé/RS, utilizando a Teoria dos níveis do pensamento geométrico de Van Hiele. Nesse sentido, buscou-se investigar e classificar o nível de conhecimento de 280 estudantes do terceiro ano do ensino médio de escolas da rede pública estadual da cidade de Bagé/RS, sobre a Geometria Euclidiana e não euclidiana, utilizando o modelo de Van Hiele, realizada ao longo de 3 meses do ano de 2018.

Com base nos resultados obtidos, em relação ao Nível 1, observou-se que o melhor aproveitamento foi obtido para a primeira questão Q1, na qual 229 estudantes obtiveram conceito “A”, indicando alto grau de compreensão visual das figuras geométricas planas e espaciais. Para o Nível 2, 95 estudantes obtiveram conceito “A” na questão Q1. Já para a questão Q2, 15 estudantes obtiveram o conceito “A”.

O Nível 3 destaca-se pelos piores desempenhos em suas três questões Q1, Q2 e Q3, apontando uma dificuldade por parte dos estudantes em analisar mais de uma propriedade simultaneamente. Vale ressaltar que a assimilação de conceitos e propriedades intrínsecos a um determinado nível exige domínio do nível anterior (JAIME, 2013).

Por fim, para os últimos níveis, apenas um estudante tentou resolver as questões do Nível 4. É relevante destacar que este é o nível de dedução formal. A esse respeito, Van de Walle (2009, p. 443) pontua que nesse nível os estudantes deveriam conseguir examinar mais do que simplesmente propriedades das formas geométricas, ou seja, “[...] é capaz de trabalhar com sentenças abstratas sobre as propriedades geométricas e estabelecer conclusões baseadas mais na lógica do que na intuição [...]”.

E no Nível 5 os estudantes em sua totalidade, declararam não saber solucionar a questão. Vale lembrar que este é o nível no qual eles deveriam estabelecer conexões entre diferentes sistemas postulacionais, portanto os estudantes não atingiram o denominado “nível do rigor” (LEIVAS, 2017).

De modo geral, este trabalho trouxe a certeza de que pesquisar significa buscar respostas que possam, efetivamente, transformar a prática pedagógica em prol do processo de ensinar e aprender.

REFERÊNCIAS

Alves, Alda Franciele Gomes; Almeida, Myrlei Rocha; Abreu, Sandra Elaine Aires. Uma nova postura docente–O professor como mediador para o uso das tic’s. 2017. Recuperado de https://cutt.ly/WyCsf0H

Araújo, Mary Daiane Souza de. Utilização do origami na aprendizagem da geometria no 6° ano do ensino fundamental. 2016. Trabalho de Conclusão de Curso. Trabalho de Conclusão de Curso. Universidade Federal do Rio Grande do Norte.

Da Silva, João Pedro; Meireles, Magali R. Gouvêa. Uso de Tecnologias Contemporâneas de Interface com o Usuário na Educação Digital: apoiando o ensino da Geometria. PISTA: Periódico Interdisciplinar [Sociedade Tecnologia Ambiente], v. 1, n. 1, p. 105-122, 2019. Recuperado de https://cutt.ly/byCsEOK

Domingos, J. Um estudo sobre polígonos a partir dos princípios de Van Hiele. 2010. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal do Espírito Santo. Vitória, 2010.

Fuys, David; Geddes, Dorothy; Tischler, Rosamond. The van Hiele model of thinking in geometry among adolescents. Journal for Research in Mathematics Education. Monograph, v. 3, p. i-196, 1988. Recuperado de https://cutt.ly/WyCdCdk

Iparraguirre, R. P. A., Yarasca, U. C., Huamán, E. Y., & Quispe, A. E. R. (2020). Modelo Van Hiele y software Geogebra en el aprendizaje de estudiantes en áreas y perímetros de regiones poligonales. Horizonte de la Ciencia, 10 (18). Recuperado de https://cutt.ly/6yCd8lo

Jaime, Adela. Aportaciones a la interpretación y aplicación del modelo de Van Hiele: La enseñanza de las isometrías del plano. La evaluación del nivel de razonamiento, p. 314, 1993. Recuperado de https://www.uv.es/gutierre/archivos1/textospdf/Jai93.pdf

Júnior, José Roberto Costa; Da Silva, João Batista Rodrigues. A geometria pela ótica da teoria de Van Hiele: uma análise do nível de desenvolvimento do pensamento geométrico de alunos de um curso de licenciatura em matemática. VIII-epbeM, v. 1, n. 2, p.1-13, 2014. Recuperado de https://cutt.ly/hyCfn3f

Lobato, Lydia Fernandes. Desafios do ensino de geometria no ensino médio. 2019. 13 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização em docência do ensino de Matemática) - Instituto Federal do Piauí - Campus Corrente, Corrente, 2019.

