

El Aprendizaje De Proposiciones Condicionales Usando Geometría Dinámica¹

Conditional Propositions's Learning Using Dynamic Geometry

Aprendizagem das proposições condicionais Usando Geometria Dinâmica

Recibido: mayo de 2013
Aceptado: agosto de 2013

Nabil Ortigón Domínguez²
Guillermo Salas Rodríguez³
Carmen Samper de Caicedo⁴

Resumen

A través de una serie de tareas desarrolladas con un software de geometría dinámica, buscamos propiciar la comprensión de lo que es y lo que expresa una condicional en matemáticas. Por medio de problemas propuestos, en los cuales se debe formular una conjetura, como resultado de la exploración realizada y la determinación de invariantes, se busca que los participantes del taller comprendan que las condiciones establecidas en el antecedente son suficientes para concluir el consecuente y que el consecuente es necesariamente resultado de las condiciones que se reportan en el antecedente.

Palabras clave: Proposiciones condicionales; tareas; matemáticas escolares; geometría; geometría dinámica.

Abstract

Through a series of tasks performed with dynamic geometry software, we facilitate the understanding of what is and what mathematics expresses conditional. Through proposed problems, in which one must make a guess, as a result of exploration conducted and the determination of invariants, it is intended that the workshop participants understand that the conditions in the antecedent are sufficient to conclude that the resulting the consequent is necessarily a result of the conditions reported in the antecedent.

Keywords: Conditional Statements; tasks; school mathematics, geometry, dynamic geometry.

Resumo

Através de uma série de tarefas realizadas com o software de geometria dinâmica, que facilitam a compreensão do que é e do que matemática expressa condicional. Através problemas propostos, no qual é necessário fazer um palpite, como um resultado de exploração conduzida e a determinação de invariantes, pretende-se que as participantes entender que

¹ Artículo de Investigación.

² Universidad Pedagógica Nacional. Bogotá, Colombia. Contacto: nabilortegon@hotmail.com

³ Universidad Pedagógica Nacional. Bogotá, Colombia. Contacto: gsalas@pedagogica.edu.co;

⁴ Universidad Pedagógica Nacional. Bogotá, Colombia. Contacto: csamper@pedagogica.edu.co

as condições no antecedente é suficiente para concluir que a resultante a consequente é necessariamente um resultado das condições relatadas no antecedente.

Palavras-chave: instruções condicionais, atribuições, matemática escolar, geometria, geometria dinâmica.

Presentación

El grupo de investigación Aprendizaje y Enseñanza de la Geometría ($\mathcal{A}G$) de la Universidad Pedagógica Nacional, en consonancia con otros investigadores como Laudien (1999) en Chile, Laborde (2000) en Francia y Hoyles & Küchemann (2002) en Inglaterra, han identificado algunas dificultades que tienen los estudiantes relacionadas con la afirmación condicional como objeto matemático y como una herramienta en la deducción. Las condicionales son afirmaciones usadas para expresar generalizaciones de propiedades matemáticas, ya sean como teoremas, postulados o conjeturas. En particular, los investigadores encontraron evidencias empíricas de que los estudiantes interpretan la condicional si entonces con el significado de la bicondicional si y solo si; es decir, creen que una condicional y su recíproca dan el mismo mensaje. Como las condicionales juegan un papel importante en la deducción a través de esquemas de razonamiento válidos como *modus Ponendo Pones* y *modus Tollendo Tollens*, los investigadores concuerdan en que no comprender qué expresa una condicional afecta la posibilidad de aprender a demostrar matemáticamente.

El taller tiene por objetivo generar espacios de reflexión entre los asistentes (profesores en formación o en ejercicio), sobre el significado de las condicionales que expresan conjeturas, resultado, éstas, de la interacción que tienen con Geogebra para resolver algunas tareas. Es a partir de las conjeturas que proponen como solución que se generará una discusión sobre qué es una condicional y qué expresa.