Lopes, Thiago Beirigo et al. Ensinar área de quadriláteros regulares baseado no modelo de Van Hiele. Revista BoEM, v. 5, n. 9, p. 18-39, 2017. Recuperado de: http://www.revistas.udesc.br/index.php/boem/article/view/9483

Lorenzato, Sergio. Por que ensinar geometria. Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 1995.

Miqueletto, T. A; góes, A. R. T. O ensino de matemática por meio do desenho geométrico – uma proposta de pesquisa; IV seminário internacional de representações sociais, subjetividade e educação; Curitiba 2017.

Oliveira, M. de C.; Gazire, E. S. Ressignificando a Geometria Plana no Ensino Médio, com o auxílio de van Hiele. Belo Horizonte: Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, 2012.

Ramos, Alice Emanuelly Andrade de Sousa. As dificuldades de aprendizagem em matemática: a percepção de um professor e seus alunos. 2015. Trabalho de Conclusão de Curso. Universidade Federal do Rio Grande do Norte.

Usiskin, Zalman. Van Hiele Levels and Achievement in Secondary School Geometry. CDASSG Project. 1982. Recuperado de: https://eric.ed.gov/?id=ed220288

Van de Walle, J. A. Matemática no Ensino Fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009. Recuperado de: https://cutt.ly/vyCgw93

Van Hiele-Geldof, D. De Didaktiek van de meetkunde in de eerste klas van het VHMO" The didactics of geometry in the lowest class of the secondary school. 1957. Tese de Doutorado.

NOTAS

TÍTULO DA OBRA
Identificação de lacunas no processo de aprendizagem dos conteúdos de geometria no ensino médio pelo método de Van Hiele

Talita da Cunha Gonçalves
Mestranda no Mestrado Acadêmico de Ensino (MAE/UNIPAMPA)
Fundação Universidade Federal do Pampa, MAE, Bagé, Brasil
talitagoncalves.aluno@unipampa.edu.br
https://orcid.org/0000-0002-2849-1230

Cristiano Corrêa Ferreira
Professor Associado, Doutor
Fundação Universidade Federal do Pampa, Núcleo de Desenho Técnico e docente permanente do MAE, Bagé, Brasil
cristiano.ferreira@unipampa.edu.br
https://orcid.org/0000-0002-7676-9233

Vera Lúcia Duarte Ferreira
Professora Adjunta, Doutora
Fundação Universidade Federal do Pampa, Licenciatura em Matemática, Bagé, Brasil
veraferreira@unipampa.edu.br
https://orcid.org/0000-0002-6968-5664

Denice Aparecida Fontana Nisxota Menegais
Professora Adjunta, Doutora
Fundação Universidade Federal do Pampa, Licenciatura em Matemática, Bagé, Brasil
denicemenegais@unipampa.edu.br
https://orcid.org/0000-0003-0856-0638

Endereço de correspondência do principal autor
Endereço para correspondência indicando Rua-Avenida, número, CEP, Cidade, Sigla do Estado, País.
Rua professor Maurílio Carlini, 1960, casa 06, Bairro industrial I, CEP 96413-020, Bagé, RS, Brasil.

AGRADECIMENTOS
A todos que direta e indiretamente participaram da construção desse trabalho.

CONTRIBUIÇÃO DE AUTORIA
Concepção e elaboração do manuscrito: T. da C. Gonçalves, C. C. Ferreira, V. L. D. Ferreira, D. A. F. N. Menegais
Coleta de dados: T. da C. Gonçalves
Análise de dados: T. da C. Gonçalves, V. L. D. Ferreira, D. A. F. N. Menegais
Discussão dos resultados: T. da C. Gonçalves, C. C. Ferreira, V. L. D. Ferreira, D. A. F. N. Menegais
Revisão e aprovação .T. da C. Gonçalves, C. C. Ferreira, V. L. D. Ferreira, D. A. F. N. Menegais

CONJUNTO DE DADOS DE PESQUISA
O conjunto de dados que dá suporte aos resultados deste estudo não está disponível publicamente.

FINANCIAMENTO
Não se aplica.

CONSENTIMENTO DE USO DE IMAGEM
Não se aplica.

APROVAÇÃO DE COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA
Não se aplica.

CONFLITO DE INTERESSES
Não se aplica.

PUBLISHER – uso exclusivo da revista
Universidade Federal de Santa Catarina. Grupo de Pesquisa em Epistemologia e Ensino de Matemática (GPEEM). Publicação no Portal de Periódicos UFSC. As ideias expressadas neste artigo são de responsabilidade de seus autores, não representando, necessariamente, a opinião dos editores ou da universidade.

EDITOR – uso exclusivo da revista
Méricles Thadeu Moretti e Rosilene Beatriz Machado

HISTÓRICO – uso exclusivo da revista
Recebido em: 05-06-2020 – Aprovado em: 18-08-2020