Tenemos como hipótesis que el uso de la geometría dinámica (GD) y el trabajo en grupo impulsa la comprensión y uso correcto de la condicional, y ayuda a los estudiantes a mejorar sus habilidades argumentativas para justificar afirmaciones. En cuanto a la comprensión de lo que es una condicional, el arrastre es una acción que permite modificar en tiempo real la

figura representada en la pantalla para convertirla en otra que comparte algunas propiedades con la original y de esta forma determinar la dependencia entre propiedades. Respecto al trabajo en grupo la interacción entre los integrantes es un elemento que favorece el aprendizaje.

Presentamos algunas consideraciones de carácter teórico, sobre la importancia de utilizar un software de geometría dinámica (Geogebra) así como del trabajo en grupo en la comprensión de la condicional y posteriormente, damos ejemplos de algunas de las tareas que se realizarán.

Referentes teóricos

Gutiérrez (2005) asegura que usar la GD como herramienta de mediación es importante porque permite que los estudiantes formulen conjeturas con un alto grado de convicción de la veracidad de éstas y ayuda a mejorar su habilidad de razonamiento deductivo. Jones, Mariotti, Gutiérrez y Hadas (en Laborde, 2000) concluyen que la GD proporciona posibilidades para la formulación de justificaciones teóricas, posiblemente con la mediación del profesor. Por último, Samper, Perry, Camargo, Molina, & Echeverry (2010) realizaron un experimento en un curso universitario de geometría para profesores en formación donde se evidenció una problemática relacionada con la comprensión y el uso que los estudiantes dan a las proposiciones condicionales durante el proceso de conjeturar y justificar. Concluyen que las tareas sugeridas para un ambiente de GD a estudiantes universitarios impulsan la interacción y posibilitan la superación de dificultades asociadas a la comprensión de la condicional.

En su experimento Samper y otros (2010) se centraron en situaciones en las que los estudiantes debían proponer una condicional como conjetura a partir de la exploración hecha sobre una figura construida con un programa de geometría dinámica, de acuerdo

a unas condiciones preestablecidas. Ellos se dieron cuenta de que las construcciones hechas y las exploraciones realizadas no conducían a la formulación de un condicional que asociara de manera adecuada el antecedente de ésta con las propiedades que se usaron en la construcción, ni tampoco al consecuente de la condicional con las propiedades que se descubrieron por exploración. Es decir los estudiantes no realizaron acciones específicas para verificar que la construcción realizada aporta las condiciones suficientes establecidas en el antecedente de la condicional para concluir el consecuente.

Partiendo de que la matemática es una producción cultural, es significativo mencionar la importancia de las interacciones sociales (Armella & Waldegg 2001). Estas tiene una influencia benéfica para las adquisiciones cognitivas debido al papel que tiene el conflicto cognitivo para la construcción de conocimiento. Por tanto es importante referirse el conflicto sociocognitivo y reconocer la importancia que tiene éste para la educación, ya que las interacciones sociales que se dan entre los estudiantes (puntos de vista, métodos, respuestas y discusiones) son elementos importantes en el aprendizaje. La interacción entre individuos se puede dar en dos líneas: simétrica y asimétrica. La primera se define como la interacción equilibrada y se puede dar a través de la cooperación y el aprendizaje en grupo. En ésta se reconoce la interacción tutorial, en la que el experto (docente) orienta al aprendiz y le ayuda a realizar alguna tarea.

Metodología del taller

El taller se desarrollará en dos momentos: en primer lugar se hará una presentación general del programa Geogebra, las herramientas que lo conforman y cómo realizar algunas construcciones básicas. Posteriormente, se propondrán las situaciones problema para que los participantes, en grupos de dos o tres personas, interactúen entre ellos y con el programa, para resolverlas y formulen conjeturas. Posteriormente se hará una socialización de éstas con el ánimo de resaltar asuntos problemáticos relacionados con la condicional y consolidar el significado de ésta. A continuación se darán ejemplos de algunas de las tareas que se propondrán en el taller.

Tarea 1. Tiene por objetivo introducir la condicional como una afirmación que establece una dependencia.

Planteamos preguntas y problemas como los siguientes:

Referencias

- Gutierrez, A. (2005). *Aspectos de la investigación sobre aprendizaje de la demostración mediante exploración con software de geometría dinámica*. En A. Maz, B. Gómez, & M. Torralbo (Ed.), Noveno Simposio de la Sociedad Española de Educación Matemática SEIEM (págs. 27-44). Cordoba, España: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.
- Healy, L. (2000). *Identifying and explaining geometrical relationship: Interactions with robust and soft cabri Constructions*. En T. Nakahara, & M. Koyama (Ed.), Proceedings of the 24 conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. 1, págs. 1013-117. Hiroshima: Universidad de Hiroshima.
- Hoyle, C., & Küchemann, D. (2002). Students' understandings of logical implication. In *Educational Studies in Mathematics*, 51 (3), 193-223.
- Laborde, C. (2000). Dynamic Geometry environments as a source of rich learning contexts for the complex activity of proving. *Educational Studies in Mathematics*, 44, 151-161.
- Laudien, R. (1999). Misunderstanding of if-then as if and only if. En F. Hitt, & M. Santos (Ed.), Proceedings of the 21st Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (págs. 225-231). Columbus, OH: Eric Clearinghouse for Science Mathematics and Environmental Education.
- Samper, C., Perry, P., Camargo, L., Molina, O., & Echeverry, A. (2010). Geometría dinámica. Su contribución a la comprensión de condicionales de la forma si-entonces. *Educación Matemática*, 22, 119-142.

ANEXO !

	<p>Abre el archivo en GeoGebra llamado Actividad1</p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Qué propiedades del se mantienen cuando se arrastra? Escribe la mayor cantidad posible de propiedades que encuentre. • Repite el ejercicio anterior para él. • Completa la siguiente expresión: <i>Si...entonces...</i> para comunicar las ideas que surgieron durante esta actividad.
Figura 1. Triángulos	

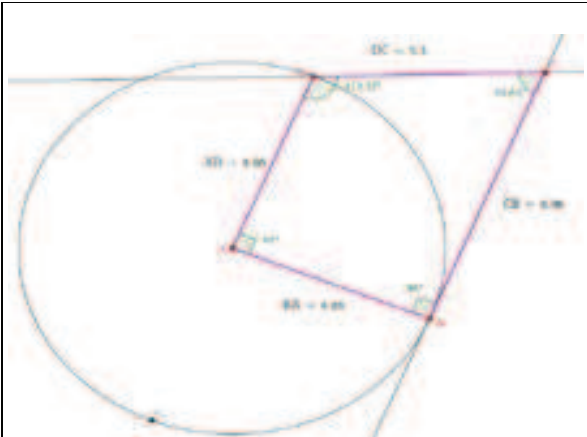
Tarea 2. Tiene por objetivo reconocer que todas las condiciones en el antecedente hacen una diferencia en el resultado del consecuente. Presentamos problemas como el siguiente:

	<p>Construye las diagonales del cuadrilátero ABCD.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Arrastra hasta lograr que las diagonales sean, congruentes y que se bisquen (que el punto de intersección sea el punto medio de ambos segmentos). Describe el proceso de exploración. • Escribe la conjetura.
Figura 2. Cuadrilátero ABCD	

Tarea 3. Tiene por objeto reconocer que todas las condiciones dadas en el antecedente son necesarias y suficientes para el consecuente. A manera de ejemplo proponemos el siguiente:

Fuente: Elaboración propia

ANEXO !



1. Realiza la siguiente construcción:
- Paso 1:** Construya un segmento
- Paso 2:** Construya una recta perpendicular a que pase por y una recta perpendicular a que pase por.
- Paso 3:** Construya la circunferencia con centro en y radio.
- Paso 4:** El punto es la intersección de la circunferencia y la recta
- Paso 5:** Construya una recta perpendicular a que pase por.
- Paso 6:** Sea la intersección de la recta y la recta.
- Paso 7:** Construya el cuadrilátero. (Oculte los demás elementos).
2. Teniendo en cuenta el proceso de construcción anterior:
- a. Escriba las propiedades de la figura.
- b. De esas propiedades, ¿cuáles fueron construidas? ¿Cuáles fueron resultado de la construcción?
- c. Escriban una conjetura que reporte la idea geométrica involucrada en esta actividad.

Figura 3. Cuadrilátero ABCD

Fuente: Elaboración propia